

Série 11

Exercice 1. On rappelle qu'on a défini l'angle entre deux vecteurs \vec{u}, \vec{v} non-nuls comme étant l'unique rotation $r = \widehat{\vec{u}\vec{v}}$ qui envoie la demi-droite $\mathbb{R}_{\geq 0}\vec{u}$ sur la demi-droite $\mathbb{R}_{\geq 0}\vec{v}$.

1. A quoi correspondent (dans ce langage) les angles de mesure (dans le langage traditionnel)
 $0, 30, 45, 60, 90$ et 180 degrés?
2. Énoncer et démontrer dans ce langage le résultat bien connu suivant : *étant donné un triangle ABC (délimité par trois points distincts) la somme des angles aux sommets A, B, C vaut 180 degrés.*

Exercice 2. 1. Donner la matrice de la partie linéaire de la symétrie axiale s d'axe la droite d'équation

$$2x + 3y = 4$$

et donner l'expression analytique de cette isométrie

$$s(x, y) = (X, Y).$$

2. Quelle est la matrice de (la partie linéaire de) la rotation affine r qui envoie le segment $[PQ]$ sur le segment $[P'Q']$ avec

$$P = (2, 2), \quad Q = (-2, 6), \quad P' = (-\sqrt{3}, \sqrt{3}), \quad Q' = (-2 - 3\sqrt{3}, 2 - \sqrt{3})?$$

Donner l'expression analytique de cette isométrie

$$r(x, y) = (X, Y).$$

Quel est le centre de cette rotation ?

3. Quelle est la nature, les paramètres géométriques et l'expression analytique associée à l'isométrie composée $s \circ r$.

Exercice 3. Soit $\rho, \rho' \in \mathbb{C}^1$, $\nu, \nu' \in \mathbb{C}$ et les transformations complexes

$$r_{\rho, \nu} : z \in \mathbb{C} \mapsto \rho z + \nu \in \mathbb{C}$$

$$s_{\rho, \nu} : z \in \mathbb{C} \mapsto \overline{\rho} \bar{z} + \nu \in \mathbb{C}$$

qui correspondent aux rotations et aux symétries affines de \mathbb{R}^2 .

1. Calculer le centre de la rotation de \mathbb{R}^2 correspondant à $r_{\rho,\nu}$.
2. Calculer les applications reciproques $r_{\rho,\nu}^{-1}$, $s_{\rho,\nu}^{-1}$
3. Calculer les composees $r_{\rho,\nu} \circ r_{\rho',\nu'}$, $r_{\rho,\nu} \circ s_{\rho',\nu'}$
4. Donner une condition necessaire et suffisant sur ρ, ν pour que $s_{\rho,\nu}$ corresponde à une symetrie axiale, glissee ?
5. Si vous "tirez au hasard" une symetrie affine, avez vous plus de chances qu'elle soit axiale ou glissee ?

Exercice 4. 1. Quels sont les parametres complexes des isometries r et s discutees dans l'exercice 2 ?

2. Retrouver les resultats de cet exercice en utilisant systematiquement les nombres complexes.