

## RAPPORT DE STAGE

---

# Fracturation de floes de glace par percussion dans un modèle granulaire

---

*Étudiant*  
Desmond Roussel NZOYEM

*Superviseur*  
Stéphane LABBÉ

*Enseignant référent*  
Christophe PRUD'HOMME



*Ce stage à été effectué dans le cadre du master 2 CSMI,  
du 03 février 2021, au 31 juillet 2021 ;  
initié par le groupe SASIPau LJLL.*

Année académique 2020 - 2021

4 février 2021

## *Remerciements*

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>ii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2 Environnement économique du stage</b>	<b>2</b>
2.1 Le secteur d'activité . . . . .	2
2.2 Le Laboratoire Jacques-Louis Lions . . . . .	2
<b>3 État de l'art</b>	<b>3</b>
3.1 Position du problème . . . . .	3
3.2 État de l'art . . . . .	4
<b>4 Travaux et apports</b>	<b>5</b>
4.1 Les travaux effectués . . . . .	5
4.2 Les apports du stage . . . . .	5
<b>5 Déroulement du stage</b>	<b>6</b>
5.1 Journal de bord . . . . .	6
<b>6 Conclusion</b>	<b>7</b>



## Chapitre 1

# Introduction

## **Chapitre 2**

# **Environnement économique du stage**

### **2.1 Le secteur d'activité**

### **2.2 Le Laboratoire Jacques-Louis Lions**

## Chapitre 3

# État de l'art

### 3.1 Position du problème

Nous commençons par présenter une modélisation mathématique d'une plaque de glace (appelé floe) sur la mer. Six variables sont nécessaires pour décrire un floe sur la mer (voir figure 1) :

- Un ouvert connexe  $\omega \in \mathbb{R}^2$  décrivant la section longitudinale du floe;
- Deux fonction  $h_+, h_- \in \mathcal{F}(\omega, \mathbb{R})$  décrivant l'épaisseur du floe, telle que  $\forall x \in \omega, h_-(x) \leq h_+(x)$ ;
- Le centre de gravité du floe  $G(w)$ ;
- Deux vecteurs  $e_1(\omega)$  et  $e_2(\omega)$  formant une base sur  $\omega$ .

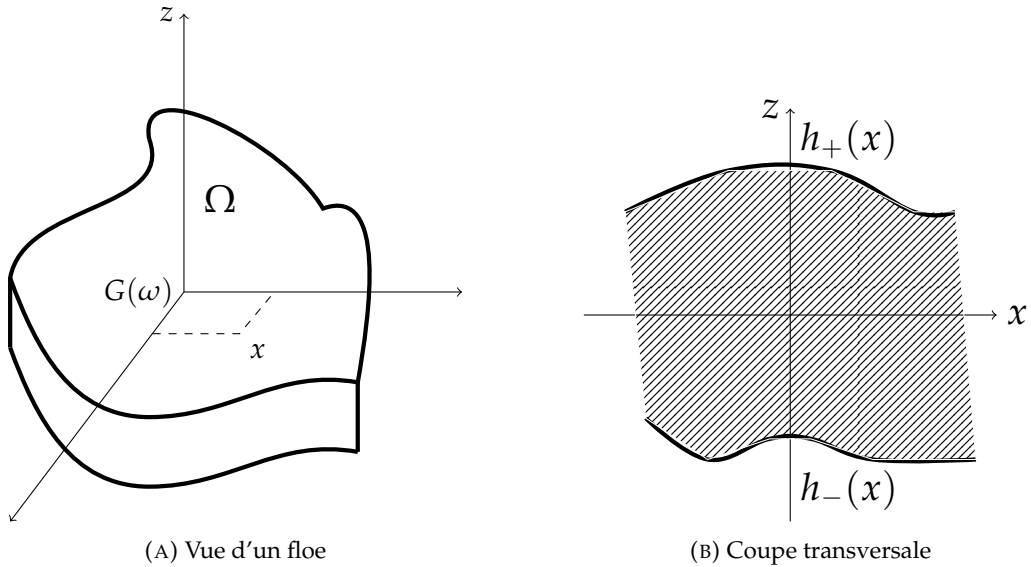


FIGURE 3.1 – Illustration de la géométrie d'un floe de glace  $\Omega$ .

