

Simulation 2D de l'équation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones

Stagiaire
Roussel Desmond NZOYEM

Enseignant référent
Christophe PRUD'HOMME

Maîtres de stage
Emmanuel FRANCK
Laurent NAVORET
Vincent VIGON

Année académique 2019/2020

Introduction

●○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

○○○
○○○○

L'IRMA

L'IRMA

L'équipe MOCO

Plusieurs membres parmi lesquels MM. :

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des séminaires en EDP

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.);
Projets Examag Spexxa, MAToS, EUROFUSION
- Partenariats industriels
- Modélisation des plasmas

L'équipe MOCO

Plusieurs membres parmi lesquels MM. :

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des séminaires en EDP

Des activités diverses :

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.);
Projets Examag Spexxa, MAToS, EUROFUSION
- Partenariats industriels
- Modélisation des plasmas

L'équipe MOCO

Plusieurs membres parmi lesquels MM. :

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des séminaires en EDP

Des activités diverses :

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.);
Projets Examag Spexxa, MAToS, EUROFUSION
- Partenariats industriels
- Modélisation des plasmas

L'équipe MOCO

Plusieurs membres parmi lesquels MM. :

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des séminaires en EDP

Des activités diverses :

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.);
Projets Examag Spexxa, MAToS, EUROFUSION
- Partenariats industriels
- Modélisation des plasmas

L'équipe Probabilités

Plusieurs membres parmi lesquels M. :

■ Vincent VIGON

- Collaborations internationales (Allemagne, Australie, Chine, etc.) en actuariat, transport optimal, matrice aléatoire, etc.
- Séminaire (de calcul) stochastique

L'équipe Probabilités

Plusieurs membres parmi lesquels M. :

- Vincent VIGON

Des activités diverses :

- Collaborations internationales (Allemagne, Australie, Chine, etc.) en actuariat, transport optimal, matrice aléatoire, etc.
- Séminaire (de calcul) stochastique

L'équipe Probabilités

Plusieurs membres parmi lesquels M. :

- Vincent VIGON

Des activités diverses :

- Collaborations internationales (Allemagne, Australie, Chine, etc.) en actuariat, transport optimal, matrice aléatoire, etc.
- Séminaire (de calcul) stochastique

Introduction



Principe et méthode



Le problème en 1D



Le problème en 2D



Conclusion



Le sujet du stage

Le stage et le projet

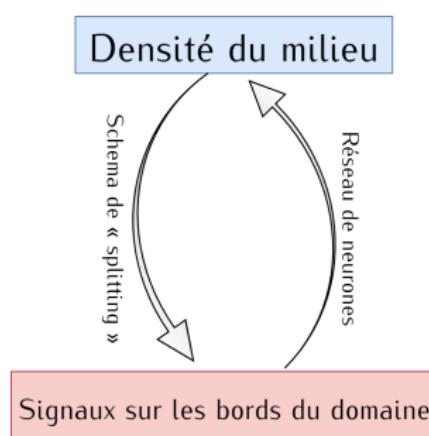
Le(s) problème(s) à résoudre

Problème direct

(Résolution de l'ETR par un schéma de
"splitting")

Problème inverse

(Reconstruction de la densité par un réseau
de neurones)



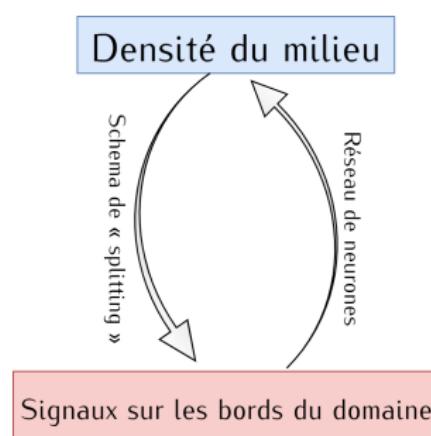
Le(s) problème(s) à résoudre

Problème direct

(Résolution de l'ETR par un schéma de
"splitting")

Problème inverse

(Reconstruction de la densité par un réseau
de neurones)



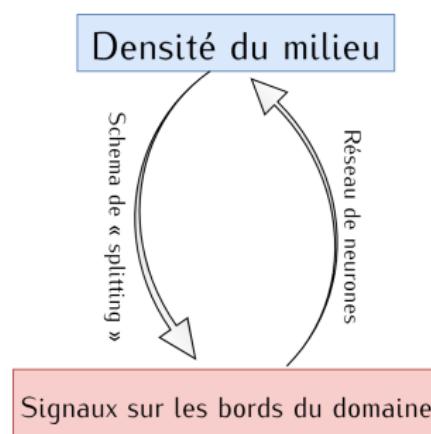
Le(s) problème(s) à résoudre

Problème direct

(Résolution de l'ETR par un schéma de "splitting")

