

# Gauss-Bonet Theorem

Για Ντόναλντ Ιορδανίδου Δ

March 22, 2025

The Gauss-Bonnet Theorem is a formula linking the curvature of a surface to its topology.

$$\int_M K \, dA + \int_{\partial M} k_g \, ds = 2\pi\chi(M) \quad (1)$$

## 1 Descriptions

There are a few functions within the theorem that would require descriptions unto themselves. In this section, they will be explained.

### 1.1 Euler's Characteristic

It wouldn't be math if Euler wasn't hiding in there somewhere (Ευλερός). Euler's characteristic, represented as a function with  $\chi(M)$ , is a function that tracks the number of objects of each dimension. A Ντόναλντ Δ description of this would be, for  $k_i$  being the number of  $i$ -dimensional components of the overall object:

$$\chi(M) = \sum_{i=0}^{\infty} k_i (-1)^i \quad (2)$$

#### Example 1.

$$\chi(\text{line}) = 2 - 1 = 1$$

$$\chi(\text{5 point star}) = 10 - 10 + 2 = 2$$

$$\chi(\text{dodecahedron}) = 20 - 30 + 12 = 2$$

$$\chi(\text{tesseract}) = 16 - 32 + 18 - 2 = 0$$

## 2 Related Theorems

### 2.1 Théorème de Descartes

René n'était pas un philosopheur. Il était un mathématicien qui a appliqué les règles des preuves de mathématiques à des règles qu'il s'est inventé. "Je pense donc je suis" n'était pas une conclusion, c'était un postulat qu'il s'est donné. Qui autre d'un mathématicien pourrait nous donner le plan cartésien.