Bacharelado em Ciência da Computação

Processamento de Imagens

Wavelets Bidimensionais

Regina Célia Coelho

Introdução

- Existem duas formas para aplicarmos a Transformada Wavelet de Haar em uma imagem bidimensional: a decomposição padrão e a não-padrão.

- Em ambos os casos, a transformação é uma generalização bidimensional da transformada wavelet unidimensional.

Decomposição Padrão

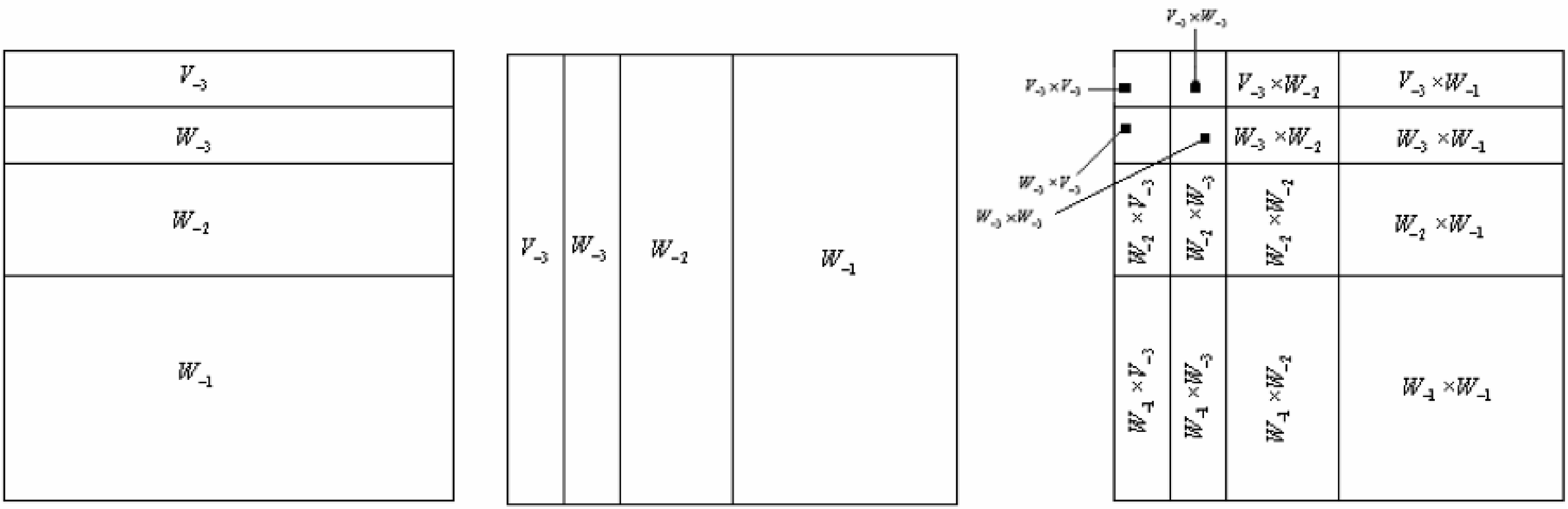
Para obtermos a decomposição padrão, aplica-se a transformada wavelet unidimensional, sucessivamente, a cada linha, o que resulta em um coeficiente de média e os coeficientes de detalhe para cada linha.

Decomposição Padrão *(cont.)*

A seguir, estas linhas transformadas são tratadas como se fossem nova imagem e aplicamos novamente, sucessivamente, a transformada unidimensional para cada coluna da imagem, resultando nos coeficientes de detalhes finais e um único coeficiente de aproximação (média). Neste caso, estamos levando em consideração a aplicação da transformada até obter o menor nível de resolução possível.

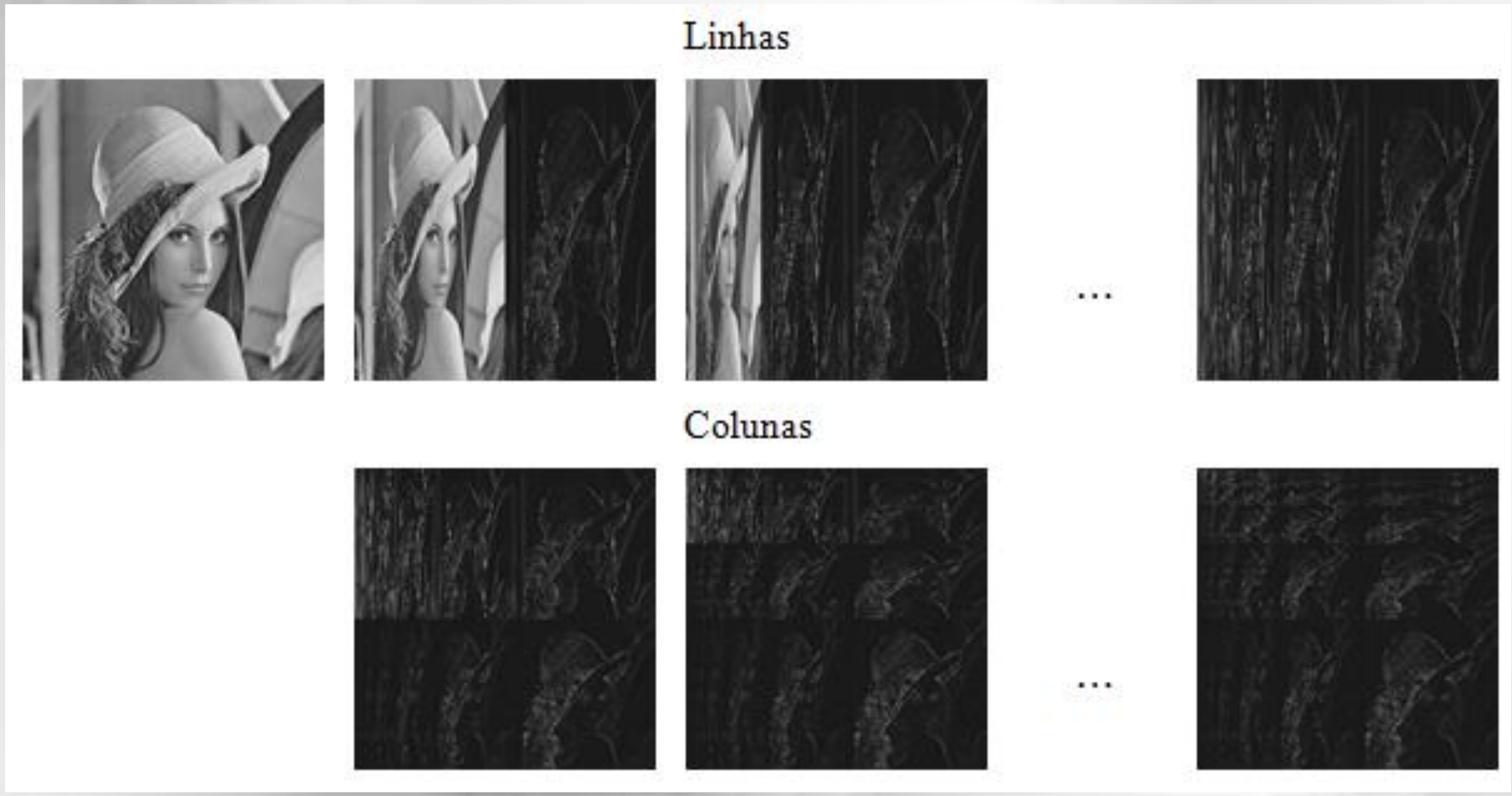
Decomposição Padrão *(cont.)*

- Decomposição padrão de uma imagem por wavelet



Decomposição Padrão *(cont.)*

Decomposição padrão da imagem Lena (Sanches, 2003)