Problème inverse

(Reconstruction de la densité par un réseau de neurones)



Les points pour situer le stage

- 1 Explosion du Deep Learning
- 2 Application du Machine Learning en imagerie médicale
- 3 Réévaluation des méthodes de résolution de problèmes inverse

Les points pour situer le stage

- 1 Explosion du Deep Learning
- 2 Application du Machine Learning en imagerie médicale
- 3 Réévaluation des méthodes de résolution de problèmes inverse

Les points pour situer le stage

- 1** Explosion du Deep Learning
- 2** Application du Machine Learning en imagerie médicale
- 3** Réévaluation des méthodes de résolution de problèmes inverse

Sommaire

1 Introduction

- L'IRMA
- Le sujet du stage

2 Principe et méthode

- Simulation de l'ETR
- Réseaux de neurones

3 Le problème en 1D

- Simulation
- Apprentissage

4 Le problème en 2D

- Simulation
- Apprentissage

5 Conclusion

- Sur l'apprentissage
- Sur le stage

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

●○○○○○○○
○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

○○○
○○○○

Simulation de l'ETR

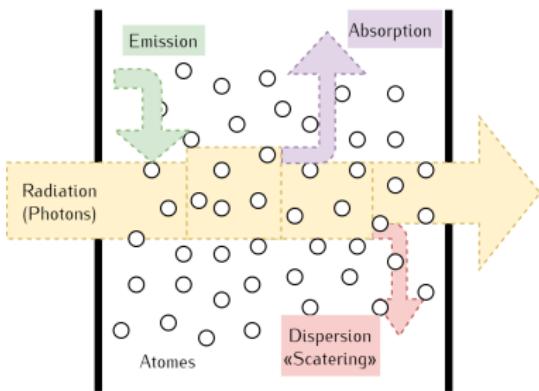
Simulation de l'ETR

Simulation de l'ETR

Le transfert radiatif

Lorsque les photons se trouvent en présence de la matière, trois phénomènes majeurs (caractérisés par leurs opacités) se produisent :

- **Émission (σ_e)** : des photons sont émis en réponse aux électrons excités descendants à des niveaux d'énergie plus bas. Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- **Absorption (σ_a)** : à l'inverse, certains photons sont absorbés, les électrons deviennent plus excités (ou se libèrent complètement de leurs atomes), et la matière se réchauffe. À l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- **Dispersion (σ_c)** : certains photons sont déviés de leur trajectoire originale par la matière. Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Turpault, 2004).



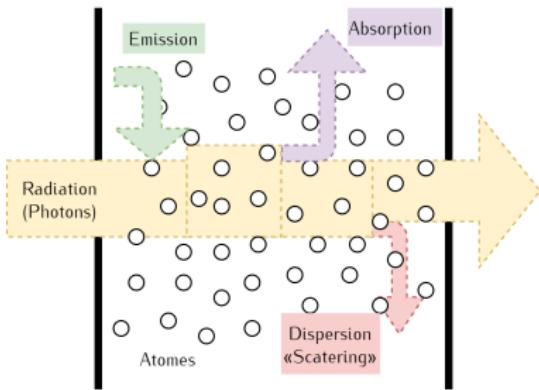
Interaction entre matière et radiation

Simulation de l'ETR

Le transfert radiatif

Lorsque les photons se trouvent en présence de la matière, trois phénomènes majeurs (caractérisés par leurs opacités) se produisent :

- **Émission (σ_e)** : des photons sont émis en réponse aux électrons excités descendants à des niveaux d'énergie plus bas. Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- **Absorption (σ_a)** : à l'inverse, certains photons sont absorbés, les électrons deviennent plus excités (ou se libèrent complètement de leurs atomes), et la matière se réchauffe. À l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- **Dispersion (σ_c)** : certains photons sont déviés de leur trajectoire originale par la matière. Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Turpault, 2004).



