

Devoir 1

Date de remise : 25 septembre 2017

Moment d'inertie et accélération angulaire

Le problème consiste à étudier le comportement de la navette spatiale américaine et de son lanceur illustrés à la figure 1 (voir [wikiwand](#)). Le système navette-lanceur sera simulé en utilisant des cônes et des cylindres, comme illustré à la figure 2. Le système de coordonnées du laboratoire est décrit à la figure 2 (l'origine du système de référence est localisée au bas et au centre de la navette lorsqu'elle est sur la rampe de lancement).

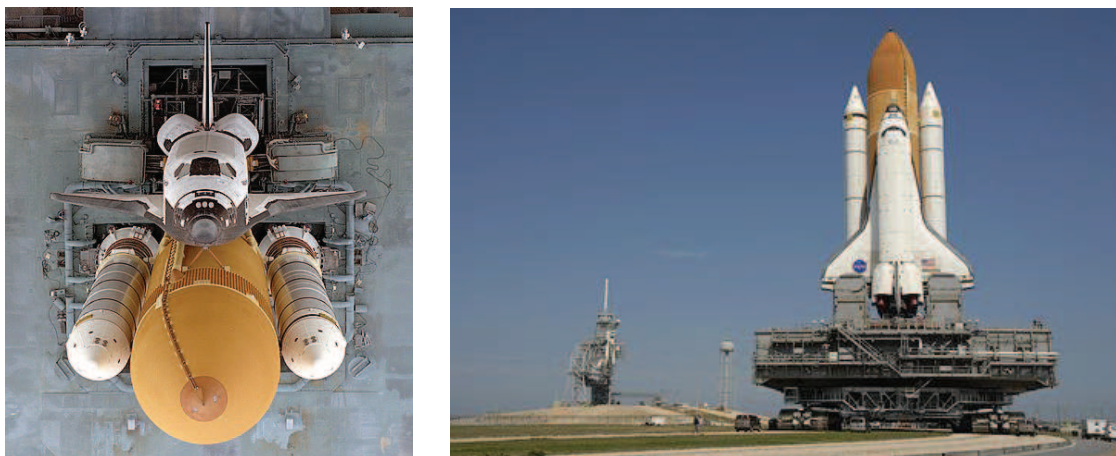


Figure 1: Navette spatiale américaine avec son lanceur vue du haut (gauche) et de face (droite).

Les dimensions et masses des différentes composantes de la navette spatiale et de son lanceur décrites, en termes de cylindres et de cônes à la figure 2, sont les suivantes :

- La navette

Nous supposons ici qu'elle peut être représentée par un cylindre plein vertical de hauteur $h_{1,n} = 27.93$ m et de rayon $r_{1,n} = 3.5$ m sur lequel est déposé un cône plein de hauteur $h_{2,n} = 9.31$ m et de rayon $r_{2,n} = r_{1,n}$. La masse volumique de la navette est uniforme, la masse totale au décollage étant de 109 tonnes.

- Le réservoir

Il peut être représenté par un cylindre plein vertical de hauteur $h_{1,r} = 39.1$ m et de rayon $r_{1,r} = 4.2$ m sur lequel est déposé un cône plein de hauteur $h_{2,r} = 7.8$ et de rayon $r_{2,r} = r_{1,r}$. Les deux tiers inférieurs du réservoir d'une hauteur totale de 46.9 m contiennent 108 tonnes d'hydrogène (masse volumique uniforme) et le tiers supérieur

