Fracturation de floes de glace par percussion dans un modèle granulaire

Roussel Desmond Nzoyem

Sorbonne Université

Soutenance de mi-stage 2021
12 mai 2021

Sommaire

Motivation

Enjeux écologiques

- Etude climatique à échelle nature (SASIP)
- Prévisions climatiques avec précision

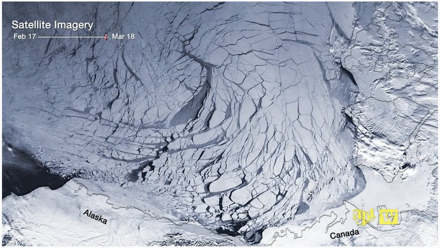


Figure – Prévision dans l'artique

Enjeux industrielles

- Routes maritimes exploitables
- Comportemetn des stations offshores

Figure – Un navire dans la MIZ

Motivation

Enjeux écologiques

- Etude climatique à échelle nature (SASIP)
- Prévisions climatiques avec précision

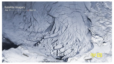


Figure – Prévision dans l'artique

Enjeux industrielles

- Routes maritimes exploitables
- Comportemetn des stations offshores

Figure – Un navire dans la MIZ

Floe : Un floe est un morceau de glace.

Objectifs

Objectifs généraux

- Modélisation et analyse mathématique de la notion de percussion
- Poursuite du développement d'un modèle de fracturation des floes

Objectifs intermédiaires

1. Lecture des travaux précédents :
   - M. Rabatel, S. Labbé, et J. Weiss : Dynamics of an assembly of rigid ice floes (2015);
   - Matthias Rabatel : Modélisation dynamique d'un assemblage de floes rigides (2015);
   - Dimitri Balasoiu : Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace (2020).
2. Modélisation et simulation du deplacmeent des noeuds d'un floe isolé :
   - en 1D;
   - en 2D.
3. Introduction de la percussion dans le code préexistant.

Cinétique du floe

Les équations de Newton-Euler :

$$\begin{cases} M_i \dfrac{\mathrm{d}\dot{\mathbf{G}}_i(t)}{\mathrm{d}t} & = \mathbf{F}_i, \\ \mathcal{I}_i \dfrac{\mathrm{d}\dot{\theta}_i(t)}{\mathrm{d}t} & = \mathfrak{M}_i, \end{cases} \tag{1}$$

où pour le floe i :

- M_i : masse du floe ;
- $\mathbf{F}_i$: somme des forces par unité de volume ;
- $\mathcal{I}_i$: le moment d'inertie du floe i ;
- $\mathfrak{M}_i$: le moment dynamique en G.

Le système (1) se réécrit sous la forme :

$$\mathcal{M}_i \frac{\mathrm{d}W_i(t)}{\mathrm{d}t} = \mathcal{H}_i(t),$$

avec

$$\mathcal{M}_i = \begin{pmatrix} M_i & 0 & 0 \\ 0 & M_i & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{I}_i \end{pmatrix}, \quad W_i(t) = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{G}}(t) \\ \dot{\theta}_i(t) \end{pmatrix}, \text{ et } \quad \mathcal{H}_i(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_i(t) \\ \mathfrak{M}_i(t) \end{pmatrix}.$$

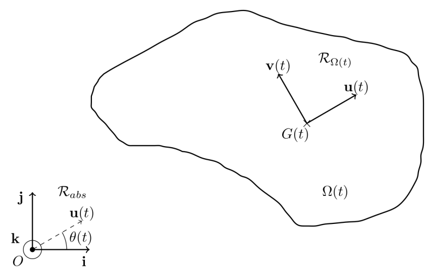


Figure – Repères abosolu et repère local pour une particule floe

Interaction entre les floes

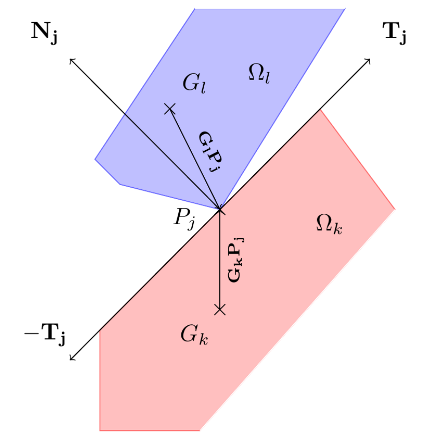


FIGURE – Interaction entre deux floes Ω_k et Ω_l au point P_j

Deux conditions à respecter :

- condition unilatérale de Signorini ;
- loi de friction de Coulomb.

Discussion sur la thèse

- Les floes sont rigides;
- Le modèle ne gère pas la rhéologie de la glace;
- Les coefficients de friction et de restitution sont limitants.