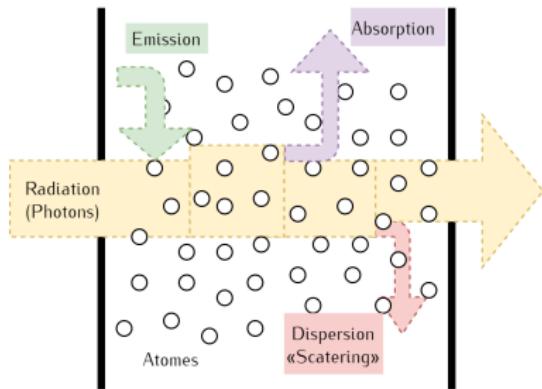
Interaction entre matière et radiation

Simulation de l'ETR

Le transfert radiatif

Lorsque les photons se trouvent en présence de la matière, trois phénomènes majeurs (caractérisés par leurs opacités) se produisent :

- **Émission (σ_e)** : des photons sont émis en réponse aux électrons excités descendants à des niveaux d'énergie plus bas. Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- **Absorption (σ_a)** : à l'inverse, certains photons sont absorbés, les électrons deviennent plus excités (ou se libèrent complètement de leurs atomes), et la matière se réchauffe. À l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- **Dispersion (σ_c)** : certains photons sont déviés de leur trajectoire originale par la matière. Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Turpault, 2004).



Interaction entre matière et radiation

Simulation de l'ETR

L'ETR

L'équation du transfert radiatif (ETR) est un bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mésoscopique (dans la direction Ω).

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, x, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_x I(t, x, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, x, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, x, \Omega', \nu) - I(t, x, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

Où :

- $I(t, x, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

Simulation de l'ETR

L'ETR

L'équation du transfert radiatif (ETR) est un bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mésoscopique (dans la direction Ω).

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, x, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_x I(t, x, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, x, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, x, \Omega', \nu) - I(t, x, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

Où :

- $I(t, x, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

L'ETR

L'équation du transfert radiatif (ETR) est un bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mésoscopique (dans la direction Ω).

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, x, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_x I(t, x, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, x, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, x, \Omega', \nu) - I(t, x, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

Où :

- $I(t, x, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

Le modèle P1

D'après (Franck, 2012) :

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} F = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t F + c \nabla E = -c\sigma_c F \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

Où :

- Energie des photons : $E(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$
- Flux des photons : $F(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \Omega I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolut par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

D'après (Franck, 2012) :

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} F = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t F + c \nabla E = -c\sigma_c F \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

Où :

- Energie des photons : $E(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$
- Flux des photons : $F(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \Omega I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolut par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

D'après (Franck, 2012) :

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} F = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t F + c \nabla E = -c\sigma_c F \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

Où :

- Energie des photons : $E(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$
- Flux des photons : $F(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \Omega I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolut par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

D'après (Franck, 2012) :

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} F = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t F + c \nabla E = -c\sigma_c F \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

Où :

- Energie des photons : $E(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$
- Flux des photons : $F(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \Omega I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolut par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

D'après (Franck, 2012) :

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} F = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t F + c \nabla E = -c\sigma_c F \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

Où :

- Energie des photons : $E(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$
- Flux des photons : $F(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \Omega I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolut par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux
- 2 On résout l'étape 1 (réglage de la température) : sur une maille, Euler implicite + Point fixe

$$\begin{cases} \partial_t E + \mathbf{c} \operatorname{div} \mathbf{F} = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1** On sépare le problème en temps en deux
- 2** On résout l'étape 1 (réglage de la température) : sur une maille, Euler implicite + Point fixe

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

- 3** On résout l'étape 2 (partie hyperbolique) : volume finis 2D, mais aussi 1D

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c\sigma_c \mathbf{F} \end{cases}$$

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux
- 2 On résout l'étape 1 (réglage de la température) : sur une maille, Euler implicite + Point fixe

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a (E - aT^4) \end{cases}$$

- 3 On résout l'étape 2 (partie hyperbolique) : volume finis 2D, mais aussi 1D

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c\sigma_a (aT^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c\sigma_c \mathbf{F} \end{cases}$$

- 4 Tout ceci se fait sur le même pas de temps

Le schéma de "splitting" : Étape 1

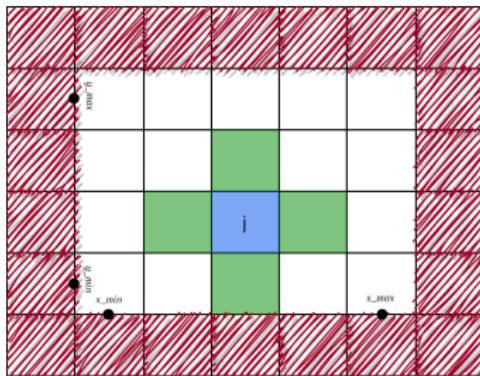
À l'itération n , on pose $\Theta = aT^4$

$$\begin{cases} E_j^{q+1} = \frac{\alpha E_j^n + \beta \gamma \Theta_j^n}{1 - \beta \delta} \\ \Theta_j^{q+1} = \frac{\gamma \Theta_j^n + \alpha \delta E_j^n}{1 - \beta \delta} \end{cases}$$