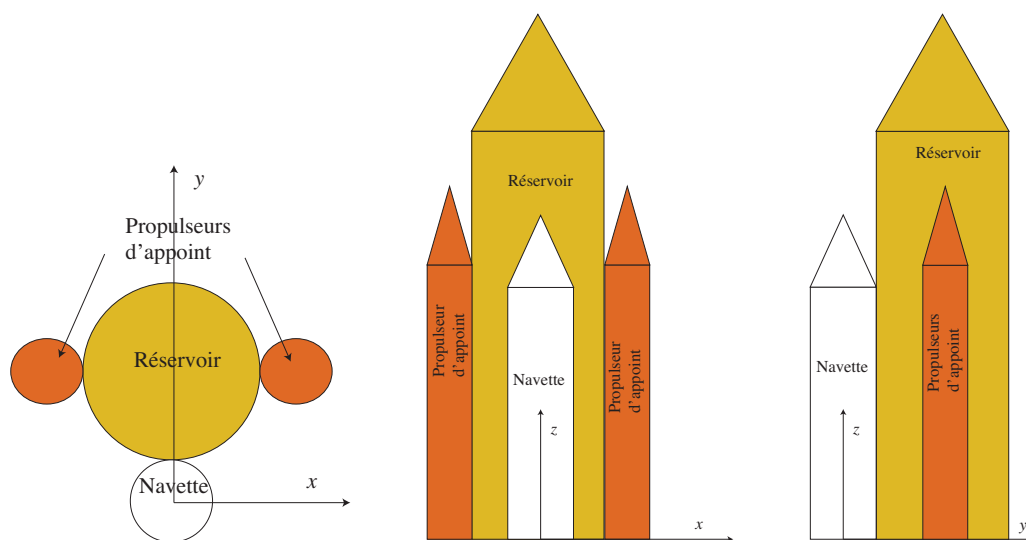


Figure 2: Modèle de la navette spatiale américaine avec son lanceur vue du haut (gauche), de côté (centre) et de face (droite)

(incluant le cône) contient 631 tonnes d'oxygène (masse volumique uniforme). Pour simplifier les calculs, nous négligerons la masse des parois du réservoir.

- Les propulseurs d'appoint

Ils peuvent être représentés par des cylindres pleins verticaux de hauteur $h_{1,p} = 39.9$ m et de rayon $r_{1,p} = 1.855$ m sur lesquels sont déposés des cônes pleins de hauteur $h_{2,p} = 5.6$ et de rayon $r_{2,p} = r_{1,p}$. La masse volumique des propulseurs est uniforme, la masse totale au décollage de chaque propulseur est de 469 tonnes. Ils sont attachés au réservoir, le centre des propulseurs dans la direction y correspondant au centre du réservoir dans la même direction.

L'origine du système de coordonnées du laboratoire (voir figure 2) correspond à la position d'un point situé au bas et au centre du cylindre composant la navette (point où la force exercée par le moteur de la navette est appliquée).

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab qui permet de calculer la position du centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire du système navette-propulseur pour différentes conditions initiales. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit :

```
[pcmNL INL alphaNL]=Devoir1(AngRot,vangulaire,forces,posNL)
```

Les données d'entrée pour cette fonction sont :

- `AngRot` représente l'angle de rotation (en radians) de la navette autour de l'axe des x .
- `vangulaire` est le vecteur $\vec{\omega}$ décrivant la vitesse angulaire (en radians/s) de la navette autour de son centre de masse.
- `forces` est un vecteur de trois composantes indiquant les forces (Newton) exercées par le moteur de la navette et les propulseurs. Ainsi :
 - `forces(1)` est la force exercée par le moteur de la navette. Cette force est dans la direction de l'axe du cylindre composant la navette et est exercée au bas et au centre de ce cylindre ;
 - `forces(2)` est la force exercée par le propulseur de gauche. Cette force est dans la direction de l'axe du cylindre composant le propulseur de gauche et est exercée au bas et au centre de ce cylindre ;
 - `forces(3)` est la force exercée par le propulseur de droite. Cette force est dans la direction de l'axe du cylindre composant le propulseur de droite et est exercée au bas et au centre de ce cylindre.
- `posNL` est le vecteur \vec{r}_n indiquant la position de la navette dans l'espace. Il correspond à la position d'un point situé au bas et au centre du cylindre composant la navette (point où est appliquée la force `forces(1)`).

