- 1. Carga eléctrica
- 2. Interacción eléctrica (Ley de Coulomb)
- 3. Campo Eléctrico
- 4. Potencial y diferencia de potencial
- 5. Relación entre campo eléctrico y potencial eléctrico
- 6. Dipolo eléctrico
- 7. Movimiento de cargas en campos eléctricos

Tema 1: Efectos eléctricos de cargas puntuales

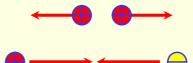
1

Introducción

- Los griegos son los primeros que observaron los fenómenos eléctricos y magnéticos (ámbar y magnetita)
- En el S:XIX se descubre que la electricidad y el magnetismo son 2 fenómenos relacionados:
 - Experimento de Oersted (1820) → la aguja de una brújula se desvía cuando está cerca de una corriente
 - Experimento de Faraday-Henry (1831) → aparece una corriente en un conductor circular cuando se mueve cerca de un imán

Carga eléctrica

Dos tipos de interacción:
- atracción y repulsión (en gravitación sólo hay atracción)



"Toda porción de materia está caracterizada por dos propiedades fundamentales: masa y carga."

Fuerza eléctrica >>>Gravedad ¿Por qué apreciamos la gravedad?

3

3

Carga Eléctrica

Unidad de la carga eléctrica en el Sistema Internacional de Unidades (S.I.):

Culombio (C)

CUANTIZACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA (empírico)

La carga eléctrica aparece siempre como múltiplo de una carga fundamental (cuanto eléctrico), cuyo valor es:

 $e = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

que es la carga del electrón en módulo.

(Nota: los quarks tienen carga (2e)/3, e/3 pero no se presentan aislados)

4

Carga Eléctrica

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA (empírico)

En todos los procesos observados en la Naturaleza, la carga neta o total de un sistema aislado permanece constante.

5

5

Interacción eléctrica (Ley de Coulomb)

 Este dispositivo (balanza de torsión) es el que que utilizó Charles Auguste de Coulomb (1736-1806) para medir por primera vez la fuerza eléctrica.



Interacción eléctrica (Ley de Coulomb)

☐ Ley de Coulomb (fuerza electrostática entre 2 cargas puntuales)

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

 $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}_{1,2}}{|\vec{r}_{1,2}|}$

vector unitario

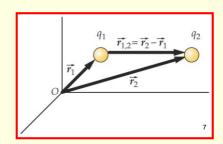
k: constante eléctrica

 $k = 9.10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

 $\epsilon_0\!\!:$ permitividad del vacío

 $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$



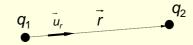
7

Interacción eléctrica (Ley de Coulomb)

Ejercicio/

Calcula la fuerza eléctrica entre dos cargas de 1 C situadas a 1 m de distancia.

$$\vec{\mathbf{F}} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{r}}$$



$$F = K \frac{1.1}{1^2} = 9.10^9 N$$

(es el peso de 12 millones de personas de 75 kg)!!

1 C es una carga enorme !!

8

Interacción eléctrica (Ley de Coulomb)

Cuando queremos calcular la fuerza ejercida sobre una carga q_0 por un conjunto de n cargas puntuales q_i utilizaremos el

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN: la fuerza resultante sobre q_0 es la suma vectorial de las fuerzas individuales ejercidas por cada carga q_i sobre la carga q_0 .

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i} = Kq_{0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_{i}}{r_{i}^{2}} \vec{u}_{i}$$

Donde \vec{u}_i es el vector unitario en la dirección del vector que une la posición de la carga q_i con q_0 , que está separada una distancia r_i de q_i .

9

9

Campo Eléctrico

Definición:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{a_0}$$

siendo q_0 : carga de prueba

Unidad del campo eléctrico en el Sistema Internacional de Unidades (S.I.): N/C

Expresión del campo para el caso de carga puntual

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{r}}$$

10

Campo Eléctrico

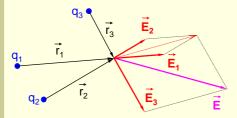
ALGUNOS CAMPOS ELÉCTRICOS DE LA NATURALEZA

| | E (N/C) |
|---|--------------------|
| En los cables domésticos | 10 ⁻² |
| En las ondas de radio | 10 ⁻¹ |
| En la atmósfera | 10 ² |
| En la luz solar | 10 ³ |
| Bajo una nube tormentosa | 10 ⁴ |
| En la descarga de un relámpago | 10 ⁴ |
| En un tubo de rayos X | 10 ⁶ |
| En el electrón de un átomo de hidrógeno | 6·10 ¹¹ |
| En la superficie de un núcleo de uranio | 2·10 ²¹ |

