Bacharelado em Ciência da Computação

Processamento de Imagens

Filtros de Imagens

Regina Célia Coelho

Introdução

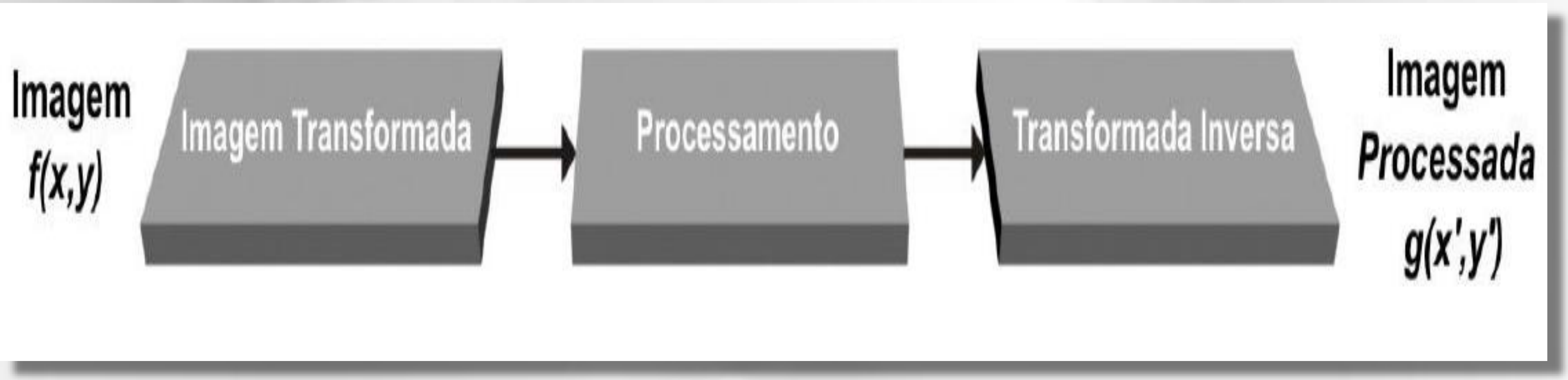
- Filtros são transformações *pixel* a *pixel* da imagem que depende dos valores dos níveis de cinza dos *pixels* vizinhos.

- O processo de filtragem é feito utilizando matrizes denominadas <u>máscaras</u> (*mask, kernel* ou *template*), as quais são aplicadas sobre uma imagem.

Filtragem do domínio da frequência

1. A imagem é transformada do domínio espacial para o da frequência (transformada de Fourier).
2. Operações de filtragem são realizadas nessa imagem.
3. Realiza-se o processo inverso, em que a imagem no domínio da frequência é transformada para o domínio espacial.

Filtragem do domínio da frequência



- Esquema de processamento no domínio da frequência usando a transformada de imagens

Filtragem do domínio da frequência

- Para realizar a filtragem no domínio da frequência precisamos executar as seguintes operações:
  - Calcular a transformada de Fourier;
  - Fazer as alterações na imagem no domínio da frequência;
  - Calcular a transformada inversa.

- $g(x,y) = T^{-1}[F(u,v)H(u,v)]$, sendo que $F(u,v) = T[f(x,y)]$.

Tipos de Filtros

- Temos filtros:
  - lineares: suavizam e realçam detalhes da imagem e minimizam efeitos de ruído, sem alterar a média da imagem (ou alterando pouco a média).
  - não lineares: minimizam/realçam ruídos e suavizam/realçam bordas, alterando a média da imagem, sendo que os principais são os operadores para detecção de bordas e filtros estatísticos.

Filtros lineares

- Consiste em transformar os valores de um *pixel p* na posição *(x,y)* levando em conta os valores dos *pixels* vizinhos.

- Em geral é feita uma soma ponderada dos valores dos *pixels* vizinhos.

Filtros lineares

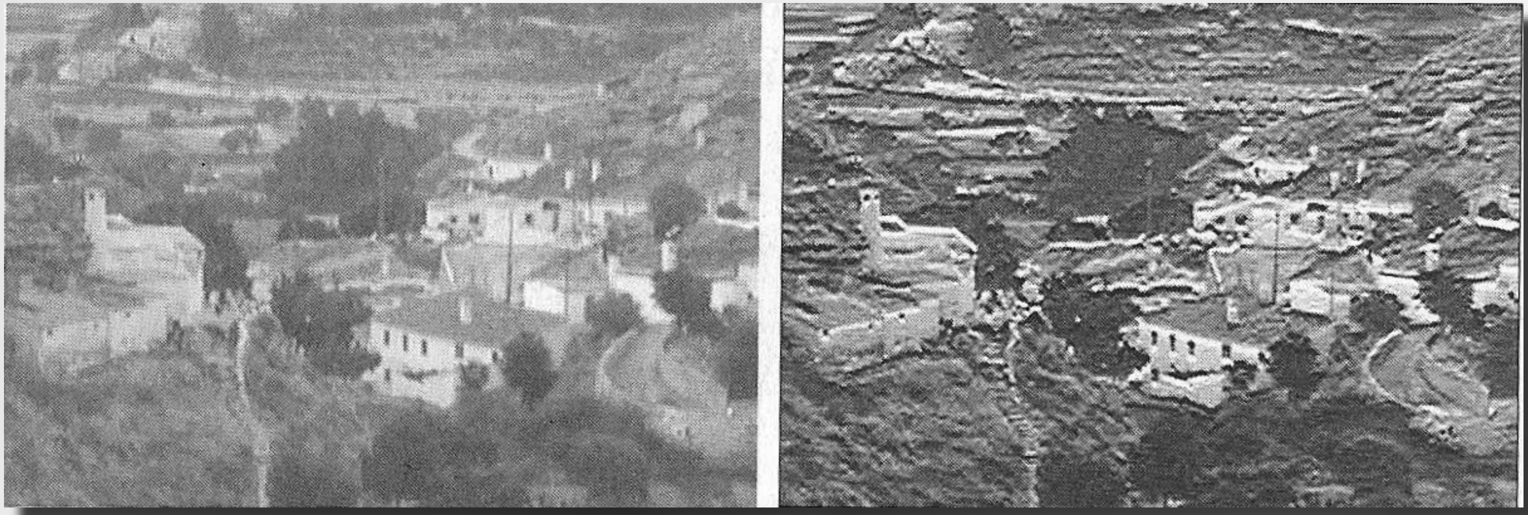
- Por exemplo, considerando uma vizinhança de 8 e os seguintes valores de ponderação teremos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1.2 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

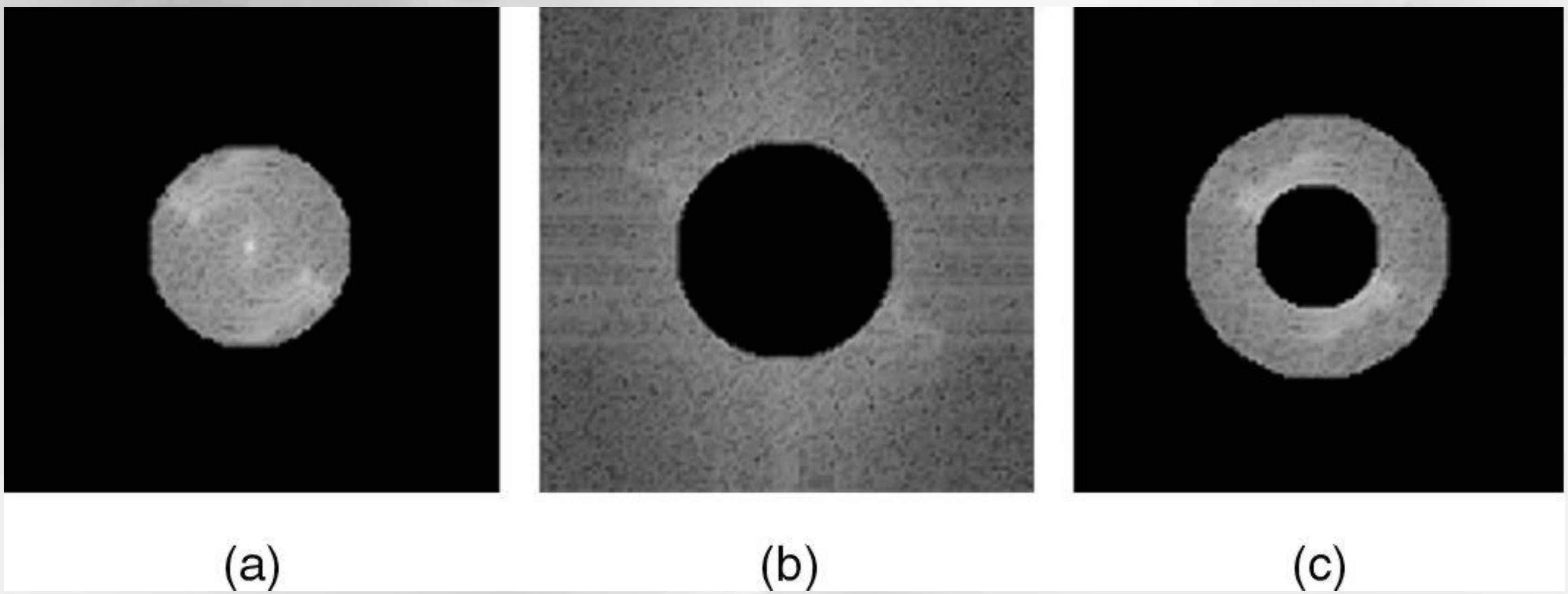
$$\begin{aligned} q(x,y) = {} & 1*p(x-1,y-1)+2*p(x-1,y)+1*p(x-1,y+1)+ \\ & 0*p(x,y-1)+1.2*p(x,y)+0*p(x,y+1)- \\ & 1*p(x+1,y-1)-2*p(x+1,y)-1*p(x+1,y+1) \end{aligned}$$

Filtros lineares

- A figura a seguir mostra o resultado da operação anterior.
- Como podemos ver, o resultado é uma espécie de imagem em relevo em que se marcam as bordas em relação ao resto da imagem.