Les résultats produits par cette fonction Matlab sont :

- `pcmNL`, le vecteur $\vec{r}_{c,n}$ indiquant la position du centre de masse de la navette ;
- `INL`, le moment d'inertie I_n de la navette par rapport à son centre de masse dans le système du laboratoire ;
- `alphaNL`, le vecteur $\vec{\alpha}_{c,n}$ indiquant l'accélération angulaire du système navette-lanceur autour de son centre de masse.

Simulations requises

Vous devez ensuite utiliser cette fonction pour analyser deux différentes situations :

- Cas 1.

Le système navette-lanceur est sur la rampe de lancement ($\vec{r}_n = (0, 0, 0)^T$). Sa vitesse angulaire est alors nulle. La force appliquée par le moteur de la navette est de 11 MN et les forces exercées par chacun des propulseurs de 8.75 MN (au bas et au centre de chacun des propulseurs). Ces forces sont dirigées dans la direction z .

- Cas 2.

Un accident se produit lorsque le système navette-lanceur atteint une hauteur d'environ 50 m ($\vec{r}_c = (0, -19.6075, 50)^T$ m), car le propulseur d'appoint de droite (voir figure 2 au centre) s'éteint de façon inopinée. La vitesse angulaire du système navette-lanceur autour de son centre de masse est $\vec{\omega} = (-0.54, 0, 0)^T$ rad/s et le propulseur d'appoint de droite n'exerce plus aucune force sur le système. La navette a aussi subi une rotation d'un angle $-\pi/3$ autour de l'axe x après les 4 secondes requises pour atteindre cette altitude. Ici, vous pouvez supposer que les masses du réservoir et des propulseurs d'appoint sont demeurées constantes pendant cette même période de temps. La force appliquée par le moteur de la navette est toujours de 11 MN et celle du propulseur de gauche de 8.75 MN (au bas et au centre de chacun des propulseurs). Ces forces sont dirigées dans la direction correspondant aux axes des cylindres qui composent la navette et le propulseur.

Instructions pour le devoir

Le devoir sera noté sur 15. Cette note sera divisée en deux parties : 10 points seront alloués au rapport et 5 points à la fonction `Devoir1.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (10 points)

1. Mise en page (0,5 point).

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport.

2. Orthographe et syntaxe (0,5 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (0.5 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations(4 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel.

5. Présentation et analyse des résultats (4 points)

Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les deux simulations requises.

6. Conclusion (0,5 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (5 points)

1. L'interface utilisateur est conforme aux instructions du devoir (1,5 point).

2. Le logiciel peut être exécuté (2,0 points).

3. Le logiciel possède toutes les fonctions demandées (1,5 point).

Moment d'inertie et centre de masse d'un cône plein de masse volumique uniforme

Le cône plein de direction z décrit à la figure 3 a un rayon r , une hauteur h et une masse m . Son axe est centré au point $x = 0$ et $y = 0$. Son volume est

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3},$$

son centre de masse est localisé à $\vec{r}_c = (0, 0, h/4)^T$ et son moment d'inertie par rapport au centre de masse est

$$\mathbf{I} = m \begin{pmatrix} \frac{12r^2+3h^2}{80} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12r^2+3h^2}{80} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3r^2}{10} \end{pmatrix}$$

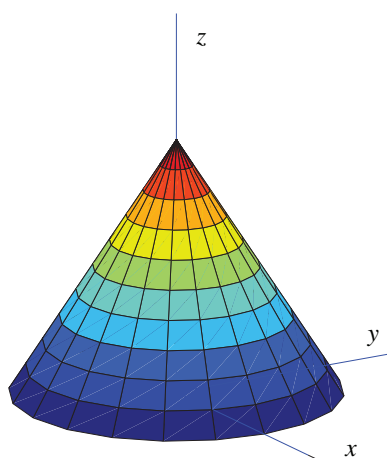


Figure 3: Géométrie d'un cône plein.