Où $\mu_q = \frac{1}{T^{3,n} + T^n T^{2,q} + T^q T^{2,n} + T^{3,q}}$

$$\alpha = \frac{1}{\Delta t \left(\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a \right)}, \quad \beta = \frac{c\sigma_a}{\Delta t + c\sigma_a}, \quad \gamma = \frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t \left(\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a \right)}, \quad \delta = \frac{c\sigma_a}{\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a}.$$

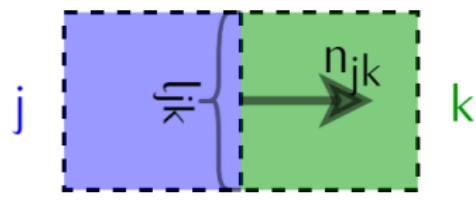
Itération sur q ; convergence vers E_j^* et Θ_j^* ; $F_j = F_j^*$ constant.



Simulation de l'ETR

Le schéma de "splitting" : Étape 2

$$\begin{cases} E_j^{n+1} = E_j^* + \alpha \sum_k (\mathbf{F}_{jk}, \mathbf{n}_{jk}) \\ \mathbf{F}_j^{n+1} = \beta \mathbf{F}_j^* + \gamma E_j^n + \delta \sum_k E_{jk} \mathbf{n}_{jk} \end{cases}$$



Avec :

$$\alpha = -\frac{c\Delta t}{|\Omega_j|},$$

$$\beta = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1},$$

$$\gamma = \frac{c}{|\Omega_j|} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1} \left(\sum_k l_{jk} M_{jk} \mathbf{n}_{jk} \right)$$

$$\delta = -\frac{c}{|\Omega_j|} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1}$$

$$(\mathbf{F}_{jk}, \mathbf{n}_{jk}) = l_{jk} M_{jk} \left(\frac{\mathbf{F}_j^n \cdot \mathbf{n}_{jk} + \mathbf{F}_k^n \cdot \mathbf{n}_{jk}}{2} - \frac{\mathbf{E}_k^n - \mathbf{E}_j^n}{2} \right)$$

$$E_{jk} \mathbf{n}_{jk} = l_{jk} M_{jk} \left(\frac{\mathbf{E}_j^n + \mathbf{E}_k^n}{2} - \frac{\mathbf{F}_k^n \cdot \mathbf{n}_{jk} - \mathbf{F}_j^n \cdot \mathbf{n}_{jk}}{2} \right) \mathbf{n}_{jk}$$

$$M_{jk} = \frac{2}{2 + \Delta x \sigma_{jk}}$$

$$\sigma_{jk} = \frac{1}{2} \left(\sigma_c(\rho_j, T_j^n) + \sigma_c(\rho_k, T_k^n) \right)$$

Simulation de l'ETR

Implémentation C++

- Temps final = 0.01 sh
- $c = 299 \text{ [cm/sh]}$
- $a = 0.01372 \text{ [g/cm/sh}^2\text{/keV]}$
- $C_v = 0.14361 \text{ [Jerk/g/keV]}$
- La densité ρ est un signal créneau $[\text{g cm}^{-3}]$
- $\sigma_a = \rho T \text{ [cm}^{-1}\text{]}$
- $\sigma_c = \rho T \text{ [cm}^{-1}\text{]}$
- $T_0, T_{gauche} = 5 \text{ [keV]}$
- $E_0 = a T_0^4 \text{ [g/cm/sh}^2\text{]}$
- $E_{gauche*} = a T_0^4 + 5 \sin(2k\pi t) \text{ [g/cm/sh}^2\text{]}$
- $F_0, F_{gauche} = 0 \text{ [g/sh}^2\text{]}$
- Sorties libres sur les autres bords

