



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ES828 - Laboratório de Controle de Sistemas

Relatório - Experimento 9 Identificação de um sistema torcional

Nome:

Daniel Dello Russo Oliveira

Marcelli Tiemi Kian

RA

101918

117892

14 de junho de 2015

1 Objetivos

O objetivo desse experimento é realizar a identificação de parâmetros de um sistema torcional composto por dois discos interligados por uma haste flexível acionados por um motor de corrente contínua, conforme modelo proposto no roteiro[1]. As posições angulares dos discos são medidas por dois encoders, e o motor é acionado pelo modulador de largura de pulso (PWM).

2 Modelo matemático

O modelo problema é mostrado no esquema da figura 1 e está descrito pelas equações 1, 2 e 3. Para este experimento, iremos considerar que o indutor é carregado instantaneamente, ou seja, que $L = 0$. Também adotaremos as variáveis de estado do sistema como $x_1 = \theta_1 - \theta_2$, $x_2 = \dot{\theta}_1$ e $x_3 = \dot{\theta}_2$.

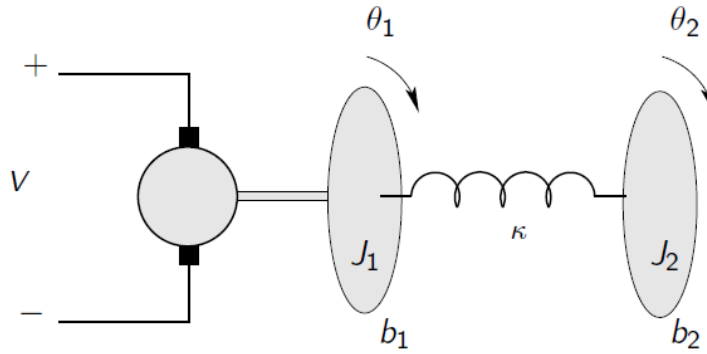


Figura 1: Esquema do motor (elétrica e mecânica)

$$L\dot{i} + Ri + K\dot{\theta}_1 = V \quad (1)$$

$$(J_1)\ddot{\theta}_1 + b_1\dot{\theta}_1 + \kappa(\theta_1 - \theta_2) = Ki \quad (2)$$

$$(J_2)\ddot{\theta}_2 + b_2\dot{\theta}_2 + \kappa(\theta_2 - \theta_1) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{\kappa}{J_1} & -\frac{(b_1+K^2/R)}{J_1} & 0 \\ \frac{\kappa}{J_2} & 0 & -\frac{b_2}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{RJ_1} \\ 0 \end{bmatrix} V \quad (4)$$

3 Ensaio com motor travado

Conforme o roteiro[1], ao ligar o motor com o disco ligado a ele travado não geramos força contra-eletromotriz, e com isso conseguimos medir a corrente de armadura i com a adição de um resistor R_s . Isso nos possibilita o cálculo do parâmetro $R[\Omega]$ (soma da resistência do motor e R_s) pela equação 5. Adotaremos a indutância $L = 0$.

$$i(t) = \frac{V}{R} \quad (5)$$

Travando o disco 1 para impossibilitar o motor de girar seu rotor, fizemos o acionamento do módulo de potência, aguardamos a estabilização do sinal de corrente, e desligamento do sistema, obtendo a curva de corrente mostrada na figura 2. Destacamos o valor da corrente quando estável para facilitar a análise.