Decomposição Não-Padrão

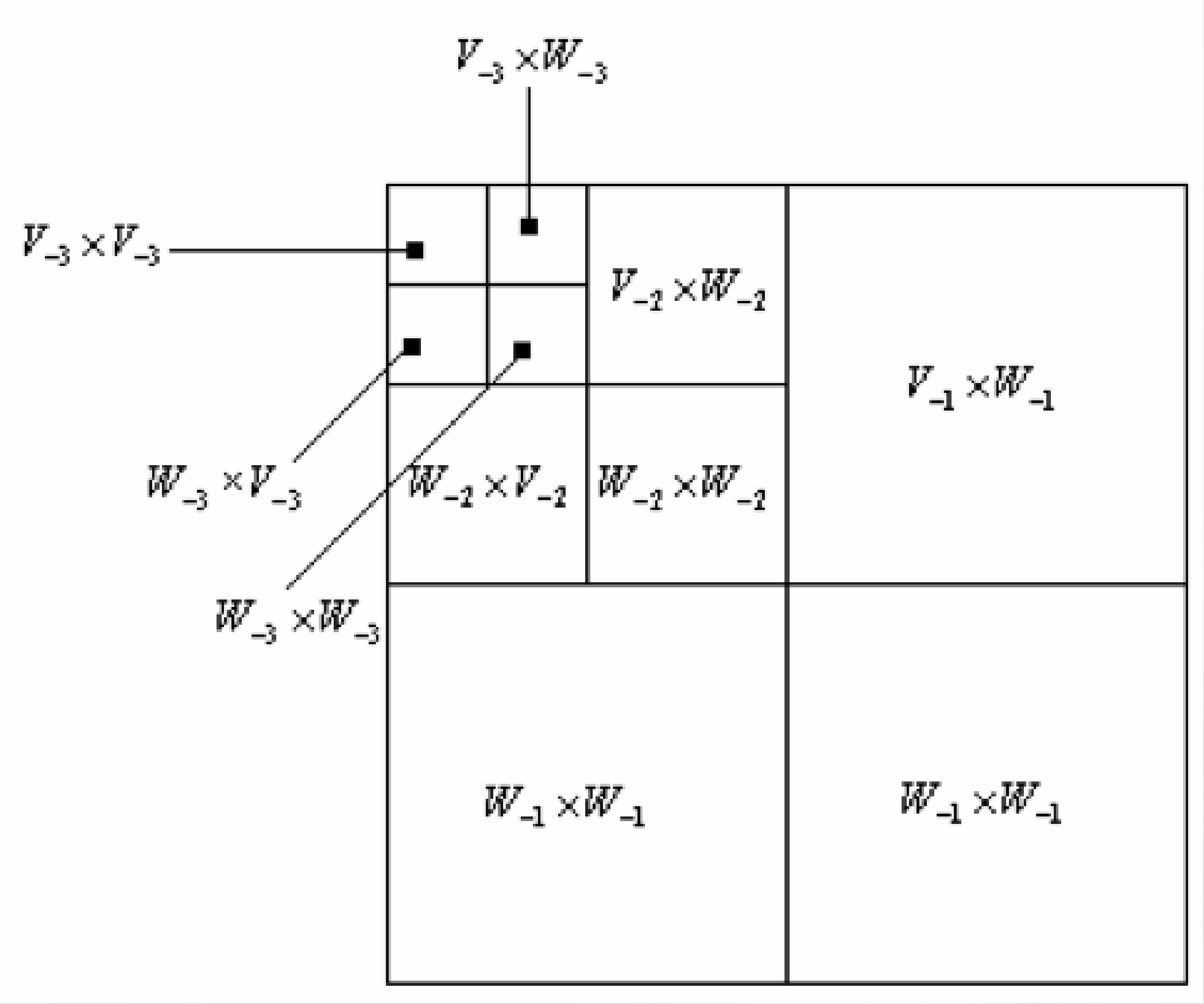
São realizadas operações de decomposição alternadas entre linhas e colunas.

Primeiro aplica-se o cálculo da média nos pares horizontais e faz-se a diferença dos valores dos pixels em cada linha da matriz que representa a imagem. Depois, aplica-se o cálculo da média nos pares verticais e encontra-se a diferença para a coluna do resultado.

A transformação é completada, repetindo o processo recursivamente apenas no quadrante contendo as médias em ambas as direções.

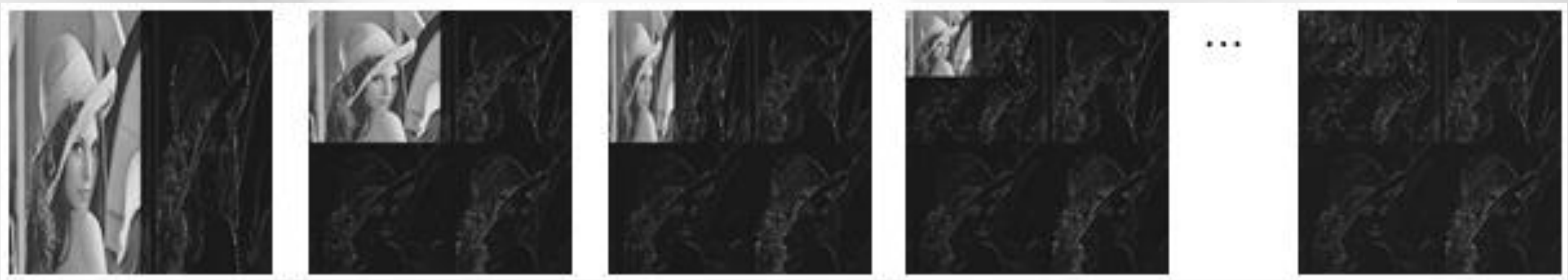
Decomposição Não-Padrão *(cont.)*

- Decomposição não-padrão de uma imagem por *wavelet*



Decomposição Não-Padrão *(cont.)*

Decomposição não-padrão da imagem Lena (Sanches, 2003)



