



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

---

## ES828 - Laboratório de Controle de Sistemas

### Pré Relatório - Experimento 6

Controle por realimentação de saída de uma  
planta eletrônica

---

*Nome:*

Daniel Dello Russo Oliveira

Marcelli Tiemi Kian

*RA*

101918

117892

26 de abril de 2015

# 1 Objetivos

O objetivo desse experimento é projetar via realização em espaço de estado um controlador e um observador de estado para a planta eletrônica identificada no experimento 2[2].

# 2 Projeto do Controlador

Consideramos a planta cuja função de transferência, representada pela equação 1, que foi obtida usando as medidas realizadas durante o experimento 2[2] para o projeto do controlador e observador em espaço de estado conforme a figura 1, com as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  indicadas em 2, 3 e 4.

$$G(s) = \frac{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4}{(s\tau_2 + 1)(s\tau_3 + 1)s} \quad (1)$$

Tabela 1: Parâmetros numéricos da função de transferência

Parâmetro	Valor
$\kappa_1$	-0.1005
$\kappa_2$	-2.1508
$\kappa_3$	-4.6448
$\kappa_4$	-5.6307
$\tau_2$	0.0210
$\tau_3$	0.0244

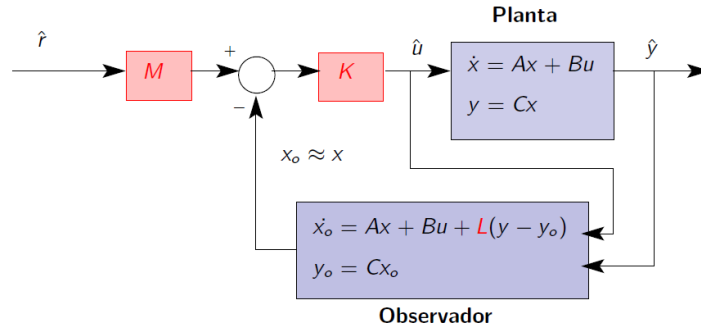


Figura 1: Diagrama de blocos do sistema

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_2 \tau_3} & -\frac{\tau_2 + \tau_3}{\tau_2 \tau_3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4}{\tau_2 \tau_3} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 2.1 Requisitos do Sistema e Projeto

Seguindo o proposto no roteiro [1] as especificações do sistema são:

- Tempo de estabilização de aproximadamente 0.5 [s].
- Fator de amortecimento igual a  $\sqrt{2}/2$ .
- Polo em  $s = -30$ .
- Erro em regime permanente nulo a uma entrada rampa.
- Amplitude do sinal de controle não pode ultrapassar  $\pm 10$  [Volts].

## 2.2 Calculo de K

Considerando que o tempo de estabilização do sistema é influenciado principalmente pelos dois polos de menor parte real, podemos aproximar o sistema como de segunda ordem e calcular os polos que cumprem os dois primeiros requisitos. Escolhemos então o terceiro polo do sistema conforme especificado, obtendo:

$$s_1 = -7.8240 + 7.8240i \quad (5)$$

$$s_2 = -7.8240 - 7.8240i \quad (6)$$

$$s_3 = -30 \quad (7)$$

Utilizando a metodologia indicada no roteiro[1], encontramos  $K$  que aloca os autovalores da matriz  $A - BK$  nos polos desejados, chegamos então a:

$$K = \begin{bmatrix} 0.3329 & -0.1232 & -0.0039 \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 2.3 Cálculo de $L$

A matriz  $L$  nos permite alocar os polos de nosso observador. Desejamos que este siga o estado do sistema de maneira mais rápida possível, ou seja, tenha um tempo de resposta menor que o controlador, porém sem que sua largura de faixa seja muito larga (para diminuir a influência de ruídos). Escolhemos então como polos do observador o dobro dos polos do controlador, obtendo  $L$  que aloca os polos da matriz  $A - LC$  conforme o desejado:

$$L = \begin{bmatrix} 2.6935 & 177.2424 & 8422.7 \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 2.4 Cálculo de $M$

Para cumprir a quarta especificação, devemos encontrar a matriz  $M$  que satisfaz as equações 10 e 11.

$$S(0)KM(0) = 1 \quad (10)$$

$$\left( \frac{d}{ds}(S(s)KM(s)) \right)_{s=0} = 0 \quad (11)$$

Conforme sugerido no roteiro[1], escolhemos  $M$  da forma:

$$M = \frac{\frac{s}{\tau} + 1}{\frac{s}{30} + 1} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Obtivemos então as equações:

$$m_1 - 0.3702m_2 - 0.0117m_3 = 1 \quad (13)$$

$$\frac{1}{\tau} - 0.1945 = 0 \quad (14)$$

Como os valores de  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  pouco afetam a resposta do sistema, desde que sigam as equações acima, escolhemos arbitrariamente os valores  $m_1 = 1$  e

$m_2 = 0.5$  e resolvemos o sistema, obtendo:

$$M = \frac{\frac{s}{5.142} + 1}{\frac{s}{30} + 1} * \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ -15.8275 \end{bmatrix} \quad (15)$$

## 2.5 Implementação

Para realizar o sistema, seguimos a estrutura recomendada no roteiro[1], obtendo a implementação mostrada na figura 2 com as funções de transferência 16, 17 e 18.