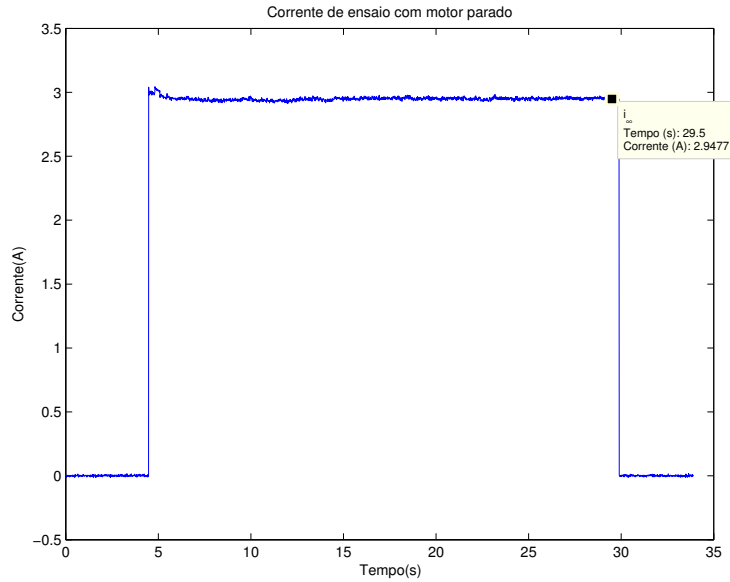


Figura 2: Corrente de ensaio com motor travado

Para o cálculo do parâmetro R , utilizamos a tensão da fonte $V = 12V$ e a partir do momento em que a corrente se estabiliza em $i_{\infty} = 2.9477A$, calculamos seu valor conforme 6.

$$R = \frac{V}{i_{\infty}} = 4.0709\Omega \quad (6)$$

4 Ensaio com motor em movimento

Agora sem travar os discos, acionamos o módulo de potência e aguardamos a estabilização do sinal de corrente e velocidade, e desligamos o sistema, obtendo a curva de corrente mostrada na figura 3 e a curva de velocidade angular do disco 1 mostrada na figura 4.

