

RAPPORT DE STAGE

Fracturation de floes de glace par percussion dans un modèle granulaire

Étudiant
Desmond Roussel NZOYEM

Superviseur
Stéphane LABBÉ

Enseignant référent
Christophe PRUD'HOMME



*Ce stage a été effectué dans le cadre du master 2 CSMI,
du 03 février 2021, au 31 juillet 2021 ;
initié par le groupe SASIP au LJLL.*

Année académique 2020 - 2021

18 février 2021

Remerciements

Table des matières

Remerciements	i
1 État de l'art	1
1.1 Résumé de thèse de D. Balasoiu	1
1.1.1 Théorie de la fracture : état de l'art	1
1.1.2 Discussion	2
Bibliographie	3

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Résumé de thèse de D. Balasoiu

Les travaux de D. Balasoiu concernent la modélisation et la simulation du comportement mécanique de floes de glace [Bal20]. Il s'agit d'une amélioration des travaux de M. Rabatel, S. Labbé, et J. Weiss [Rab15; RLW15] prenant en compte la fracture des floes. Précisément, ce travail se focalise sur l'initiation de la fracture, ainsi que la prédiction du chemin que la fracture emprunte. Jusqu'à présent, les floes étaient considérés comme des corps rigides; dans sa thèse, BALASOIU les considère comme des corps élastiques. Son travail est divisé en deux parties. Il commence par proposer un modèle efficace pour la fracture fragile d'un floe de glace, lorsque celui-ci est soumis à un déplacement de son bord (i.e. à une condition au bord de type Dirichlet). Puis, dans un second temps, il cherche à obtenir l'expression du déplacement au bord d'un floe qui percute un autre floe ou une structure solide.

1.1.1 Théorie de la fracture : état de l'art

La théorie de fracture la plus répandue de nos jours est due à A.A. Griffith. Dans ses travaux [Gri21], il invalide les résultats que C. Inglis [Ing13] qui ne tenaient pas en compte la taille de la fracture; il présente donc la croissance d'une faille comme une compétition d'énergie entre l'énergie élastique¹ et l'énergie de surface².

Le critère de Griffith est un critère thermodynamique qui stipule que la fracture progresse si et seulement si cela permet au matériau d'atteindre un état de moindre énergie. En effet, sur un matériau élastique Ω dont la frontière est subdivisée en deux zones $\partial\Omega_D$, et $\partial\Omega_N$, on pose [Bal20, p.31] :

$$\begin{aligned} E_{el} &= \int_{\Omega} W(x, e(u)) \, dx \\ \mathcal{P}(t, \sigma(t)) &= \int_{\Omega \setminus \sigma(t)} W(x, \nabla \varphi(t, \sigma(t))) \, dx - \mathcal{F}(t, \sigma(t)) \\ \mathcal{F}(t, \sigma(t)) &= \int_{\Omega} f_v(x) \cdot \varphi \, dx + \int_{\partial\Omega_N} f_s(x) \cdot \varphi \, dx \end{aligned}$$

où

- E_{el} est l'énergie élastique du matériau sans faille.
- $\sigma(t)$ représente la fracture au temps t , supposée à l'équilibre.
- \mathcal{P} l'énergie potentielle du matériau qui possède une fracture de taille $\sigma(t)$ au temps t .
- $e(u)$ est le tenseur de Green-St Venant, qui représente la déformation locale du matériau.
- $\varphi = \text{Id} + u$ représente le déplacement du matériau supposé suffisamment régulier.
- W est la densité d'énergie du matériau élastique, supposé hyper-élastique.
- f_s est la contrainte surfacique appliquée sur le bord $\partial\Omega_N$.

1. Énergie relâchée lorsqu'un défaut subit un accroissement

2. Énergie nécessaire à la création des deux nouvelles surfaces – les bords de la fissure

— f_v est le champ de force volumique appliquée sur Ω .