11

Campo Eléctrico

Ppo. de Superposición (varias cargas puntuales)



$$\vec{\textbf{E}} = \sum \vec{\textbf{E}}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{\textbf{u}}_{r_i}$$

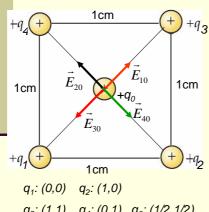
Podemos asociar una nueva propiedad a cada punto (x,y,z) del espacio, **el campo eléctrico**, independientemente de que coloquemos o no la carga q_0

$$\vec{E}(x, y, z) = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

12

Campo Eléctrico

Ejercicio/ Dada la siguiente situación de las cargas, separadas 1 cm entre ellas, determinar la fuerza ejercida por las cargas sobre q₀.



 q_3 : (1,1) q_4 : (0,1) q_0 : (1/2,1/2)

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} \quad n = 4 \quad \vec{E} = \sum_{i} \vec{E}_{i} = \sum_{i} K \frac{q_{i}}{r_{i}^{2}} \vec{\mathbf{u}}_{r_{i}}$$

$$p.e. \ c\'{a}lculo \ de \ E_{10} \quad \vec{E}_{10} = K \frac{q_{1}}{r_{10}^{2}} \vec{\mathbf{u}}_{r_{10}}$$

$$\vec{r}_{10} = \vec{r}_{0} - \vec{r}_{1} = (0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}) - (0\vec{i} + 0\vec{j}) = 0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}$$

$$\vec{r}_{10} = \vec{r}_0 - \vec{r}_1 = (0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}) - (0\vec{i} + 0\vec{j}) = 0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}$$

$$r_{10} = |\vec{r}_{10}| = \sqrt{(0.5)^2 + (0.5)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7$$

$$\vec{u}_{r10} = \frac{\vec{r}_{10}}{r_{10}} = \frac{0.5\vec{i} + 0.5\vec{j}}{1/\sqrt{2}} = \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{E}_{10} = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1}{1/2} \left(\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right) \text{N/C}$$

$$\vec{E}_{10} = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1}{1/2} \left(\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right) \text{N/C}$$

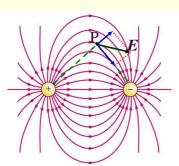
13

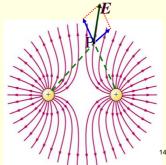
Campo Eléctrico

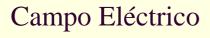
LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

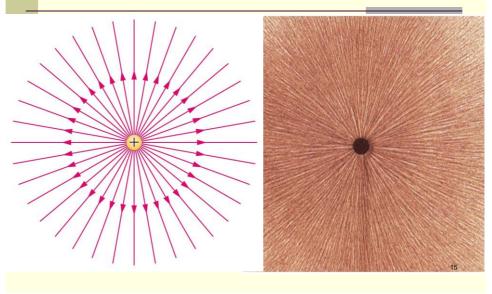
Definición: línea tangente al campo eléctrico en cada punto.

Sirven para dar una idea geométrica rápida y directa de la dirección y sentido del campo eléctrico en cada punto del espacio.







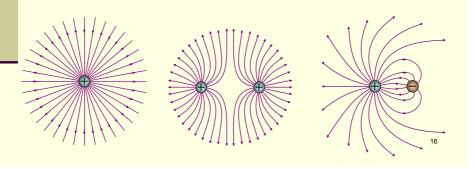


15

Campo eléctrico

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO. Reglas:

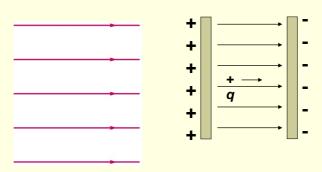
- 1º) sentido de + hacia -
- 2º) simétricas
- 3º) número líneas = proporcional a Q creadora de
- $4^{\rm o}$) densidad de líneas = proporcional al módulo de \vec{E}
- 5º) líneas de campo no se cortan



Campo Eléctrico

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO.