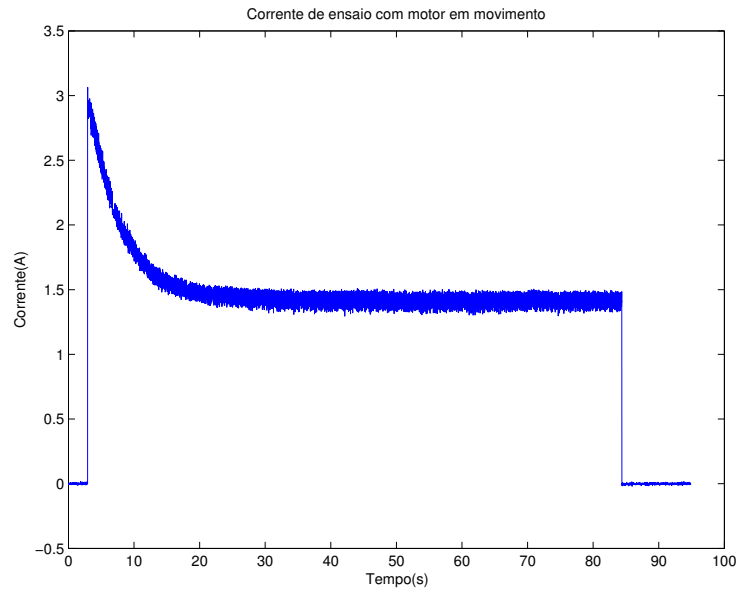


Figura 3: Corrente durante ensaio com motor em movimento

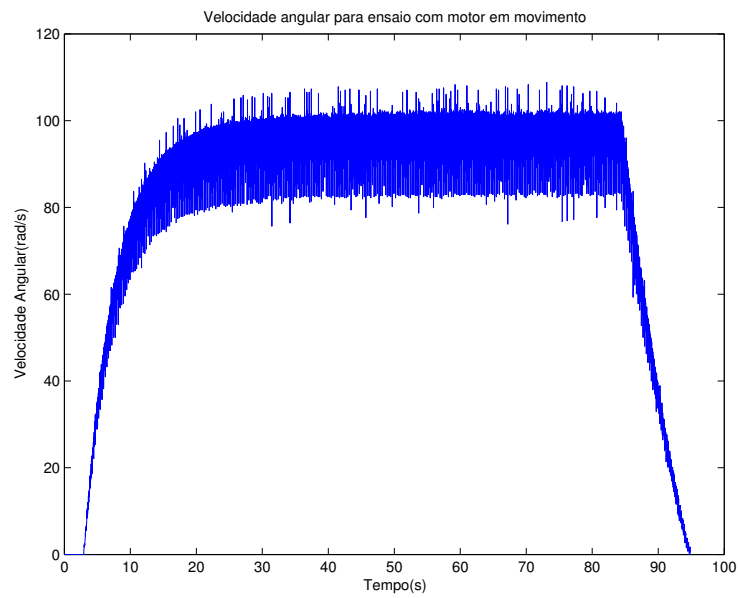


Figura 4: Velocidade angular do disco 1 durante ensaio com motor em movimento

Filtramos os sinais e destacamos as medidas em regime permanente para facilitar a análise, como pode ser visto nas figuras 5 e 6.

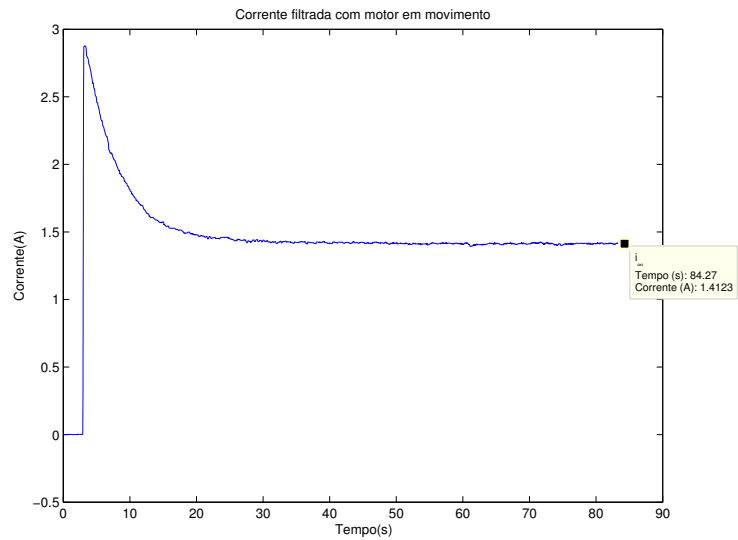


Figura 5: Corrente filtrada para ensaio com motor em movimento

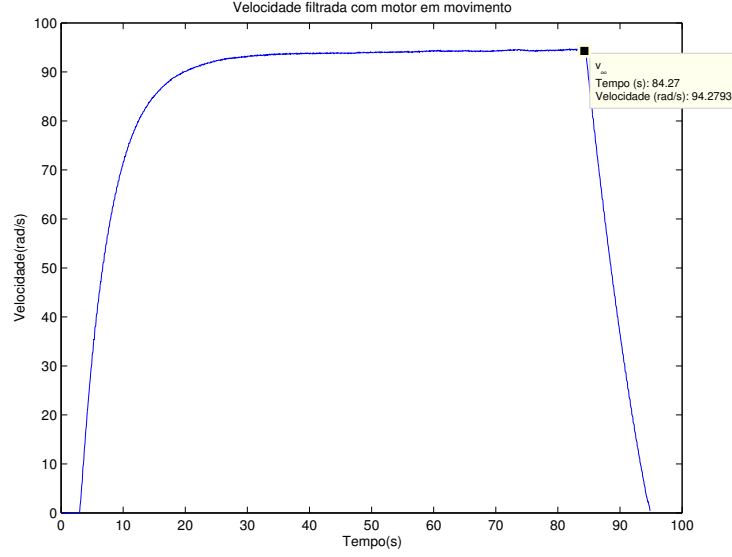


Figura 6: Velocidade angular do disco 1 filtrada para ensaio com motor em movimento

