EIDGENÖSSISCHE TECHNISCHE HOCHSCHULE – LAUSANNE
POLITECNICO FEDERALE – LOSANNA
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY – LAUSANNE

Faculté Informatique et Communications
Cours ICC aux sections MA et PH
Chappelier J.-C.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

INFORMATIQUE, CALCUL & COMMUNICATIONS

Sections MA & PH

Examen final

20 décembre 2013

SUJET 1

Instructions :

- Vous disposez d'une heure quarante-cinq minutes pour faire cet examen (13h15 - 15h00).
- L'examen est composée de 2 parties : un questionnaire à choix multiple, prévu sur 45 minutes, et une partie à questions ouvertes, prévue sur 60 minutes.
  Mais vous êtes libres de gérer votre temps comme bon vous semble.
- **AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISÉ, NI AUCUN MATÉRIEL ÉLECTRONIQUE**.
- Pour la première partie (questions à choix multiples), chaque question n'a qu'une seule réponse correcte parmi les quatre propositions.
  Répondez aux questions directement sur la donnée ; en cochant *clairement* une solution parmi les quatre proposées à chaque fois.
  En cas de rature, ou toute ambiguïté de réponse, nous compterons la réponse comme fausse.
- Pour la seconde partie, répondez également directement sur la donnée dans la place libre prévue à cet effet.
- La première partie comporte 5 exercices indépendants, couvrant toutes les leçons du module III, traitées dans n'importe quel ordre, mais qui ne rapportent pas la même chose (les points sont indiqués, le total pour cette partie est de 14).
- La seconde partie comporte 6 exercices indépendants, couvrant toutes les leçons du cours dans son ensemble, traitées dans n'importe quel ordre, mais qui ne rapportent pas la même chose (les points sont indiqués, le total pour cette partie est de 28).
- Les exercices n'indiquent pas la leçon associée et ne sont pas nécessairement dans l'ordre dans lequel les leçons ont été données en cours.
- Toutes les questions comptent pour la note finale.

Exercice 1 – Utilisation d'un ordinateur [3 points]

Question 1.1) Sur un ordinateur avec un processeur à 32 bits, combien de temps faut-il pour lire (en mémoire) un fichier de 32 Mo si le disque transfert 4000 *mots* par ms ?

❑ 0.25 s ❑ 0.25 μs ❑ 16 s ❑ 2 s

Question 1.2) Vous voulez télécharger un fichier de 2 Go depuis un site Web. Votre ordinateur à 4 possibilités d'accéder à Internet : A, B, C et D, de capacité respective 2, 5, 10 et 12 mégabits par seconde. Malheureusement chacune de ces 4 possibilités est servie par un serveur différent ayant en ce moment chacun une capacité respective de 10, 4, 3 et 3 mégabits par seconde.

Quelle connection devez-vous utiliser pour réduire votre temps de téléchargement ?

❑ A ❑ B ❑ C ❑ D

Question 1.3) Un ordinateur avec une mémoire cache de 4 blocs exécute un programme qui utilise 6 blocs de mémoire : A, B, C, D, E et F. Si la mémoire cache a besoin de place, elle renvoie en mémoire le bloc qu'elle n'a pas utilisé depuis le plus longtemps.

Combien de défauts de cache se produisent si le programme accède aux données dans l'ordre :

A, B, A, B, C, D, A, F, A, E, D

❑ 6 ❑ 7 ❑ 8 ❑ 9

Exercice 2 – Multiplication de matrices [3 points]

Question 2.1) On s'intéresse à la multiplication de matrices : $C = A \times B$. Ces matrices sont stockées ligne par ligne en mémoire. Par exemple, si les matrices A et B sont respectivement de taille 5x4 et 4x5, elles sont alors stockées dans la mémoire de la façon suivante :

```
A(1,1) à l'adresse 1048          B(1,1) à l'adresse 4004
A(1,2)             1049          B(1,2)             4005
...                              ...
A(1,4)             1051
A(2,1)             1052
...
A(5,4)             1067          B(4,5)             4023
```

Pour la *lecture* de A, il est préférable d'avoir :

❑ de grands blocs car la localité spatiale des accès est importante.
❑ de grands blocs car la localité temporelle des accès est importante.
❑ de petits blocs car la localité temporelle des accès est importante.
❑ de petits blocs car la localité spatiale des accès est importante.

