

Série 9 du jeudi 17 novembre 2016

Exercice 1 (* A rendre) .

Soit $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable sur $]a, b[$ telle que

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty.$$

Démontrer qu'il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$.

Exercice 2.

Soit $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable telle que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \ell > 0.$$

Montrer que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Exercice 3.

Soient $a \in \mathbb{R}$ et $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe C^2 . Calculer

$$\lim_{h \rightarrow 0, h \neq 0} \frac{f(a+h) + f(a-h) - 2f(a)}{h^2}.$$

Exercice 4.

Calculer

- 1.) $\lim_{x \rightarrow 2, x \neq 2} \frac{\sin(2x) - \sin(4)}{x - 2}.$
- 2.) $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} \frac{6 \sin x - 6x + x^3}{x^5}.$