Rapport de stage

# Fracturation de floes de glace par percussion dans un modèle granulaire


***Superviseur***
Stéphane Labbé

***Étudiant***
Roussel Desmond Nzoyem

***Enseignant référent***
Christophe Prud'homme


*Stage effectué au Laboratoire Jacques-Louis Lions;*
*du 03 février 2021, au 31 juillet 2021;*
*pour l'obtention du master 2 CSMI.*

Année académique 2020 - 2021

13 mars 2021

# *Remerciements*

# Table des matières

**Remerciements** **ii**

**1 État de l'art** **1**

1.0.1 Un processus stochastique de maillages isotropes . . . . . 1

1.0.2 Étude asymptotique d'un réseau de ressorts isotrope . . . . . 2

1.0.3 Discussion . . . . . 2

**Bibliographie** **3**

# Chapitre 1

# État de l'art

### 1.0.1 Un processus stochastique de maillages isotropes

*Le résumé du chapitre écrit dans [Bal20, p.136] est le suivant. Ce chpitre fait appel à des outils fin de probabilé conditionnelle et de processus stochastiques, telles que **mesure et formules de Campbell**, **distribution de Palm**, etc.*

Dans ce chapitre, Balasoiu a construit un processus stochastique de maillage, qui à chaque tirage associe un maillage de Delaunay. il a également donné plusieurs formules de calcul, les deux formules de Campbell ainsi que la formule de Slivnyak-Mecke, qui permettent de calculer l'espérance d'une variable aléatoire qui s'écrit comme la somme d'une fonction en chaque point du maillage. Ces formules nous se montrerons très utiles pour le calcul de l'énergie élastique d'un réseau de ressorts basé sur ce processus de maillage.

Les maillages construits suivent une loi isotrope. En moyenne sur les tirages, toutes les directions des arrêtes sont donc équitablement représentées. Un théorème ergodique permet de transférer cette isotropie moyenne en isotropie presque sure si l'on dilate le maillage, autrement dit si on le regarde de suffisamment loin.

Balasoiu montre aussi que, si l'on dilate le processus de Poisson-Delaunay initial et qu'on en restreint les réalisations à un domaine du plan, nous obtenons une suite de processus stochastiques dont les réalisations convergent presque sûrement vers le domaine fixé. Nous avons également donné un contrôle asymptotique de la taille minimale des mailles obtenues dans cette suite de processus de maillages. Ce contrôle nous sera utile dans le chapitre suivant, pour calibrer le redimensionnement utilisé pour traduire l'hypothèse des petits déplacements sur le réseau de ressorts.

*SIMULATION D'UN PROCESSUS DE POISSON : https ://hpaulkeeler.com/poisson-point-process-simulation/*

La notions de processus poinctuel est un outil qui peut permettre de construire un ensemble de points dénombrable, sans point d'accumulation. Balasoiu définit un **processus stochastique simple de** $\mathbb{R}^d$ comme : une variable aléatoire $\Phi$ d'un espace de probabilités $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ dans l'espace $(\mho, \mathcal{N})$. Elle induit une loi de probabilité $\mathbb{P}_\Phi$ sur $(\mho, \mathcal{N})$ : l'espace $(\mho, \mathcal{N}, \mathbb{P}_\Phi)$ est un espace de probabilités. Dans cette définition, nous avons :

- $\mho$ est ensemble des parties localement finies de $\mathbb{R}^d$. Autrement dit, il s'agit de l'ensemble des motifs de points de $\mathbb{R}^d$ ;
- $\mathcal{N}$ est la plus petite tribu (sur $\mho$) qui rende mesurable les applications qui comptent le nombre de points du processus.

Une fois le processus défini, on peut définir sa **mesure d'intensité** $\Lambda$ :

$$\begin{aligned}\Lambda : \mathcal{B}(\mathbb{R}^d) &\to \overline{\mathbb{R}^+}\\ B &\mapsto \mathbb{E}(\Phi(B)) = \mathbb{E}(\mathrm{Card}\, \Phi \cap B),\end{aligned}$$

où $\mathbb{E}(F)$ désigne l'espérance de la variable aléatoire $F : \Omega \to \mathbb{R}$.

*Ci-dessous, QUELQUES IMAGES DE PROCESSUS STOHASTIQUES.*

La première formule de Campbell permet de relier la moyenne d'une somme sur les points du processus avec l'intensité du processus. En effet, soit $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ une fonction mesurable et positive, on a :

$$\mathbb{E}\left(\sum_{x\in\Phi} f(x)\right) = \int_{\mathbb{R}^d} f(x)\,\mathrm{d}\Lambda(x).$$

### 1.0.2 Étude asymptotique d'un réseau de ressorts isotrope

*IMAGE D'UN RESSORT TRIANGULAIRE fig 5.1*
*REECRIRE LE RESUME, ET LES DEUX THEOREMES QUI SONT MONTRÉS DANS CE CHAPITRE*

### 1.0.3 Discussion

Plusieurs hypothèses sont faites dans la thèse :

1. Le modèle suppose que les floes sont d'épaisseur négligeable devant leur extension horizontale ; autrement dit, les déformations du floe de glace peuvent être étudiées en deux dimensions.
2. Le modèle restreint l'ensemble des fractures admissibles à celui des segments de droites.

# Bibliographie

[Bal20] Dimitri Balasoiu. « Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace ». Theses. Université Grenoble Alpes [2020-....], oct. 2020. url : https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03116132.