Question 2.2) Pour effectuer cette multiplication, on utilise l'algorithme naïf suivant :

Multiplication de matrices
entrée : A, B *(nombre de colonnes de A = le nombre de lignes de B)* sortie : $C = A \times B$

Pour i de 1 à **nombre_de_lignes**(A)
  Pour j de 1 à **nombre_de_colonnes**(B)
  $c_{i,j} \longleftarrow 0$
  Pour k de 1 à **nombre_de_colonnes**(A)
  $c_{i,j} \longleftarrow c_{i,j} + a_{i,k} \times b_{k,j}$

Quel est le problème avec cet algorithme s'il est traduit de façon similaire en un programme en assembleur (c'est-à-dire compilé directement) ?

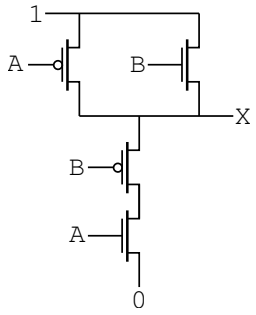
- ❑ Il n'est pas compatible avec de l'assembleur ; certaines instructions ne peuvent pas être réalisées.
- ❑ Les deux matrices A et B n'étant pas nécessairement carrées, le résultat n'est pas toujours correct.
- ❑ L'accès aux éléments de B risque de causer un défaut de cache à chaque itération.
- ❑ L'accès aux éléments de A se fait dans un ordre qui ne permet pas une bonne localité temporelle.

Question 2.3) Quelle serait une bonne stratégie pour améliorer la traduction de l'algorithme précédent en machine (optimisation du compilateur) ?

- ❑ Ajouter des lignes ou des colonnes de 0 pour rendre les structures des deux matrices symétriques.
- ❑ Inverser les boucles i et j.
- ❑ Représenter les matrices A et B par colonne (au lieu de par ligne).
- ❑ Représenter la matrice B par colonne, mais laisser la réprésentation de A inchangée.

Exercice 3 – Circuits [2 points]

Question 3.1) Quelle est la table de vérité de la sortie `X` du circuit suivant :



❑

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	0

❑

B \ A	0	1
0	1	0
1	1	1

❑

B \ A	0	1
0	1	1
1	0	1

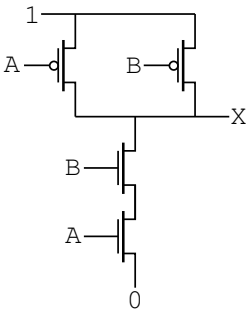
❑

B \ A	0	1
0	1	0
1	0	1

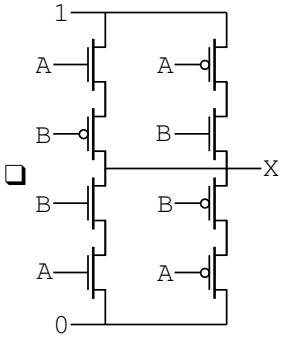
Question 3.2) Quel circuit a pour sortie X suivant la table de vérité suivante :

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	0

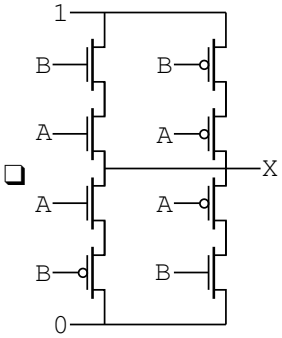
❑



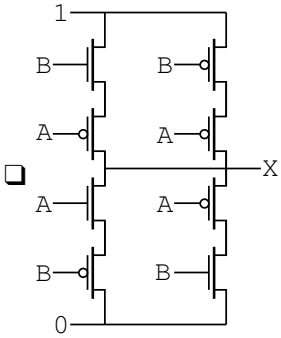
❑



❑



❑



Exercice 4 – Sécurité [2 points]

Question 4.1) Si je veux transmettre vos notes au service académique (SAC) à la fin de l'année, mais souhaite qu'elles restent lisibles (par exemple par vous), alors j'assure :

❑ l'intégrité des notes en calculant leur empreinte cryptographique.
❑ l'authenticité des notes en calculant leur empreinte cryptographique.
❑ l'authenticité des notes en les chiffrant avec la clé publique du SAC.
❑ la confidentialité des notes en les chiffrant avec la clé publique du SAC.

Question 4.2) Dans un système de cryptographie à clé publique,

❑ aucune confidentialité n'est possible puisque la clé est publique.
❑ chaque participant possède deux clés et utilise la clé publique du destinataire pour lui adresser un message confidentiel.
❑ chaque participant possède au moins deux clés et utilise sa propre clé privée pour envoyer des messages confidentiels.
❑ on peut chiffrer les messages mais pas les signer.