Filtros lineares



(a) Filtro passa-baixa (b) Filtro passa-alta

(c) Filtro passa-banda

UNIFESP

Filtro Passa-Baixa

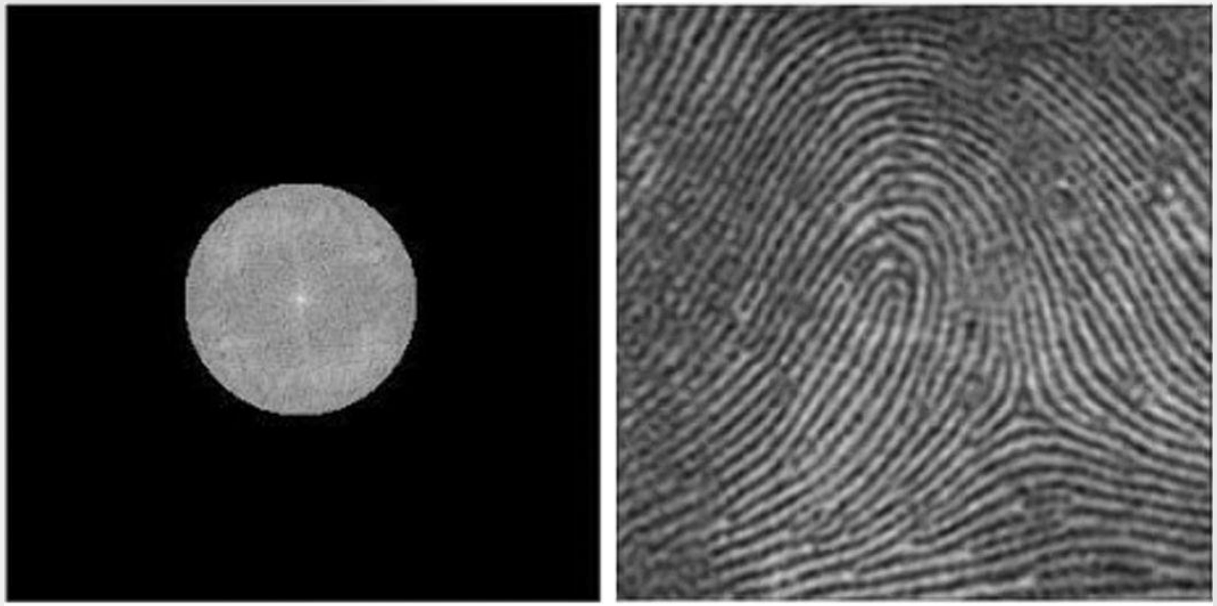
- Como os componentes de alta frequência caracterizam os detalhes (bordas e outros detalhes finos) da imagem (no espaço, são as mudanças bruscas de intensidade em pequenos intervalos espaciais), o efeito de um filtro-baixa é uma imagem menos nítida, mais borrada.

- Tem-se uma perda de detalhes que são os componentes de altas frequências.

- O filtro passa-baixa atenua ou elimina os componentes de alta frequência no domínio de Fourier, sem mexer nas baixas frequências.

Filtro Passa-Baixa ideal

- $H(u,v) = 1$ se $u^2 + v^2 < r^2$
- $H(u,v) = 0$ se $u^2 + v^2 \geq r^2$



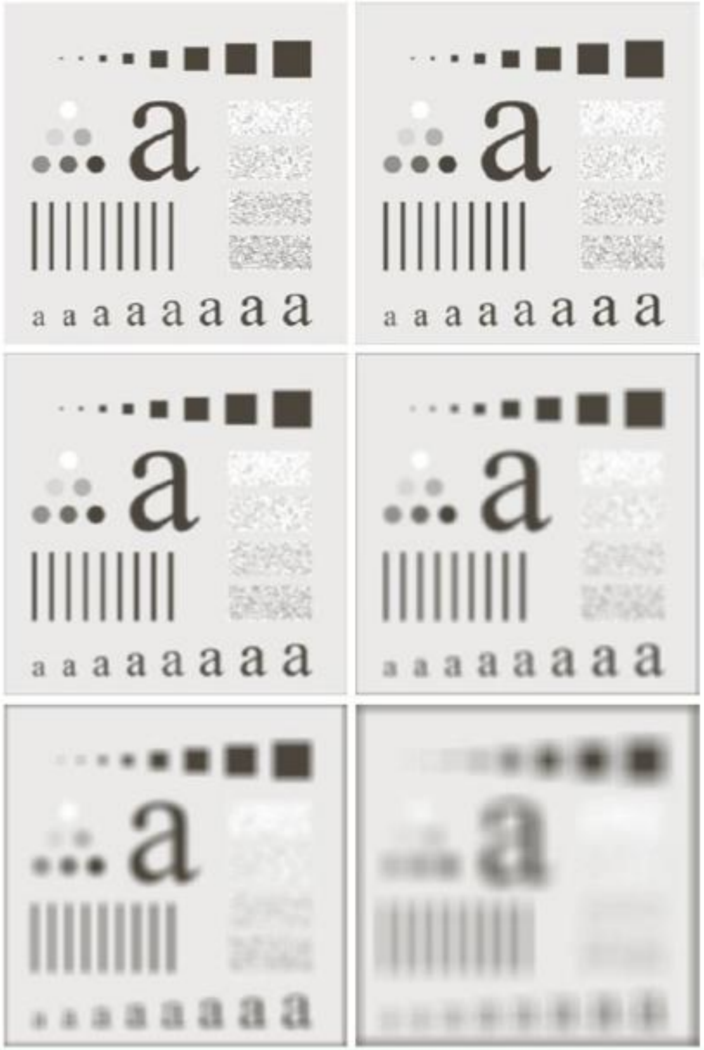
(a) (b)

Resultado da filtragem passa-baixa

Filtro Passa-Baixa

- Considerando que o ruído de uma imagem é um elemento não desejado e que está associado a altas frequências, o filtro passa-baixa serve para eliminar *pixels* de ruídos existentes na imagem.

Filtro Passa-Baixa



- Filtragem com núcleos de tamanho 3, 5, 9, 15 e 35.

Filtro da Média

- Trata-se de uma técnica aplicada diretamente no domínio espacial e é um tipo de filtro passa-baixa.

- A intensidade de cada ponto é calculada como a média aritmética da intensidade dos pixels vizinhos, ou seja,

$$f(i,j) = \frac{1}{P} \sum_{(m,n) \in S} g(m,n)$$

sendo S o conjunto de coordenadas dos pontos vizinhos a (i,j) e P o número total de pontos em torno da vizinhança.

- É um tipo de filtro passa-baixa.

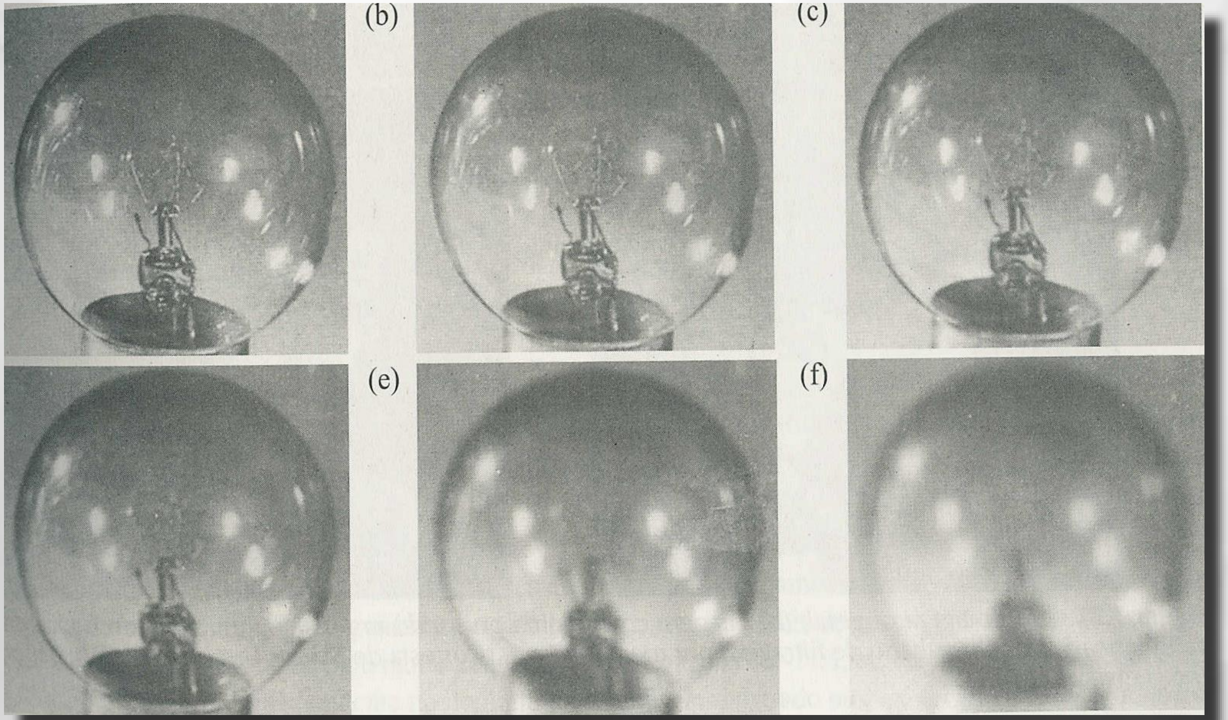
Filtro da Média

- Exemplo de filtros passa-baixa da média:

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}\qquad \frac{1}{25}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\end{bmatrix}\qquad \frac{1}{49}\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