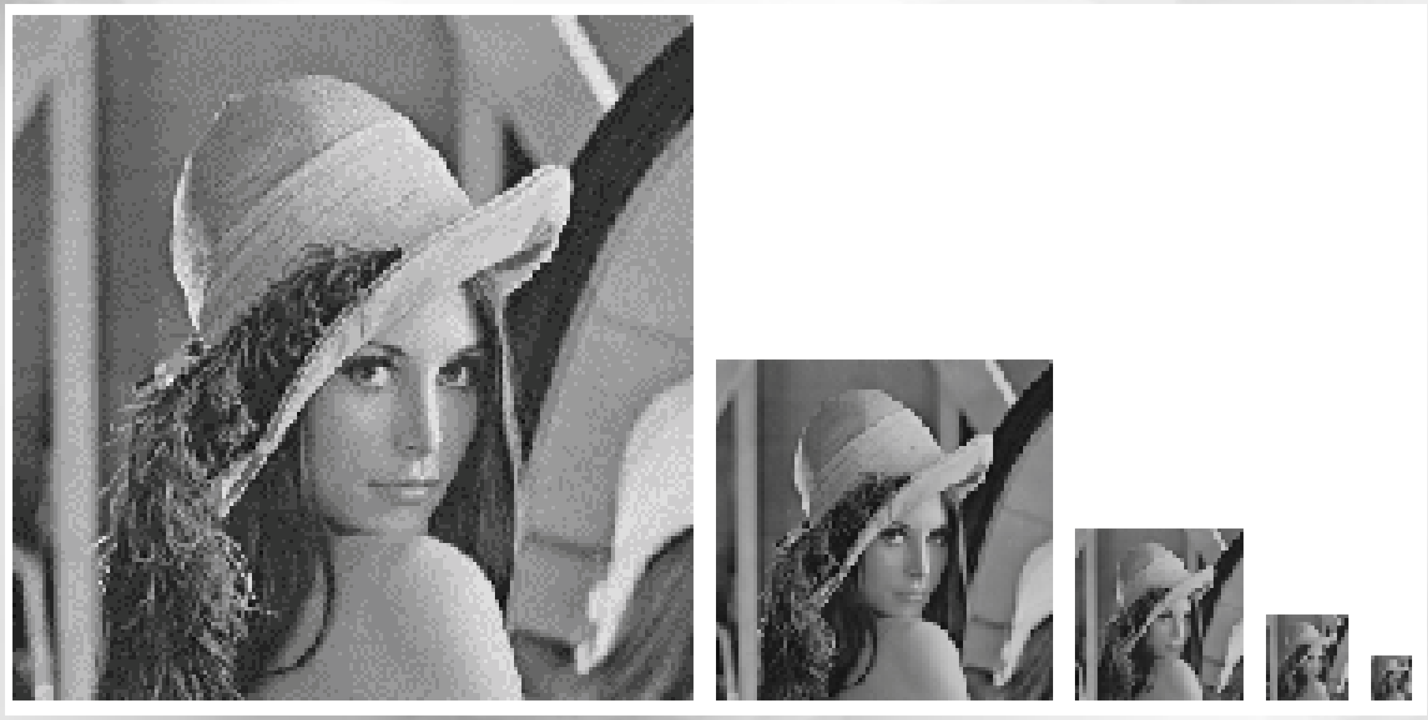
Decomposição Padrão x Não-Padrão

A decomposição *wavelet* padrão de uma imagem é mais atraente pelo fato de requerer somente operações em uma dimensão, ou seja, primeiro aplica-se a transformada apenas nas linhas e em seguida apenas nas colunas da imagem.

Por outro lado, a computação da decomposição não-padrão é um pouco mais eficiente.

Recuperação da Imagem Transformada

- Podemos verificar que a transformada *wavelet* permite armazenar uma imagem em diversas resoluções.



Recuperação da Imagem Transformada

Dessa maneira, podemos transmitir inicialmente os coeficientes da imagem com menor resolução, permitindo, assim, a visualização de uma aproximação da imagem. Com isso, é possível efetuar a reconstrução gradual da imagem pelo receptor.

A seguir, somente a informação necessária para derivar uma versão mais detalhada da imagem, a partir da imagem de mais baixa resolução, é transmitida.

Após a transmissão de todos os coeficientes de detalhe, o receptor terá uma cópia completa da imagem.

Recuperação da Imagem Transformada

Este tipo de transmissão é conhecido como **transmissão progressiva** (*progressive transmission*). A decomposição em multiresolução da transformada torna-se ideal para isso.

Uma visualização da reconstrução gradual da imagem Lenna:

Implementação de Wavelets

A análise de multiressolução também conhecida como Algoritmo Piramidal de Mallat, é um método proposto para implementar a transformada wavelet discreta.

Este método refere-se ao procedimento de se obter "aproximações" e "detalhes" de uma dada imagem.

Uma aproximação é uma representação de baixa frequência da imagem original, enquanto que um detalhe é a diferença entre duas aproximações sucessivas da imagem original. Uma aproximação mantém a tendência geral da imagem original enquanto que um detalhe mostra os componentes de alta frequência da mesma.

Implementação de Wavelets (cont.)

Desse modo, uma dada imagem (m, n) é filtrada na direção *m* (linhas) originando uma imagem passa-baixa (L) e uma imagem passa-alta (H). Assim, obtém-se as imagens diminuídas pela metade em relação à imagem original. O próximo passo é referente à filtragem na direção *n* (colunas) obtendo quatro subimagens:

- LL (passa-baixa, passa-baixa) correspondendo à banda passa-baixa em ambas as direções;
- LH (passa-baixa, passa-alta) correspondendo à banda passa-baixa na direção vertical e passa-alta na direção horizontal;
- HL (passa-alta, passa-baixa) correspondendo à banda passa-alta na direção vertical e passa-baixa na direção horizontal;
- HH (passa-alta, passa-alta) correspondendo à banda passa-alta em ambas as direções.

Implementação de Wavelets (cont.)

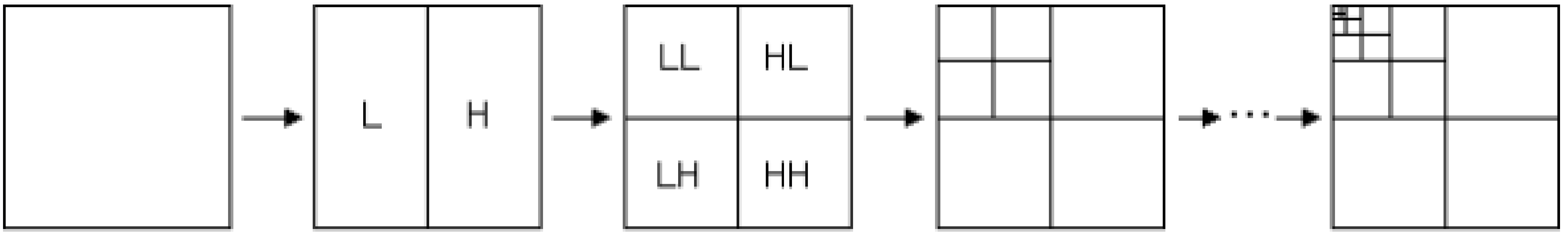
A aplicação da transformada *wavelet* na imagem resulta em uma imagem com o mesmo tamanho, mas composto de três imagens detalhes (HL, LH e HH) e uma imagem aproximação (LL), sendo que todas possuem a metade da resolução da imagem inicial.

