



CÔNG THỨC TÍNH NHANH THỂ TÍCH TỨ DIỆN



THẦY ĐỖ VĂN ĐỨC | Khóa I2K6 | Buổi IE3

1. Thể tích tứ diện đều

★ Thể tích tứ diện đều cạnh bằng a là $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 1. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $AA'B'D'$ là tứ diện đều cạnh bằng a . Thể tích khối hộp bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

2. Thể tích tứ diện khi biết thông tin về 2 cạnh đối

★ Cho tứ diện $ABCD$, gọi d là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD , α là góc giữa hai đường thẳng AB và CD , khi đó $V_{ABCD} = \frac{1}{6}AB \cdot CD \cdot d \cdot \sin \alpha$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=1$. Lấy M, N là 2 điểm nằm trong hình vuông $ABCD$ (tính cả các điểm thuộc cạnh hình vuông), và P, Q là 2 điểm nằm trong hình vuông $A'B'C'D'$ (tính cả các điểm thuộc cạnh hình vuông). Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $MNPQ$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=1, AD=\sqrt{3}$. Biết $SA=SC=\sqrt{5}; SB=SD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Thể tích tứ diện $MNBD$ bằng bao nhiêu?

Đáp số: _____

3. (Vợ hai sin anh sung sướng 3 đêm)

★ Cho tứ diện $ABCD$, gọi $g((ABC);(ABD)) = \alpha$, khi đó: $V = \frac{2}{3} \frac{S_{ABC} \cdot S_{ABD} \cdot \sin \alpha}{AB}$

Câu 4. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $48\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Biết $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và $AB=a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

4. Thể tích tứ diện khi biết 1 các cạnh và góc phẳng xuất phát từ cùng 1 đỉnh

✪ Cho tứ diện $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \gamma$; $\widehat{BSC} = \alpha$; $\widehat{CSA} = \beta$; ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA.SB.SC.\sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$$

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$, tất cả các cạnh còn lại đều bằng nhau và bằng $\sqrt{3}x$. Tìm x biết thể tích khối tứ diện đã cho bằng 48 cm^3 .

A. $x = 2\sqrt{6}$.

B. $x = 3\sqrt{6}$.

C. $x = 3\sqrt{3}$.

D. $x = 2\sqrt{3}$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 môn Toán đợt 3 liên trường THPT – Nghệ An

Câu 7. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{BAA'} = 90^\circ$, $\widehat{DAA'} = 120^\circ$. Thể tích khối hộp bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = 6$, $SB = 2$, $SC = 4$, $AB = 2\sqrt{10}$ và $\widehat{SBC} = 90^\circ$, $\widehat{ASC} = 120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $4\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $6\sqrt{2}$.

D. $8\sqrt{2}$.

5. Thể tích tứ diện gần đều

✪ Tứ diện gần đều $ABCD$ là tứ diện thỏa mãn $AB = CD = a$; $AD = BC = b$; $AC = BD = c$.

Sau đây là một số tính chất của tứ diện gần đều:

- ① Tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của tứ diện bằng 180° ;
- ② Bốn mặt của tứ diện là các tam giác có diện tích bằng nhau;
- ③ Bốn đường cao của tứ diện bằng nhau;
- ④ Mỗi đường thẳng nối trung điểm của hai cặp cạnh đối là đường vuông góc chung của cặp cạnh tương ứng đó

► Thể tích của tứ diện được tính bởi công thức: $V = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}$

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = B'C = 5a$, $CC' = BD = 6a$, $CD' = AD = 7a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(CB'D')$

Đáp số: _____

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 8$, $AD = BC = 5$ và $AC = BD = 7$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính khoảng cách từ A đến mp (MCD)

A. $\frac{\sqrt{55}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{55}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{55}}{4}$.

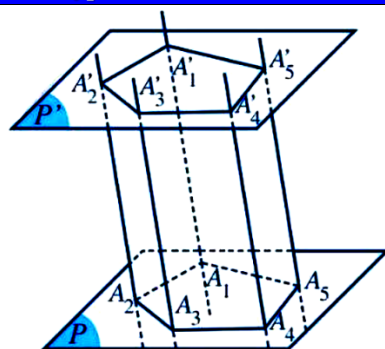
1. Nhắc lại định nghĩa về hình lăng trụ và hình hộp

✪ Định nghĩa hình lăng trụ

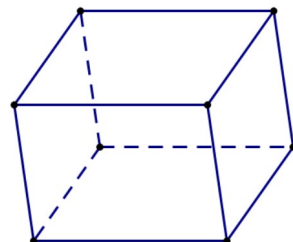
Cho hai mặt phẳng song song (P) và (P') .

Trong mặt phẳng (P) , cho đa giác $A_1A_2...A_n$. Qua các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$ vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt mặt phẳng (P') lần lượt tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$.