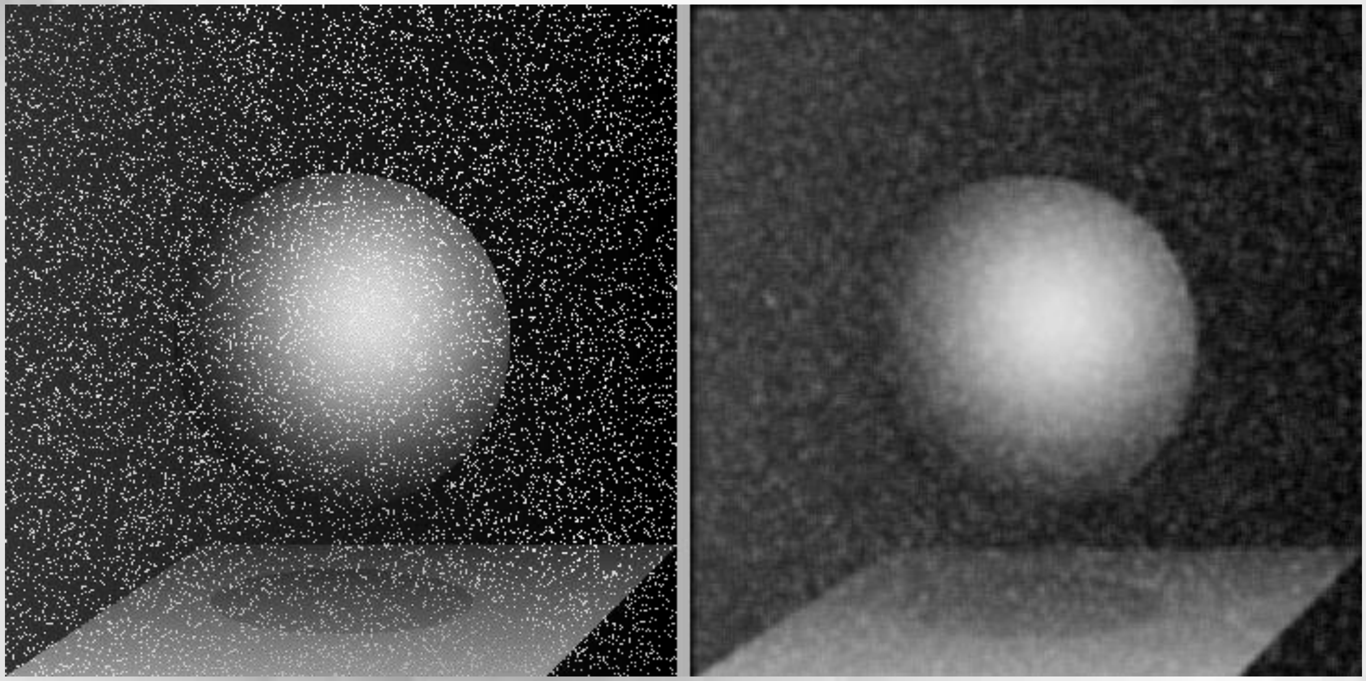
Filtro da média

- Imagem original e imagens resultantes de filtragem passa-baixa com uma máscara de tamanho *nxn*, *n=3,5,7,15,25.*



Filtro da Média

- A figura abaixo ilustra a filtragem linear de uma imagem com uma máscara *11 x 11* .



Filtro da Média

Exemplo usando filtro 3x3:

imagem original

$$\begin{bmatrix} 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & \bullet 1 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{suavizado} \Rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & \bullet 7 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

Filtro média ponderada

- Temos também o passa-baixa de média ponderada em que os pesos são definidos em função da sua distância do *pixel* central da máscara.

- Exemplo:

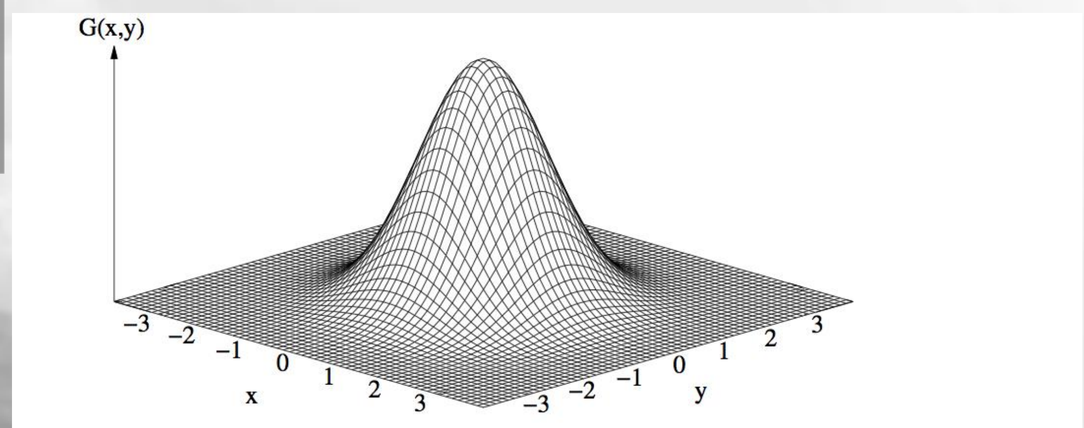
$$\frac{1}{10}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtro Gaussiano

- Um caso especial do filtro da média é a suaviazação pela Gaussiana em que a máscara é uma Gaussiana 2D com média 0 e desvio padrão σ:

- Quanto maior o valor de σ, maior o borramento.

$$G(x,y)=\frac{1}{2ps^{2}}e^{-\frac{x^{2}+y^{2}}{2s^{2}}}$$



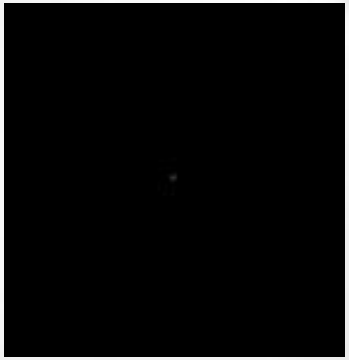
Função Gaussiana bidimensional com média $(0,0)$ e $\sigma = 1$

Exemplo de filtro Gaussiano

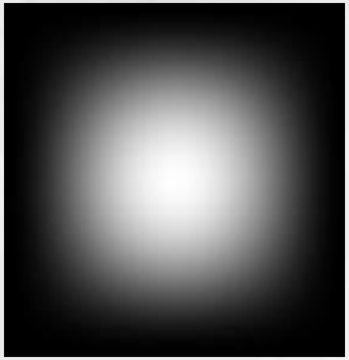
Imagem $f(x,y)$

FFT($f(x,y)$)

Filtro Gaussiano g(x,y)



FFT($g(x,y)$)

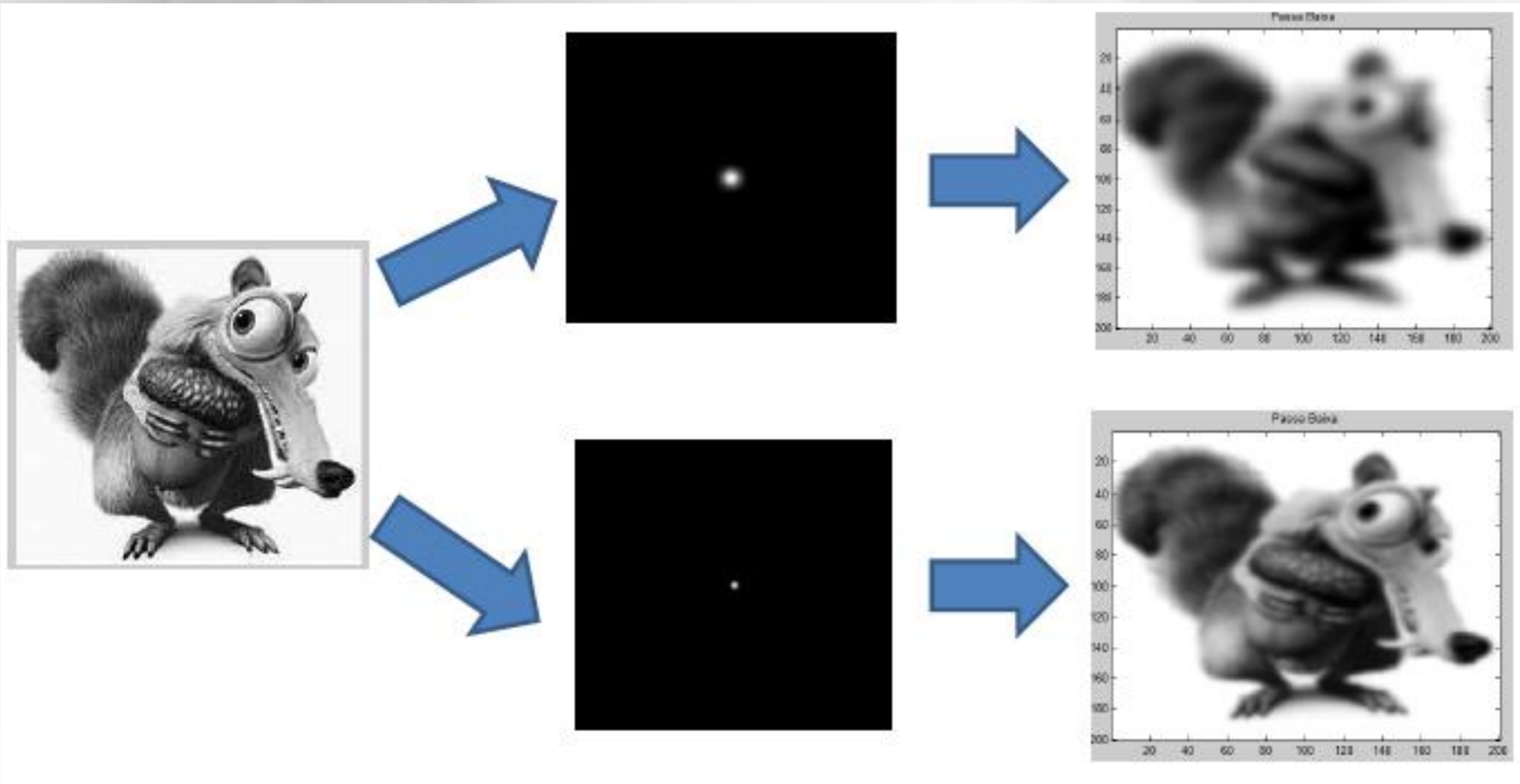


FFT$(f(x,y))$.FFT$(g(x,y))$
Produto das Transformadas

f(x,y)*g(x,y)
convolução no tempo

Convolução na frequência

Exemplo de filtro Gaussiano



Filtro Gaussiano

- Uma maneira comum de aproximar os coeficientes de um filtro Gaussiano é utilizar a expansão binomial

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} \, a^{n-k} b^k$$

- Os coeficientes da expansão binomial podem ser obtidos por meio do **triângulo de Pascal**, cujas sete primeiras linhas são mostradas abaixo.