Esperando a velocidade do motor se estabilizar, chegamos em $\nu_{\infty} = 94.2793 \text{ rad/s}$. Considerando que a esse ponto o indutor se comporte como curto circuito, encontramos a constante de torque do motor conforme a equação 7

$$K = \frac{V - Ri_{\infty}}{\nu_{\infty}} = 0.0663V \cdot s \quad (7)$$

Encontramos também a soma dos coeficientes de atrito viscoso b_1 e b_2 , utilizamos as equações 1, 2 e 3, fazendo $\ddot{\theta} = 0$, chegando à equação 8.

$$b_1 + b_2 = \frac{K}{R} \left(\frac{V - K\nu}{\nu} \right) = 9.9316 \cdot 10^{-4} \quad (8)$$

5 Ensaio com motor desligado

Com o motor desligado, travamos o disco do lado sem motor, tiramos o disco do lado com motor da posição de equilíbrio e o soltamos, obtendo seu deslocamento angular conforme mostrado na figura 7. Fazendo o processo equivalente para o outro disco obtivemos o resultado mostrado na figura 8.

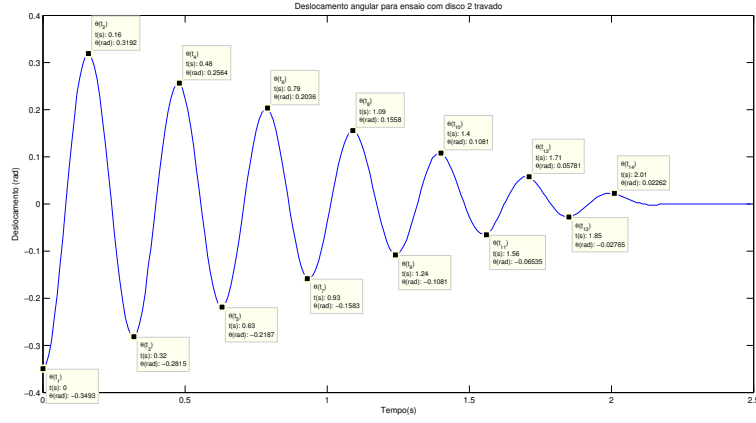


Figura 7: Pontos de relevância para deslocamento angular em oscilação do disco 1 (lado com motor)

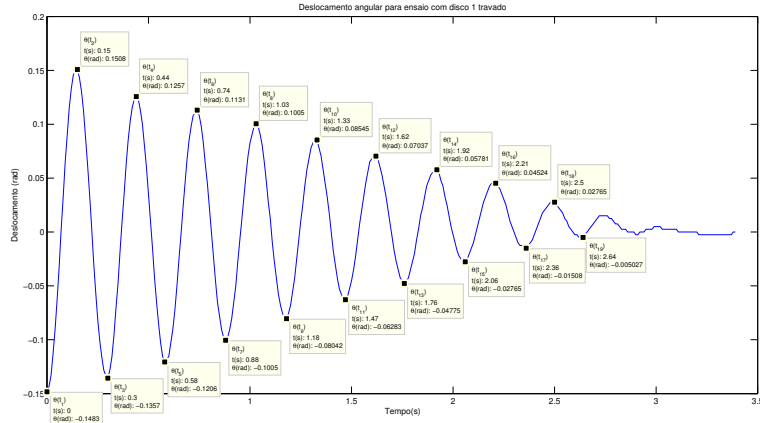


Figura 8: Pontos de relevância para deslocamento angular em oscilação do disco 2 (lado sem motor)

A partir dos pontos obtidos pelas curvas de oscilação, conseguimos obter os parâmetros de frequência natural e fator de amortecimento para os discos 1 e 2 utilizando o método apresentado no roteiro [1], sendo dados por $\omega_{n1} = 20.3643\text{rad/s}$, $\xi_1 = 0.0669$, $\omega_{n2} = 21.4583\text{rad/s}$ e $\xi_2 = 0.0597$.

