Bacharelado em Ciência da Computação

Processamento de Imagens

Morfologia Matemática – Parte 1

Regina Célia Coelho

Introdução

- Morfologia: denota uma área da biologia que estuda a forma e a estrutura de animais e plantas.
- Morfologia matemática (MM) concentra seus esforços no estudo da estrutura geométrica das entidades presentes em uma imagem.

Introdução

- MM é uma ferramenta para a extração de componentes de imagens que sejam úteis na representação e descrição da forma de uma região, como por exemplo, as fronteiras e os esqueletos.

- Pode ser aplicada em várias áreas do PI como realce, filtragem, segmentação, detecção de bordas, esqueletização, afinamento, etc.

Introdução (cont.)

- Facilita o cálculo de regiões em uma imagem.
- Suaviza bordas corrigindo imperfeições (ruídos, vales ou protuberâncias) obtidas pelos métodos de segmentação.
- Separa regiões que o processo de segmentação uniu.
- Uni regiões que o processo de segmentação separou.

Introdução (cont.)

- O princípio básico da MM consiste em extrair informações relativas à geometria e à topologia de um conjunto desconhecido (uma imagem) pela transformação por outro conjunto completamente definido, chamado **elemento estruturante**.

- A base da MM é a teoria de conjuntos.

Introdução (cont.)

- Para uma imagem binária, o conjunto de todos os pixels pretos ou brancos descreve completamente uma imagem.

- Assim, em imagens binárias, os conjuntos em questão são membros do espaço inteiro bidimensional Z^2, em que cada elemento do conjunto é um vetor 2D de coordenadas (x,y) do pixel na imagem.

- Imagens em níveis de cinza, podem ser representadas por um conjunto de elementos no espaço Z^3, sendo os 2 primeiros elementos as coordenadas do pixel e o 3º, seu nível de cinza.

Princípios Básicos

- Começaremos considerando apenas imagens binárias.
- Um ponto se representa por um par de inteiros que correspondem às coordenadas da imagem digital.
- Como a imagem é binária, os pontos do conjunto de pontos *X* da imagem são *pixels* com valor binário 1.

Princípios Básicos *(cont.)*

- O complementar de X (X^c) corresponde ao fundo com valor 0, ou seja:

$$X^c = \{w \mid w \notin B\}$$

Princípios Básicos *(cont.)*

- Suponha que a origem da matriz a seguir é marcada com um ponto e tem coordenada (0,0). Qual o conjunto X de pontos da matriz? E seu complemento?

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Princípios Básicos *(cont.)*

- Suponha que a origem da matriz a seguir é marcada com um ponto e tem coordenada (0,0). Qual o conjunto X de pontos da matriz? E seu complemento?

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \{(0,1),(0,2),(0,3),(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$$

Princípios Básicos (cont.)

- Suponha que a origem da matriz a seguir é marcada com um ponto e tem coordenada (0,0). Qual o conjunto X de pontos da matriz? E seu complemento?

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \{(0,1),(0,2),(0,3),(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$$

$$X^c = \{(0,0),(0,4),(1,0),(1,4),(2,0),(2,1),(2,4),(3,0),(3,1),(3,4),(4,0),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}$$

Princípios Básicos (cont.)

- Ideia básica da MM: comparar conteúdo de uma imagem com outra menor, denominada *elemento estruturante*. De modo geral, este elemento contém características geométricas e/ou topológicas relacionadas com a informação que pretendemos extrair da imagem de interesse.

- Nas operações morfológicas um elemento estruturante percorre todo o conjunto que representa a imagem.

- Ele é aumentado para que fique retangular.

Princípios Básicos (cont.)

- Todo elemento estruturante possui uma origem, cujas coordenadas são (0,0) e são indicadas por um ponto.
- Finalmente, enquanto varre a imagem, um novo conjunto é gerado, que corresponde à imagem transformada.
- A transformação é uma função dos elementos escuros e claros sobre os elementos correspondentes da imagem original.

Princípios Básicos (cont.)

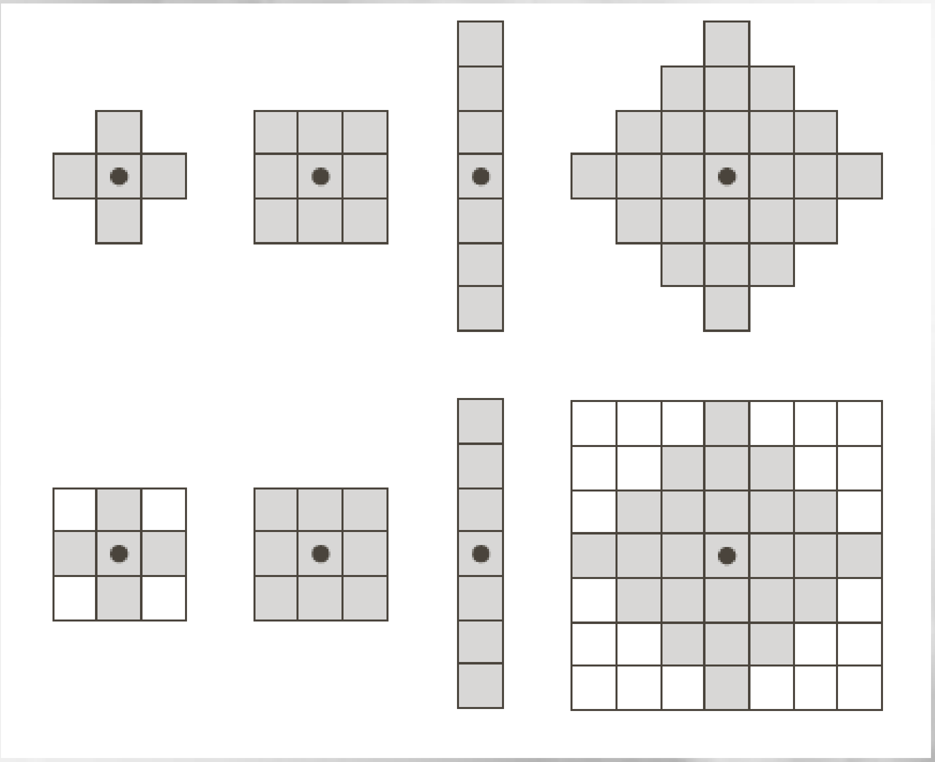


FIGURE 9.2 First row: Examples of structuring elements. Second row: Structuring elements converted to rectangular arrays. The dots denote the centers of the SEs.