Campo uniforme: igual intensidad, dirección y sentido en todos los puntos del espacio



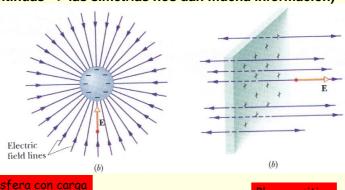
17

17

Campo Eléctrico

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO.

en esferas y planos (no son cargas puntuales sino distribuciones continuas --> las simetrías nos dan mucha información)



Esfera con carga negativa

Simetría esférica

Plano positivo

Potencial y diferencia de potencial

Teníamos:

Intensidad de campo eléctrico

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0}$$

q₀: carga de prueba

Definimos: POTENCIAL ELÉCTRICO.

$$V = \frac{U}{q_0} \bigg|_{q_0}$$

q_o: carga de prueba

ESCALAR: no es un vector!

Donde U es la energía potencial eléctrica que tiene la carga $q_{\scriptscriptstyle 0}$

Unidad del potencial eléctrico en el Sistema Internacional de Unidades (S.I.): J/C = Voltio (V)

19

Potencial y diferencia de potencial

Solo las diferencias de potencial o diferencias de energía potencial tienen sentido físico.

Podemos hablar de potencial en un punto concreto del espacio o energía potencial de una determinada carga, si previamente hemos definido un origen de potenciales o de energía potencial.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA.

La variación de energía potencial es igual al trabajo realizado por la fuerza conservativa **cambiado de signo**"

$$\Delta U = U_b - U_a = -W = -\int_{a}^{b} \vec{F} \cdot d\vec{l} = Kq_0 Q \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

Expresión que proporciona la diferencia de energía potencial eléctrica de la carga ${\bf q}_0$ entre los puntos a (situación inicial) y b (situación final), siendo ${\bf r}_a$ y ${\bf r}_b$ las distancias desde la carga Q hasta los puntos a y b, respectivamente.

Potencial y diferencia de potencial

Ver apéndice 1: obtención de la expresión del trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga de prueba $q_{\scriptscriptstyle 0}$ desde un punto a hasta otro b, en presencia de la carga Q.

Para una carga puntual $\, \, {\rm Q} ,$ el origen de energía se toma en el infinito. Entonces la energía de q_0 en un punto que dista r de ${\rm Q}$ es:

$$U_{ref} = 0$$
 para $r_{ref} = \infty$ $U = Kq_0Q \frac{1}{r}$

De la misma forma el potencial que crea Q en dicho punto es:

$$V = \frac{U}{q_0} = KQ\frac{1}{r}$$
 Con: $V_{ref} = 0$ para $r_{ref} = \infty$

21

21

Potencial y diferencia de potencial

POTENCIAL ELÉCTRICO.

Ppo. de Superposición (varias cargas puntuales)

Potencial creado por *n* cargas puntuales

$$V = \sum V_i = \sum_i K \frac{Q_i}{r_i}$$

Podemos asociar una nueva propiedad a cada punto (x,y,z) del espacio, **el potencial eléctrico**, V(x,y,z), independientemente de que coloquemos o no la carga q_0

La diferencia de potencial entre dos puntos 1 y 2 está relacionada con el trabajo W realizado por el campo eléctrico al desplazar una carga de prueba q_0 del punto 1 al 2:

$$W = \int_{1}^{2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = q_{0} \int_{1}^{2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_{0} (V_{1} - V_{2}) = -\Delta U$$

$$U = q_{0}V$$

22

Relación entre potencial y campo eléctrico

$$V = \frac{U}{q_0} \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad V_P = \frac{U_P}{q_0} = -\int_{\infty}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$U_P = -W = -\int_{\infty}^{P} \vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V(x,y,z)$$
 — $dV(x,y,z)$ Calculamos el diferencial (derivadas parciales)

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = \underbrace{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)}_{-\vec{E}}\underbrace{\left(dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}\right)}_{2\vec{i}}$$

23

Relación entre potencial y campo eléctrico

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = \underbrace{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)}_{-\vec{E}}\underbrace{\left(dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}\right)}_{d\vec{l}}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) = -\vec{\nabla}V = -grad\ V$$

gradiente del potencial

operador nabla
$$\vec{\nabla} \equiv \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

24

Relación entre potencial y campo eléctrico

$$V_P = -\int_{-\infty}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

En general, es más fácil calcular el potencial eléctrico (escalar), y también es más fácil derivar que integrar.



