Exercices de physique générale I – Sections IN, SC et MA

23–24 novembre 2017 *version 1*

Série 10 : Gyroscopes et rotation des solides

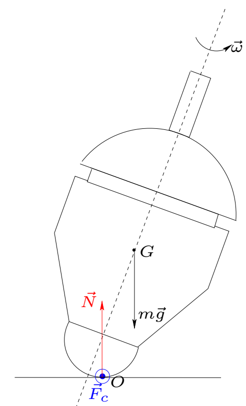
Questions conceptuelles

a) Un avion à hélice (l'hélice, sur le nez de l'avion, a un vecteur moment cinétique dans le sens du mouvement de l'avion) vole horizontalement et s'apprête à effectuer un virage à gauche. Si le pilote ne compense pas, l'avion aura-t-il tendance à monter ou à descendre ? Expliquez votre réponse en terme de changement du moment cinétique.

b) Une toupie en forme de cône de pin est munie d'une rainure dans laquelle une ficelle est enroulée. La ficelle est attachée à un bâton sur lequel on tire pour lancer la toupie en rotation rapide sur le sol. Lorsque la toupie glisse sur le sol et que son axe est incliné, montrer à l'aide du théorème du moment cinétique appliqué au centre de masse de la toupie que :

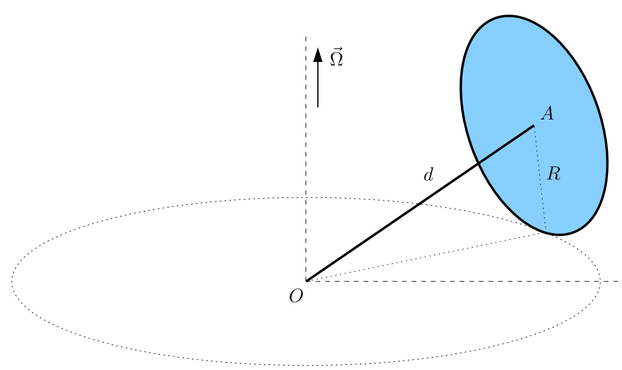
   i) la force de soutien $\vec{N}$ du sol sur la toupie a pour effet de faire précesser la toupie.

   ii) la force de frottement cinétique $\vec{F}_c$ du sol sur la toupie a pour effet de redresser la toupie à la position verticale, dite "dormante".



1 Roue sur axe incliné

Une roue de rayon R est attachée en son centre A à une extrémité d'un axe rigide de longueur d, perpendiculaire au plan de la roue. L'autre extrémité de l'axe est fixée en un point O du sol, supposé horizontal (voir dessin). La roue roule sans glissement sur le sol, entraînée par l'axe, qui à un mouvement de rotation caractérisé par un vecteur vitesse angulaire $\vec{\Omega}(t)$ dirigé verticalement vers le haut.

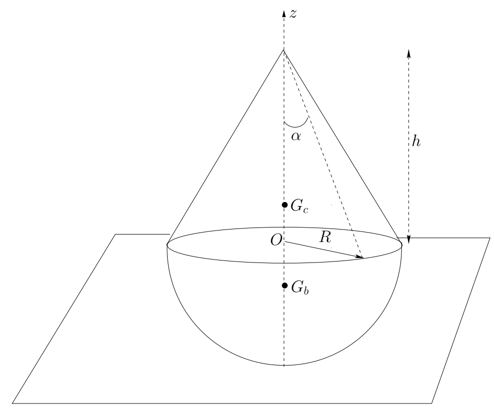


a) En utilisant la formule qui lie les vitesses vectorielles des points d'un solide indéformable, déterminer la vitesse angulaire $\vec{\omega}(t)$ de rotation propre de la roue autour de son axe.

b) Calculer la vitesse angulaire de roulement et la vitesse angulaire de pivotement de la roue, c'est-à-dire les composantes horizontale et verticale de sa vitesse angulaire totale.

2 Equilibre stable

Un solide est constitué d'un cône tronqué droit homogène de base circulaire de rayon R disposé sur une demi-boule homogène de rayon R et de même masse volumique ρ, comme indiqué sur la figure. Le cône s'ouvre vers le bas avec un demi-angle au sommet α.



Montrer que le solide sera en équilibre stable sur le plan horizontal si, et seulement si, $\alpha > 30^o$.

Indication : Avec l'origine O à la jonction entre les 2 solides sur l'axe z, le centre de masse du cône de volume $\frac{1}{3}\pi h R^2$ se trouve à la hauteur $z_{G_c} = \frac{1}{4}h$ et le centre de masse de la demi-boule de volume $\frac{2}{3}\pi R^3$ se trouve à $z_{G_b} = -\frac{3}{8}R$.

3 Centres de masse du problème 2

(Exercice non traité pendant la séance)

Démontrer les expressions pour la hauteur des centres de masse du cône et de la demi-boule données dans l'indication du problème 2.