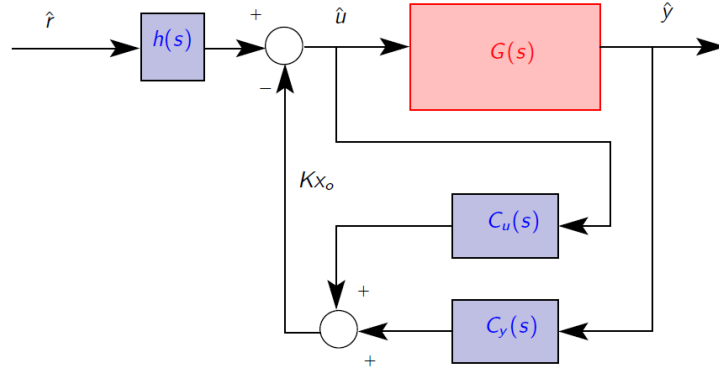


Figura 2: Diagrama de blocos da implementação final do controle

$$h(s) = KM(s) = \frac{1.942s + 9.987}{s + 30} \quad (16)$$

$$C_u(s) = K(sI - (A - LC))^{-1}B = \frac{-42.95s^2 - 1475s - 7603}{s^3 + 91.3s^2 + 2367s + 29380} \quad (17)$$

$$C_y(s) = K(sI - (A - LC))^{-1}L = \frac{-53.74s^2 - 1488s + 9782}{s^3 + 91.3s^2 + 2367s + 29380} \quad (18)$$

## 3 Simulação

Com o auxílio do Simulink simulamos (com e sem ruído branco) as respostas do controlador a uma onda quadrada de amplitude 1V e frequência de 0,25Hz, e seus esforços de controle, que podem ser vistas nas figuras 3 e 4.