Princípios Básicos (cont.)

- Exemplos de elementos estruturantes:

$$
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bullet 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
\qquad
\begin{bmatrix} & 1 & \\ 1 & \bullet 1 & 1 \\ & 1 & \end{bmatrix}
\qquad
\begin{bmatrix} 1 & \bullet 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Princípios Básicos (cont.)

- Elementos estruturantes mais comuns:

1	1	1		1	0	1		0	1	0
1	1	1		0	1	0		1	1	1
1	1	1		1	0	1		0	1	0
0	0	0		0	1	0		0	0	1
1	1	1		0	1	0		0	1	0
0	0	0		0	1	0		1	0	0
1	0	0								
0	1	0								
0	0	1								

Dilatação

- Objetivo: conectar lacuna.
- O efeito de uma dilatação é aumentar as borda dos objetos.
- Dilatação ($\oplus$) combina dois conjuntos (*X* e *B*) usando adição de vetores.
- Assim, $X \oplus B$ é o conjunto de pontos de todas as possíveis adições vetoriais de pares de elementos.

Dilatação (cont.)

- Exemplo:

$X = \{(0,1),\ (1,2),(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}$

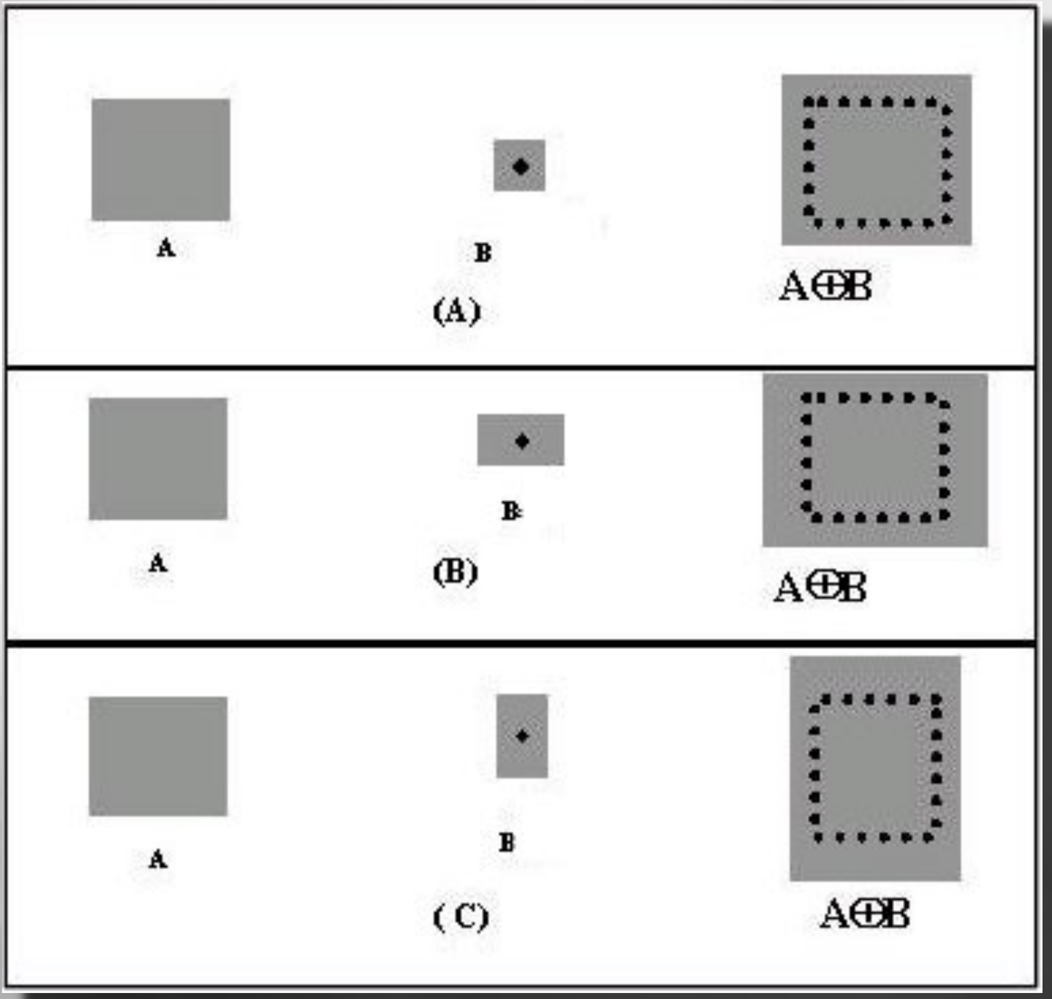
$B = \{(0,0),(0,1)\}$

$X \oplus\ B = \{(0,1),(0,2),(1,2),(1,3),(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),\ (3,2)\}$

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \bullet 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dilatação (cont.)

- Exemplos:



Dilatação (cont.)

- Há duas situações em que podemos ter aumento no tamanho da imagem final em relação à imagem inicial:
  - Quando o ponto representativo não for membro do elemento estruturante;
  - Quando há bordas na primeira ou última coluna da imagem.

Dilatação (cont.)

- Graficamente, a dilatação se realiza da seguinte forma:
  - percorremos a imagem, por exemplo, da esquerda para a direita e de cima para baixo;
  - onde encontrarmos um 1, situamos a origem do elemento estruturante sobre esse 1;
  - carimba o elemento estruturante nesta posição, alterando os valores dos vizinhos do ponto encontrado (e até do próprio ponto) de acordo com o elemento estruturante.

Dilatação (cont.)

- Exemplos:

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 & \bullet 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dilatação (cont.)