Este processo pode ser repetido novamente na subimagem LL, resultando em mais quatro subimagens, e assim por diante até que tenhamos apenas um único coeficiente aproximação.

O menor nível de resolução possível conterá um único coeficiente os quais é a média de todas as amostras do sinal original, isto é, ele é o coeficiente DC ou frequência zero do sinal.

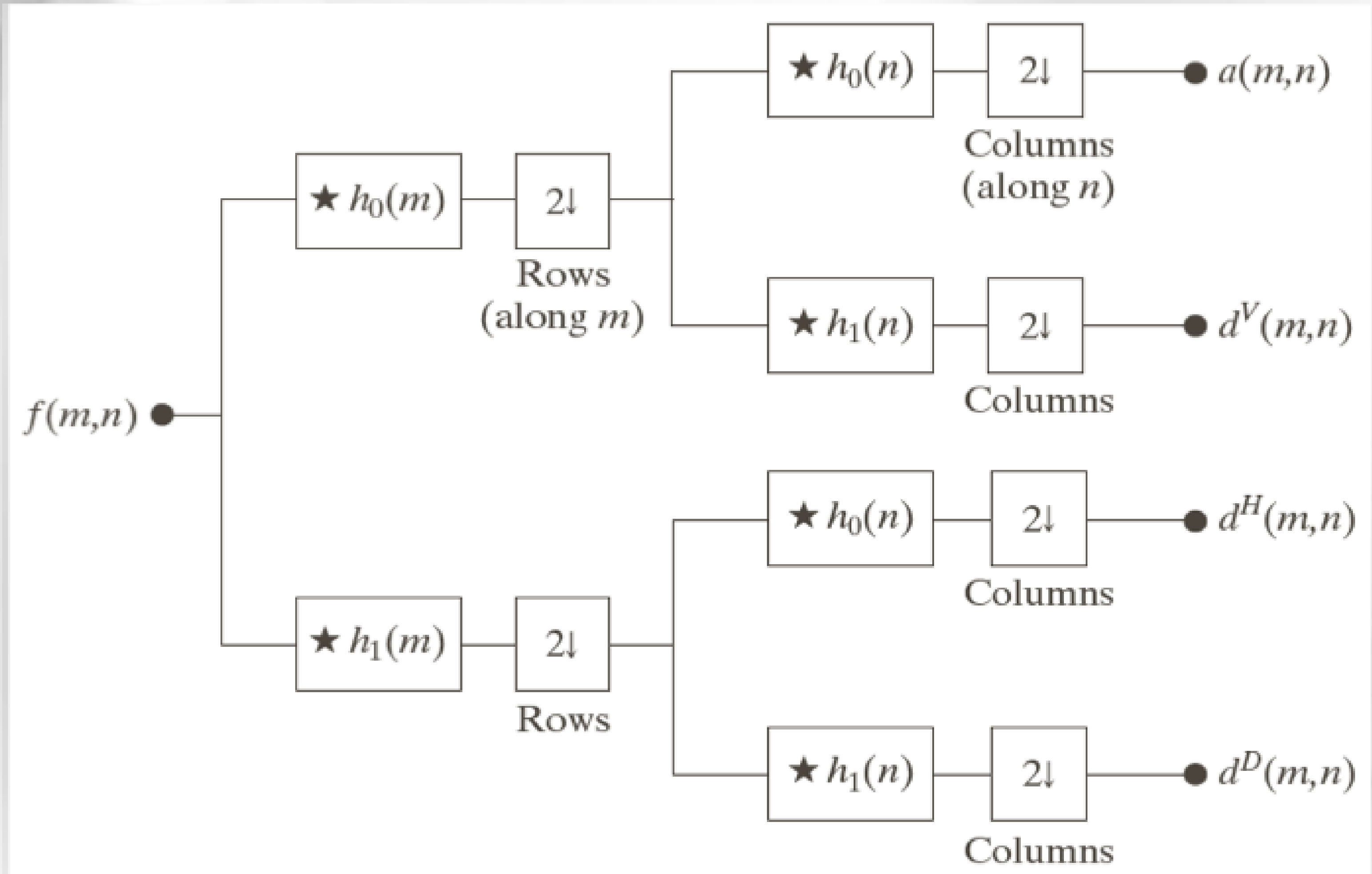
Implementação de Wavelets *(cont.)*

Estágios de decomposição wavelet bidimensional não padrão por filtros:



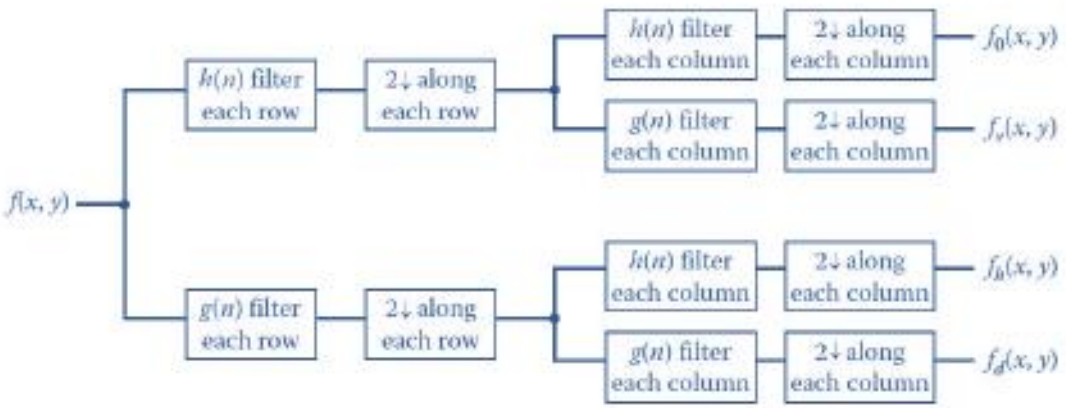
Implementação de Wavelets *(cont.)*

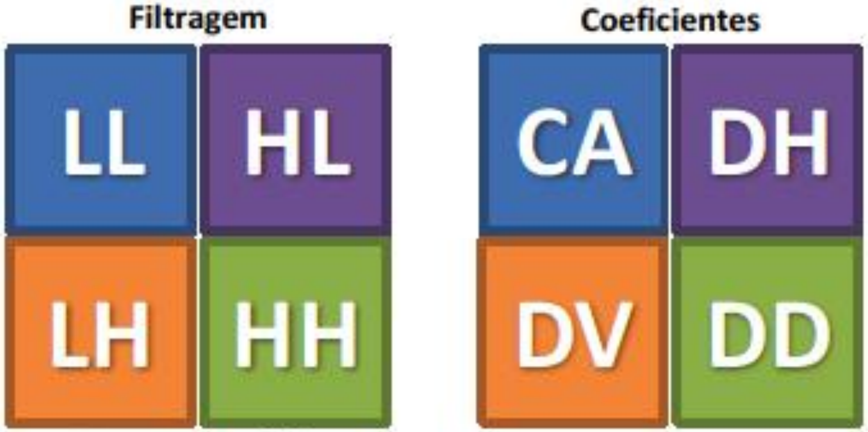
O resultado será composto de aproximação e detalhes.