Exercice 5 – Code processeur [4 points]

Question 5.1) Lequel de ces constituants *ne* fait *pas* partie de l'architecture de von Neumann :

❑ l'unité arithmétique et logique ❑ la mémoire ❑ l'unité de contrôle ❑ le disque dur

Question 5.2) **[cette question vaut 2 points]**

Voici un code en assembleur, où « `cont_pos x, a` » saute à la ligne `a` si la valeur `x` est *strictement* positive :

```
1: charge   r1, 0
2: charge   r2, 1
3: somme    r3, r1, r2
4: charge   r1, r2
5: charge   r2, r3
6: somme    r0, r0, -1
7: cont_pos r0, 3
```

Quelle est la valeur du registre `r2` lorsque le programme se termine, sachant que le registre `r0` contient au départ la valeur 4 ?

❑ 1 ❑ 5 ❑ 8 ❑ 13

Question 5.3) Lequel de ces algorithmes correspond au code ci-dessus :

❑

algo. A
entrée : n
sortie : m
$s \longleftarrow 0$
$m \longleftarrow 1$
Tant que $n \geq 0$
$m \longleftarrow m + s$
$r \longleftarrow s$
$s \longleftarrow m$
$m \longleftarrow r$
$n \longleftarrow n - 1$

❑

algo. B
entrée : n
sortie : m
$m \longleftarrow 0$
$s \longleftarrow 1$
Tant que $n > 0$
$m \longleftarrow m + s$
$r \longleftarrow s$
$s \longleftarrow m$
$m \longleftarrow r$
$n \longleftarrow n - 1$

❑

algo. C
entrée : n
sortie : m
$s \longleftarrow 0$
$m \longleftarrow 1$
Tant que $n > 0$
$r \longleftarrow m + s$
$s \longleftarrow m$
$m \longleftarrow r$
$n \longleftarrow n - 1$

❑

algo. D
entrée : n
sortie : m
$m \longleftarrow 0$
$s \longleftarrow 1$
Tant que $n \geq 0$
$r \longleftarrow m + s$
$m \longleftarrow r$
$s \longleftarrow m$
$n \longleftarrow n - 1$

Exercice 6 – Limite du code de Shannon–Fano [6 points]

On considère une séquence de lettres composé uniquement de trois lettres dont la distribution de probabilités est la suivante, avec $0 < p < \frac{1}{3}$:

A	B	C
$1-p$	$p/2$	$p/2$

Question 6.1) Quelle est, en fonction de p, l'entropie $H(p)$ de cette séquence de lettres telle que définie en cours ? Mettez la sous la forme $f(p) + p$ (où $f(p)$ est une expression à déterminer).

$$H(p) =$$

$$=$$

$$=$$

Question 6.2) Quelle est, en fonction de p, la longueur moyenne du code de Shannon-Fano de cette source ? On la notera $L(p)$.

Arbre de code :

$$L(p) =$$

$$=$$

Question 6.3) On veut montrer que la borne supérieure $H+1$ vue en cours pour la longueur moyenne d'un code de Shannon-Fanon ne peut pas être améliorée.

C'est-à-dire que l'on veut montrer que pour tout $\varepsilon > 0$, il existe toujours une séquence de lettres d'entropie H, dont la longueur moyenne du code de Shannon-Fanon est supérieure à $H + 1 - \varepsilon$.

Considérer pour cela la séquence précédente et calculer la fonction $g(p) = H(p) + 1 - L(p)$.

$$g(p) =$$

$$=$$

$$=$$

Quelle est $\lim_{p \longrightarrow 0^+} g(p)$?

$$\lim_{p \longrightarrow 0^+} g(p) =$$

Conclure :

Exercice 7 – Filtres [4 points]

On considère le signal $X(t)$ suivant :

$$X(t) = 3\,\sin(5\,\pi\,t + \frac{\pi}{3}) + 4\,\sin(4\,\pi\,t + \frac{\pi}{6}) + 5\,\sin(6\,\pi\,t + \frac{\pi}{12})$$

Question 7.1) On applique à ce signal $X(t)$ un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $f_c = 2.75$ Hz. Quel signal $Y(t)$ obtient-on ?

$Y(t) =$

Question 7.2) On s'intéresse au signal $Z(t) = X(t) - Y(t)$. Quelle est sa bande passante ?

Question 7.3) On veut échantillonner $Z(t)$ à une fréquence $f_e = 5$ Hz. Peut-on assurer une reconstruction parfaite ? Si non, que doit on faire ?

Question 7.4) Finalement, on décide d'échantilloner $Z(t)$ à une fréquence $f_e = 7$ Hz. Quel est le signal $\widehat{Z}(t)$ obtenu après reconstruction ?

