

Compte rendu semaine #4

Etudiant : *Desmond Roussel Nzoyem*

UE : *Stage M2* – Superviseur : *Pr. Stéphane Labbé*

Date : 24/2/2021 - 2/3/2021

Cette semaine je continue la lecture de la thèse de D. Balasoiu [Bal20]. Comme je l'ai mentionné dans le rapport de la semaine 3, la compréhension est particulièrement difficile. Et je pense qu'il est impératif que je comprenne le Chapitre 3 et ses démonstrations avant d'avancer avec les processus stochastiques. Pour l'instant je suis bloqué à la section 3.2.2, et j'ai besoin d'aide pour avancer.

I. Tâches effectuées

1. Continuation de lecture du chapitre 3 de [Bal20].

II. Difficultés rencontrées

1. Comment est orienté le vecteur e_ν ? Cette quantité apparait pour la première fois au niveau de la définition de l'énergie élastique de torsion [Bal20, p.91].
2. Pouvez-vous s'il vous plait m'expliquer sur le début de la démonstration de la proposition 3.3.1 [Bal20, p.93] ?

Proposition 3.3.1. Soit $\varphi : W(\tau, \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}^2$ une déformation du réseau τ . On note :

$$u = \varphi - \text{Id}$$

le déplacement associé. Alors, on a :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-2} R_\tau(\varepsilon u) = R_{1,\tau}(u),$$

avec :

$$R_{1,\tau}(u) = \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu |\nu|^2}{2} (e_\nu^T \cdot e(u) \cdot e_\nu)^2.$$

Démonstration. On a :

$$\begin{aligned} R_\tau(u) &= \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu}{2} (|\varphi(\nu)| - |\nu|)^2 \\ &= \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu |\nu|^2}{2} (\|\nabla \varphi \cdot e_\nu\| - 1)^2. \end{aligned}$$

On souligne le fait que la quantité $\nabla \varphi$ n'est pas définie, mais que la quantité $\nabla \varphi \cdot e_\nu$ l'est bien. On continue le calcul, et on a :

$$R_\tau(u) = \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu |\nu|^2}{2} \left(2 + 2e_\nu^T \cdot E(u) \cdot e_\nu - 2\sqrt{1 + 2e_\nu^T \cdot E(u) \cdot e_\nu} \right).$$

On note $R_{1,\tau}$ le premier ordre du développement limité en ∇u de la fonctionnelle R_τ , qui vaut :

$$\begin{aligned} R_{1,\tau} : W(\tau, \mathbb{R}^2) &\rightarrow \mathbb{R} \\ u &\mapsto \sum_{\nu \in \tau_1} \frac{k_\nu |\nu|^2}{2} (e_\nu^T \cdot e(u) \cdot e_\nu)^2. \end{aligned}$$

FIGURE 1 – Difficulté à la proposition 3.3.1

III. Sujets explorables

1.

Références

- [Bal20] Dimitri BALASOIU. « Modélisation et simulation du comportement mécanique de floes de glace ». Theses. Université Grenoble Alpes [2020-....], oct. 2020. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03116132>.