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}$$

Filtro Gaussiano

- Uma máscara unidimensional de tamanho n pode ser obtida tomando-se a n-ésima linha do triângulo de Pascal.
- Por exemplo, a máscara

$$\frac{1}{16}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ \hline\end{array}$$

pode ser obtida pela **quinta linha** do triângulo de Pascal, dividida por um fator de escala igual à soma dos coeficientes da máscara, ou seja, 2^{n-1}.

- O desvio padrão σ do filtro Gaussiano pode ser obtido como

$$\sigma = \frac{\sqrt{n-1}}{2}$$

Filtro Gaussiano

- Uma máscara bidimensional para implementar o filtro Gaussiano com $\sigma = 1.0$ pode ser obtida a partir de duas máscaras unidimensionais horizontal e vertical:

$$\frac{1}{16}\begin{array}{|c|}\hline 1\\\hline 4\\\hline 6\\\hline 4\\\hline 1\\\hline\end{array}\;\frac{1}{16}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&4&6&4&1\\\hline\end{array} = \frac{1}{256}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&4&6&4&1\\\hline 4&16&24&16&4\\\hline 6&24&36&24&6\\\hline 4&16&24&16&4\\\hline 1&4&6&4&1\\\hline\end{array} \qquad (3)$$

Filtro Passa-Alta

- Atenuam ou eliminam os componentes de baixa frequência, ou seja, componentes responsáveis pelas características que variam lentamente em uma imagem, como contraste total e intensidade média.

- O resultado é um realce de detalhes, fazendo com que as transições entre regiões diferentes tornem-se mais nítidas.

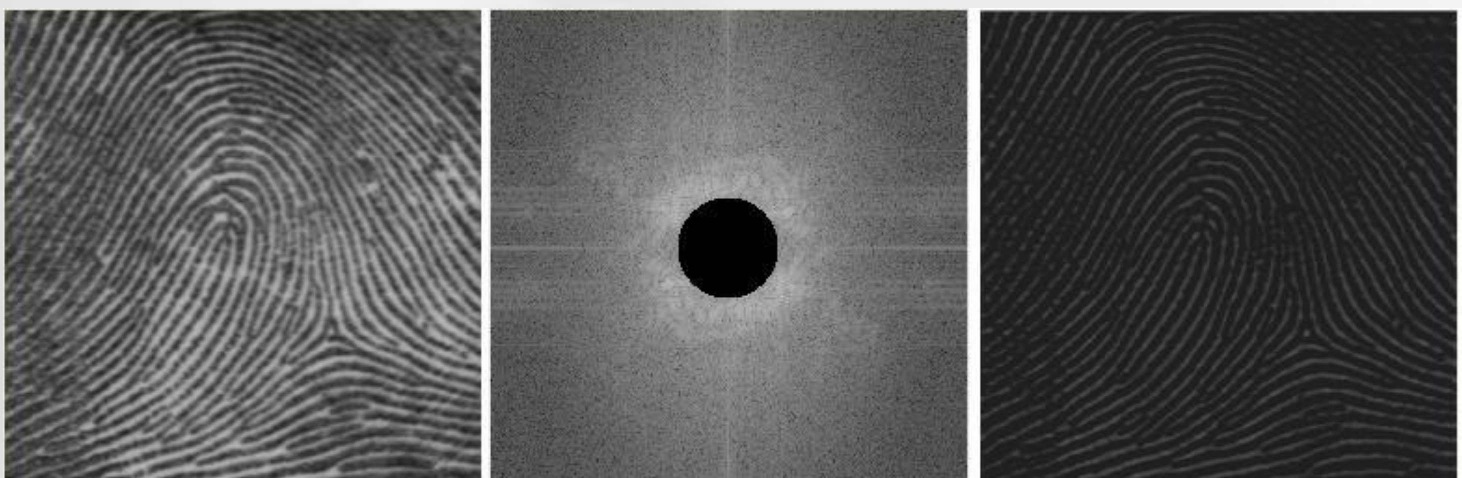
- Podem ser usados para realçar certas características presentes na imagem, como bordas, linhas curvas, etc.

- Desvantagem: enfatizam o ruído.

- Os pesos podem ser positivos e negativos.

Filtro Passa-Alta Ideal

- $H(u,v) = 0$ se $u^2 + v^2 < r^2$
- $H(u,v) = 1$ se $u^2 + v^2 \geq r^2$
- Esse filtro é chamado de passa alta ideal porque todas as frequências, fora do círculo de raio *r* são passadas sem atenuação e todas as dentro do círculo são retidas completamente.



Filtro Passa-Alta

- Exemplos de filtros passa-alta:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Passa-Alta

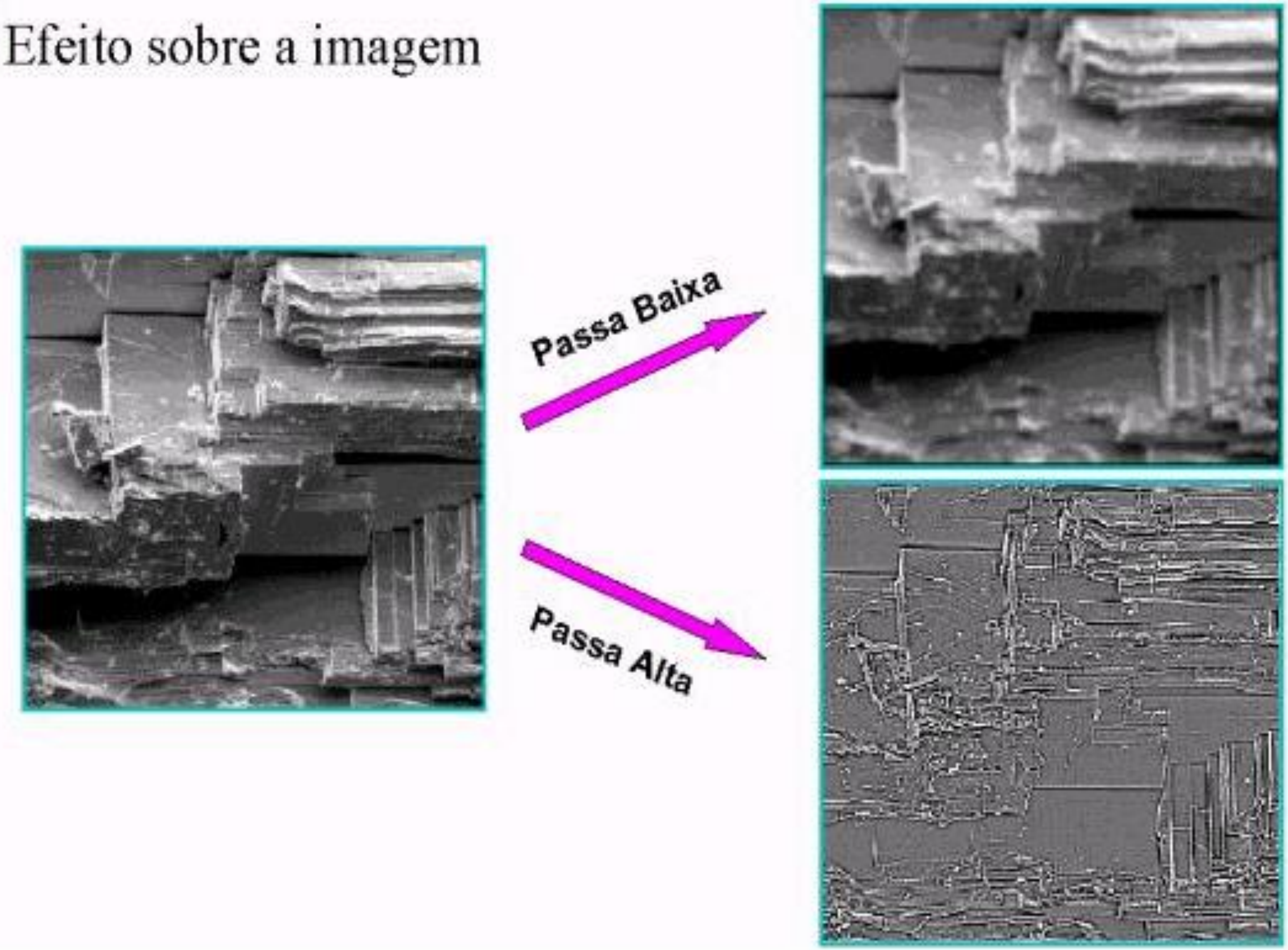
- Outro exemplo de passa-alta, porém, considerando a seguinte máscara:

$$\begin{bmatrix} -0.1667 & -0.6667 & -1.667 \\ -0.6667 & 4.3333 & -0.6667 \\ -0.1667 & -0.6667 & -0.1667 \end{bmatrix}$$

O resultado é uma imagem com maior contraste que a original.

