#### Sorbonne Université Laboratoire Jacques-Louis Lions

## Compte rendu semaine #4

Etudiant: Desmond Roussel Nzoyem

UE: Stage M2 – Superviseur: Pr. Stéphane Labbé

Date: 24/2/2021 - 2/3/2021

Cette semaine je continue la lecture de la thèse de D. Balasoiu [Bal20]. Comme je l'ai mentionné dans le rapport de la semaine 3, la compréhension est particulièrement difficile. Et je pense qu'il est impératif que je comprenne le Chapitre 3 et ses démonstrations avant d'avancer avec les processus stochastiques. Pour l'instant je suis bloqué à la section 3.2.2, et j'ai besoin d'aide pour avancer.

#### I. Tâches effectuées

- 1. Continuation de lecture du chapitre 3 de [Bal20].
- 2. Lecture des annexes de la thèse.
- 3. Relecture (rapide) des chapitres précédents.

#### II. Difficultés rencontrées

Toutes ces questions concernent la proposition 3.3.1 de [Bal20, p.93].

- 1. Comment est orienté le vecteur *e*<sub>ν</sub> ? Cette quantité apparait pour la première fois au niveau de la définition de l'énergie élastique de torsion [Bal20, p.91].
- 2. Pouvez-vous s'il vous plait m'éclairer sur le début de la démonstration de la proposition 3.3.1 [Bal20, p.93]
- 3. Je me suis rendu compte que je n'avais pas correctement lu la proposition 3.3.1.. En effet, c'est écrit "Soit  $\varphi:W(\tau,\mathbb{R}^2)\to\mathbb{R}^2$ ...". S'agit-il d'une erreur? Puisque dans l'annexe B, l'ensemble de départ pour  $\varphi$  est  $\overline{\Omega}$ .
- 4. Toujours au tout début de la démonstration de la proposition 3.3.1, il me semble que l'égalité

$$|\varphi(v)| = |v| \times ||\nabla \cdot e_v||$$

a été utilisée (voir figure 1 ci-bas). Je ne comprends pas son origine.

$$R_{\tau}(u) = \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_{\nu}}{2} (|\varphi(\nu)| - |\nu|)^2$$
$$= \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_{\nu} |\nu|^2}{2} (\|\nabla \varphi \cdot e_{\nu}\| - 1)^2.$$

FIGURE 1 – Début de démonstration de la proposition 3.3.1 [Bal20, p.93].

5. Des simples  $|\cdot|$  et des doubles  $||\cdot||$  barres sont utilisées pour les normes. Conformément à votre réponse pour la question 2 ci-haut (mercredi), la quantité  $||\nabla \varphi \cdot e_{\nu}||$  est un vecteur de  $\mathbb{R}^2$ , au même titre que  $\nu$  ou  $\varphi(\nu)$ . Ne s'agit-il pas de la même norme?

- 6. Pouvez-vous confirmer que la notation  $R_{1,\tau}$  pour le **premier** ordre du développement limité de  $R_{\tau}$  ne désigne pas forcément l'ordre 1 (un)? Et qu'il s'agit en fait du degré du monôme de plus faible degré dans le développement limité de  $R_{\tau}$ ?
- 7. Ensuite, Balasoiu dit que la fonctionnelle  $R_{1,tau}$  est **quadratique**. En regardant l'expression obtenue en fonction de e(u), je peux voire le caractère quadratique en fonction de  $\nabla u$ , mais pas en fonction de u. En plus, je ne vois pas ce que cette assertion apporte à la démonstration, surtout que l'existence d'un développement en série entière pour  $R_{2,\tau}$  repose sur l'hypothèse "u suffisamment petit", et donc  $\lim_{k\to\infty} R_{2,\tau}(u) = 0$  i.e. (rayon de convergence non nul).

### III. Sujets explorables

1.

# Références

[Bal20] Dimitri Balasoiu. « Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace ». Theses. Université Grenoble Alpes [2020-....], oct. 2020. URL: https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03116132.