Implementação de Wavelets (cont.)

Dois níveis de aplicação da *wavelet:*



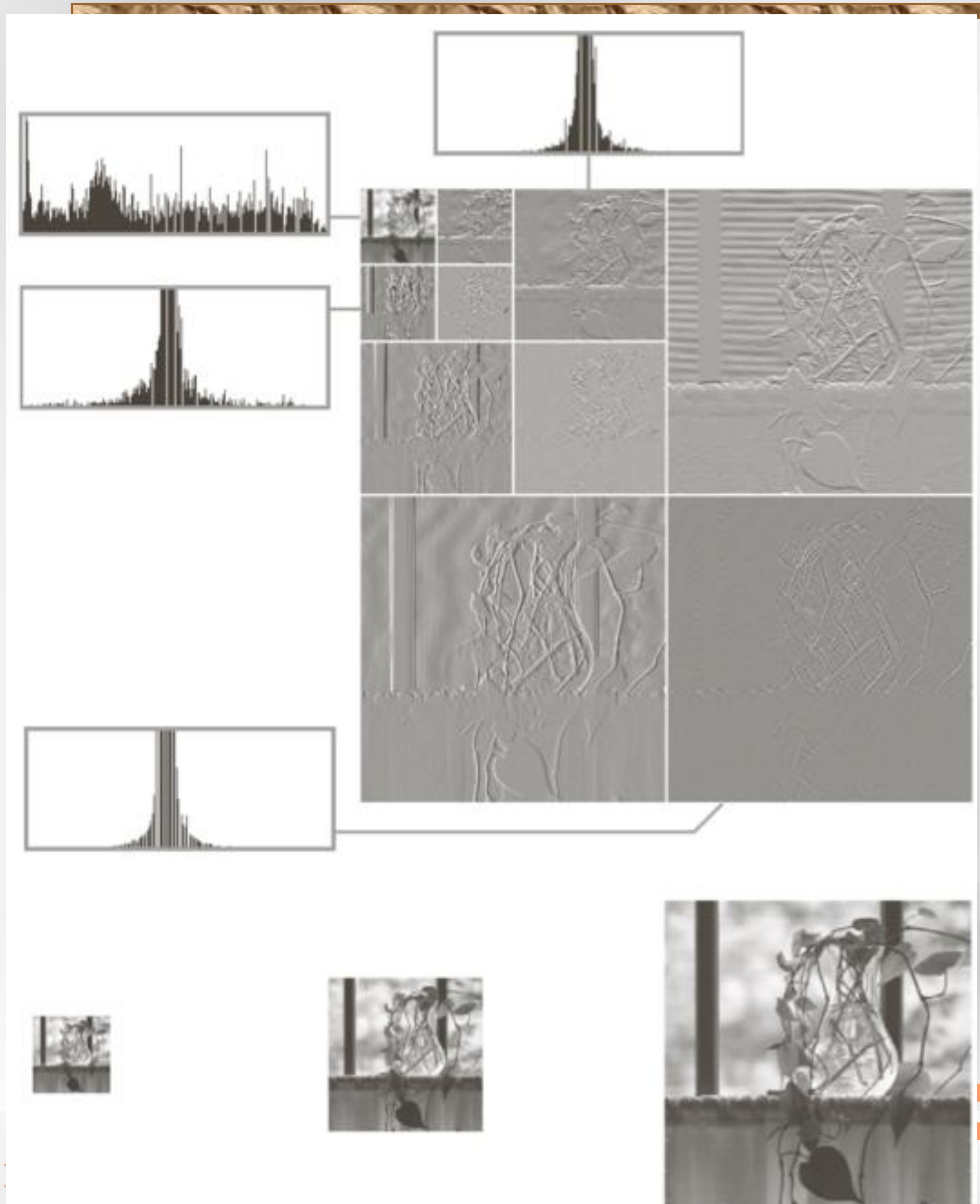


L: *Low-pass* – $h(x)$.
H: *High-pass* – $g(x)$.

CA: *Aproximação.*
DH: *Detalhes Horizontais.*
DV: *Detalhes Verticais.*
DD: *Detalhes Diagonais.*