Ex.de Filtro Passa-Alta e Passa-Baixa

- Efeito sobre a imagem



Ex.de Filtro Passa-Alta e Passa-Baixa

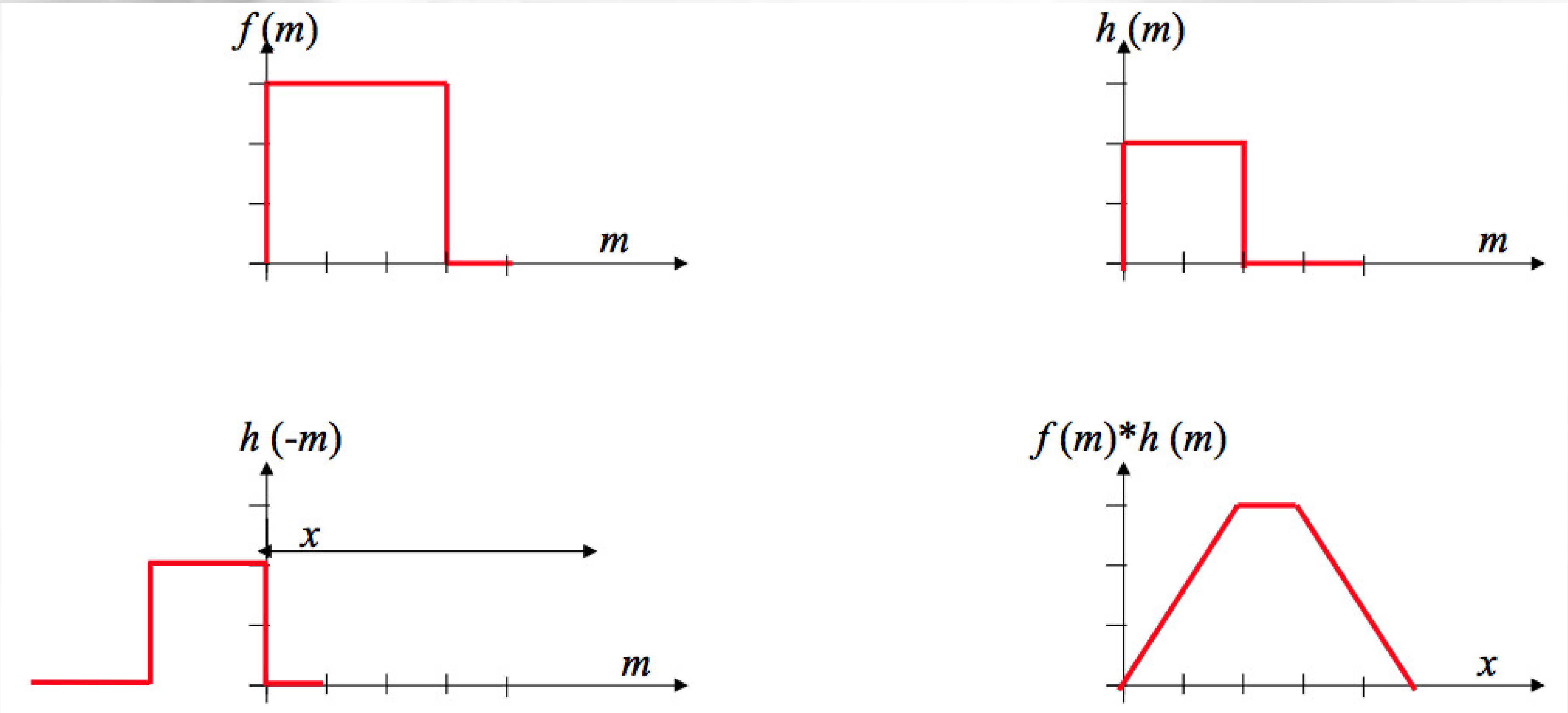
- Correção de iluminação irregular
  - Defeito típico de micoscopia óptica.
  - Pode aparecer em microscopia eletrônica.
  - Solução "*off-line*":
    - Adquire imagem com fundo irregular;
    - Desfoca o microscópio e adquire imagem que representa o fundo;
    - Subtrai imagem desfocada da imagem irregular.

Ex.de Filtro Passa-Alta e Passa-Baixa

- Correção de iluminação irregular
  - Solução "*on-line*":
    - Sobre a imagem original irregular, aplicar repetidas vezes um filtro passa-baixa com *kernel* muito grande. Esta operação vai borrar todos os detalhes da imagem e preservará apenas o fundo irregular (frequência espacial muito baixa).
    - Subtrair o resultado da imagem original, obtendo assim uma imagem com fundo corrigido.
    - $I_{saída} = I_{entrada} - PassaBaixa(I_{entrada}) = PassaAlta(I_{entrada})$

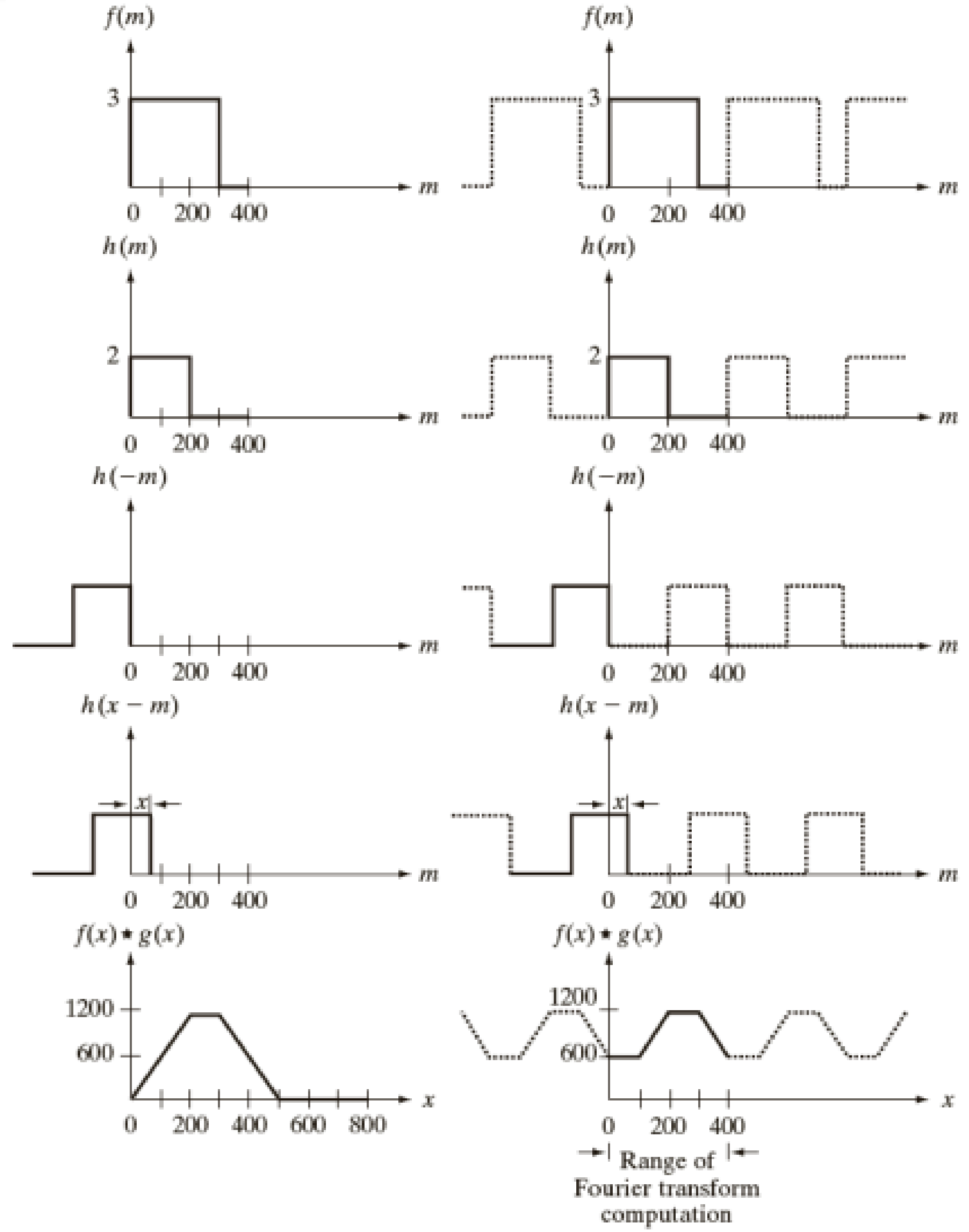
Erro Wraparound

- Convolução (tempo)