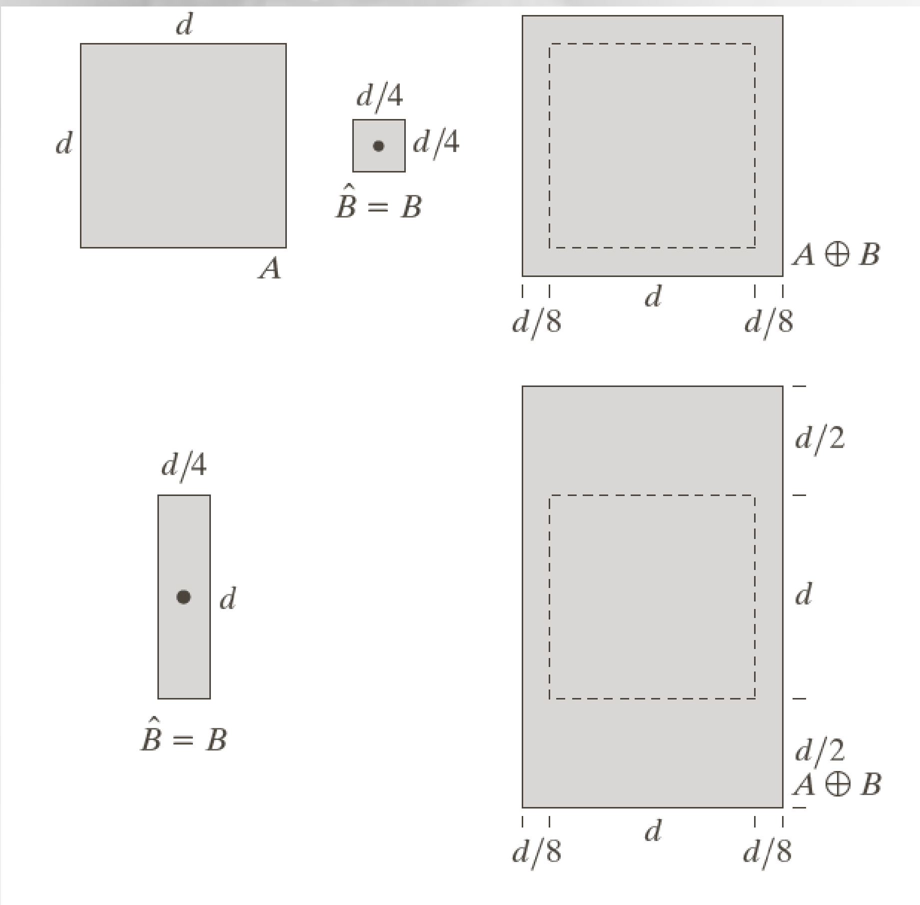
- Exemplos:

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 & \bullet 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bullet 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bullet 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dilatação (cont.)

- Exemplos:

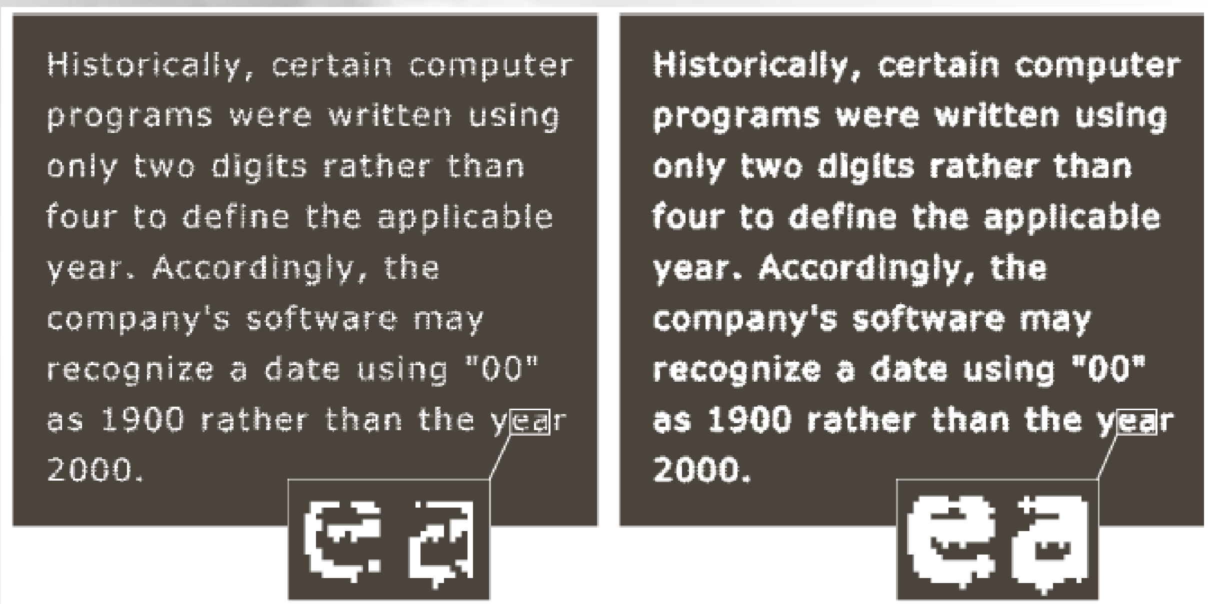


a b c
d e

FIGURE 9.6
(a) Set A.
(b) Square structuring element (the dot denotes the origin).
(c) Dilation of A by B, shown shaded.
(d) Elongated structuring element. (e) Dilation of A using this element. The dotted border in (c) and (e) is the boundary of set A, shown only for reference

Dilatação (cont.)

- Exemplos:



0	1	0
1	1	1
0	1	0

a c
b

FIGURE 9.7
(a) Sample text of poor resolution with broken characters (see magnified view).
(b) Structuring element.
(c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.

Erosão

- Serve para eliminar detalhes irrelevantes na imagem.
- O efeito da aplicação de erosão é a redução do número de pontos do objeto (área do objeto).
- Erosão ($\otimes$ ou $\ominus$) combina dois conjuntos (*X* e *B*) tal que *B*, ao ser transladado para uma posição de *X*, esteja totalmente incluído no conjunto *X*, ou seja, todos os pontos resultantes da adição de *B* em cada posição *X* devem estar incluídos em *X*.
- Nem a erosão nem a dilatação são transformações inversível, ou seja, não conseguimos recuperar a imagem original.

Erosão

- A erosão equivale a uma fazermos uma soma vetorial e verificar se o resultado obtido contém apenas pontos que já pertencem à imagem original. Se sim, o ponto da imagem usado na soma fará parte do conjunto de pontos resultante da erosão, caso contrário, ele não entrará na solução.

Erosão (cont.)