As frequências naturais e os fatores de amortecimento levam às equações 9,

10, 11 e 12.

$$\kappa = \omega_{n1}^2 J_1 \quad (9)$$

$$\kappa = \omega_{n2}^2 J_2 \quad (10)$$

$$b_1 = 2\xi_1 \omega_{n1} J_1 - \frac{K^2}{R} \quad (11)$$

$$b_2 = 2\xi_2 \omega_{n2} J_2 \quad (12)$$

A partir da equação 8 e a soma das equações 11 e 12, encontramos o valor uma combinação de J_1 e J_2 , que substituídos na soma ponderada das equações 9 e 10 leva ao valor $\kappa = 0.1708 N \cdot m/rad$. Por fim, encontramos os valores $J_1 4.1188 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$ e $J_2 = 3.7095 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$ substituindo o valor de κ nas equações 9 e 10.

6 Resultados finais

A tabela 1 apresenta os valores obtidos para todas os parâmetros do sistema.

Tabela 1: Parâmetros elétricos e mecânicos do sistema

Símbolo	Significado	Valor
J_1	Momento de inércia do disco 1	$4.1188 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$
J_2	Momento de inércia do disco 2	$3.7095 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$
b_1	Coefficiente de amortecimento do disco 1	$4.2052 \cdot 10^{-5} N \cdot m \cdot s$
b_2	Coefficiente de amortecimento do disco 2	$9.5110 \cdot 10^{-4} N \cdot m \cdot s$
κ	Constante elástica da mola	$0.1708 N \cdot m/rad$
V	Tensão no motor	$12V$
K	Constante mecânica do motor	$0.0663 V \cdot s$
R	Resistência do motor e da medida	4.0709Ω
L	Indutância do motor	$0H$

Com todos os parâmetros necessários calculados, substituindo os valores em 4, obtemos a planta dada pela equação na forma de estados 13.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -414.7063 & -2.7235 & 0 \\ -460.4577 & 0 & -2.5639 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 39.5397 \\ 0 \end{bmatrix} V \quad (13)$$

Simulamos essa planta para a mesma entrada do ensaio com o motor em movimentos e obtivemos a curva de comparação mostrada na figura 9

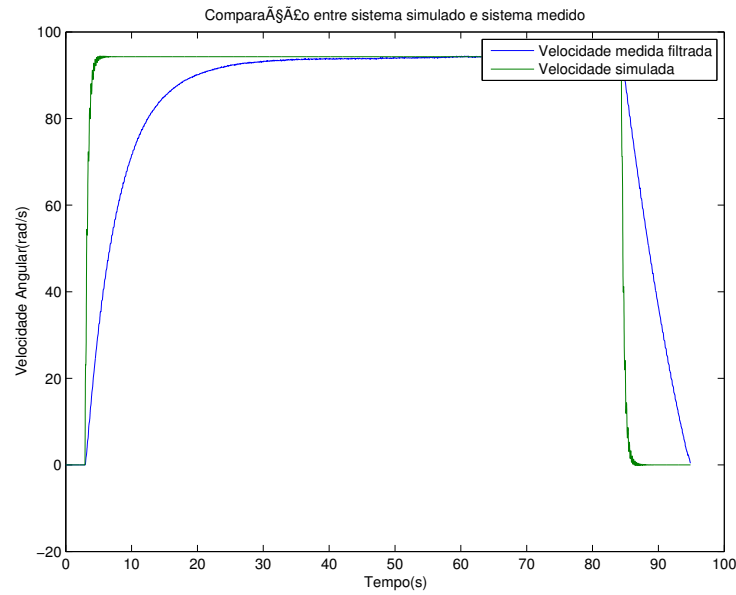


Figura 9: Comparação entre velocidade angular do disco 1 medida e simulada

Como podemos ver o sistema simulado é bastante mais rápido que o real, isso provavelmente acontece devido às simplificações que fizemos conforme determinávamos o sistema, principalmente ao considerarmos $L = 0$, conforme foi sugerido no roteiro.

7 Referências

- [1] Roteiro do experimento disponibilizado para os alunos