Soutenance de stage

Problème Inverse : Transfert Radiatif et Apprentissage

Roussel Desmond NZOYEM

Université de Strasbourg
UFR de mathématiques et d'informatque
Master 1 CSMI

August 25, 2020

Simulation 2D de l'équation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones

Roussel Desmond NZOYEM

Ensignant referent
Christophe PRUD'HOMME

Maitre de stage
Emmanuel FRANCK
Laurent NAVORET
Vincent VIGON

Annee Academique 2019/2020

L'equipe MOCO compte plusieurs membres parmi lesquels MM.:

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des seminaires en EDP

L'equipe MOCO compte plusieurs membres parmi lesquels MM.:

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des seminaires en EDP

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.)
- Partenariats indutriels
- Modélisation des plasmas

L'equipe Probabilités compte plusieurs membres parmi lesquels M.:

- Vincent VIGON

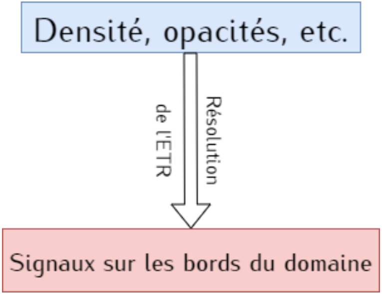
L'equipe Probabilités compte plusieurs membres parmi lesquels M.:

- Vincent VIGON

Des activites diverses:

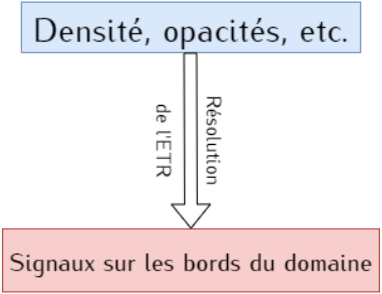
- Partenariats internationaux (Allemagne, Autralie, Chine, etc)
- Séminaire (de calcul) stochastique.

Probleme direct
(Resolution de l'EDP du transfer radiatif)



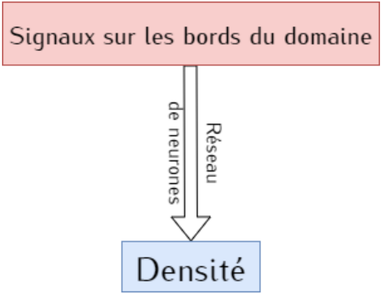
Probleme direct

(Resolution de l'EDP du transfer radiatif)



Probleme inverse

(Reconstruction de la densite par un ANN)



Trois point cles pour situer le stage:

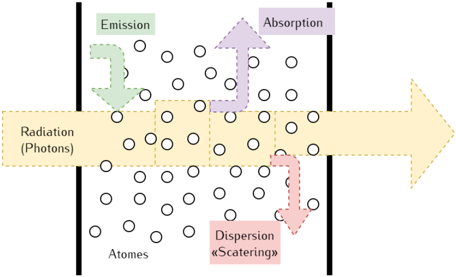
1. Explosion du deep learning
2. APplications dans le secteur medical (Imagerie medicale)
3. Reevaluation des methode de resolution de problemes inverse

Sommaire

Le transfer radiatif

Lorsque la photons se trouvent en presence de la matière, Trois phenomènes majeures (caratises par leurs opacites) se produisent:

- Emission (σ_e): Plus la temperature matiere est elevee, plus l'emission est importante
- Absorption (σ_a): Lorsqu'on est a l'equilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- Scattering (σ_c): Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de scattering ¿¿ $p(\mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})$ (Turpault, 2004).



L'ETR

L'equation du transfert radiatif est bilan d'energie lie au rayonnement au niveau mesoscopique.

$$\begin{aligned}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}I(t,\mathrm{x},\mathbf{\Omega},\nu)+\mathbf{\Omega}\cdot\nabla_{\mathrm{x}}I(t,\mathrm{x},\mathbf{\Omega},\nu)&\\ =\sigma_a(\rho,\mathbf{\Omega},\nu)\left(B(\nu,T)-I(t,\mathrm{x},\mathbf{\Omega},\nu)\right)&\\ +\frac{1}{4\pi}\int_0^\infty\int_{S^2}\sigma_c(\rho,\mathbf{\Omega},\nu)p(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\left(I(t,\mathrm{x},\mathbf{\Omega}',\nu)-I(t,\mathrm{x},\mathbf{\Omega},\nu)\right)\,d\mathbf{\Omega}'\,d\nu&\end{aligned}$$

