version 1

Mini-test 3 : Le piège à atomes

On considère un atome de masse m dont l'énergie mécanique totale est fixée et égale à E. Cet atome est capturé dans un piège constitué d'un ensemble d'électro-aimants. Dans un repère cartésien (x, y, z), défini tel que l'axe z est vertical dirigé vers le haut, l'énergie potentielle de l'atome situé à la position (x, y, z) s'écrit sous la forme suivante :

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2} m\alpha_{\perp}^{2} (x^{2} + z^{2}) + \frac{1}{2} m\alpha_{y}^{2} y^{2},$$

où α_{\perp} et α_y sont des constantes. Dans ce problème, on néglige la pesanteur.

- a) Quelle est la dimension (l'unité) des constantes α_{\perp} et α_{y} ?
- b) Calculer la norme de la vitesse de l'atome lorsqu'il passe au centre du piège en (x, y, z) = (0, 0, 0).
- c) Déterminer la force appliquée par le piège sur l'atome. En appliquant la deuxième loi de Newton, écrire les équations du mouvement de l'atome.
- d) On considère maintenant un atome passant par le centre du piège en (x, y, z) = (0, 0, 0) à l'instant t = 0. Ecrire la solution des équations du mouvement dans les deux cas suivants :
 - cas 1) la vitesse $\vec{v}(t=0)$ est orientée selon \hat{e}_y
 - cas 2) la vitesse $\vec{v}(t=0)$ est orientée selon \hat{e}_x
- e) On considère maintenant une trajectoire passant par le point $(x_0, 0, 0)$ en t = 0, avec une vitesse orientée suivant l'axe y. Déterminer v_y en t = 0, et calculer la trajectoire (équation horaire) de l'atome selon les trois coordonnées x(t), y(t), et z(t). Quelles sont les valeurs possible pour la coordonnée x_0 ?