► Hình gồm hai đa giác $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$ và các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, ..., A_nA_1A'_1A'_n$, được gọi là hình lăng trụ, kí hiệu là $A_1A_2...A_n.A'_1A'_2...A'_n$.

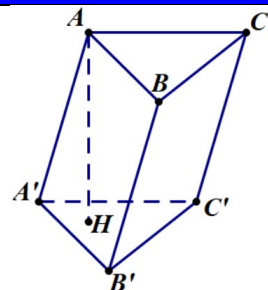


✪ Định nghĩa hình hộp: hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành



2. Công thức tính thể tích

✪ Khối lăng trụ có diện tích đáy là S và chiều cao bằng h thì thể tích là: $V = Sh$.



3. Một số lưu ý

✪ Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V .

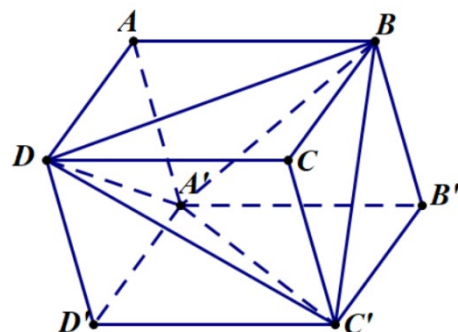
★ Thể tích khối chóp có đỉnh là 1 đỉnh của khối lăng trụ, đáy là một mặt đáy của lăng trụ (ví dụ, khối $A'.ABC$) là: $V' = \frac{1}{3}V$.

★ Thể tích khối chóp có đỉnh là 1 đỉnh của khối lăng trụ, đáy là một mặt bên của lăng trụ (ví dụ, khối $A'.BCC'B'$) là: $V' = \frac{2}{3}V$.

✪ Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích là V .

★ Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là: $V' = \frac{1}{6}V$.

★ Thể tích tứ diện $ACB'D'$ là: $V' = \frac{1}{3}V$.



4. Lăng trụ đứng

Câu 1. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BC = a$, $AC = 2a$, tam giác ABC vuông tại B . Biết mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT năm 2023 môn Toán sở GD&ĐT Nghệ An

Câu 2. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$.

B. $\frac{3}{8}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 môn Toán liên trường THPT – Nghệ An

5. Lăng trụ xiên

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của $B'C'$. Biết khoảng cách của hai đường thẳng $B'C'$ và AC' bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích khối tứ diện $ACB'B$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 môn Toán đợt 3 liên trường THPT – Nghệ An

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Câu 4. Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $4a$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ biết $AB = 2a\sqrt{2}$, $AC' = 6a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2a^3\sqrt{21}$.

B. $4a^3\sqrt{21}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{21}}{3}$.

D. $\frac{4a^3\sqrt{21}}{3}$.

Câu 6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = AA' = a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết rằng $AB = AA' = a, AC = \sqrt{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$ và tạo mặt phẳng đáy một góc bằng 60° , diện tích tam giác ABC bằng a^2 . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 10. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. B. $\frac{3}{4}a^3$. C. $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 12. Cho khối hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, \widehat{ABC} = 120^\circ$, đường thẳng AC_1 tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích khối hộp đã cho

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 14. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AC' = \sqrt{6}a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 15. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 30° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Nguồn: Đề thi học kỳ 2 Toán 12 năm 2022 – 2023 sở GD&ĐT Nam Định

Câu 16. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của hai cạnh $AC, A'C'$. Biết $AM' = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ và $AM' \perp BM$. Thể tích hình lăng trụ bằng:

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{8}$.

Nguồn: Đề thi thử TN THPT 2023 môn Toán lần 2 trường THPT chuyên ĐH Vinh – Nghệ An

Câu 17. Một người dự định sử dụng hết $1,5\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}\text{m}^3$.

B. $\frac{1}{6}\text{m}^3$.

C. $\frac{1}{9}\text{m}^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{m}^3$.

Nguồn: Đề thi thử TN THPT 2023 môn Toán lần 2 trường THPT chuyên ĐH Vinh – Nghệ An

Câu 18. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 1$, tang của góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABB'A')$ bằng 2. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. $5\sqrt{5}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Nguồn: Đề thi thử TN THPT 2023 môn Toán lần 1 trường THPT chuyên ĐH Vinh – Nghệ An

Câu 19. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Hai đường thẳng AB' và BC' vuông góc với nhau. Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 môn Toán lần 2 liên trường THPT – Nghệ An

Câu 20. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3}{2}$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT năm 2023 môn Toán sở GD&ĐT Bắc Ninh

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 môn Toán lần 2 sở GD&ĐT Nam Định

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, góc giữa hai mặt phẳng ABC và $(A'B'C')$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'M$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .

B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Nguồn: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 môn Toán cụm trường THPT TP Nam Định

--- Hết ---