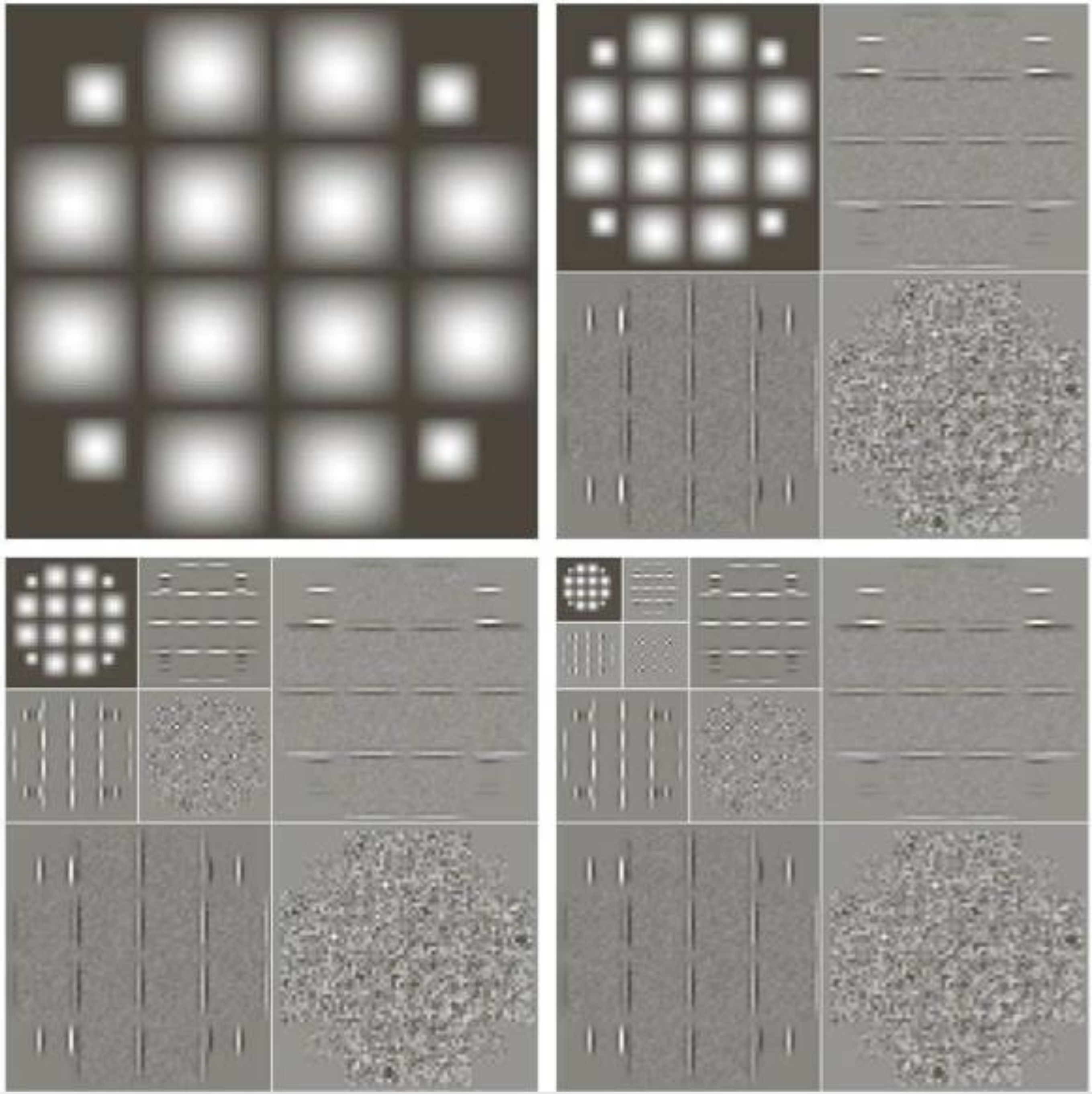
- **Exemplo:**

Haar Bidimensional



As filtragens são aplicadas iterativativamente sobre a imagem a(m,n) gerando, assim, resultados como o da figura ao lado

Haar Bidimensional (cont.)



a b
c d

FIGURE 7.25
Computing a 2-D three-scale FWT: (a) the original image; (b) a one-scale FWT; (c) a two-scale FWT; and (d) a three-scale FWT.

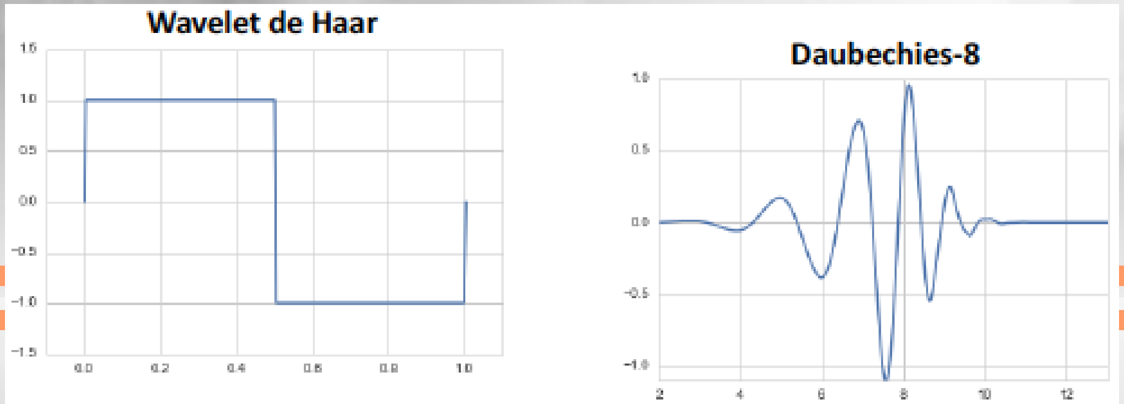
FAQ – Frequantly Asked Questions

Perguntas que valem ouro:

- Qual Wavelet usar?
- Quantos níveis de decomposição?

Recomendações:

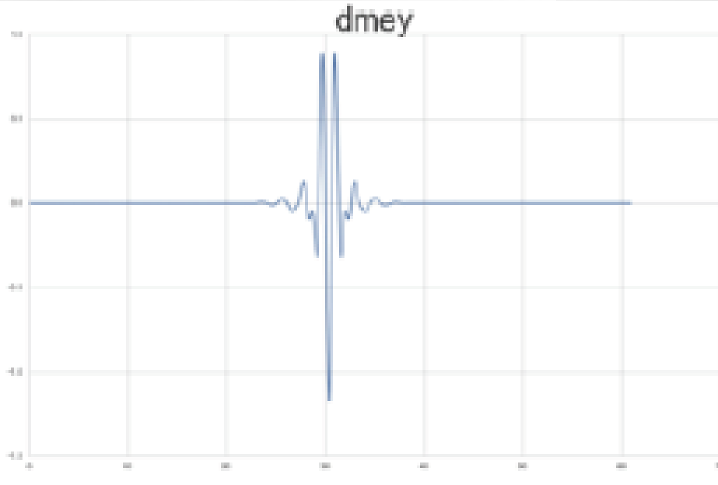
- Se o sinal é complexo use Wavelet complexa;
- A forma do seu sinal é importante!
- Use uma Wavelet que mais se parece com a característica do sinal;
- Para sinal com mudanças bruscas, Haar é melhor que Daubechies;
- Se quiser um maior refinamento, Daubechies é recomendada;



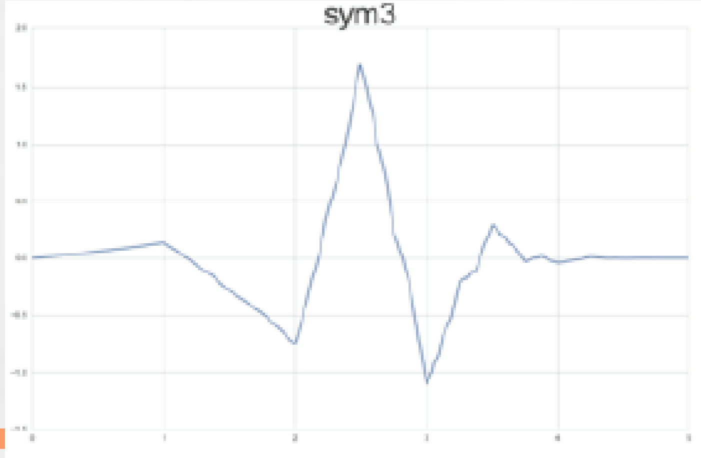
FAQ – Frequantly Asked Questions (cont.)