Implémentation C++

- Temps final = 0.01 sh
- $c = 299$ [cm/sh]
- $a = 0.01372$ [g/cm/sh²/keV]
- $C_v = 0.14361$ [Jerk/g/keV]
- La densité ρ est un signal créneau [g cm⁻³]
- $\sigma_a = \rho T$ [cm⁻¹]
- $\sigma_c = \rho T$ [cm⁻¹]
- $T_0, T_{gauche} = 5$ [keV]
- $E_0 = aT_0^4$ [g/cm/sh²]
- $E_{gauche*} = aT_0^4 + 5 \sin(2k\pi t)$ [g/cm/sh²]
- $F_0, F_{gauche} = 0$ [g/sh²]
- Sorties libres sur les autres bords

```
x_min 0
x_max 1
y_min 0
y_max 1
N 90

c 299
a 0.01372
C_v 0.14361

CFL 0.5
precision 1e-6
t_0 0
t_f 0.01

rho creneau(0.5,0.5,0.1,10)
sigma_a rho*T
sigma_c rho*T

E_0 0.01372*(5^4)
F_0.x 0
F_0.y 0
T_0 5
```

```
E_u neumann
F_u.x neumann
F_u.y neumann
T_u neumann

E_d neumann
F_d.x neumann
F_d.y neumann
T_d neumann

E_l ponctuel(0.4,0.6)
F_l.x 0
F_l.y 0
T_l 5

E_r neumann
F_r.x neumann
F_r.y neumann
T_r neumann

export_file data/df_simu.csv
export_mode dataframe
write_mode truncate
```

Exemple de configuration

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
●○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

○○○
○○○○

Réseaux de neurones

Réseaux de neurones

Le principe des réseaux de neurones

On désigne par X le signal sur les bords du domaine et y la densité du milieu.

- f définit le problème direct : $X = f(y)$
- f^{-1} définit le problème inverse : $y = f^{-1}(X)$
- On va se contenter de \hat{f}^{-1} telle que $\hat{y} = \hat{f}^{-1}(X, \theta)$, où θ représente les paramètres du réseau de neurones

L'apprentissage : $IA \rightarrow ML \rightarrow ANN \rightarrow MLP \rightarrow CNN$

- IA : Intelligence Artificielle
- ML : Machine Learning
- ANN : Artificial Neural Network
- MLP : Multi-Layer Perceptron
- CNN : Convolutional Neural Network

Le principe des réseaux de neurones

On désigne par X le signal sur les bords du domaine et y la densité du milieu.

- f définit le problème direct : $X = f(y)$
- f^{-1} définit le problème inverse : $y = f^{-1}(X)$
- On va se contenter de \hat{f}^{-1} telle que $\hat{y} = \hat{f}^{-1}(X, \theta)$, où θ représente les paramètres du réseau de neurones

L'apprentissage : $IA \rightarrow ML \rightarrow ANN \rightarrow MLP \rightarrow CNN$

- IA : Intelligence Artificielle
- ML : Machine Learning
- ANN : Artificial Neural Network
- MLP : Multi-Layer Perceptron
- CNN : Convolved Neural Network

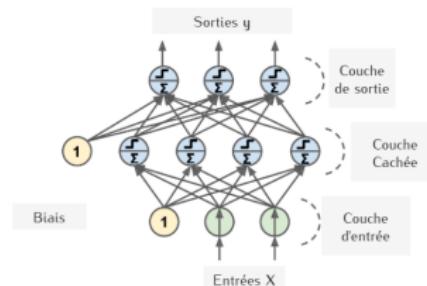
Le principe des réseaux de neurones

On désigne par X le signal sur les bords du domaine et y la densité du milieu.

- f définit le problème direct : $X = f(y)$
- f^{-1} définit le problème inverse : $y = f^{-1}(X)$
- On va se contenter de \hat{f}^{-1} telle que $\hat{y} = \hat{f}^{-1}(X, \theta)$, où θ représente les paramètres du réseau de neurones

L'apprentissage : $IA \rightarrow ML \rightarrow ANN \rightarrow MLP \rightarrow CNN$