Le volume  $\Omega$  du floe est donné par :

$$\Omega = \{(x, z) | x \in \omega \in \mathbb{R}^2, z \in ]h_-(x), h_+(x)[\}.$$

Les fonctions  $h_-$  et  $h_+$  permettent de définir trois quantités (voir figure 2) :

- L'épaisseur moyenne du floe :  $\bar{h} = \sup_{x \in \omega} h_+(x) - \inf_{x \in \omega} h_-(x)$ ;
- La plus forte épaisseur :  $\bar{h}^* = \sup_{x \in \omega} |h_+(x) - h_-(x)|$ .
- La plus faible épaisseur :  $\underline{h}^* = \inf_{x \in \omega} |h_+(x) - h_-(x)|$ .

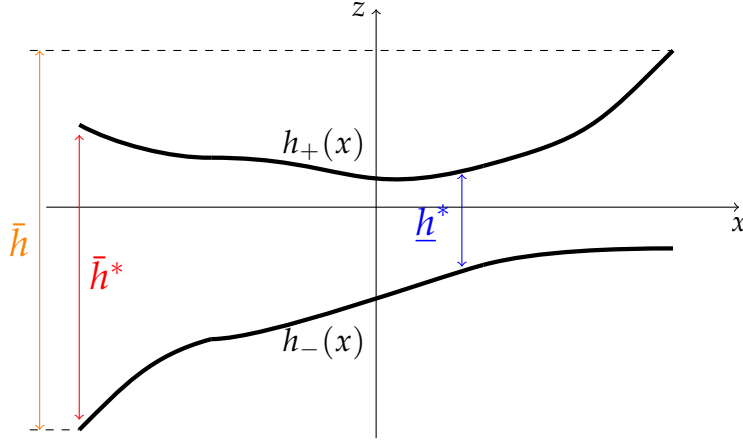


FIGURE 3.2 – Illustration des différentes épaisseurs décrivant le floe de glace. Pour l'instant, afin d'obtenir un floe relativement plat (i.e  $\bar{h}$  faible),  $h_-$  sera pris identiquement nul, et  $h_+$  constant.

Les vecteur  $e_1(\omega)$  et  $e_2(\omega)$  sont liés à  $\omega$ , et pointent vers un point fixe du bord  $\partial\omega$  du floe i.e :

$$\exists \sigma_i \in \partial\omega | e_i(\omega) = \frac{\sigma_i - G(\omega)}{\|\sigma_i - G(\omega)\|}, \text{ pour } i \in \{1, 2\},$$

où  $\|\cdot\|$  désigne la norme euclidienne de  $\mathbb{R}^2$ . Notons que  $\sigma_1 \neq \sigma_2$ , et  $e_1(\omega) \cdot e_2(\omega) = 0$  de façon à ce que la base  $(e_1(\omega), e_2(\omega))$  soit directe.

Un floe  $F = (\omega, e_1(\omega), e_2(\omega), G(\omega), h_-, h_+)$  se déplace sur la mer<sup>1</sup>  $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^2$ . Au temps  $t$  après une translation de vecteur  $u(t)$  (et de matrice  $T_{u(t)}$ ), et une rotation de vecteur  $\theta(t)$  (et de matrice  $R_{\theta(t)}$ ), on obtient le floe  $F_t$  défini par (voir figure 3) :

$$F_t = (T_{u(t)}R_{\theta(t)}\omega, T_{u(t)}R_{\theta(t)}e_1(\omega), T_{u(t)}R_{\theta(t)}e_2(\omega), T_{u(t)}R_{\theta(t)}G(\omega), h_-, h_+).$$

Lors de leur mouvements sur la surface de la mer, les floes se fracturent sous l'effet des vents et des courants océaniques. Nous nous intéresserons donc au phénomène de percussion en vue de l'initialisation des fractures dans les floes de glace.

FIGURE 3 ICI. On observe les vecteurs  $e_1$  et  $e_3$  qui se déplacent avec le floe

## 3.2 État de l'art

1. Pour l'instant, la mer est considérée comme un ouvert dans  $\mathbb{R}^2$ . Plus tard, nous prendrons en compte son épaisseur lorsque nous modéliserons la mer par une sphère



## Chapitre 4

# Travaux et apports

### 4.1 Les travaux effectués

### 4.2 Les apports du stage

— L' utilisation de TIKZ

## **Chapitre 5**

# **Déroulement du stage**

### **5.1 Journal de bord**

## Chapitre 6

# Conclusion