

## Compte rendu semaine #4

Etudiant : Roussel Desmond Nzoyem

UE : Stage M2 – Superviseur : Pr. Stéphane Labbé

Date : 24/2/2021 - 2/3/2021

Cette semaine j'ai continué la lecture de la thèse de D. Balasoiu [Bal20]. Comme je l'ai mentionné dans le rapport de la semaine 3, la compréhension est particulièrement difficile. Au terme de ce premier mois de stage, je commence tout juste la partie sur les processus stochastiques. Je n'ai pas remarqué de pistes supplémentaires à explorer dans le stage.

### I. Tâches effectuées

Dans l'ordre chronologique, voici les tâches que j'ai effectuées :

1. Lecture du chapitre 3, et "démonstration" de la proposition 3.3.1 [Bal20, p.93].
2. Lecture des annexes de la thèse [Bal20].
3. Relecture (rapide) des chapitres 1 et 2 [Bal20].
4. Lecture du chapitre 4 (sans vraiment comprendre). Plusieurs outils de **théorie de la mesure**, de **probabilité appliquée**, de **géométrie stochastique**, etc. sont nécessaires pour comprendre.
5. Lecture du chapitre 1 du livre [Chi+13] cité à plusieurs reprises dans le chapitre 4 de la thèse [Bal20].

### II. Difficultés rencontrées

La majorité de ces questions concernent la proposition 3.3.1 de [Bal20, p.93].

1. Comment est orienté le vecteur  $e_\nu$  ? Cette quantité apparaît pour la première fois au niveau de la définition de l'énergie élastique de torsion [Bal20, p.91].
2. Pouvez-vous s'il vous plaît m'éclairer sur le début de la démonstration de la proposition 3.3.1 [Bal20, p.93] ?
3. Je me suis rendu compte que je n'avais pas correctement lu la proposition 3.3.1.. En effet, c'est écrit "Soit  $\varphi : W(\tau, \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}^2 \dots$ ". S'agit-il d'une erreur ? Puisque dans l'annexe B, l'ensemble de départ pour  $\varphi$  est  $\Omega$ .
4. Toujours au tout début de la démonstration de la proposition 3.3.1, il me semble que l'égalité

$$|\varphi(\nu)| = |\nu| \times \|\nabla \varphi \cdot e_\nu\|$$

a été utilisée (voir figure 1 ci-bas). Je ne comprends pas son origine.

$$\begin{aligned} R_\tau(u) &= \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu}{2} (|\varphi(\nu)| - |\nu|)^2 \\ &= \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu}{2} |\nu|^2 (\|\nabla \varphi \cdot e_\nu\| - 1)^2. \end{aligned}$$

FIGURE 1 – Début de démonstration de la proposition 3.3.1 [Bal20, p.93].

5. Des simples  $|\cdot|$  et des doubles  $\|\cdot\|$  barres sont utilisées pour les normes. Conformément à votre réponse pour la question 2 ci-haut (mercredi), la quantité  $\|\nabla\varphi \cdot e_\nu\|$  est un vecteur de  $\mathbb{R}^2$ , au même titre que  $\nu$  ou  $\varphi(\nu)$ . Ne s'agit-il pas de la même norme?
6. Pouvez-vous confirmer que la notation  $R_{1,\tau}$  pour le **premier** ordre du développement limité de  $R_\tau$  ne désigne pas forcément l'ordre **1 (un)**? Et qu'il s'agit en fait du degré du monôme de plus faible degré dans le développement limité de  $R_\tau$ ?
7. Ensuite, BALASOIU dit que la fonctionnelle  $R_{1,\tau}$  est **quadratique**. En regardant l'expression obtenue en fonction de  $e(u)$ , je peux voire le caractère quadratique en fonction de  $\nabla u$ , mais pas en fonction de  $u$ . En plus, je ne vois pas ce que cette assertion apporte à la démonstration, surtout que l'existence d'un développement en série entière pour  $R_{2,\tau}$  repose sur l'hypothèse "*u suffisamment petit*", et donc  $\lim_{k \rightarrow \infty} R_{2,\tau}(u) = 0$  i.e. (rayon de convergence non nul).

### III. Sujets explorables

- 1.

## Références

- [Bal20] Dimitri BALASOIU. « Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace ». Theses. Université Grenoble Alpes [2020-....], oct. 2020. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03116132>.
- [Chi+13] Sung Nok CHIU et al. *Stochastic geometry and its applications*. John Wiley & Sons, 2013.