Si V(x)
$$\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{i}$$



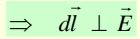
Si V(r)
$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$

25

Superficies Equipotenciales

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES: Puntos en los cuales el potencial permanece constante

Si
$$V = cte \implies dV = 0$$
 como $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$



 $\vec{dl} \perp \vec{E}$ El campo eléctrico siempre es perpendicular a las superficies equipotenciales.

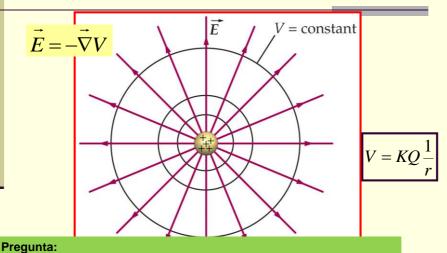
$$\Rightarrow W = 0$$

W=0 Si movemos una carga de prueba por una superficies equipotencial la fuerza eléctrica no realiza trabajo

 $\overline{E} = -\nabla V$ el signo negativo nos indica que:

El sentido del campo es contrario al crecimiento del potencial

Superficies Equipotenciales



. . .

¿Cómo son las superficies equipotenciales en un campo uniforme?

27

27

Ejercicio/ Obtener el campo eléctrico creado por una carga puntual a partir de la expresión del potencial eléctrico.

$$V = KQ\frac{1}{r}$$

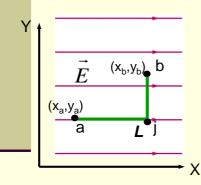
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \qquad \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial (KQ/r)}{\partial r}\vec{u}_r = -KQ\frac{\partial (1/r)}{\partial r}\vec{u}_r = -KQ\frac{-1}{r^2}\vec{u}_r$$

$$\vec{E} = KQ \frac{1}{r^2} \vec{u}_r$$

28

Ejercicio/ Calcula la diferencia de potencial entre dos puntos situados en un campo eléctrico uniforme.

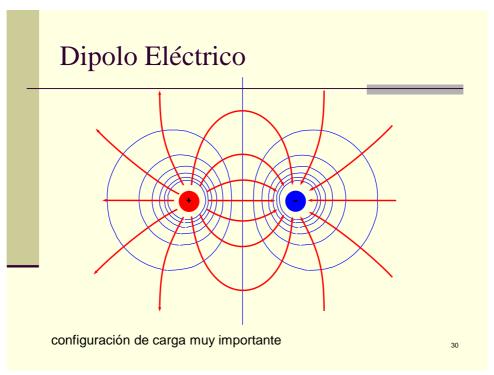


$$\vec{E} = E \vec{i}$$

$$\Delta V_{a \to b} = -\int_{L} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{a}^{j} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_{j}^{b} \vec{E} \cdot d\vec{l} =$$

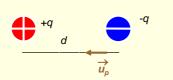
$$= -\int_{a}^{j} (E \vec{i}) (dx \vec{i}) = -E \int_{a}^{j} dx =$$

$$= -E(x_{b} - x_{a}) = -E\Delta x$$

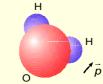


Dipolo Eléctrico

Formado por dos cargas iguales y de signo opuesto, separadas una distancia **d**, y fijas entre sí.



momento dipolar eléctrico



 $\vec{p} = qd \ \vec{u}_p$

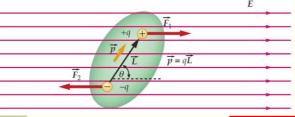
muy importante para las propiedades eléctricas de los materiales aislantes, antenas, cristales líquidos,...