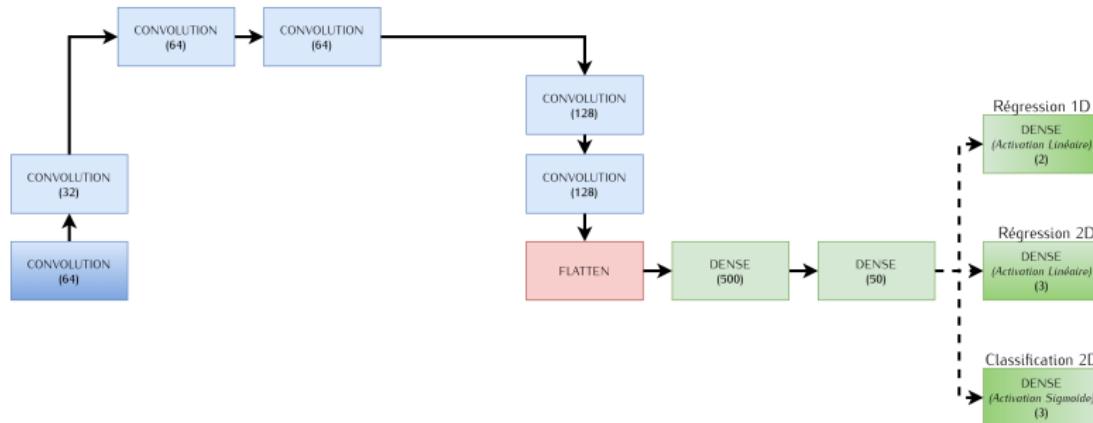
- IA : Intelligence Artificielle
- ML : Machine Learning
- ANN : Artificial Neural Network
- MLP : Multi-Layer Perceptron
- CNN : Convolved Neural Network



Exemple de MLP (Geron, 2017)

Réseaux de neurones

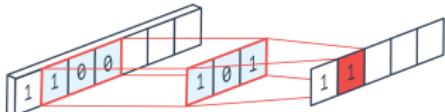
L'architecture sous Keras



Architecture générale utilisée (CNN)

Les couches utilisées : Convolution (cross-corrélation)

$$S(i) = (I * K)(i) = \sum_m I(i+m)K(m)$$

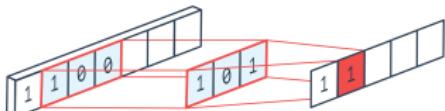


En 1D (Ganesh, 2019)

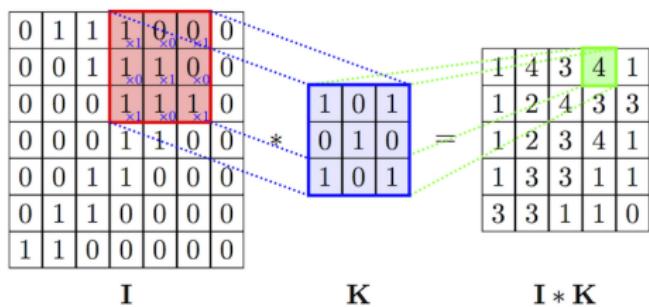
Les couches utilisées : Convolution (cross-corrélation)

$$S(i, j) = (I * K)(i, j) = \sum_m \sum_n I(i+m, j+n)K(m, n)$$

$$S(i) = (I * K)(i) = \sum_m I(i+m)K(m)$$

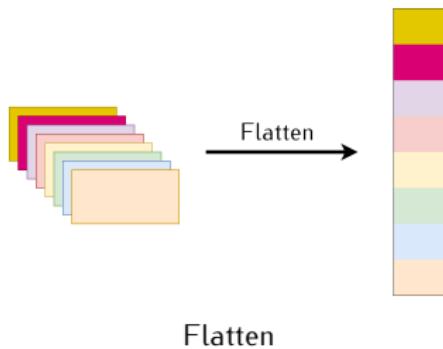


En 1D (Ganesh, 2019)

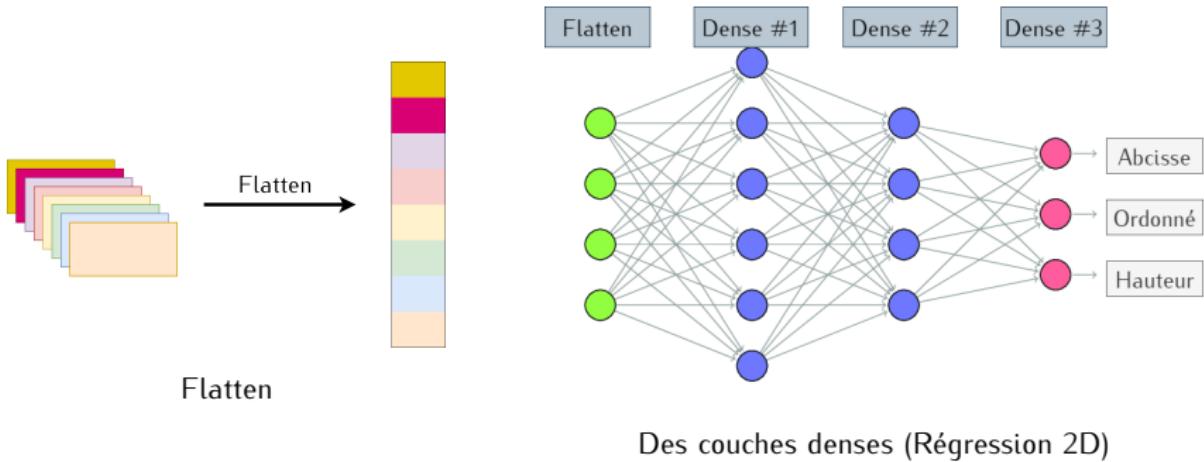


En 2D (Packt, s.d)