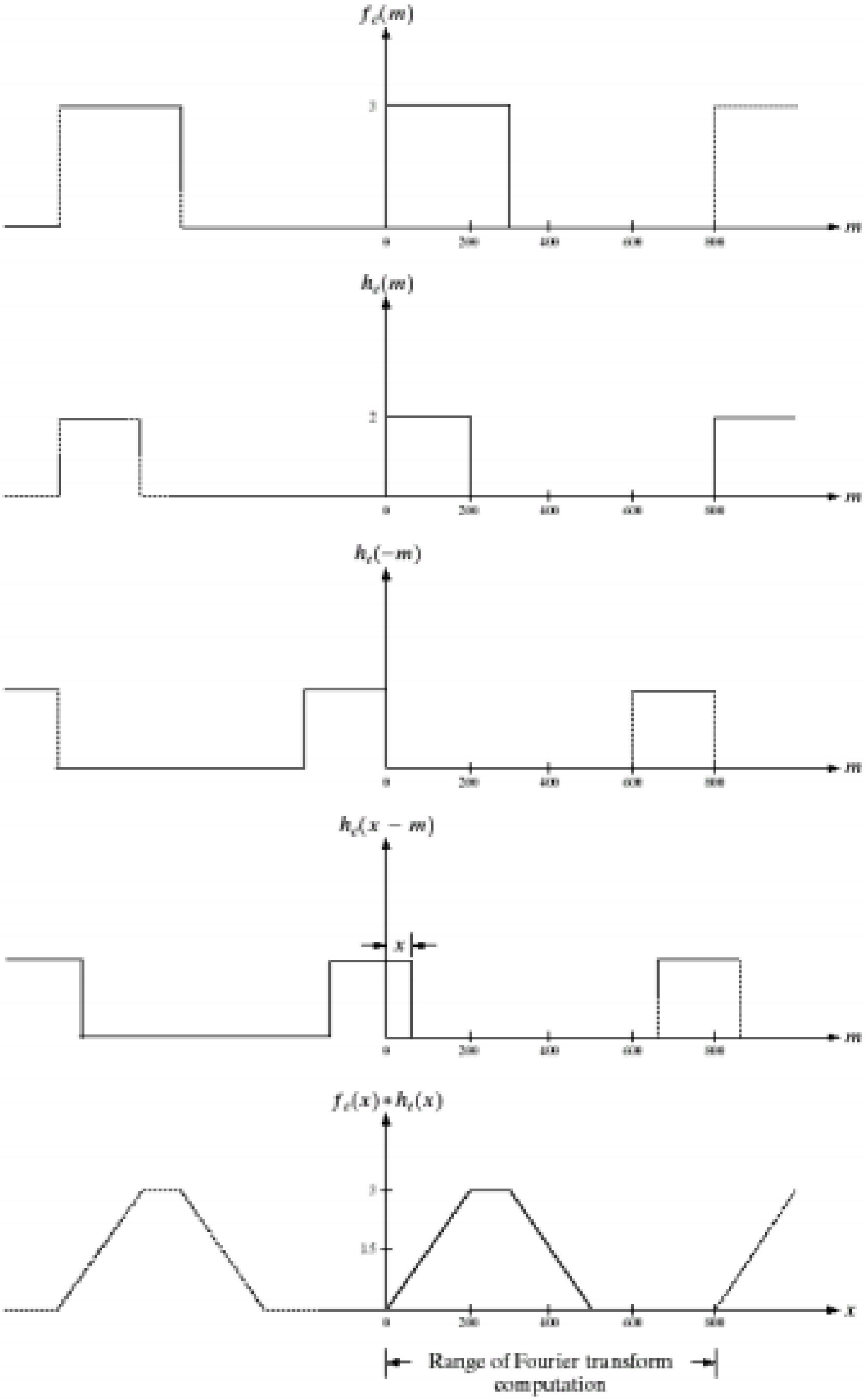
Erro Wraparound (cont.)

- A convolução considerando a periodicidade implícita da DFT:

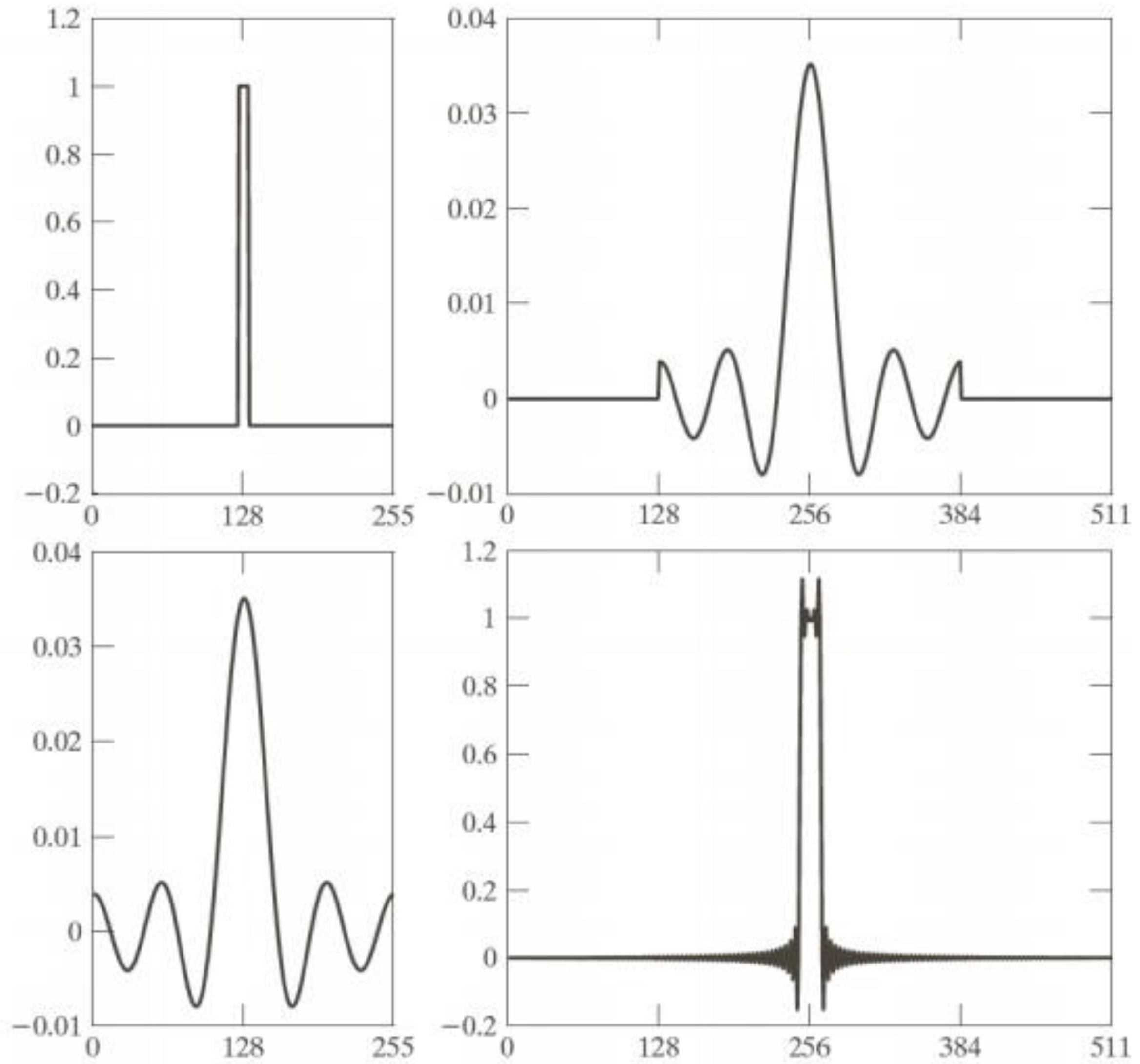


Erro Wraparound
(cont.)

- Para contornar o problema, preenche-se com zeros (*zero padding*) as funções a serem multiplicadas para evitar o erro na convolução:



Erro Wraparound (cont.)



a c
b d

FIGURE 4.34 (a) Original filter specified in the (centered) frequency domain. (b) Spatial representation obtained by computing the IDFT of (a). (c) Result of padding (b) to twice its length (note the discontinuities). (d) Corresponding filter in the frequency domain obtained by computing the DFT of (c). Note the ringing caused by the discontinuities in (c). (The curves appear continuous because the points were joined to simplify visual analysis.)

Erro Wraparound (cont.)

a b c

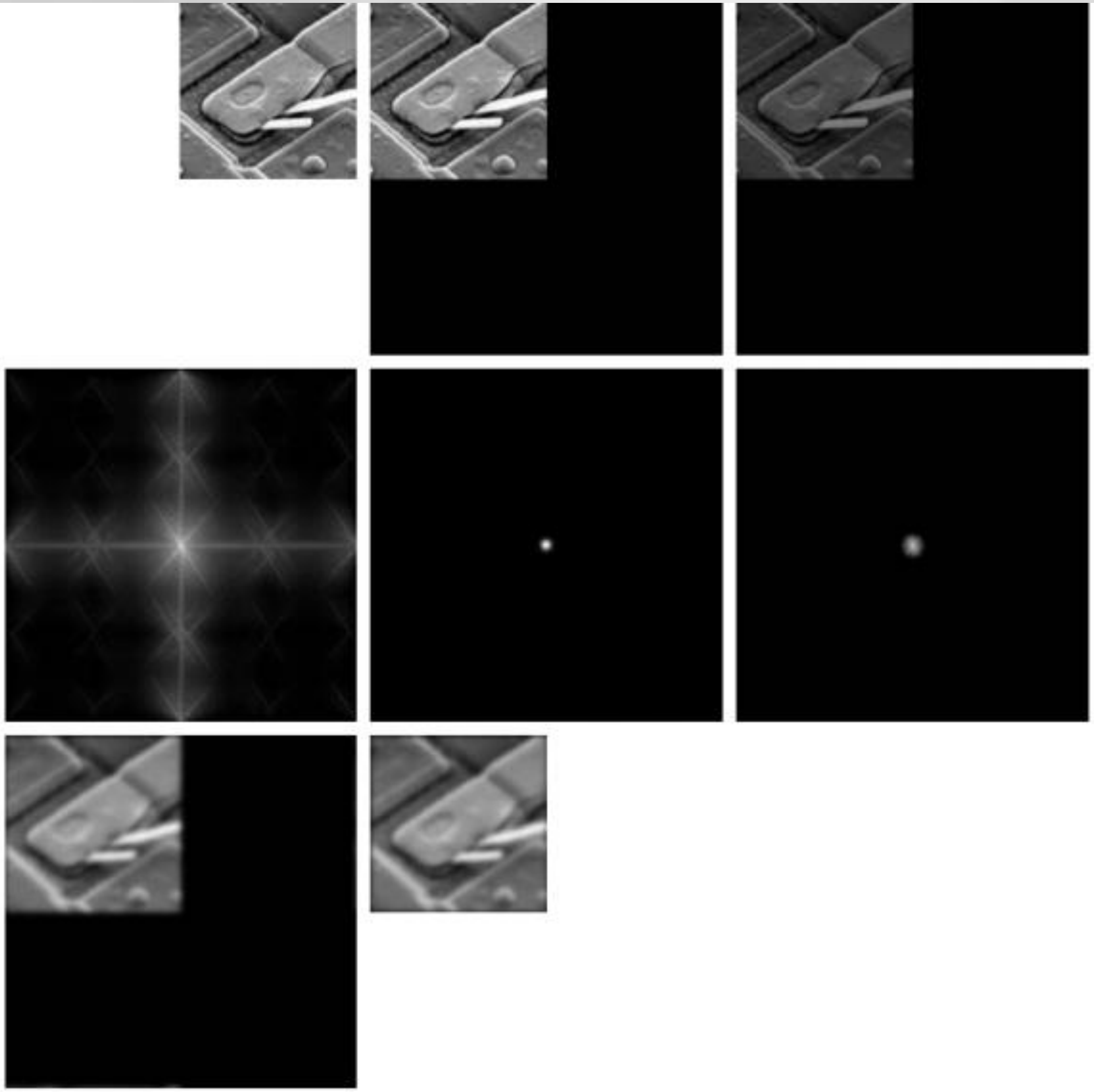
FIGURE 4.32 (a) A simple image. (b) Result of blurring with a Gaussian lowpass filter without padding. (c) Result of lowpass filtering with padding. Compare the light area of the vertical edges in (b) and (c).