Où

- $I(t,\mathrm{x},\mathbf{\Omega},\nu)$ designe l'intensité radiative specifique;
- $B(\nu,T)$ la fonction de Planck;
- $\oint p(\mathbf{\Omega}'\to\mathbf{\Omega})\,d\mathbf{\Omega}'=1$

Le modele P1

D'apres (Franck, 2012)

$$\begin{cases} \partial_t E + c \ \operatorname{div} \mathrm{F} = c\sigma_a \left(aT^4 - E\right) \\ \partial_t \mathrm{F} + c \ \nabla E = -c\sigma_c \mathrm{F} \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a \left(E - aT^4\right) \end{cases}$$

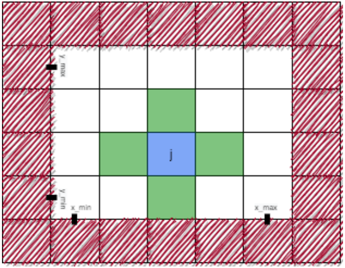
Ou:

$$E(t, \mathrm{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathrm{x}, \mathbf{\Omega}, \nu) \, d\mathbf{\Omega} \, d\nu$$
$$\mathrm{F}(t, \mathrm{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \mathbf{\Omega} I(t, \mathrm{x}, \mathbf{\Omega}, \nu) \, d\mathbf{\Omega} \, d\nu$$

Le schema de ¡¡ splitting ¿¿: Etape 1

On pose $\Theta = aT^4$

$$\begin{cases} E_j^{q+1} = \dfrac{\alpha E_j^n + \beta\gamma\Theta_j^n}{1-\beta\delta} \\ \Theta_j^{q+1} = \dfrac{\gamma\Theta_j^n + \alpha\delta E_j^n}{1-\beta\delta} \end{cases}$$



En posant

$$\mu_q = \frac{1}{T^{3,n} + T^n T^{2,q} + T^q T^{2,n} + T^{3,q}}$$

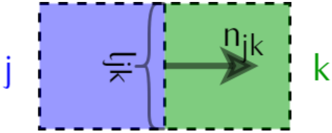
On a

$$\alpha = \frac{1}{\Delta t\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a\right)}, \quad \beta = \frac{c\sigma_a}{\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a}, \quad \gamma = \frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t\left(\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a\right)} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{c\sigma_a}{\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a}.$$

COnvergence ver E_j^* et Θ_j^*. F$_j$ reste constant egale a F_j^*.

Le schema de ¡¡ splitting ¿¿: Etape 2

$$\begin{cases} E_j^{n+1} = E_j^* + \alpha \sum_k (\mathsf{F}_{jk}, \mathsf{n}_{jk}) \\ \mathsf{F}_j^{n+1} = \beta \mathsf{F}_j^* + \gamma E_j^n + \delta \sum_k E_{jk} \mathsf{n}_{jk} \end{cases}$$



Avec :

$\alpha = -\frac{c\Delta t}{|\Omega_j|}$,

$\beta = \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sum_k M_{jk}\sigma_{jk}\right)^{-1}$,

$\gamma = \frac{c}{|\Omega_j|}\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sum_k M_{jk}\sigma_{jk}\right)^{-1}\left(\sum_k l_{jk} M_{jk} \mathsf{n}_{jk}\right)$

$\delta = -\frac{c}{|\Omega_j|}\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sum_k M_{jk}\sigma_{jk}\right)^{-1}$

$$(\mathsf{F}_{jk}, \mathsf{n}_{jk}) = l_{jk} M_{jk}\left(\frac{\mathsf{F}_j^n \cdot \mathsf{n}_{jk} + \mathsf{F}_k^n \cdot \mathsf{n}_{jk}}{2} - \frac{E_k^n - E_j^n}{2}\right)$$

$$E_{jk}\mathsf{n}_{jk} = l_{jk} M_{jk}\left(\frac{E_j^n + E_k^n}{2} - \frac{\mathsf{F}_k^n \cdot \mathsf{n}_{jk} - \mathsf{F}_j^n \cdot \mathsf{n}_{jk}}{2}\right)\mathsf{n}_{jk}$$

$$M_{jk} = \frac{2}{2 + \Delta x \sigma_{jk}}$$

$$\sigma_{jk} = \frac{1}{2}\left(\sigma_c(\rho_j, T_j^n) + \sigma_c(\rho_k, T_k^n)\right)$$