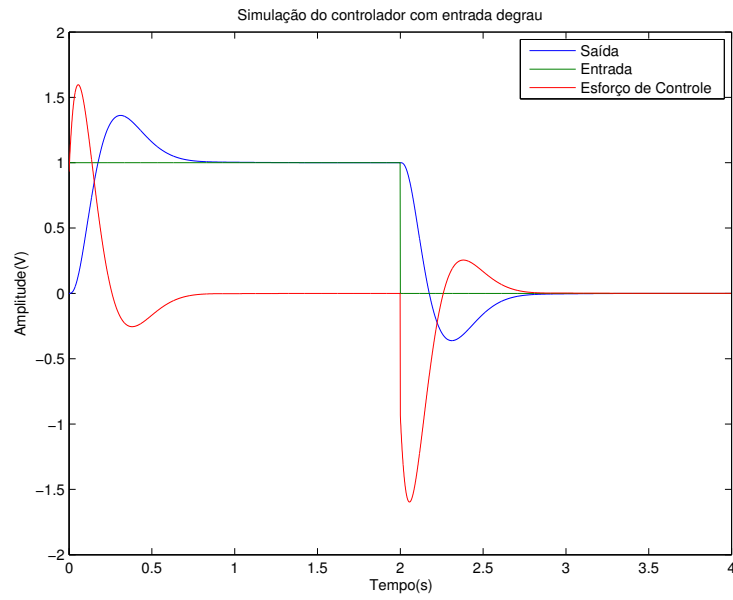


Figura 3: Resposta e esforço de controle para onda quadrada

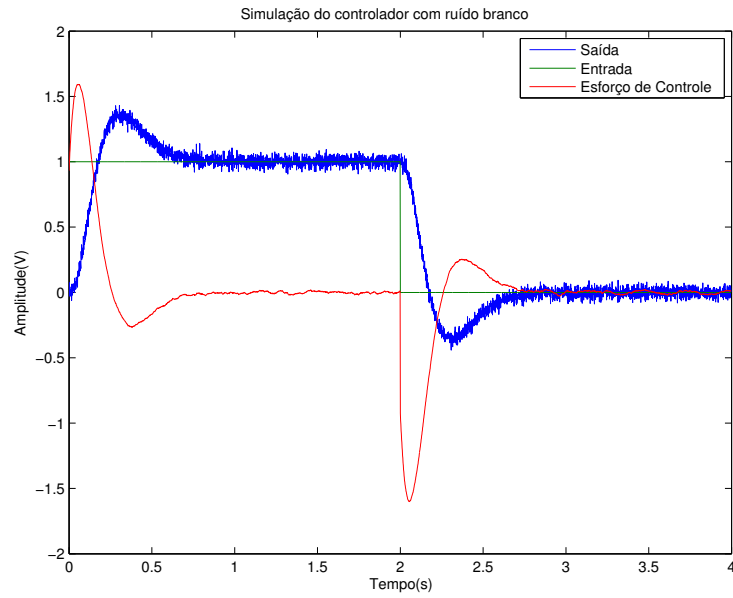


Figura 4: Resposta e esforço de controle para onda quadrada, com ruído branco

Para analisar a eficiência do nosso observador, simulamos o modelo no espaço

de estados (em torno do ponto de equilíbrio  $[0,0,0]'$ , com estado inicial do controlador  $[0, 0, 0]'$  e do observador  $[1, 0, 0]'$ ) e plotamos o estado do sistema e o estado estimado pelo observador, que podem ser vistos nas figuras 5, 6 e 7.

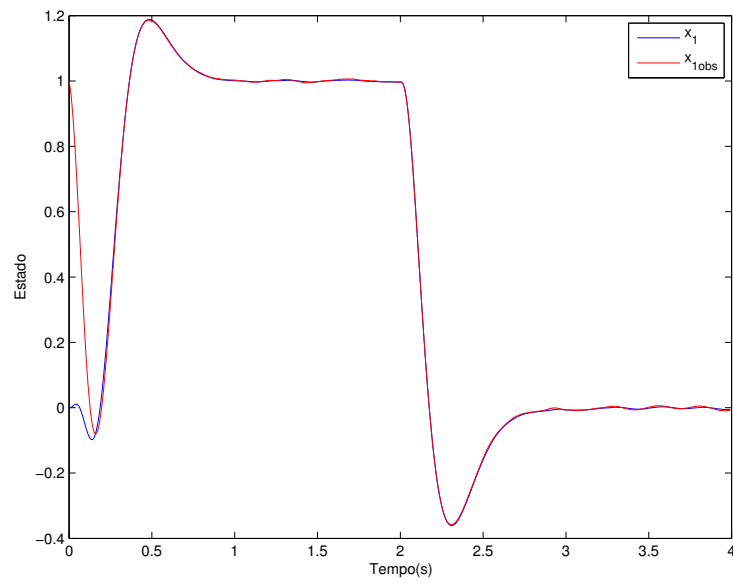


Figura 5: Estado  $x_1$  real e estimado do sistema para onda quadrada, com ruído branco

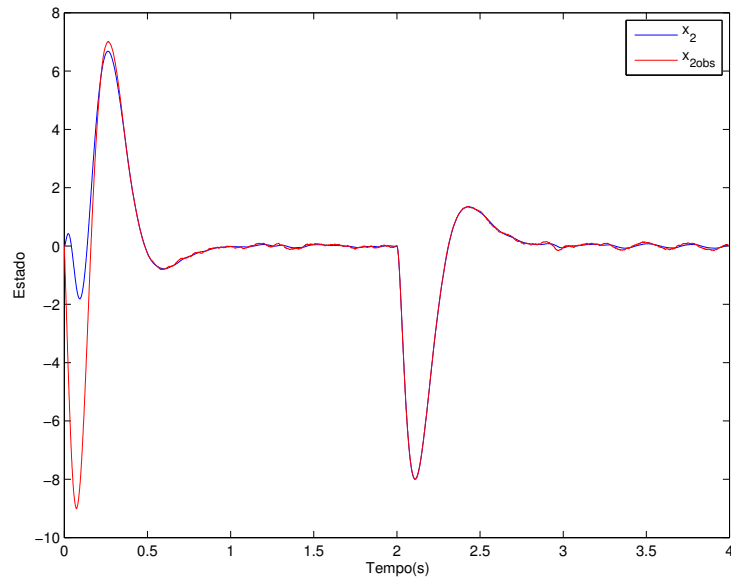


Figura 6: Estado  $x_2$  real e estimado do sistema para onda quadrada, com ruído branco