- Graficamente, a erosão se realiza da seguinte forma:
  - percorremos a imagem, por exemplo, da esquerda para a direita e de cima para baixo;
  - onde encontrarmos um 1, situamos a origem do elemento estruturante sobre esse 1;
  - se todo os uns do elemento estruturante coincidirem com os uns da imagem, então marcamos o *pixel* da imagem onde está a origem do elemento estruturante com o valor 1.
- Desta forma, *pixels* na borda do objeto falham no teste e são convertidos para pretos e *pixels* no interior do objeto passam no teste, portanto não são alterados.

Erosão (cont.)

- Exemplo 1:

  $X = \{(0,2), (1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(4,2)\}$

  $B = \{(0,0),(0,1)\}$

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \bullet 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

Erosão (cont.)

- Exemplo 1:

$X = \{(0,2), (1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(4,2)\}$

$B = \{(0,0),(0,1)\}$

$X \ominus B = \{(2,0),(2,1),(2,2)\}$

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \bullet 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Erosão (cont.)

- Exemplo 2: Considerando o elemento estruturante do último exemplo da dilatação (que aumentou o número de linhas na dilatação)

X = {(0,2),(1,0),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(4,2),(4,3)}

B = {(-1,0),(0,0),(0,1)}

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bullet 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

Erosão (cont.)

- Exemplo 2: Considerando o elemento estruturante do último exemplo da dilatação (que aumentou o número de linhas na dilatação)

$X = \{(0,2),(1,0),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(4,2),(4,3)\}$

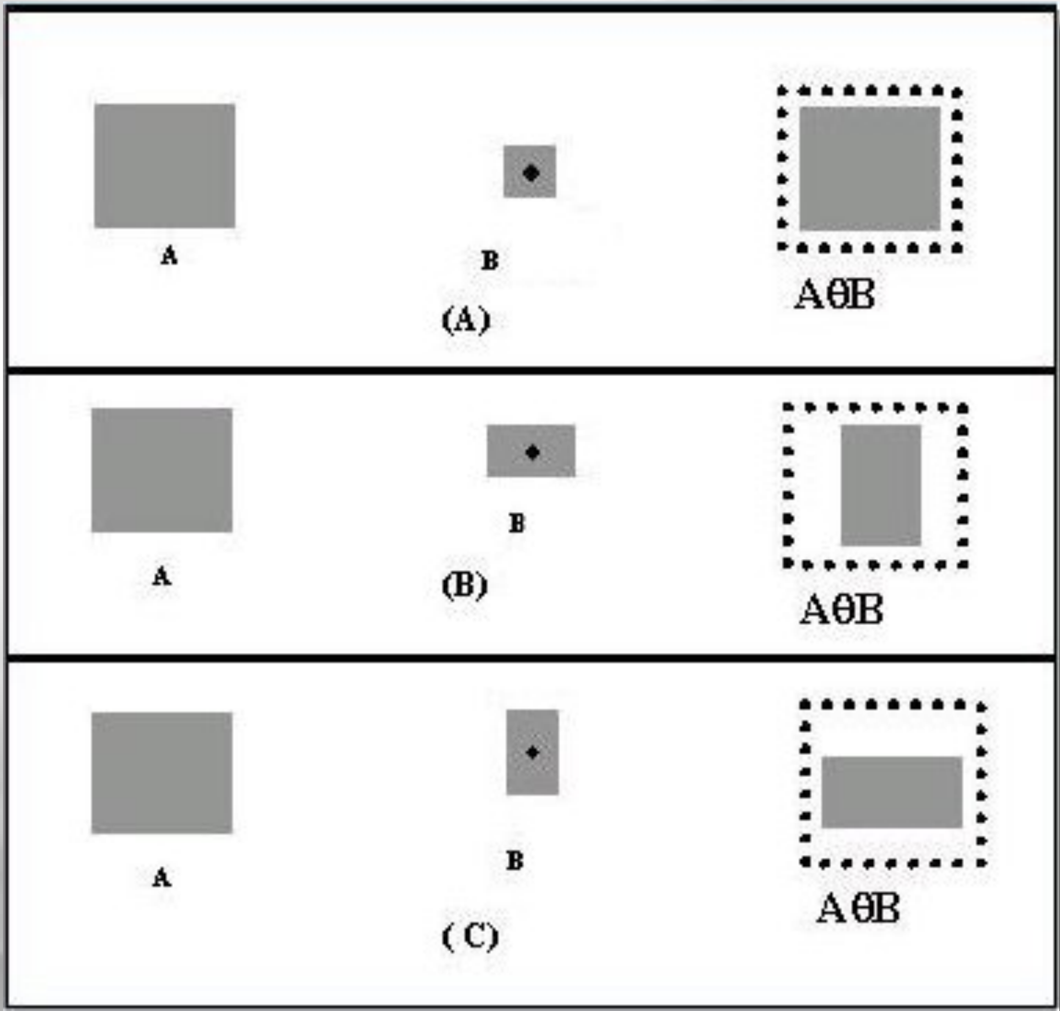
$B = \{(-1,0),(0,0),(0,1)\}$

$X \ominus B = \{(2,0),(2,2),(4,2)\}$

$$\begin{bmatrix} \bullet 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bullet 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Erosão (cont.)

- Exemplos:



Erosão *(cont.)*

- Podemos notar pelo exemplo anterior o desaparecimento de muitos contornos existentes na imagem original.

- A erosão é utilizada para simplificar a estrutura dos objetos. Assim, objetos complicados podem se transformar em objetos mais simples.

Erosão (cont.)