$\widehat{Z}(t) =$

Exercice 8 – Sans répétition [5 points]

On vous demande ici d'écrire un algorithme qui prend en paramètre une liste d'entiers (négatifs, positifs ou nuls) et retourne une autre liste d'entiers ne contenant qu'une et une seule fois chacun des nombres présents dans la liste reçue en entrée.

Par exemple, si la liste reçue en entrée contient les valeurs :

1, 8, 1000, 7, 8, 1, 7, 1000, 1 et 3,

la liste retournée contiendra :

1, 8, 1000, 7 et 3.

Question 8.1) Proposez un algorithme pour la tâche décrite ci-dessus :

Question 8.2) Quelle est la complexité de votre solution ? Justifier votre réponse.

Exercice 9 – Que fait-il ? [4 points]

Question 9.1) Que fait l'algorithme suivant

devinette
entrée : *Liste* L_1, *Liste* L_2 sortie : *??*

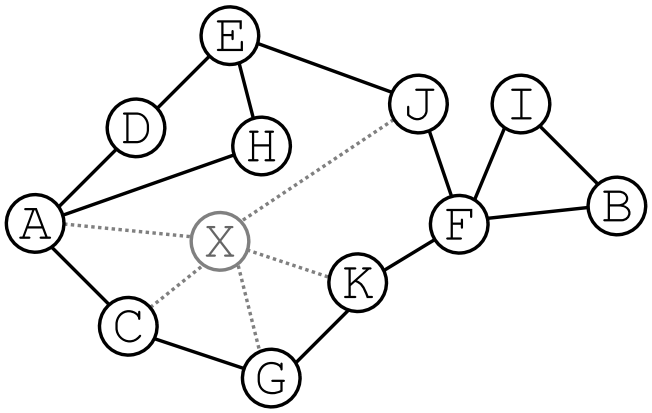
$l_1 \longleftarrow$ **taille**(L_1)
$l_2 \longleftarrow$ **taille**(L_2)
$L_3 \longleftarrow$ liste vide
$i \longleftarrow 1$
Tant que $i \leq l_1$ **ou** $i \leq l_2$
  Si $i \leq l_1$
  Ajouter le i-ième élément de L_1 à L_3
  Si $i \leq l_2$
  Ajouter le i-ième élément de L_2 à L_3
  $i \longleftarrow i + 1$
Sortir : L_3

Donnez une explication claire en français et illustrez par un exemple représentatif. On ne vous demande pas de paraphraser l'algorithme (genre « *On met la taille de* L_1 *dans* l_1, *...* »).

Question 9.2) On suppose que :
– l'ajout d'un élément à une liste de taille n se fait en $\mathcal{O}(n)$;
– le calcul de la taille d'une liste de taille n se fait en $\mathcal{O}(\log(n))$.
Quelle est la complexité de l'algorithme précédent ? Justifiez votre réponse.

Exercice 10 – Routage IP [5 points]

On considère le réseau de routeurs suivant :



Pour simplifier, on se limitera dans tout cet exercice aux tables de routage à distance 2 maximum. Par exemple, le nœud `B` n'indiquera rien sur le nœud `G`.

Question 10.1) Quelle est la table de routage du routeur `K`, *si le nœud* ***`X` n'est pas*** *présent* :

Question 10.2) Quelle est la table de routage du routeur `K`, *si nœud* ***`X` est*** *présent* :

Question 10.3) Chaque nœud communique à ses voisins les changements de sa table de routage.

Que communique le nœud `K` à ses voisins lorsque le nœud `X` est introduit ?

Que communique le nœud `J` à ses voisins lorsque le nœud `X` est introduit ?

Question 10.4) A quoi sert d'introduire un tel nœud `X` dans un réseau ?

Exercice 11 – Comprendre le processeur [4 points]

Question 11.1) Nous avons quatre variables en mémoire aux adresses respectives `@a`, `@b`, `@c` et `@d`.

Que fait le code assembleur suivant, où l'instruction « `décale A, B` » décale la réprésensation mémoire (binaire) de `A` de `B` bits vers la gauche ?

```
 1:  charge     r0, @c
 2:  charge     r1, @a
 3:  multiplie  r2, r1, r0
 4:  décale     r2, 2
 5:  charge     r0, @b
 6:  multiplie  r1, r0, r0
 7:  soustrait  r0, r1, r2
 8:  charge     r1, 1
 9:  cont_equal r0, 0, 13
10:  charge     r1, 0
11:  cont_neg   r0, 13
12:  charge     r1, 2
13:  écrit      r1, @d
```

Question 11.2) A quoi sert l'instruction

```
décale    r2, 2
```

dans le code précédent ?

Expliquez son rôle et illustrez par un exemple.