

Série 6 du mardi 25 octobre 2016

Exercice 1.

Pour les deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définies respectivement par

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

et

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3, \end{cases}$$

calculer $g \circ f$ et $f \circ g$.

Exercice 2 (* A rendre) .

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par:

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 25}.$$

Trouver $Im(f)$. La fonction f est-elle injective?

Exercice 3.

- a) Soient $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions croissantes. Montrer que la fonction composée $f \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est croissante.
- b) Soient $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions décroissantes. Montrer que la fonction composée $g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est croissante.

Exercice 4.

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction bijective et impaire. Montrer que sa fonction réciproque $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est aussi impaire.