- Exemplos:

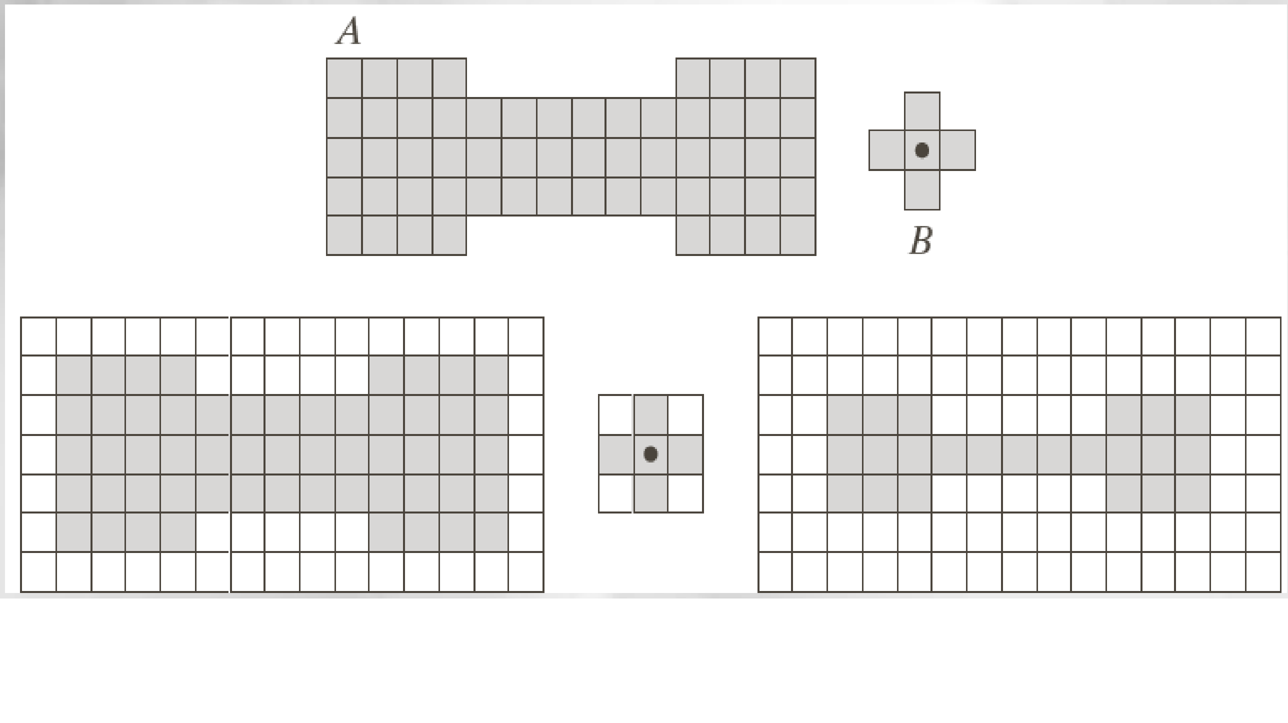


FIGURE 9.3 (a) A set (each shaded square is a member of the set). (b) A structuring element. (c) The set padded with background elements to form a rectangular array and provide a background border. (d) Structuring element as a rectangular array. (e) Set processed by the structuring element.

Erosão (cont.)

- Exemplos:

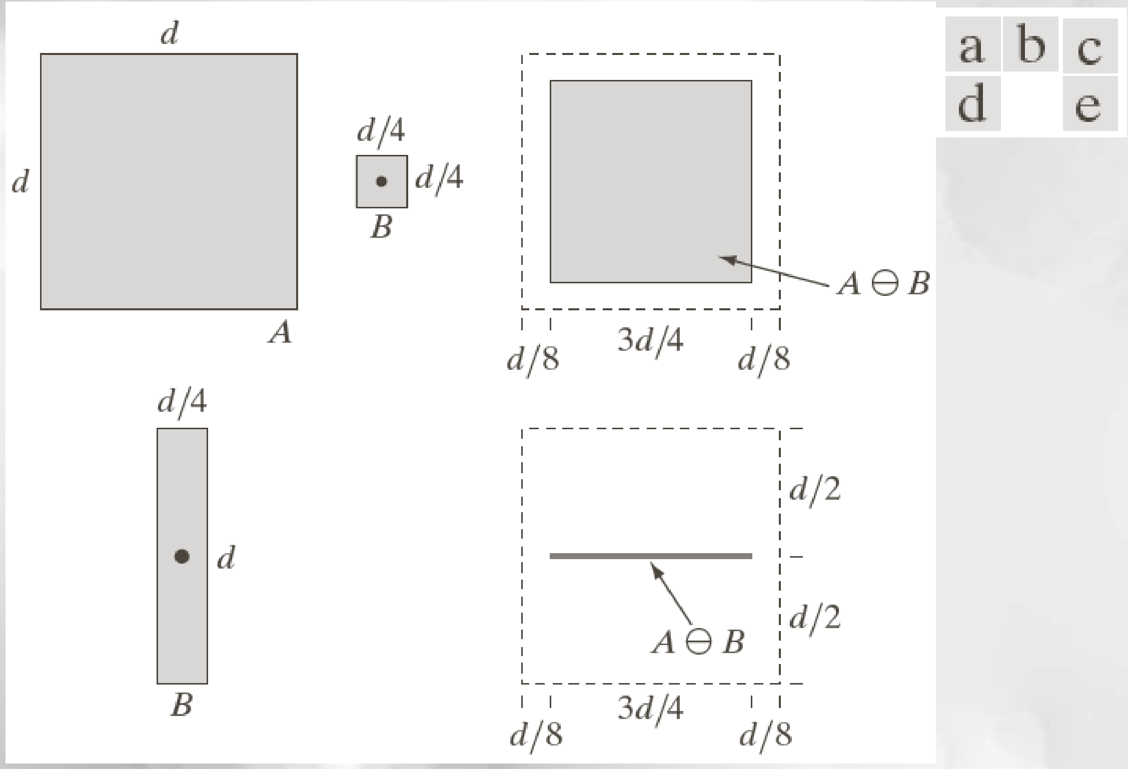
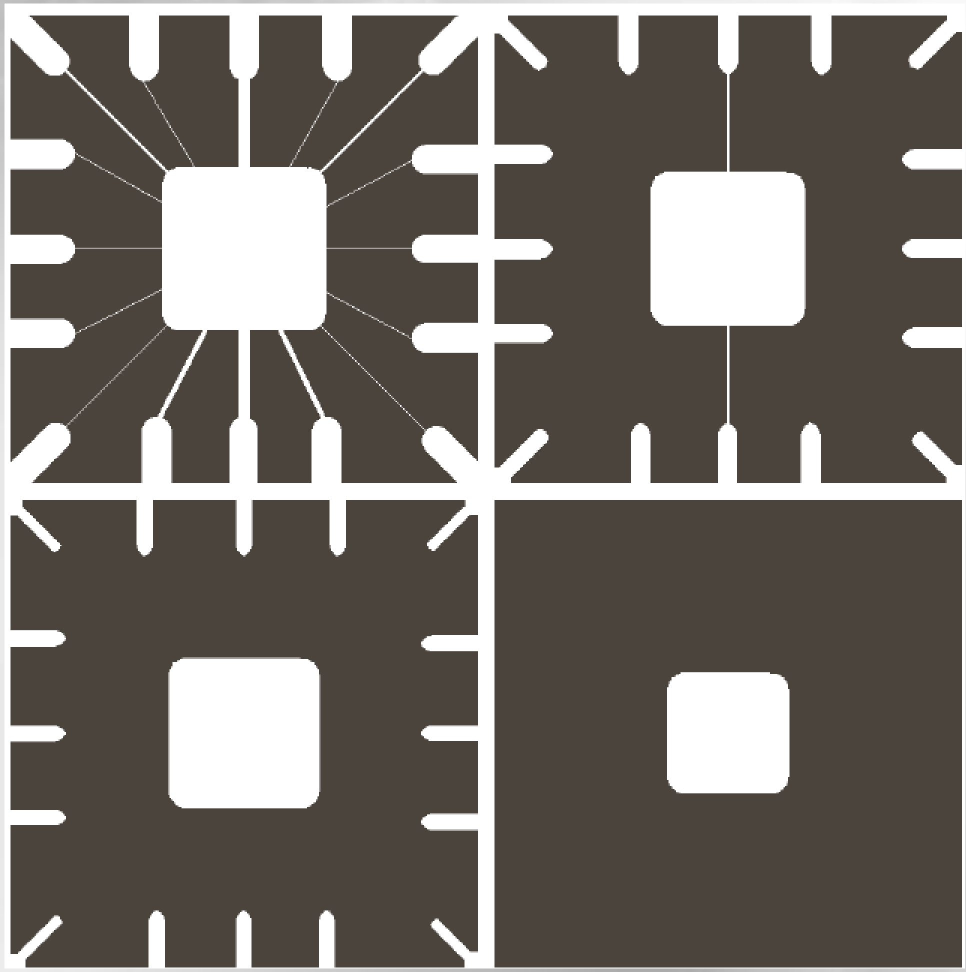