Les couches utilisées : Flatten et Dense



Les couches utilisées : Flatten et Dense



Les métriques

Coefficient de détermination R2

$$\text{Score } R2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

Avec

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Où $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i$ représente la moyenne des valeurs observées.

Les métriques

Coefficient de détermination R2

Score personnalisé

$$\text{Score } R2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

Avec

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Pourcentage des prédictions correctes :

Où $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i$ représente la moyenne des valeurs observées.

Les métriques

Coefficient de détermination R2

Score personnalisé

$$\text{Score } R2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

Avec

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Pourcentage des prédictions correctes :

- au dixième près pour la position (suivant x ou y)

Où $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i$ représente la moyenne des valeurs observées.

Les métriques

Coefficient de détermination R2

Score personnalisé

$$\text{Score } R2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

Avec

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Pourcentage des prédictions correctes :

- au dixième près pour la position (suivant x ou y)
- à l'unité près pour la hauteur

Où $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i$ représente la moyenne des valeurs observées.

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

●○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

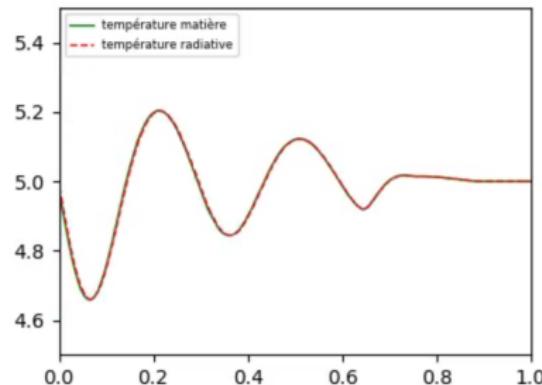
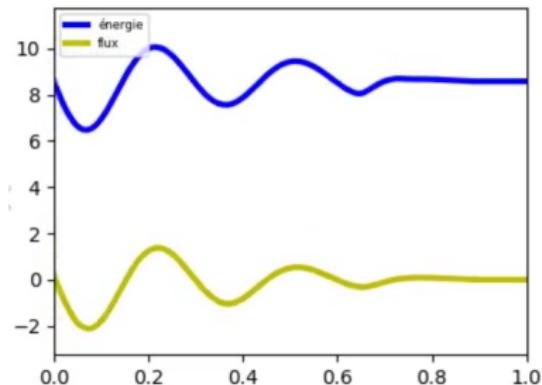
Conclusion

○○○
○○○○

Simulation

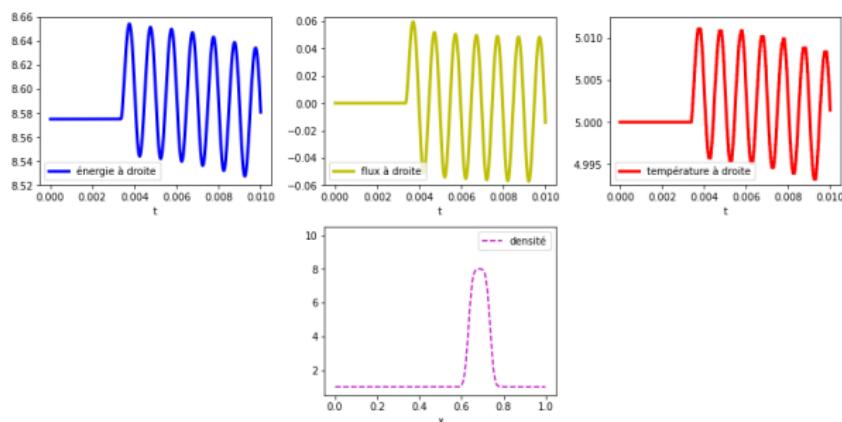
Résultats 1D

Exemple de simulation 1D



Simulation

Entrées/sorties 1D



(50, 3)