Image Padding

Image Padding (cont.)

- Dada uma imagem de entrada f(x,y), MxN, obter P=2M e Q=2N (valores para o *padding*).
- Formar a imagem com *padding*, $f_p(x,y)$, de tamanho PxQ, colocando o número necessário de zeros em f(x,y)
- Multiplicar $f_p(x,y)$ por $(-1)^{x+y}$ para centralizar a transformada.
- Computar a FFT da imagem.
- Gerar uma função de filtro H(u,v) e fazer o produto G(u,v) = H(u,v)F(u,v)
- Obter a imagem processada (IFFT)
- Obter o resultado final, g(x,y), recortando a região MxN na área superior esquerda de $g_p(x,y)$.

Image Padding (cont.)



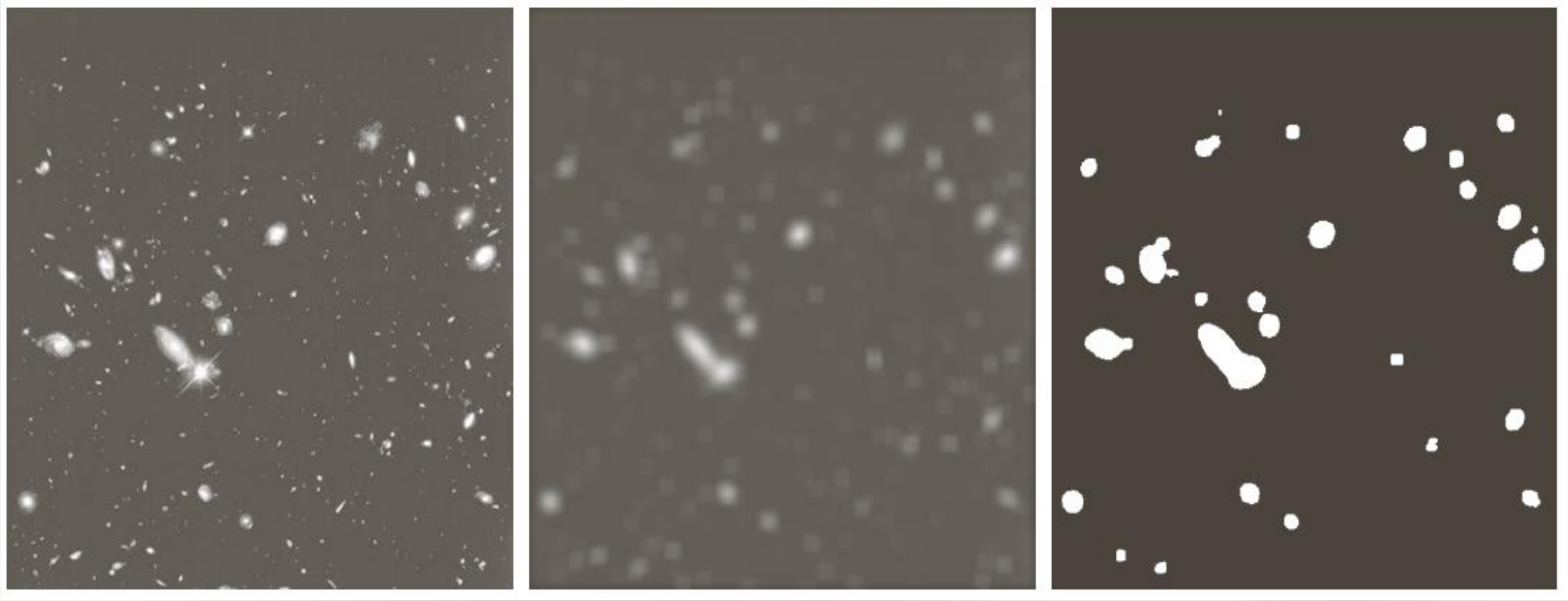
a b c
d e f
g h

FIGURE 4.36
(a) An $M \times N$ image, f. (b) Padded image, f_p of size $P \times Q$. (c) Result of multiplying f_p by $(-1)^{x+y}$. (d) Spectrum of F_p. (e) Centered Gaussian lowpass filter, H, of size $P \times Q$. (f) Spectrum of the product HF_p. (g) g_p, the product of $(-1)^{x+y}$ and the real part of the IDFT of HF_p. (h) Final result, g, obtained by cropping the first M rows and N columns of g_p.

Exemplo de Aplicação de Filtros Lineares

- Filtragem com janela de tamanho 15 utilizada para eliminar regiões pequenas.

- A seguir, limiar separa os objetos grandes do fundo.



Exemplo de Aplicação de Filtros Lineares

a b c

FIGURE 4.57 (a) Thumb print. (b) Result of highpass filtering (a). (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of the U.S. National Institute of Standards and Technology.)

Filtros não lineares

- Um dos grandes problemas relacionados com a eliminação do ruído de uma imagem por meio de filtragem linear, refere-se à suavização dos seus contornos.

- O processamento não-linear aborda este problema tentando evitar uma filtragem homogênea ao longo das regiões próximas a estes contornos.

Filtros não lineares

- Filtragem de suavização não linear é baseada na ordenação das intensidades da vizinhança e do pixel central e escolha de um determinado valor nesta ordenação para atribuir ao pixel central.

Filtros não lineares

- Uma classe de filtros não-lineares bastante empregada na eliminação de ruídos, com preservação de contornos, são os <u>filtros estatísticos</u> <u>da</u> <u>ordem</u>.
  - Filtros estatísticos da ordem são filtros não lineares que utilizam dados estatísticos e de comparação para obter seu resultado.

- Dentre estes, um dos mais importantes é o *<u>filtro</u>* *<u>da</u>* *<u>mediana.</u>*

O Filtro Mediana

- Um filtro sem kernel - o filtro mediana
  - Para cada vizinhança, ordena os pixels em ordem crescente de intensidade e escolhe como saída o valor mediano - aquele que está no centro da sequência.

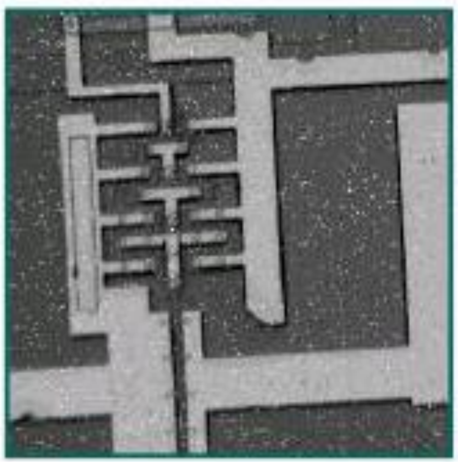
75	77	77
77	253	81
77	75	79

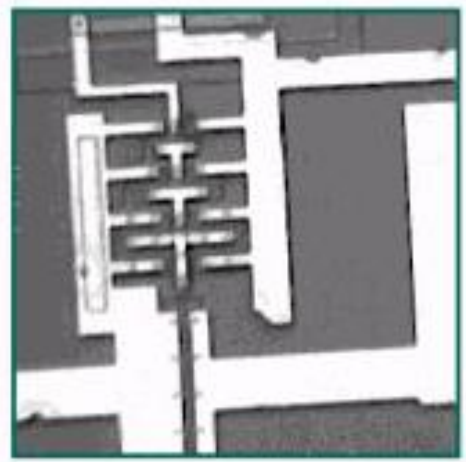
→ 75 75 77 77 77 77 79 81 253 →

75	77	77
77	77	81
77	75	79

  - Excelente eliminador de ruído localizado com intensidade muito diferente da vizinhança.