FIGURE 9.4 (a) Set A. (b) Square structuring element, B. (c) Erosion of A by B, shown shaded. (d) Elongated structuring element. (e) Erosion of A by B using this element. The dotted border in (c) and (e) is the boundary of set A, shown only for reference.

Erosão (cont.)

- Exemplos:



a	b
c	d

FIGURE 9.5 Using erosion to remove image components. (a) A 486×486 binary image of a wire-bond mask. (b)–(d) Image eroded using square structuring elements of sizes 11×11, 15×15, and 45×45, respectively. The elements of the SEs were all 1s.

Combinando Dilatação e Erosão

- Duas dilatações e uma erosão: este procedimento é muito utilizado para conectar regiões ou sumir com buracos. As duas dilatações fazem com que o buraco suma e não reapareça ao fazer a erosão.

Abertura e Fechamento

- São operadores compostos pelos operadores básicos de erosão e dilatação estando a diferença na sequência de operações.

- Abertura: erosão seguida da dilatação

$$X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$$

- Fechamento: dilatação seguida da erosão

$$X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$$

Abertura e Fechamento (cont.)

- A abertura pode ser feita realizando *n* erosões seguidas pelo mesmo número de dilatações. Isto elimina objetos menores que *n*B*, quebra pequenas conexões entre objetos, mantendo a área dos objetos maiores imutáveis.
- A abertura suaviza contornos de regiões, suavizando cantos da imagem.

Abertura e Fechamento (cont.)

- Por outro lado, o fechamento pode ser feito utilizando *n* ciclos de dilatação seguido do mesmo número de erosões. Seu efeito é fechar espaços menores que *B* mantendo a área dos objetos maiores imutáveis. Pode ser usado para suavizar contornos rugosos criados durante a segmentação e permitir o preenchimento de buracos.

- O fechamento elimina pequenos detalhes de regiões.

Abertura e Fechamento (cont.)

- A abertura e o fechamento com um elemento estruturante isotrópico se utiliza para eliminar detalhes específicos da imagem original.
- O fechamento conecta objetos que estão próximos entre si, fecha pequenos buracos e suaviza o contorno do objeto preenchendo os pequenos vales.
- A abertura regulariza os contornos e elimina pequenas "ilhas" e "cabos" estreitos de uma imagem.

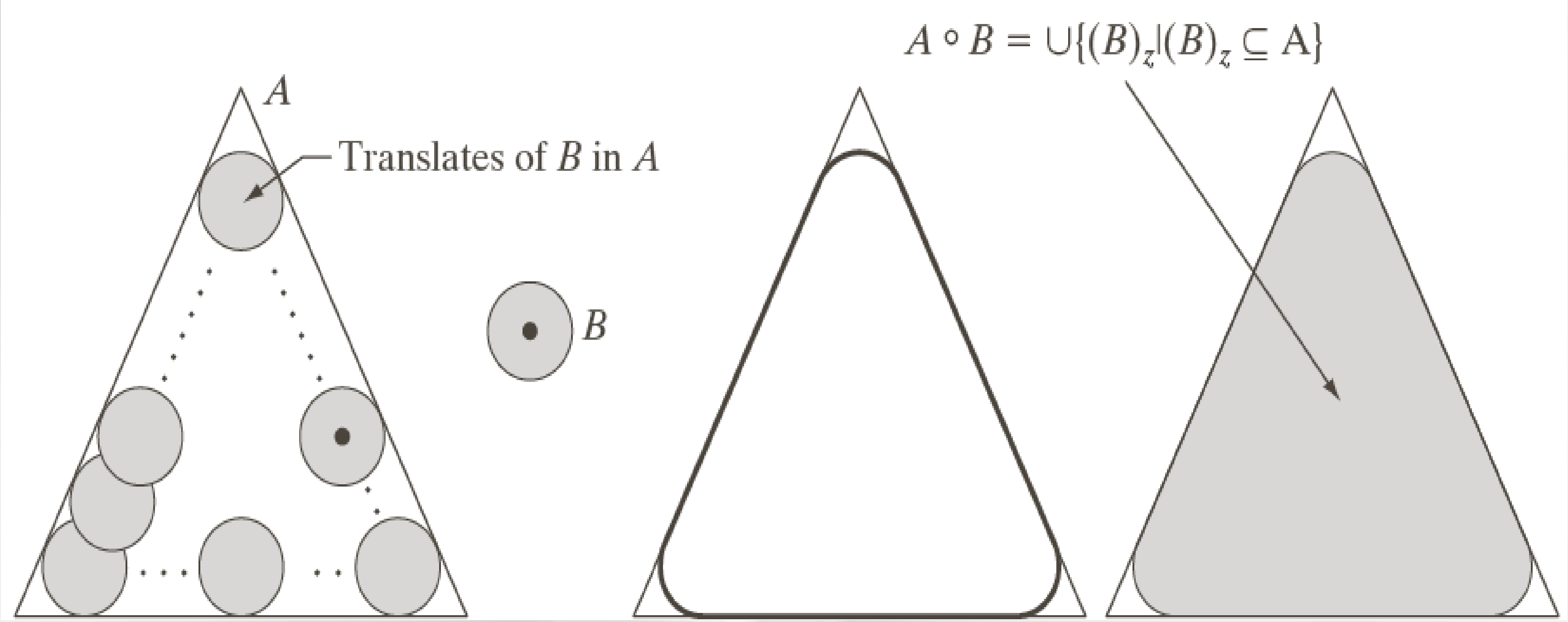
Abertura e Fechamento (cont.)