Recomendações:

- Sinal com variações suaves: Morlet ou Mexican-hat: Permite analisar fase e módulo;
  - ✓ Ex.: Sistemas geofísicos;

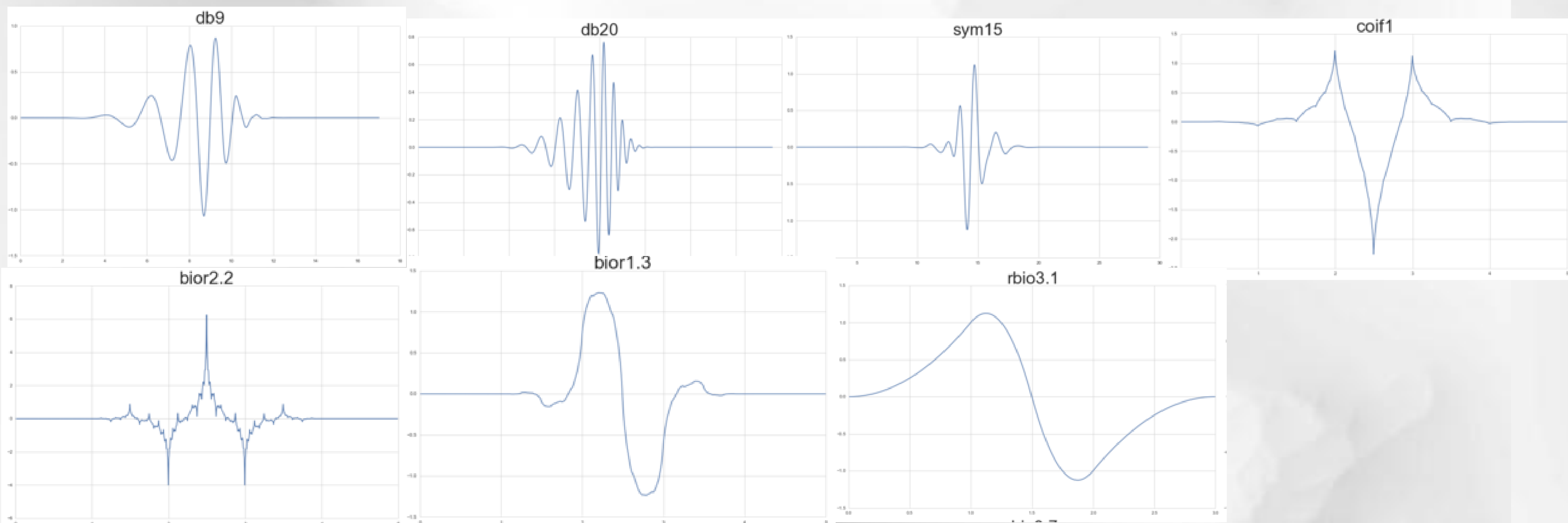


- Necessidade de sintetizar o sinal e/ou fazer compressão: Wavelets ortogonais.
  - ✓ Ex: Daubechies ou Meyer;



FAQ – Frequantly Asked Questions (cont.)

- Recomendações:
  - Segmentação de imagens: Wavelets de Gabor (ou Morlet);.



Wavelet e Ruídos

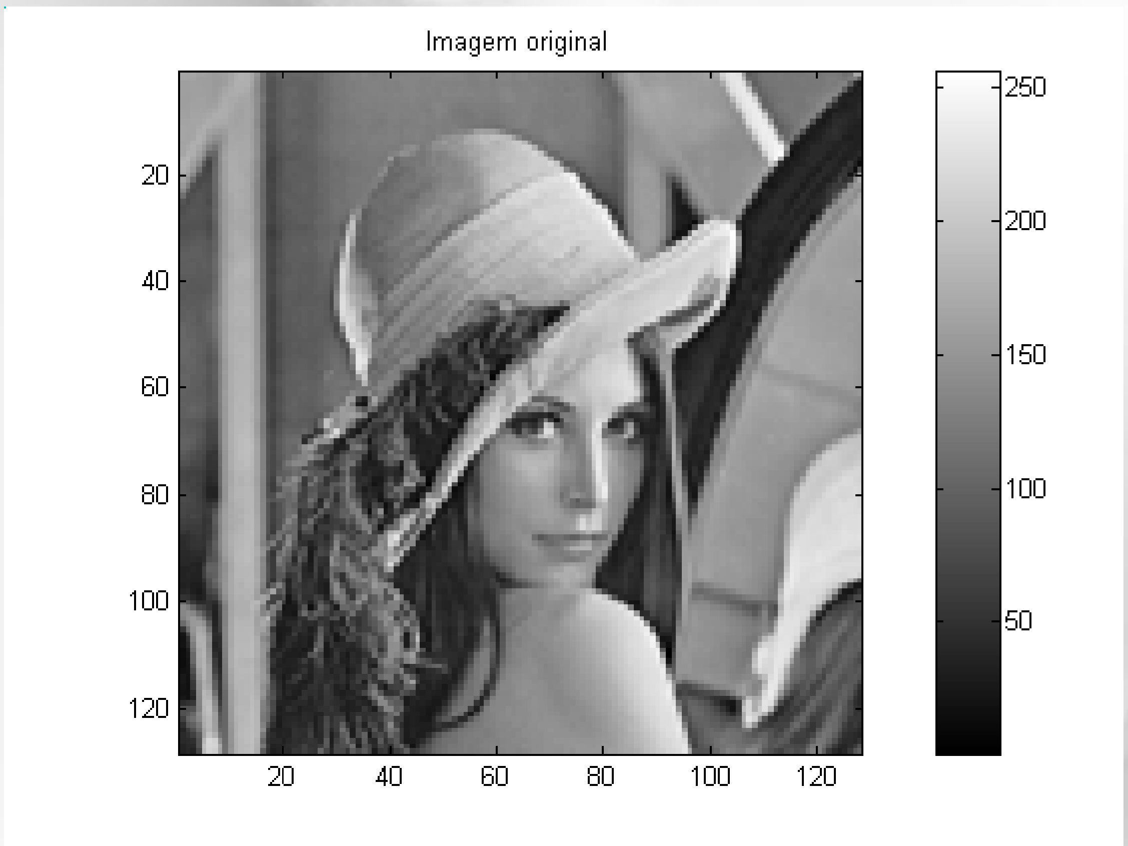
Wavelets pode ajudar a resolver o problema de **ruido**?

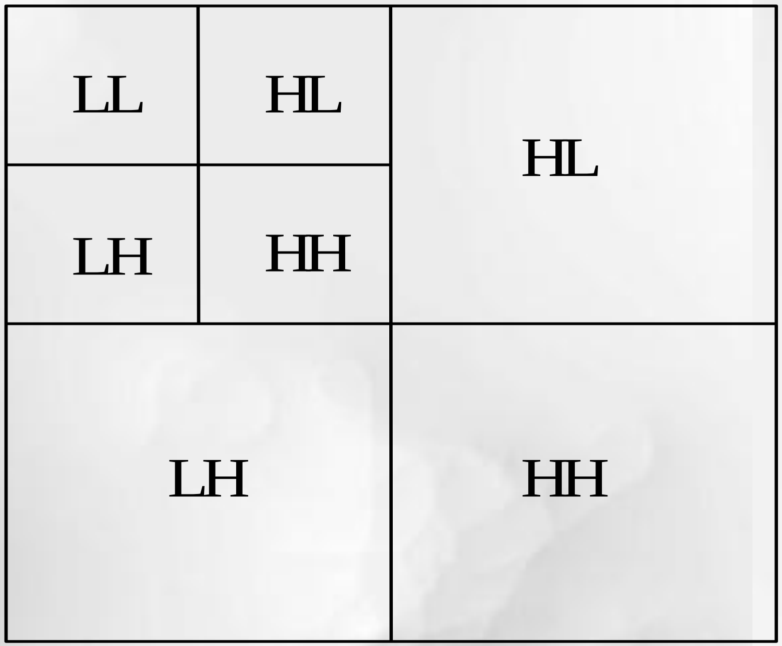
Em diversos campos do uso de sinais, os cientistas se deparam com o problema de recuperação de dados ruidosos.

