

# 데이터 구조 및 실습

연습문제 과제(Written Report) #0

(제출일 : 2018 년 9 월 19 일)

담당 교수 : 이상호

전공/학년 : 사이버보안 / 2

학번 : 17710076

이름 : 임은지

이메일 : 218926@naver.com

(긴급 연락처 : 010-6878-7807)

# Written Report #1

※ 마감기한 : 2018 년 9 월 20 일(목) 오후 2 시

## 1. [차수 표기법]

$T(n) = 1 + 2 + \dots + (n-1) + n$  일 때,  $T(n) \in O(n^2)$ 임을 증명하라. (5)

(힌트)  $O$ -표기의 정의를 이용하여 증명해야 함. 즉, 정의에 대한 조건을 만족하는 특정한 두 상수  $n_0, c$ 가 존재함을 밝혀야 함.

※  $O$ -표기의 정의 :  $n \geq n_0$  인 모든  $n$ 에 대해,  $|T(n)| \leq c \times |f(n)|$  을 만족하는 상수  $c$ 와  $n_0$ 가 존재하면  $T(n) \in O(f(n))$  이다.

$T(n)$ 은 1 에서  $n$  까지의 합으로  $T(n) = 1 + 2 + \dots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$  이다.

$n \geq 1$  일 때,  $n^2 \geq n$  이므로,  $n > 1$  일 때,  $T(n) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \leq \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n^2 = n^2$  이다.

그러므로,  $T(n)$ 은  $n \geq 1$  인 모든  $n$ 에 대해, 항상  $T(n) \leq n^2$  이기 때문에,

$|T(n)| \leq 1 \times |n^2|$  라 할 수 있다. 따라서,  $T(n)$ 은  $n \geq 1$  인 모든  $n$ 에 대해,  $|T(n)| \leq 1 \times |n^2|$  이므로,  $T(n) \in O(n^2)$  이다.

## 2. [알고리즘 분석]

2. [알고리즘 분석] 주어진  $x$ 값에 대해 다항식의 함수값  $f(x)$ 를 구하기 위하여 다음 알고리즘을 이용하고자 한다. 단,  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ 임.

```
p = a0;
xpower = 1;
for (i = 1; i ≤ n; i++) {
    xpower = xpower * x;
    p = p + ai * xpower;
} // 최종 p값이 f(x)값임
```

(1)  $n = 4$ ,  $a_i = i$ ,  $x = 2$ 일 때 이 알고리즘에 의한 답이 맞는지 확인해 보라. (5)

(2) 덧셈(+)의 횟수를  $A(n)$ , 곱셈(\*)의 횟수를  $M(n)$ 이라고 할 때  $A(n)$ 과  $M(n)$ 을  $n$ 에 대한 함수로 각각 정확히 나타내어라. 또한 이를  $\Theta$ -표기법으로도 나타내어라. 단, for 문의 제어변수에 대한 연산 횟수는 제외함. (5)

(1)  $n = 4$ ,  $a_i = i$ ,  $x = 2$  일 때 이 알고리즘에 의한 답이 맞는지 확인해 보라. (5)

$n = 4$ ,  $a_i = i$ ,  $x = 2$  일 때,  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  은  $a_i = i$  이므로,  
 $f(x) = 4 * 2^4 + 3 * 2^3 + 2 * 2^2 + 1 * 2 + 0$  이 되므로, 계산해보면 98 이다.

그리고 이 경우, 알고리즘은

```
p = 0;
xpower = 1;
for(int i = 1; i ≤ 4; i++) {
    xpower = xpower * 2;
    p = p + i * xpower;
}
```

이런 형태가 되므로, 다음과 같은 순서로 진행이 된다.

$p = 0$ ,  $xpower = 1$  대입 후 for 문 을 돈다.

$i = 1$  일 때,  $1 \leq 4$  이므로, for 문이 돌아간다.

$xpower = xpower * 2$ ; 이므로  $xpower = 1 * 2$  가 되고, 따라서  $xpower = 2$  가 된다.

$p = p + i * xpower$ ; 가 되므로,  $p = 0 + 1 * 2$  가 되므로,  $p = 2$  이다.

$i$  가 1 증가해 2 가 된다.

$i = 2$  일 때,  $2 \leq 4$  이므로, for 문이 계속 돌아간다.

$xpower = xpower * 2$ ; 이므로  $xpower = 2 * 2$  가 되고, 따라서  $xpower = 4$  가 된다.

$p = p + i * xpower$ ; 가 되므로,  $p = 2 + 2 * 4$  가 되므로,  $p = 10$  이다.

$i$  가 1 증가해 3 이 된다.

$i = 3$  일 때,  $3 \leq 4$  이므로, for 문이 계속 돌아간다.

$xpower = xpower * 2$ ; 이므로  $xpower = 4 * 2$  가 되고, 따라서  $xpower = 8$  이 된다.

$p = p + i * xpower$ ; 가 되므로,  $p = 10 + 3 * 8$  가 되므로,  $p = 34$  이다.

$i$  가 1 증가해 4 가 된다.

$i = 4$  일 때,  $4 \leq 4$  이므로, for 문이 계속 돌아간다.

$xpower = xpower * 2$ ; 이므로  $xpower = 8 * 2$  가 되고, 따라서  $xpower = 16$  이 된다.

$p = p + i * xpower$ ; 가 되므로,  $p = 34 + 4 * 16$  가 되므로,  $p = 98$  이다.

$i$  가 1 증가해 5 가 된다.

$5 > 4$  이므로, for 문에 의한 반복이 종료된다.

알고리즘을 이용해 구한  $p$  값은 98 이 된다.

따라서, 알고리즘에 의한 답  $p$  와 직접 계산한 값  $f(x)$ 가 같으므로 알고리즘에 의한 답이 맞다.

(2) 덧셈(+)의 횟수를  $A(n)$ , 곱셈(\*)의 횟수를  $M(n)$ 이라고 할 때  $A(n)$ 과  $M(n)$ 을  $n$ 에 대한 함수로 각각 정확히 나타내어라. 또한 이를  $\Theta$ -표기법으로도 나타내어라. 단, for 문의 제어변수에 대한 연산 횟수는 제외함. (5)

```
p = a0;
xpower = 1;
for(int i = 1; i ≤ n; i++){
    xpower = xpower * x;
    p = p + ai * xpower;
}
```

알고리즘에서 for 문을 한번 돌 때, 덧셈은 1 번 곱셈은 2 번 실행되므로, for 문을  $n$  번 돌면 덧셈은  $n$  번, 곱셈은  $2n$  번 실행된다. 따라서  $A(n) = n$ ,  $M(n) = 2n$  이다.

또,  $A(n) = n$  이므로,  $\frac{1}{2}|n| \leq |n| \leq 2|n|$  이므로,  $A(n) \in \theta(n)$  이고,

같은 방법으로,  $M(n) = 2n$  이므로,  $1|n| \leq |2n| \leq 3|n|$  이므로,  $M(n) \in \theta(n)$  이다.