# Теория вероятностей и математическая статистика
# Домашнее задание №5

Дмитрий Донецков (ddonetskov@gmail.com)

July 25, 2018

## 1 Задачи

Дано: $X \sim U[0{,}2], Y \sim U[1{,}3], X \perp\!\!\!\perp Y$. Укажем функции распределения $X$, $Y$ и функции плотности распределения $X$, $Y$:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x}{2}, & x \in [0{,}2], \\ 1, & x > 2. \end{cases} \qquad f_X(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0{,}2] \\ \frac{1}{2}, & x \in [0{,}2]. \end{cases}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 1, \\ \frac{y-1}{2}, & y \in [1{,}3], \\ 1, & y > 3. \end{cases} \qquad f_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \notin [1{,}3], \\ \frac{1}{2}, & y \in [1{,}3]. \end{cases}$$



### 1.1 Задача 1

Т.к. $X$, $Y$ - *независимые* случайные величины, то функция их совместного распределения - это произведение их функций распределения

$$F(x,y) = P(X \leq x, Y \leq y) = P(X \leq x)(P(Y \leq y) = F_X(x)F_Y(y)$$

$$\Rightarrow F(x,y) = \begin{cases} \frac{x(y-1)}{4}, & x \in [0{,}2], y \in [2{,}3], \\ 1, & x > 2, y > 3, \\ 0, & \text{во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

### 1.2 Задача 2

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F(x{,}y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{x(y-1)}{4} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{y-1}{4} = \frac{1}{4}.$$

### 1.3 Задача 3

$$F_{X+Y}(t) = P(X + Y \leq t) = P(Y \leq t - X) = P(Y \leq t - x | X = x)$$

$$\Rightarrow F_{X+Y}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_Y(t-x) f_X(x) dx$$