- Assim, a abertura tem como objetivos principais:
  - separar objetos muito próximos em uma imagem, ou seja, criar espaços (aberturas) entre objetos na imagem;
  - eliminar ruídos.

Abertura e Fechamento (cont.)

- O fechamento, por sua vez, tem como objetivos principais:
  - eliminar espaços entre objetos em uma imagem;
  - eliminar falhas dentro dos objetos da imagem (*pixels* brancos em um objeto negro, por exemplo);
  - suavizar as bordas de um objeto na imagem.

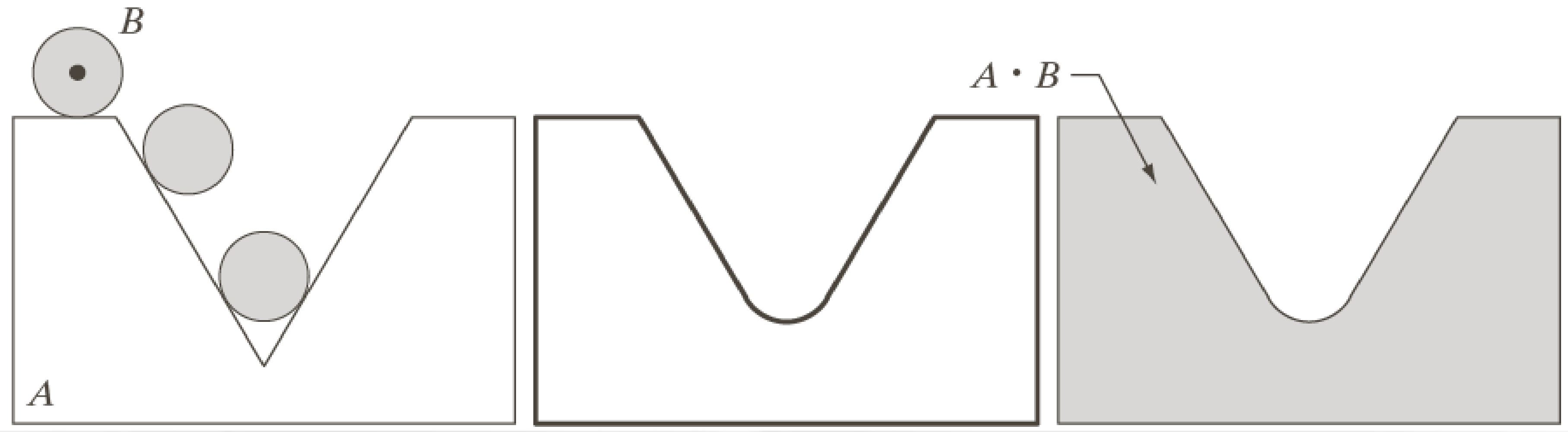
Abertura e Fechamento (cont.)



a b c d

FIGURE 9.8 (a) Structuring element B "rolling" along the inner boundary of A (the dot indicates the origin of B). (b) Structuring element. (c) The heavy line is the outer boundary of the opening. (d) Complete opening (shaded). We did not shade A in (a) for clarity.

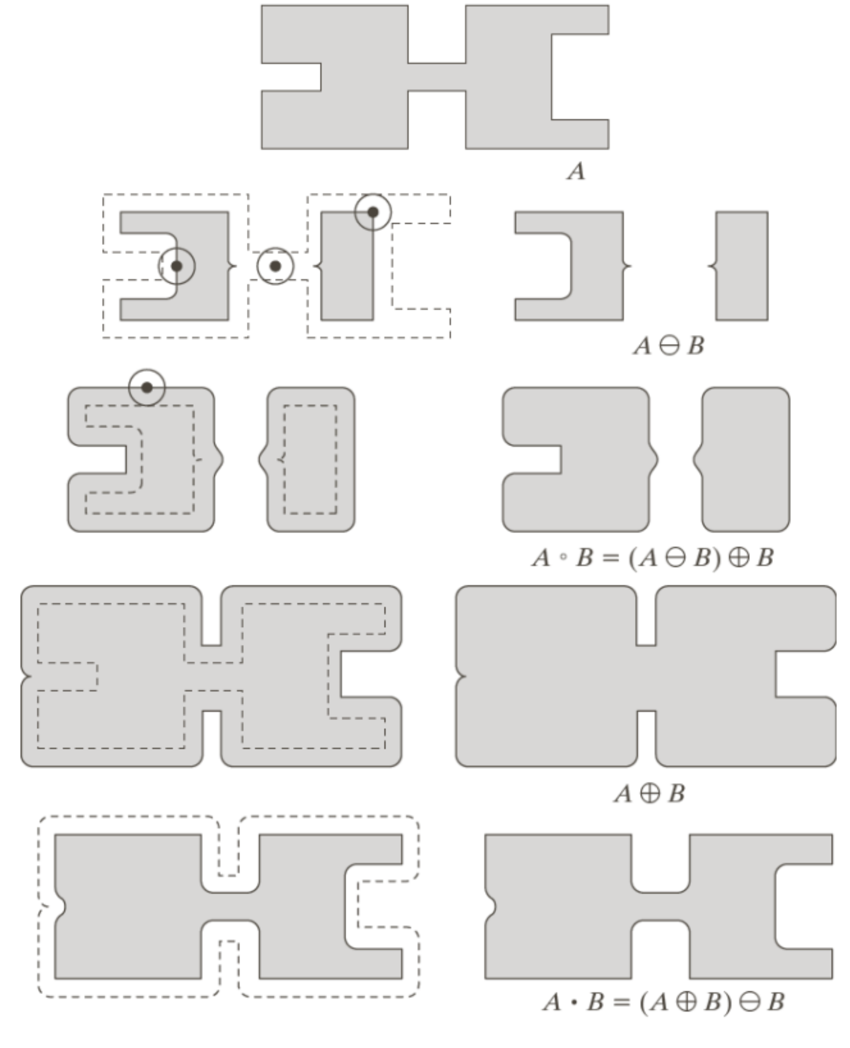
Abertura e Fechamento (cont.)