D'après le critère de Griffith [Bal20, p.32], la fonction $\sigma(t)$ doit vérifier :

1. $\frac{d\sigma(t)}{dt} \geq 0$;
2. $-\frac{d\mathcal{P}}{d\sigma}(t, \sigma(t)) \leq k$;
3. $\frac{d\sigma(t)}{dt} > 0 \Rightarrow -\frac{d\mathcal{P}}{d\sigma}(t, \sigma(t)) = k$.

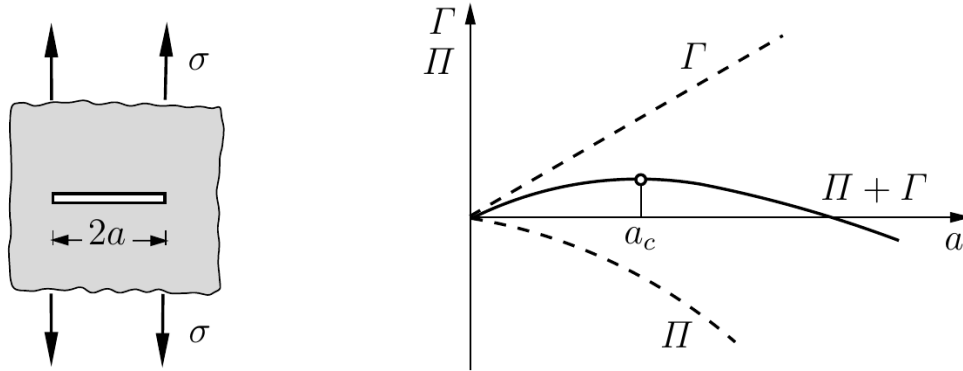


FIGURE 1.1 – Illustration du critère de Griffith [GS17]. (Π et Γ représentent les énergie potentielles et de fracture respectivement. Cette figure est à refaire manuellement !)

Une illustration de ce critère peut être observée à la figure 1.1. Comme mentionné plus haut, ce modèle souffre de problèmes de nucléation et de prédiction de la fracture. Pour contourner le problème de nucléation, les mécaniciens considèrent que tout matériau possède des micro-fissures, et ce sont ces dernières qui sont à l'origine des fissures observables à l'œil. Quant au problème du chemin emprunté par la fracture, A. Chambolle, G. Francfort et J.-J. Marigo [CFM09] montrent que les critères d'Irwin [Irwin57] sont invalides car, ils impliquent que, dans un matériau homogène et isotrope, le chemin de la fracture ne peut être courbé.

Le modèle proposé par Francfort et Marigo [FM98], suit un résultat théorique du à De Giorgi, M. Carriero et A. Leaci [DCL89], qui prouvent le théorème d'existence de minimum pour la fonctionnelle de Mumford-Shah qui intervient dans la détection des contours d'une image. Présentons les données géométriques du problème [Bal20, p.35].

1.1.2 Discussion

Plusieurs hypothèses sont faites dans la thèse :

1. Le modèle suppose que les floes sont d'épaisseur négligeable devant leur extension horizontale ; autrement dit, les déformations du floe de glace peuvent être étudiées en deux dimensions.
2. Le modèle restreint l'ensemble des fractures admissibles à celui des segments de droites.

Bibliographie

- [Bal20] Dimitri BALASOIU. « Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace ». Thèse de doct. Université Grenoble Alpes, 2020.
- [GS17] Dietmar GROSS et Thomas SEELIG. *Fracture mechanics : with an introduction to micromechanics*. Springer, 2017.
- [Rab15] Matthias RABATEL. « Modélisation dynamique d'un assemblage de floes rigides ». Theses. Université Grenoble Alpes, nov. 2015. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01293341>.
- [RLW15] Matthias RABATEL et al. « Dynamics of an assembly of rigid ice floes ». In : *Journal of Geophysical Research : Oceans* 120.9 (2015), p. 5887-5909.