Análise *Wavelet* , usando uma técnica chamada de *wavelet shrinkage ou thresholding* (encolhimento ou limiarização) ,
proposta por David Donoho pode resolver sim!!

Decomposicão e Denoising

A maioria das imagens tem ruído estocástico , com distribuição Gaussiana.





Técnica de David Donoho

- Quando se decompõem dados usando *wavelets*, usa-se filtros que agem como **filtros de média e detalhes**.

- Assim alguns dos coeficientes *wavelet* resultantes correspondem aos detalhes do conjunto de dados.

- Se os **detalhes são pequenos**, eles podem ser omitidos sem afetar substancialmente as principais características do conjunto de dados.

- A ideia de limiarização, então, é **zerar todos os coeficientes que são menores que um determinado limite**.

Técnica de David Donoho (cont.)

Estes coeficientes são utilizados **como zeros** na transformação *wavelet* inversa para reconstruir o conjunto de dados.

Essa técnica é um passo significativo na melhoria de dados ruidosos, pois o *denoising* é realizado sem que se perca as estruturas finas.

O resultado é um sinal mais limpo, mas que ainda mostra detalhes importantes.

Técnica David Donoho (cont.)

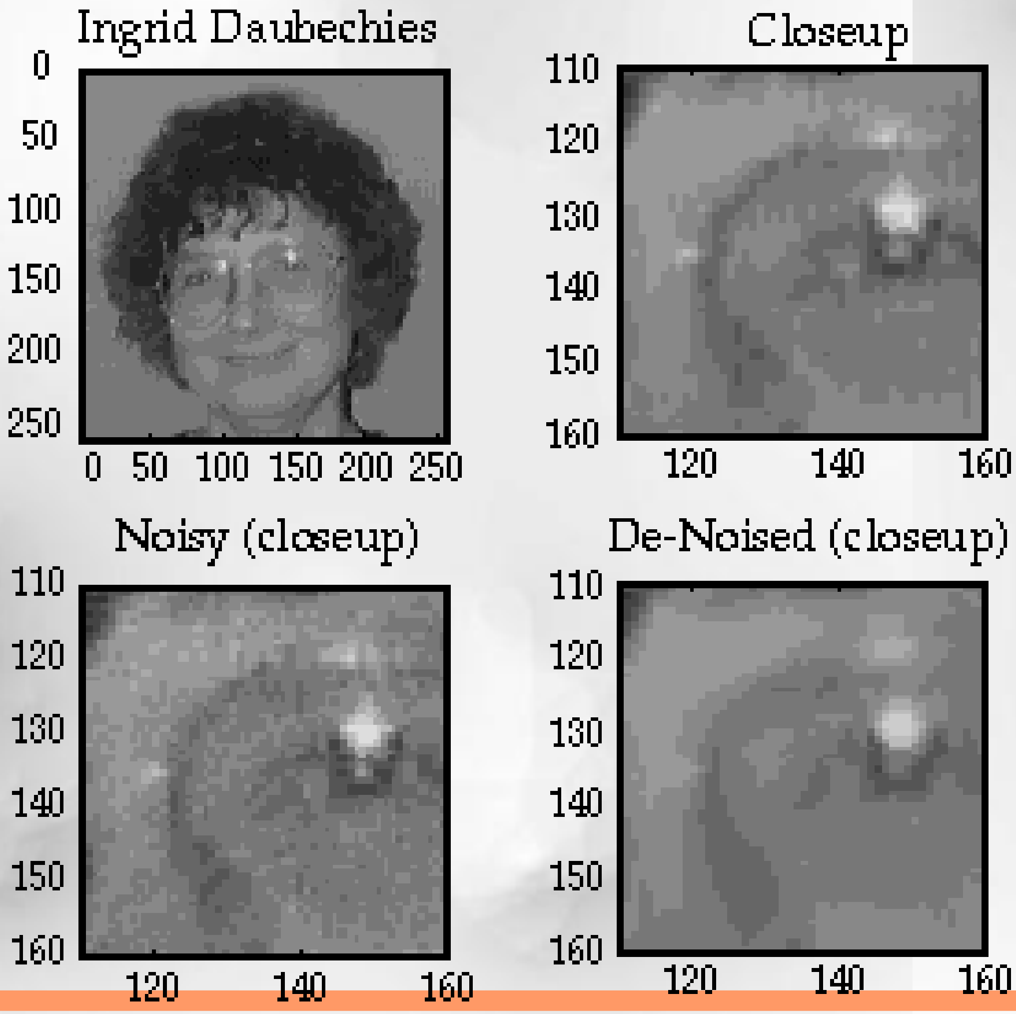
Imagem de Ingrid Daubechies (de 1993) e closes em seus olhos: original, com adição de ruído e com *denoise*.

Donoho denoise:

A imagem é transformada para o domínio de *wavelet* (usando Coiflets-3)

Aplica-se um limiar (threshold) e

Faz-se a transformada inversa.



Estimativa do valor de limiar

Visu-shringk (Donoho):

$$\lambda_{vs} = \sigma\sqrt{2\ln(n)}$$

σ: desvio padrão do ruído;
n: tamanho do sinal;

Donoho e Johnstone sugerem a utilização de um estimador robusto para σ com base nos coeficientes *wavelets* no nível mais fino (d_{M-1}), da seguinte forma:

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{mediana}(\mathbf{d}_{M-1})}{0.6745}.$$

Estimativa do valor de limiar

Visu-shringk (Donoho):

$$\lambda_{vs} = \sigma \sqrt{2\ln(n)}$$

σ: desvio padrão do ruído;
n: tamanho do sinal;

Limiarização adaptativa ótima (abordagem *Hard Thresholding*):

$$T = \sigma_n{}^2 / \sigma$$

σ_n^2 = Noise variance

σ = Original Signal variance

Fontes

Slides

- Prof. Fábio Cappabianco – UNIFESP
- Porf. Helder C. R. De Oliveira – Dep. De Eng. Elétrica - USP – São Carlos

Referências

- Mallat, S. (1989). A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2(7), 674-693.
- Sanches, I. (2003). Compressão sem perdas de projeções de tomografia computadorizada usando a transformada wavelet. (www.dainf.ct.utfpr.edu.br/~ionildo/wavelet).
- K. Najarian an R. Splinter, Biomedical Signal and Image Processing, CRC Press – Taylor & Francis Group, 2006.
- Donoho, DL; Johnstone IM; Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage . Biometrika, v81(3), 1994.
- Chang, S.; Yu, B.; Vetterli, M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression . Image Proc., IEEE Trans. on, v. 9, n. 9, p. 1532–1546, Sep 2000.