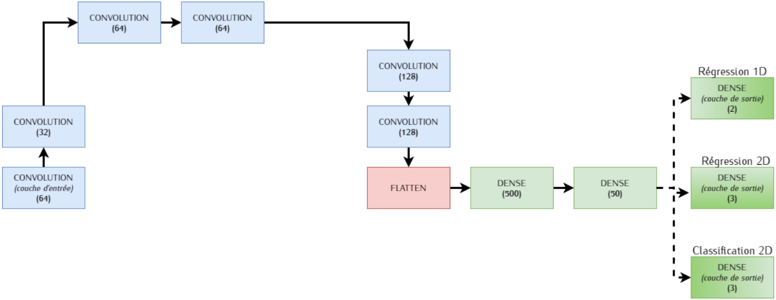
Implementation C++

- Temps final = 0.01 sh
- $c = 299$ [cm/sh]
- $a = 0.01372$ [g/cm/sh^2/keV]
- $C_v = 0.14361$ [Jerk/g/keV]
- La densité ρ est un signal créneau [g cm^{-3}]
- $\sigma_a = \rho T$ [cm^{-1}]
- $\sigma_c = \rho T$ [cm^{-1}]
- $T_0, T_{gauche} = 5$ [keV]
- $E_0 = aT_0^4$ [g/cm/sh^2]
- $E_{gauche^*} = aT_0^4 + 5\sin(2k\pi t)$ [g/cm/sh^2]
- $\mathrm{F}_0, \mathrm{F}_{gauche} = 0$ [g/sh^2]
- Sorties libres sur les autres bords

```
x_min 0
x_max 1
y_min 0
y_max 1
N 90

c 299
a 0.01372
C_v 0.14361

CFL 0.5
precision 1e-6
t_0 0
t_f 0.01

rho crenau(0.5,0.5,0.1,10)
sigma_a rho*T
sigma_c rho*T

E_0 0.01372*(5^4)
F_0_x 0
F_0_y 0
T_0 5
```

```
E_u neumann
F_u_x neumann
F_u_y neumann
T_u neumann

E_d neumann
F_d_x neumann
F_d_y neumann
T_d neumann

E_l ponctuel(0.4,0.6)
F_l_x 0
F_l_y 0
T_l 5

E_r neumann
F_r_x neumann
F_r_y neumann
T_r neumann

export_file data/df_simu.csv
export_mode dataframe
write_mode truncate
```

L'architecture sous Keras

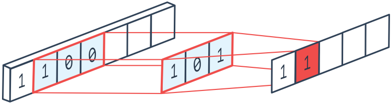


Architecture generale utilisee

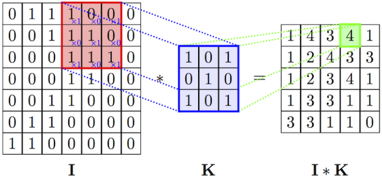
Les couches utilisees: Convolutions (Cross-correlation)

$$S(i,j) = (I*K)(i,j) = \sum_m \sum_n I(i+m, j+n)K(m,$$

$$S(i) = (I * K)(i) = \sum_m I(i+m)K(m)$$

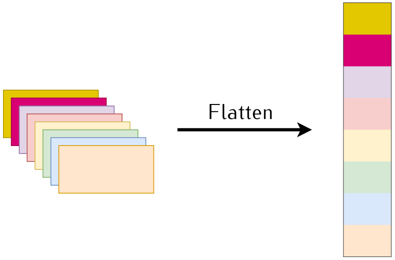


En 1D (Ganesh, 2019)

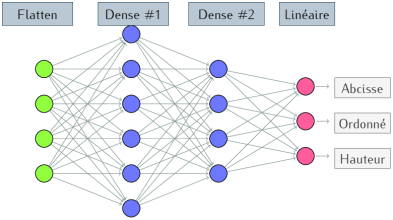


En 2D (Packt, s.d)

Les couches utilisees: Flatten et Dense



Flatten



Des couches denses

Les metriques

Coefficient de determination

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

Avec

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$

Ou $\bar{y} = \sum_{i=1}^{n} y_i$ représente la moyenne des valeurs observées.

