

## Semaine 5 : Série d'exercices sur la représentation de l'information

### 1 [N1] Nombre de bits

Combien de bits sont ils nécessaires pour disposer d'une représentation distincte pour chacun des éléments des ensembles suivants ?

1. les mois d'une année.
2. les jours d'un mois.
3. l'ensemble des symboles utilisés pour les nombres romain jusqu'à mille.
4. les étudiants à l'EPFL (supposons 10'000 pour 2016).
5. chaque habitant de la planète selon le nombre estimé sur Worldometers.<sup>1</sup>

### 2 [N2] Représentation des entiers naturels et décimaux positifs

1. Convertir des nombres exprimés dans la représentation positionnelle en base 2 vers la base 10 : 10.1 ; 1.01 ; 0.101.
2. Nous (humains) représentons usuellement les nombres en base 10, selon un système de notation positionnelle.  
Par exemple, 123 (en base 10) vaut :  $1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$ .  
Le même principe de représentation est utilisable avec n'importe quelle autre base de numération.  
Par exemple, 110 en base 2 vaut :  $1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ , c'est-à-dire 6 en base 10.  
Ecrivez un algorithme permettant d'afficher la représentation binaire d'un entier donné (en base 10).  
Par exemple, si l'entrée de cet algorithme est 6, sa sortie doit être 110.
3. La conversion d'un nombre décimal compris entre 0 et 1 vers le binaire se fait selon l'algorithme suivant :
  - multiplier le nombre décimal par 2,
  - garder la partie entière,
  - recommencer en 1 si la partie décimale restante est différente de 0.
 Montrer comment fonctionne cet algorithme sur un nombre décimal  $X$  pour lequel on recherche les « chiffres »  $b_i$  en binaire (i.e. les bits) :  $0.b_1b_2b_3b_4$ . Quel « chiffre »/bit est obtenu en premier ?  
Appliquer l'algorithme aux nombres suivants :  $0.375_{10}$ , un dixième.

### 3 [N2] Domaine couvert des entiers positifs et négatifs avec la représentation du complément à 2

Dans cet exercice, on suppose qu'on travaille avec des entiers positifs et négatifs représentés sur 8 bits (et utilisant le complément à 2).

1. Conversions :
  - (a) Quelle valeur est représentée par ces motifs binaires : 00000110, 11111001, 10000110 ?
  - (b) Quel est le motif binaire des nombres suivants : 0,  $-12_{10}$ ,  $-1_{10}$ ,  $127_{10}$ ,  $-128_{10}$  ?
  - (c) Quelle conclusion tirez-vous de ces exemples ?
2. Opérations :
  - (a) quel est le résultat en binaire de  $64 + 64$  ?
  - (b) Comment appelle t-on le phénomène observé ?
  - (c) Avec la représentation en complément à 2 des nombre négatifs, comment se traduit le dépassement de capacité (sur 7 bits) ?
  - (d) Cela pose-t-il un problème ?

---

1. 7'458'127'600 le 18.10.2016 (source : <http://www.worldometers.info/world-population/>).

## 4 [N3] Représentation des nombres flottants, précision absolue et relative

Soit une représentation simplifiée des nombres flottants positifs à l'aide de 5 bits de la manière suivante : 2 bits pour l'exposant de la base 2, 3 bits pour la mantisse.

1. Indiquez le minimum et le maximum représentables, ainsi que les valeurs exactement représentées pour chaque puissance de 2.
2. L'erreur absolue est-elle constante sur l'intervalle  $[\min, \max]$  ?
3. Si ce n'est pas le cas, préciser les valeurs (on supposera ici un arrondi vers le bas).
4. Quelle est l'erreur relative maximum ?

---

### Pour aller plus loin...

Quelle est l'écriture en binaire de un dixième ? Trouvez l'expression de la série (au sens mathématique du terme).

---

### Liens ICC $\longleftrightarrow$ Programmation

Ce qu'il faut surtout retenir de cette leçon pour la programmation, c'est de ne *jamais* faire de test d'égalité stricte entre deux `double` : ne faites pas `x == y` mais plutôt `abs(x-y) < epsilon`.

Voici ensuite quelques idées de programmes à faire en C++ liés à ce chapitre :

- écrire un programme qui converti de décimal en binaire et réciproquement (voir point 3 de l'exercice 2) ;
- écrire un programme qui demande une taille d'exposant et de mantisse ; puis qui traduit en binaire (représentation virgule flottante) des nombres décimaux entrés au clavier.