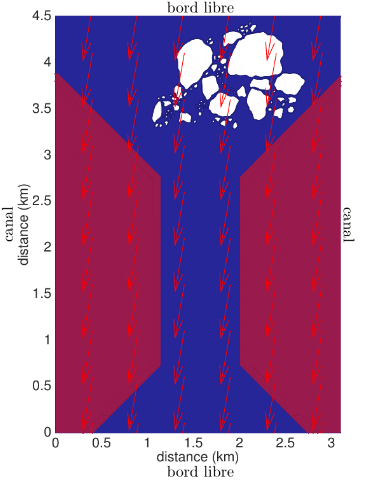


FIGURE – Dérive dans un canal étroit

Un modèle de fracture variationnel

L'énergie totale s'écrit :

$$E_{\text{tot}} : \bigcup_{\sigma \in \Sigma} A_\sigma \times \{\sigma\} \to \mathbb{R}$$

$$u \mapsto \int_{\Omega \setminus \sigma} Ae(u) : e(u)\,\mathrm{d}x + k\mathcal{H}^1(\sigma)\,,$$

Une solution du problème de fracture fragile est un couple (u, σ) qui vérifie :

$$E_{\text{tot}}(u, \sigma) = \min_{\sigma \in \Sigma} \min_{u \in A_\sigma} E_{\text{tot}}(u, \sigma)\,.$$

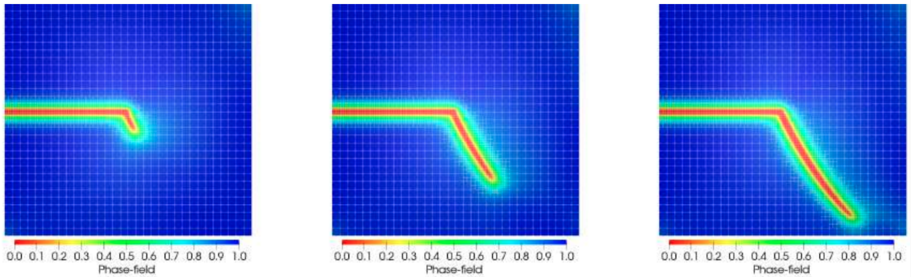


FIGURE – Bifurcation d'une fracture

Réseaux de ressorts régulier

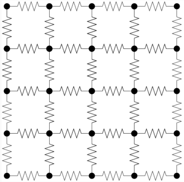


Figure – Réseau de ressorts régulier

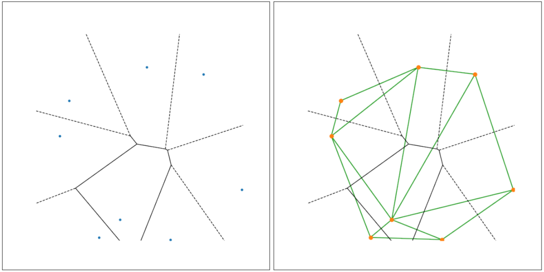


Figure – Tirage de points et diagrammes de Voronoi (à gauche) et Delaunay (à droite)

Déplacement des noeuds d'un floe isolé (1)

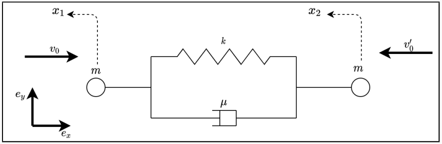


Figure – Floe de glace 1D

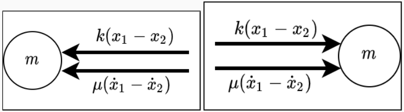


Figure – Bilan des forces

Les équations de Newton-Euler :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) - \mu(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)\,, \\ m\ddot{x}_2 = k(x_1 - x_2) + \mu(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)\,. \end{cases}$$

On préfère la forme générique :

$$\begin{cases} \dot{Y}(t) = EY(t)\,, \\ Y_0 = Y(t_0) = (0, 0, v_0, -v_0')^T\,, \end{cases}$$

où :

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & \frac{k}{m} & -\frac{\mu}{m} & \frac{\mu}{m} \\ \frac{k}{m} & -\frac{k}{m} & \frac{\mu}{m} & -\frac{\mu}{m} \end{pmatrix}, \text{ et } Y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix}$$

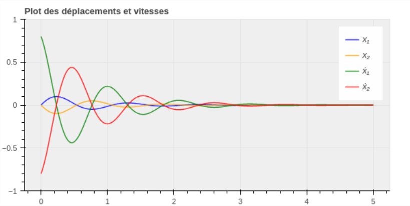
Déplacement des noeuds d'un floe isolé (2)

Listing 1 – Code de simulation 1D

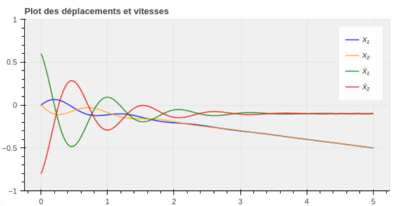
```
Y0 = np.array([0,0, v0, -v_0])
t = np.linspace(0, tmax, N+1)

def model(Y, t):
    return E @ Y

Y = odeint(model, Y0, t)
```

Théorème (Convergence du modèle 1D isolé)

Les déplacements x_1 et x_2 des noeuds du floe 1D convergent si et seulement si leurs vitesses initiales sont des vecteurs opposés.



(a) $v_0 = v_0' = 0.8$



(b) $v_0 = 0.6$ et $v_0' = 0.8$

Figure – Simulation du déplacement d'un floe en 1D

Reférences

BALASOIU, Dimitri (2020). « Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace ». Thèse de doct. Université Grenoble Alpes.

RABATEL, Matthias (2015). « Modélisation dynamique d'un assemblage de floes rigides ». Thèse de doct. Université Grenoble Alpes.

RABATEL, Matthias et al. (2015). « Dynamics of an assembly of rigid ice floes ». In : *Journal of Geophysical Research : Oceans* 120.9, p. 5887-5909.

Merci pour votre attention ☺ !

Questions ?