Score personalise
Pourcentage des prédiction correcte si la prediction et le label sont suffsament proche:

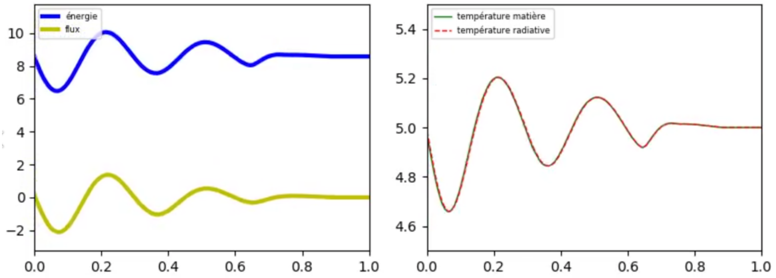
- **au dixième près** pour la position (suivant x ou y)
- **à l'unité près** pour la hauteur

Les hyper-parametres

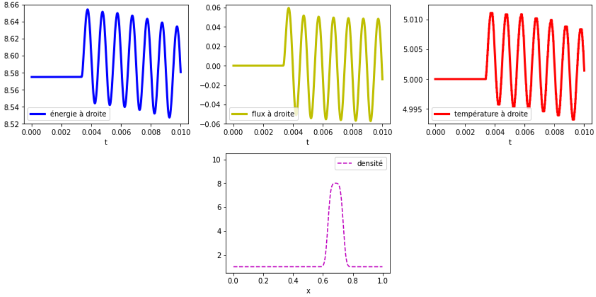
Liste des paramètres les plus influents pour l'entrainement

Hyper-paramètre	**Définition**	**Valeur 1D / 2D**
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch a chaque epoque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Exemple de simulation 1D



Entree sortie 1D



Entrees sortie pour le reseau de neurones

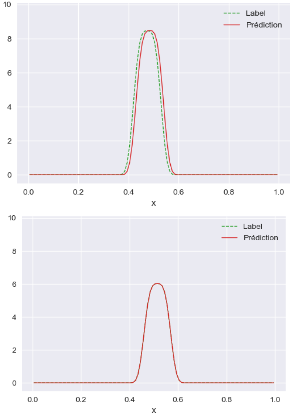
$(50, 3)$

Dimension temporelle

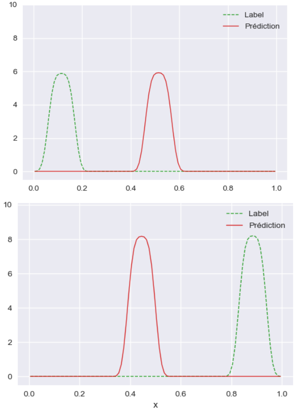
Nombre de canaux

Taille d'une entree

Meilleures/Pires predictions du reseau de neurones



Les meilleures predictions

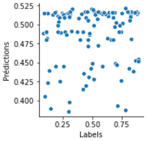


Les pires predictions

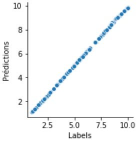
Scores 1D

Scores 1D

Nom du score	Valeur
R2	99.50 %
Personnalisé	28.21 %



Correlation des position



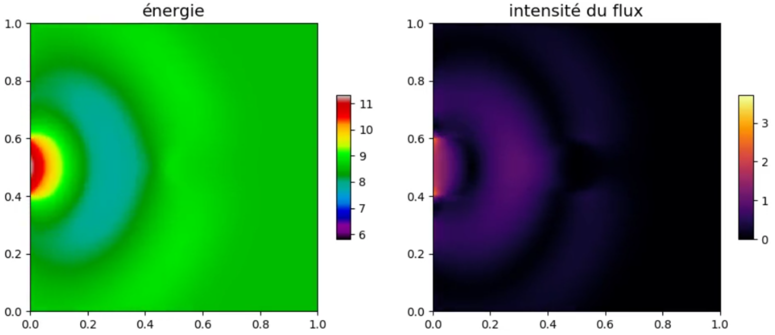
Correlation des hauteur

Conclusion sur la régression 1D

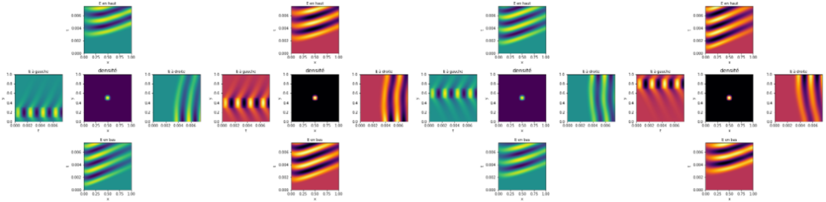
Les cause de l'echec:

- Le probleme inverse est probablement mal pose
- Le score R2 est mal calcule

Exemple de simulation 2D



Entree sortie 2D



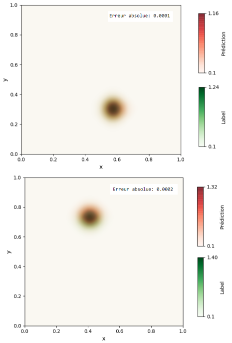
Entrees sortie pour le reseau de neurones

$$(168, 28, 48)$$

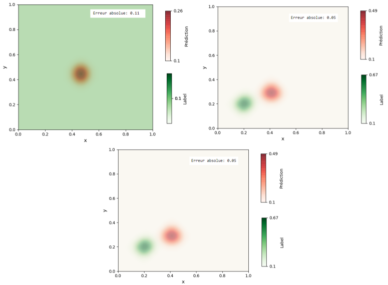
Dimension temporelle — Diemension spatiale — Nombre de canaux

Taille d'une entree

Meilleures/Pires predictions du reseau de neurones



Les meilleures predictions

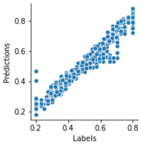


Les pires predictions

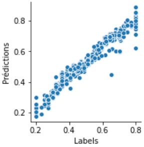
Scores 2D

Scores 2D

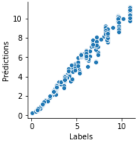
Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %



Correlation de l'abscisse



Correlation de l'ordonee



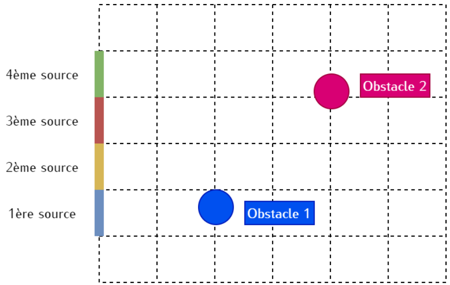
Correlation des hauteur

Conclusion sur la régression 2D

Detection de toutes les variables:

- L'abscisse, l'ordonee, et la hauteur: reconstruction complete de la densite
- La valeur de la densite en dehors du crenau est connue

CLassification 2D



Labels pour la classification

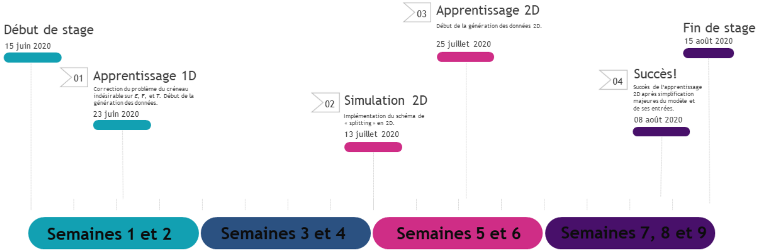
Scores de classification

Nom	Valeur
R2	98.86 %
Pers.	95.45 %

Bilan de l'apprentissage

1. **Régression 1D** : Permet de détecter la hauteur du créneau
2. **Classification 2D** : Permet de localiser l'ordonnée du créneau
3. **Régression 2D** : Permet de prédire tous les attributs essentiels du créneau (abscisse, ordonnée, et hauteur)

Bilan du stage



Points tournants du le stage

Apports et enseignements

- Developpement C++ et Python
- Equations aux derivees partielles
- Reseaux de neurones
- Experience dans un milieu de recherche

Franck, E. (Oct. 2012). "Construction et analyse numérique de schéma asymptotic preserving sur maillages non structurés. Application au transport linéaire et aux systèmes de Friedrichs". In: *Archive ouverte HAL*, pp. 12, 160–161. URL: https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/744371/filename/theseFranckv3.pdf.

Ganesh, Prakhar (Oct. 2019). "Types of Convolution Kernels : Simplified". In: URL: https://towardsdatascience.com/types-of-convolution-kernels-simplified-f040cb307c37.

Packt (s.d). "Convolutional neural networks". In: URL: https://subscription.packtpub.com/book/game_development/9781789138139/4/ch04lvl1sec31/convolutional-neural-networks.

Turpault, R. (Feb. 2004). "Modelisation, approximation numerique et applications du transfert radiatif en desequilibre spectral couple avec l'hydrodynamique". In: *Archive ouverte HAL*, pp. 13–22. URL: http://docplayer.fr/177010094-Modelisation-approximation-numerique-et-applications-du-transfert-radiatif-en-desequilibre-spectral-couple-avec-l-hydrodynamique.html.