31

31

Dipolo Eléctrico

Dipolo en inmerso en un campo eléctrico



Momento que aparece sobre el dipolo:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Energía del dipolo:

$$U_{dipolo} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

La deducción de ambas expresiones se encuentra en el apéndice 2

32

Movimiento de cargas en campos eléctricos

Si a una partícula cargada se le aplica un campo eléctrico:

2^{da} ley de Newton

 $\vec{F} = m\vec{a}$

Fuerza Eléctrica

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

 $q\vec{E} = m\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

Si E es uniforme, a = cte.

33

33

Movimiento de cargas en campos eléctricos

La energía total de una partícula cargada, de masa ${\it m}$ carga ${\it q}$ que se mueve en presencia de un campo ${\it E}$

$$E_T = E_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + qV$$

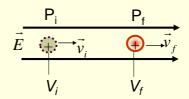
Principio de conservación de la energía

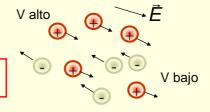
$$E_T(P_i) = E_T(P_f)$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + qV_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + qV_f$$

$$\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = q(V_i - V_f)$$

una partícula libre tiende hacia el estado de mínima energía potencial



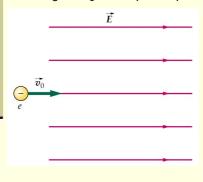


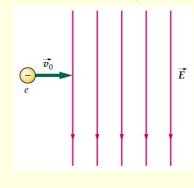
34

Movimiento de cargas en campos eléctricos

Ejercicio/ a) Calcula las ecuaciones de movimiento del electrón en las dos situaciones que te mostramos en las figuras.

b) Calcula la variación de energía cinética y de energía potencial del electrón en ambas figuras. ¿Se cumple el Ppo. de Conservación de la energía?

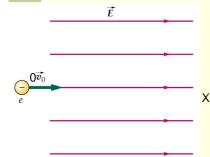




35

35

Movimiento de cargas en campos eléctricos



$$qE = ma_x; a_x = \frac{-eE}{m} \quad \text{M.U.A.}$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t; v_x = v_0 - \frac{eE}{m} t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2; x = v_0 t - \frac{eE}{2m} t^2$$

X $0 = v_0 - \frac{eE}{m}t$; $t = \frac{mv_0}{eE}$ $x = v_0 t - \frac{eE}{2m}t^2$ $x = v_0 \frac{mv_0}{eE} - \frac{eE}{2m} \left(\frac{mv_0}{eE}\right)^2$ $x = \frac{mv_0^2}{eE} - \frac{mv_0^2}{2eE} = \frac{mv_0^2}{2eE}$

36

Movimiento de cargas en campos eléctricos

Ejercicio/ Disponemos de una carga fija de 1 μC y masa 5 g. Otra carga de 1nC y 100 μg de masa se lanza contra la primera a una velocidad de 1000 m/s desde un punto muy alejado, donde los efectos eléctricos son despreciables. Determina a qué distancia de la primera carga se para la segunda. ¿Pueden despreciarse los efectos gravitatorios entre las cargas en la resolución del problema?

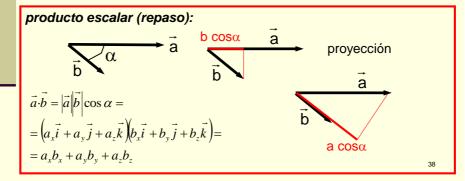
37

37

Apéndice 1: trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga de prueba q_0 desde un punto a hasta otro b, en presencia de la carga Q.

Trabajo realizado por la fuerza eléctrica al desplazar una carga \mathbf{q}_0

$$W = \int_{a}^{b} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$
 Julio (J) Unidad en el S.I.



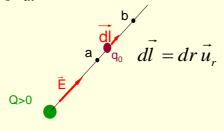
Apéndice 1: trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga de prueba q_0 desde un punto a hasta otro b, en presencia de la carga Q.

