**BÁO CÁO CHƯƠNG 5**

**MULTIPLE VIEW GEOMETRY**

1. Epipolar Geomatry

* Multiple view geometry là một lĩnh vực nghiên cứu về quan hệ giữa các camera và các thuộc tính khi mà có các điểm tương ứng giữa nhiều ảnh mà được chụp từ nhiều điểm nhìn khác nhau.
* Điều kiện để từ các điểm tương ứng của hình ảnh có thể suy ngược lại được các ma trận camera, đó là phải thoã mãn biểu thức:  (5.1) trong đó , và St là ma trận đối xứng A picture containing clock

  Description automatically generated.(5.2) Biểu thức 5.1 được gọi là Epipolar constraint. F được gọi là fundamental matrix và nó được tạo thành từ các thành phần của hai ma trận camera, liên hệ giữa R và t. R có rank=2 và det(F) = 0. Từ đây ta có thể tính được ma trận camera, và sau đó là tái cấu trúc 3D.
* Nếu biết hiệu chỉnh, việc tái cấu trúc sẽ được tính. Metric recontruction là một tái cấu trúc 3D mà thể hiện chính xác khoảng cách và góc.
* Cho một điểm trong bức ảnh thứ hai, biểu thức 5.1 xác định một đường thẳng trong bức ảnh thứ 2 bởi vì: .A diagram of a house

  Description automatically generated with medium confidenceCái đường thẳng này được gọi là epipolar line. Tất cả các đường epipolar lines gặp nhau tại một điểm được gọi là e, được gọi là epipole. Epipole thực sự là một điểm ảnh tương ứng với hình chiếu của trung tâm một camera khác. Cái điểm này có thể nằm bên ngoài ảnh thực sự, phụ thuộc vào hướng tương đối của cameras. Bởi vì epipole nằm trên tất cả các đường epipolar nên nó phải thoã màn Fe1=0. Do đó nó có thể được tính như là vector rỗng của F. epipole khác có thể được tính từ quan hệ .
* **A sample data set**

**A picture containing text, grass, bedclothes

Description automatically generated**

* **Plotting 3D data with Matplotlib**

Ví dụ gen dữ liệu với mức độ dày 0.5

Chart, scatter chart

Description automatically generated

Plot toạ độ 3D cho các điểm trên hình ảnh

Chart, scatter chart

Description automatically generated

* Computing F - The eight point algorithm

Thuật toán 8 điểm là một thuật toán tính toán fundamental metrix từ các điểm tương ứng.

Giàng buộc 5.1 được viết lại như hệ thống tuyến tính:

Table

Description automatically generated with low confidence

Bởi vì tỉ lệ là bất kì, chỉ cần 8 phương trình cần thiết, vì thế là cần 8 điểm tương ứng để tính F.

* **The epipole and epipolar lines**

Epipole thoã mãn Fe1=0 và có thể được tính sử dụng không gian rỗng của F.

Nếu muốn epipole tương ứng với vector rỗng bên trái ( tương ứng tới epipole trong bức ảnh khác) chỉ cần chuyển vị F rồi tính như bình thường

A collage of a building

Description automatically generated with low confidence

1. Computing with Cameras and 3D Structure
   1. Triangulation

* Khi biết các ma trận camera, một tập các điểm tương ứng có thể khôi phục lại các vị trí 3D của điểm đó
* Với 2 view với ma trận camera P1, P2, mỗi điểm chiếu x1, x2 của cùng điểm 3D X(tất cả trong toạ độ đồng nhất), biểu thức camera (4.1) λx = PX ta được mối quan hệ sau: A picture containing text, clock, gauge

  Description automatically generated. Sử dụng SVD để ước tính bình phương nhỏ nhất của điểm 3D.
* Chart, scatter chart

  Description automatically generated
  1. Computing the camera matrix from 3D points
* Nếu có toạ độ các điểm 3D và hình chiếu trên ảnh của nó thì ta có thể tính được P dựa vào hướng tiếp cận direct linear transform. Điều này ngược với vấn đề triangulation, thường được gọi là camera resectioning. Cách này để phục hôi lại ma trận camera một lần nữa là cách tiếp cận bình phương nhỏ nhất. Tiếp tục sử dụng SVD để ước tính P.
* A picture containing text, grass

  Description automatically generated
  1. Computing the camera matrix from a fundamental matrix
     1. Trường hợp không hiệu chỉnh – projective reconstruction
* Không biết về các tham số của camera. Ma trận camera chỉ có thể được truy xuất cho tới khi chuyển đối chiếu.
* Trong trường hợp không hiệu chỉnh, ma trận camera thứ 2 có thể được chọn tối đa là một phép ánh xạ (3 x 3). 1 lựa chọn đơn giản là P2 = [SeF|e] trong đó e là left epipole, e^t\*F = 0 và Se là ma trận đối xứng
  + 1. Trường hợp hiệu chỉnh – metric reconstruction
* Khi biết ma trận hiệu chỉnh K, chúng ta sẽ áp dụng K^-1 tới các điểm ảnh xk = K^-1\*x, do đó ta có xk=K^-1. K[R|t]X=[R|t]X trong các toạ độ ảnh mới. Các điểm trong toạ độ ảnh mới này thoã mãn phương trình như trước đây: .
* Ma trận cho sự hiệu chỉnh các toạ độ được chuẩn hoá được gọi là essential matrix và được kí hiệu là E thay cho F dể làm nó phân biệt nó là trong trường hợp được chuẩn hoá và toạ độ ảnh được chuẩn hoá.

1. Multiple View Reconstruction

Chuyển động của camera ( cameras) cho một cấu trúc 3D, thực hiện theo các bước sau:

* Phát hiện keypoints và match chúng giữa hai ảnh
* Tính toán fundamental metrix từ các match
* Tính toán ma trận camera từ fundamental matrix (F or E)
* Triangulate the 3D points
  1. Robust fundamental matrix estimation

Tạo một class RansacModel() với các hàm fit để ước tính ma trận fundamental sử dụng 8 điểm tương ứng được chọn và hàm error để đo lỗi sử dụng độ do là Sampson distance.

* 1. 3D reconstruction example
* Sử dụng các điểm thuộc matches (match nhau giữa hai ảnh). Sau đó chuẩn hoá chúng bằng cách nhân với K^-1 và chạy RANSAC estimation với thuật toán 8 điểm. Bởi vì các điểm được chuẩn hoá, chúng ta tính được ma trận E ( Essential matrix). Từ E có thể tính được 4 giải pháp có thể có của ma trận camera thứ 2.
* Lặp qua 4 giải pháp tìm được ở bước trên, tính triangulate các điểm 3D tương ứng tới các điểm inliers. Dấu của độ sâu được cho bởi tham số thứ 3 của mỗi điểm ảnh sau khi chiếu X trở lại hình ảnh. Chúng ta giữ chỉ số sâu nhất có thể và cũng lưu lại giá trị boolean cho mỗi điểm trong giải pháp tốt nhất để chúng ta có thể lấy chỉ điểm mà thực sự nằm trước máy ảnh. Do nhiễu và lỗi trong tất cả bước ước tính trên., nên vẫn có thể có mốt số điểm nằm sau camera. Khi mà chúng ta tìm được giải pháp đúng nhất, sẽ tính lại triangulate inliers và giữ các điểm nằm trước camera.

1. Stereo Images

* Computing disparity maps

A picture containing text, dark, computer

Description automatically generated

Sử dụng uniform-filter

A picture containing text, silhouette, night sky

Description automatically generated

Sử dụng gaussian filter

A picture containing graphical user interface

Description automatically generated

Sử dụng thư viện trong OpenCV