

## Série 02 : Oscillateurs harmoniques

### Questions conceptuelles

- a) Dans le mouvement d'un oscillateur harmonique, identifier les situations où : 1) la vitesse est maximale, 2) l'accélération est nulle, 3) la vitesse est nulle, et 4) l'accélération est maximale.
- b) La vitesse d'un objet peut-elle augmenter quand son accélération diminue ? Si oui, donner un exemple.

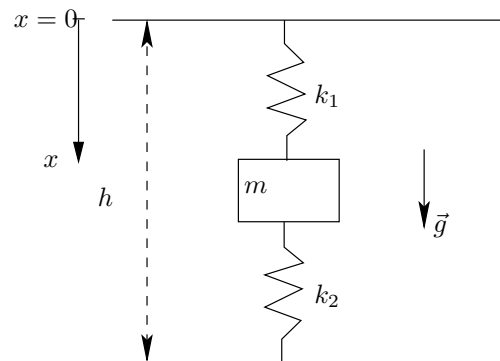
### 1 Araignée suspendue

Une araignée de masse  $m$  est suspendue par son fil de constante élastique  $k$  et de longueur à vide  $L$  à un arbre supposé fixe. Elle est soumise à la gravitation et oscille verticalement autour de sa position d'équilibre.

- a) Faire un dessin de la situation et représenter toutes les forces subies par l'araignée. Choisir des coordonnées pour décrire le mouvement de l'araignée. Quelle est sa position d'équilibre ?
- b) Ecrire l'équation du mouvement de l'araignée.
- c) La solution générale de l'équation du mouvement est donnée par  $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + \bar{x}$ . Déterminer les valeurs de  $\bar{x}$  et  $\omega$  qui satisfont l'équation du mouvement trouvée en b).
- d) Trouver les valeurs de l'amplitude  $A$  et de la phase  $\phi$  dans le cas où l'araignée a une vitesse nulle à un certain temps  $t_0$  où le fil n'exerce aucune force sur elle.
- e) Quelle sera alors la vitesse maximale possible de l'araignée ?  
*Application numérique :  $m=9$  g,  $k=10$  N/m et  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.*

### 2 Oscillateur à deux ressorts

Un bloc de masse  $m$ , soumis à la pesanteur  $\vec{g}$ , est relié au sol et au plafond d'une pièce de hauteur  $h$  par deux ressorts verticaux de longueurs à vide nulles et de raideurs  $k_1$  et  $k_2$ , comme indiqué sur la figure. On ne considère que les mouvements verticaux du bloc, selon un axe  $x$  dirigé vers le bas avec son origine au plafond. On néglige les dimensions du bloc ainsi que les frottements.



- a) Représenter sur un dessin toutes les forces qui s'appliquent sur le bloc et donner leurs expressions.
- b) Déterminer l'équation différentielle du mouvement du bloc. Constaté qu'il s'agit de celle d'un oscillateur harmonique. Quelle en est la pulsation ?
- c) Que devient le résultat trouvé en b) dans le cas limite  $k_2 \rightarrow 0$  ? Est-ce bien ce à quoi on s'attend ? (justifier en une phrase). Mêmes questions pour le cas limite  $k_1 \rightarrow 0$ .

- d) On lâche le bloc depuis le plafond avec une vitesse initiale nulle. Sachant que les paramètres du problème sont tels que le bloc ne touchera jamais le sol, au bout de combien de temps le bloc atteindra-t-il le point le plus bas de sa trajectoire ? Quelle est la position  $x$  de ce point ?  
*Application numérique* :  $k_1=100$  N/m,  $k_2=20$  N/m,  $m=10$  kg,  $h=4$  m et  $g=10$  m/s<sup>2</sup>

### 3 Suspension d'une voiture

(Exercice non traité pendant la séance)

Il est agréable que la suspension d'une voiture donne à celle-ci une période d'oscillation verticale à laquelle l'organisme est habitué : la période de la marche, soit  $T = 0.8$  s.

- a) Déterminer la constante de rappel  $k$  de la suspension, pour une voiture de masse  $M = 1540$  kg.  
b) Calculer de combien s'abaisse cette voiture lorsque l'on y introduit une malle de masse  $m = 70$  kg.

Pour rendre la voiture plus confortable, on lui ajoute un amortisseur qui crée une force de frottement  $\vec{F} = -b\vec{v}_z$ , où  $\vec{v}_z$  est la vitesse verticale de la voiture et  $b$  une constante positive.

- c) Ecrire l'équation du mouvement vertical de la voiture.  
d) Avec 2 passagers, le régime d'amortissement est critique avec un mouvement vertical

$$z(t) = e^{-\gamma t}(A + Bt) + C,$$

où  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $\gamma$  sont des constantes ( $A \neq 0$  et  $B \neq 0$ ).

Vérifier qu'il s'agit bien d'une solution de l'équation du mouvement et montrer que

$b = 2\sqrt{k(M + 2m)}$  et  $\gamma = \sqrt{\frac{k}{(M+2m)}}$  où  $m = 100$  kg est la masse de chaque passager.

- e) Quel type de mouvement observe-t-on lorsque la voiture contient 1 ou 4 passagers ? Si le mouvement est oscillatoire, donner la période.