a b c

FIGURE 9.9 (a) Structuring element B "rolling" on the outer boundary of set A. (b) The heavy line is the outer boundary of the closing. (c) Complete closing (shaded). We did not shade A in (a) for clarity.

Abertura e Fechamento (cont.)

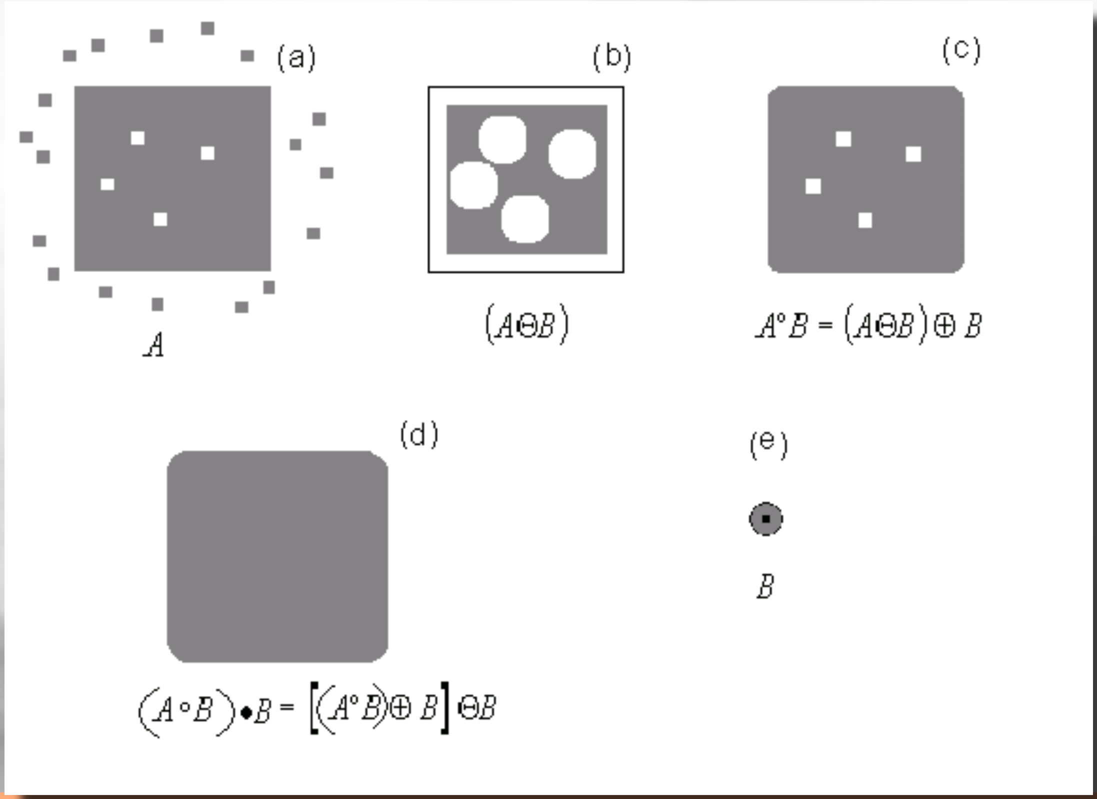


a	
b	c
d	e
f	g
h	i

FIGURE 9.10 Morphological opening and closing. The structuring element is the small circle shown in various positions in (b). The SE was not shaded here for clarity. The dark dot is the center of the structuring element.

Abertura e Fechamento (cont.)

A seguir temos um exemplo do uso das operações morfológicas como filtro para eliminar ruídos. (a) imagem com ruído; (b) imagem depois da erosão; (c) depois da dilatação (o que resulta em abertura); (d) imagem depois de outra dilatação e outra erosão (aqui temos a imagem resultante da aplicação de abertura seguida de fechamento); (e) máscara utilizada.



Abertura e Fechamento (cont.)

- Propriedades da abertura:
  - (a) $A \circ B$ é subconjunto de A.
  - (b) Se C é subconjunto de D, então $C \circ B$ é subconjunto de $D \circ B$.
  - (c) $(A \circ B) \circ B = A \circ B$.

- Propriedades do fechamento:
  - (a) A é subconjunto de $A \bullet B$.
  - (b) Se C é subconjunto de D, então $C \bullet B$ é subconjunto de $D \bullet B$.
  - (c) $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$.

Abertura e Fechamento (cont.)

a b
d c
e f

FIGURE 9.11
(a) Noisy image.
(b) Structuring element.
(c) Eroded image.
(d) Opening of A.
(e) Dilation of the opening.
(f) Closing of the opening.
(Original image courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

Referências

- *Slides*:
  - Alguns slides do Prof. Fabio Cappabianco (UNIFESP)

- Livro:
  - Gonzalez, R. C.; Woods, R. E. Digital Image Processing, 3rd. ed, Addison Wesley Pub , 2001.
  - Pedrini, H.; Schwartz, W. R. Análise de Imagens Digitais – Princípios, Algoritmos e Aplicações, ed. Thomson Learning, 2008.