Camino radial

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 \int \left(K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \right) \cdot \left(dr \ \vec{u}_r \right) = K q_0 Q \int_a^b \frac{dr}{r^2} =$$

integral de línea (o de camino) $= Kq_0Q\left[\frac{-1}{r}\right]_a^b = Kq_0Q\left(\frac{-1}{r_b} - \frac{-1}{r_a}\right)$

 $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$



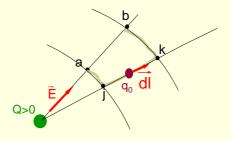
39

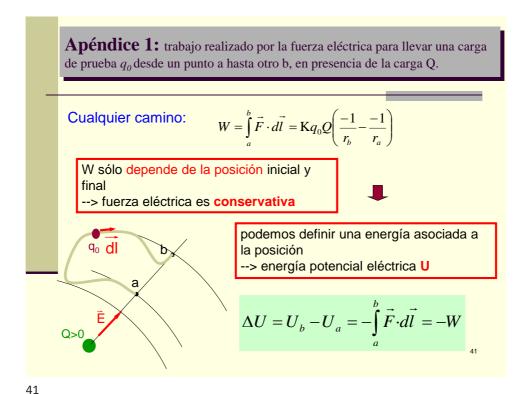
39

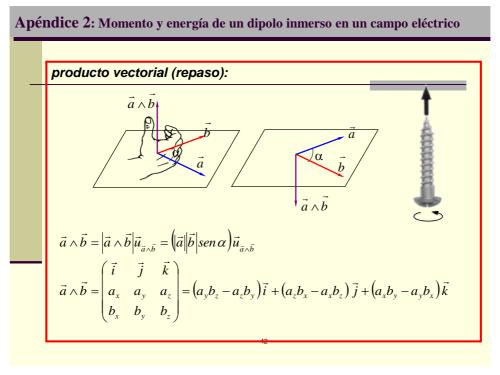
Apéndice 1: trabajo realizado por la fuerza eléctrica para llevar una carga de prueba q_0 desde un punto a hasta otro b, en presencia de la carga Q.

Camino compuesto (circular y radial)

$$W = \int_{a}^{b} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{a}^{j} \vec{F} \cdot d\vec{l} + \int_{j}^{k} \vec{F} \cdot d\vec{l} + \int_{k}^{b} \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_{0} \int_{j}^{k} \vec{E} \cdot d\vec{l} = Kq_{0} Q \left(\frac{-1}{r_{b}} - \frac{-1}{r_{a}} \right)$$



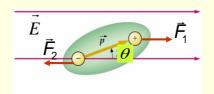




Apéndice 2: Momento y energía de un dipolo inmerso en un campo eléctrico

Dipolo en presencia de un campo eléctrico uniforme:

-fuerza resultante sobre el dipolo.



E uniforme \Rightarrow $\vec{E}_1 = \vec{E}_2$

$$ec{E} = E \, ec{i}$$

$$\vec{F}_1 = qE\,\vec{i} \qquad \vec{F}_2 = -qE\,\vec{i}$$

$$\vec{F}_T = \sum_i \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

no hay movimiento de traslación

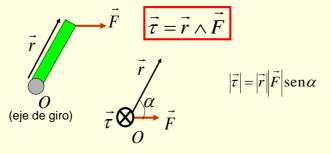
4

43

Apéndice 2: Momento y energía de un dipolo inmerso en un campo eléctrico

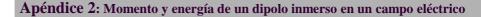
momento de fuerzas ó torque (repaso):

Expresa la tendencia a girar de un cierto sistema.

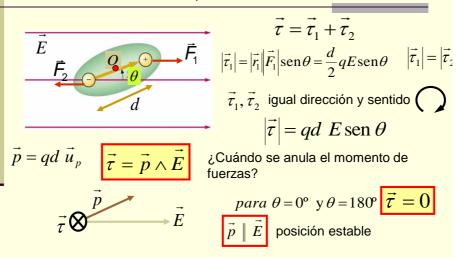


dirección : perpendicular a la pantalla sentido : hacia fuera

44



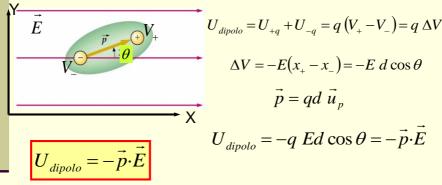
Dipolo en presencia de un campo eléctrico uniforme: momento de fuerzas sobre el dipolo.



45

Apéndice 2: Momento y energía de un dipolo inmerso en un campo eléctrico

Dipolo en presencia de un campo eléctrico uniforme: energía potencial del dipolo.



¿Cuándo es mínima la energía potencial del dipolo?

$$ec{p} \parallel ec{E}$$
 y en el mismo sentido

46