Original





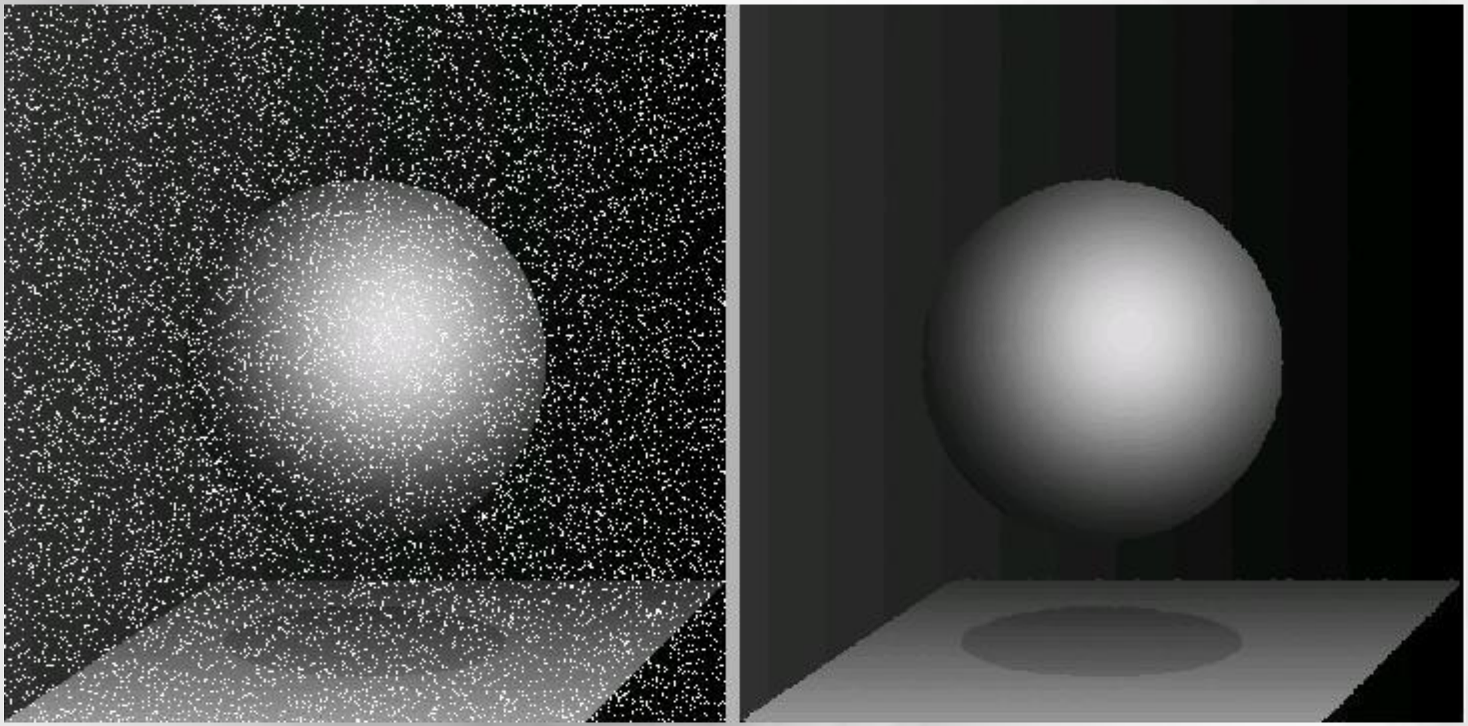
Filtrado com Mediana 3x3

Filtro da Mediana

- O filtro da mediana elimina eficientemente *ruído impulsivo*, do tipo *sal e pimenta*, representando descontinuidades abruptas e isoladas na imagem. Além disto, ele não introduz valores de níveis de cinza diferentes daqueles contidos na imagem original e, por afetar menos os contornos, pode ser aplicado iterativamente.

Filtro da Mediana

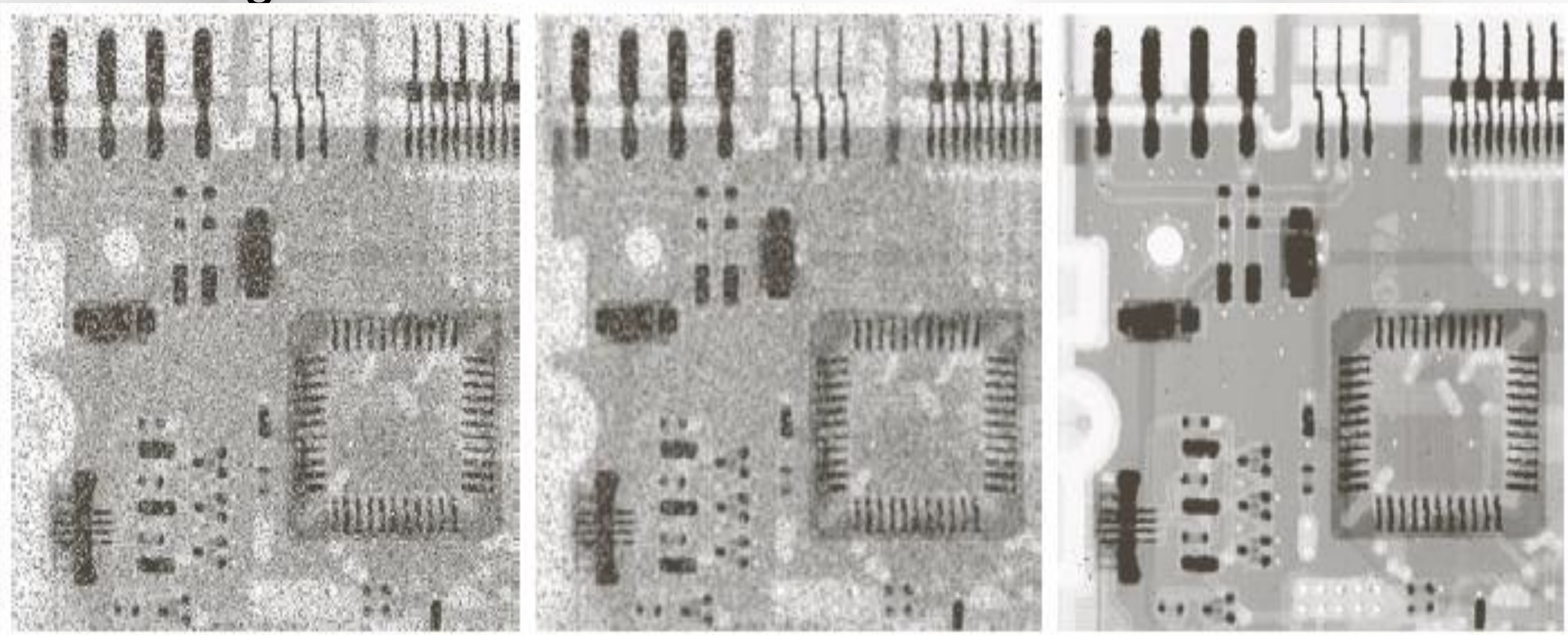
Imagem com ruído e uma iteração do filtro da mediana.



Filtro da Mediana

Superioridade de filtro mediana sobre filtro média.

Original filtro média filtro mediana



Filtro de máximos e mínimos

- Outros casos específicos dos filtros estatísticos da ordem são os valores máximo e mínimo da sequência ordenada de pixels.

- Filtro de máximo seleciona o maior valor dentro de uma janela ordenada, enquanto o filtro de mínimo seleciona o menor valor.

- Filtro de máximo tende a eliminar os *pixels* de ruído que apresentam um valor de intensidade baixo e aumentam os ruídos cujos valores são altos, enquanto que os de mínimo são o inverso.

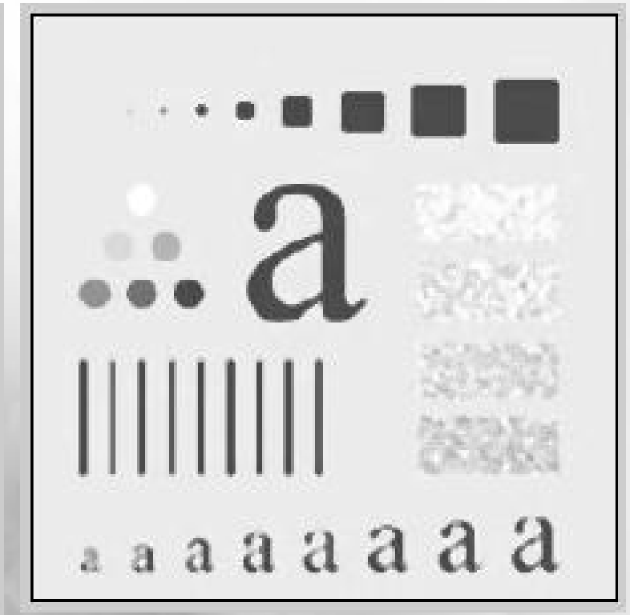
Filtro da moda

- De todos os valores vizinhos escolhe-se o valor mais frequente.
- Esse tipo de filtragem apresenta a dificuldade de que às vezes os valores de intensidade na vizinhança são todos diferentes, o que significaria que o valor mais frequente poderia ser qualquer um deles.

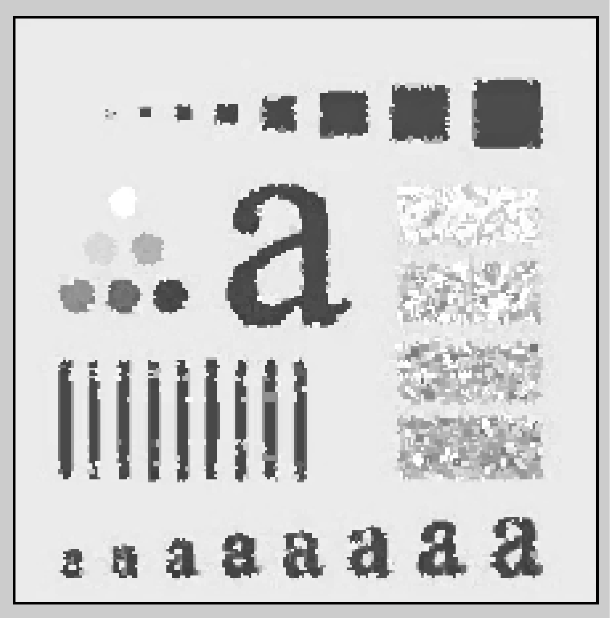
Filtro da moda

Original

Mediana



Moda



Referência

- Slides:
  - Prof. Cappabianco (UNIFESP)
  - Prof. Fabio Faria (UNIFESP)
- Livros
  - H. Pedrini, W. R. Schwartz. Análise de Imagens Digitais, 2008.
  - R. G. Gonzalez, R. E. Woods. Digital Image Processing, 2007.