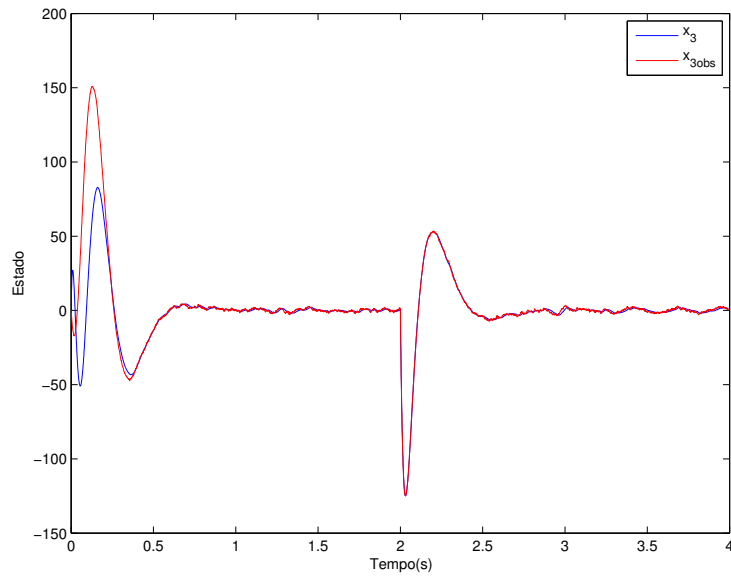


Figura 7: Estado  $x_3$  real e estimado do sistema para onda quadrada, com ruído branco



Como podemos ver o observador projetado segue bem o sistema real e não foi gravemente afetado pelo ruído.

Simulamos também a resposta deste controlador a uma rampa, mostrada na figura 8. Como podemos ver, o erro estacionário para essa entrada é nulo, conforme desejado.

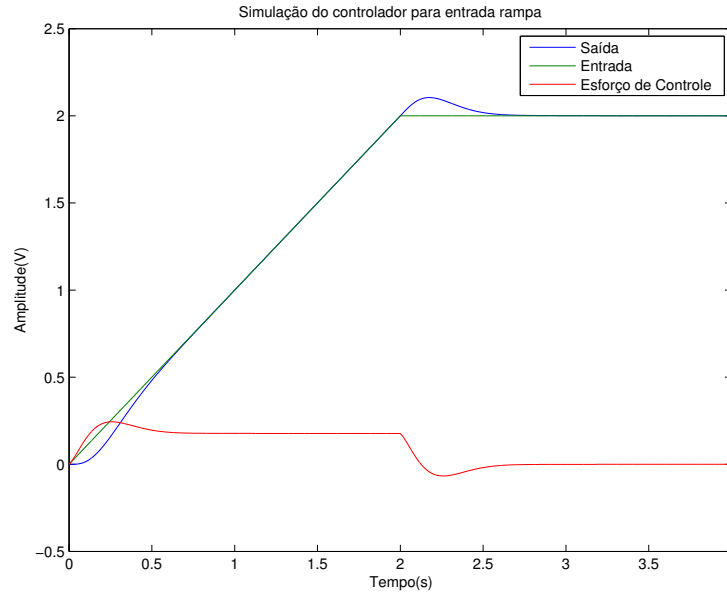


Figura 8: Resposta e esforço de controle para rampa

A tabela 2 apresenta as características da resposta desse controlador, obtida com o auxílio da função *stepinfo* do Matlab.

Tabela 2: Características da resposta do controlador

Sobrelevação	39.1095%
Tempo de estabilização	0.5089 [s]
Tempo de subida	0.0835 [s]
Erro estacionário (degrau)	0
Erro estacionário (rampa)	0

Como podemos ver o sistema atinge todas as especificações e não é muito susceptível a ruídos, porém ele apresenta uma sobrelevação bastante significativa. Nossa análise mostra que essa sobrelevação está associada à matriz  $M$ , porque quando relaxamos o critério de erro estacionário à rampa observa-se

uma diminuição do overshoot para 5%.

Isso acontece pois essa matriz acrescenta um zero (em  $-5.142$ ) no sistema. O efeito desse zero pode ser visto se levamos em consideração a função de transferência:

$$H_z(s) = \left(\frac{s}{z} + 1\right)H(s) = H(s) + \frac{1}{z}sH(s) \quad (19)$$

Logo a resposta ao degrau do sistema acrescentado de um zero será da forma:

$$Y_z(s) = \left(H(s) + \frac{1}{z}sH(s)\right)\frac{1}{s} = H(s)\frac{1}{s} + \frac{s}{z}H(s)\frac{1}{s} = Y(s) + \frac{s}{z}Y(s) \quad (20)$$

Tirando a transformada de Laplace inversa:

$$y_z(t) = y(t) + \frac{1}{z}\dot{y}(t) \quad (21)$$

Podemos ver então que ao acrescentar um zero no sistema nós somamos um termo derivativo à resposta original, o que causa um aumento na sobrelevação e uma aceleração na resposta do sistema (uma vez que nas transições a derivada terá um valor significativo). Para anular o efeito desse zero nós precisaríamos aumentar seu valor absoluto, porém para fazer isso e ainda cumprir a exigência de erro estacionário nulo para a rampa precisaríamos alterar a matriz  $K$ , o que implicaria no não cumprimento das outras exigências do projeto.

## 4 Referências

- [1] Roteiro do experimento disponibilizado para os alunos
- [2] KIAN, Marcelli; OLIVEIRA, Daniel. *Relatório - Experimento 2: Identificação de plantas eletrônicas.*