Dimension temporelle

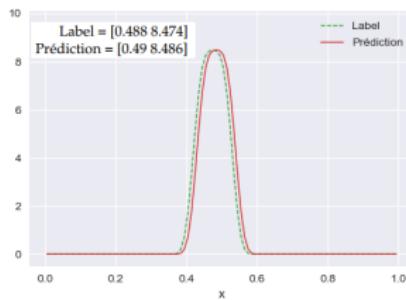
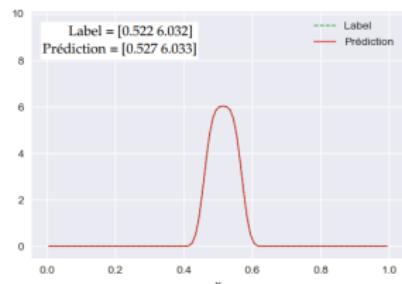
Nombre de canaux

Taille d'une entrée

Une entrée du réseau de neurones et la sortie attendue

Apprentissage

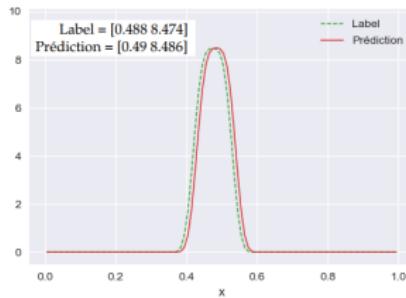
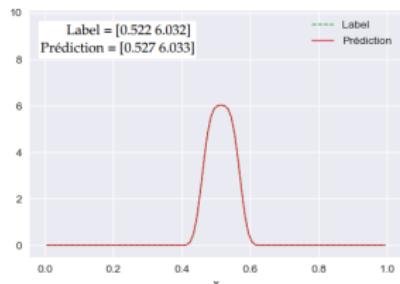
Meilleures/piires prédictions du CNN



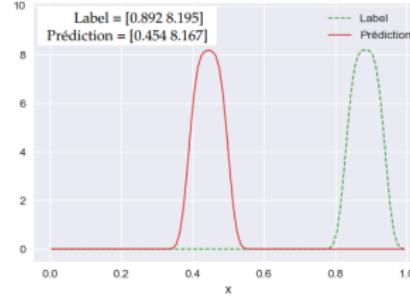
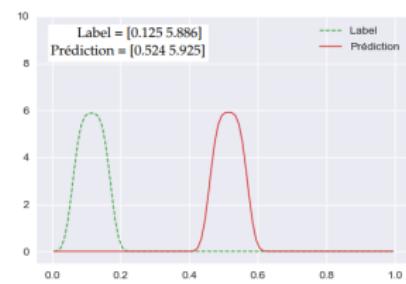
Les meilleures prédictions

Apprentissage

Meilleures/piques prédictions du CNN



Les meilleures prédictions



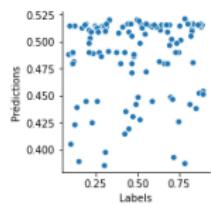
Les pires prédictions

Les scores obtenus en 1D

Nom du score	Valeur
R2	99.50 %
Personnalisé	28.21 %

Les scores obtenus en 1D

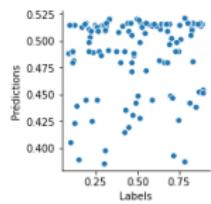
Nom du score	Valeur
R2	99.50 %
Personnalisé	28.21 %



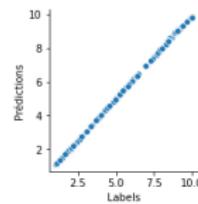
Correlation des positions

Les scores obtenus en 1D

Nom du score	Valeur
R2	99.50 %
Personnalisé	28.21 %



Correlation des positions



Correlation des hauteurs

Conclusion sur la régression 1D

Les causes de l'échec :

- Le problème inverse est probablement mal posé
- Le score R2 est mal calculé

```
from keras import backend as K

def r2_score(y_true, y_pred):
    SS_res = K.sum(K.square(y_true - y_pred), axis=-1)
    SS_tot = K.sum(K.square(y_true - K.mean(y_true)), axis=-1)
    return 1.0 - SS_res/(SS_tot + K.epsilon())
```

Conclusion sur la régression 1D

Les causes de l'échec :

- Le problème inverse est probablement mal posé
- Le score R2 est mal calculé

```
from keras import backend as K

def r2_score(y_true, y_pred):
    SS_res = K.sum(K.square(y_true - y_pred), axis=-1)
    SS_tot = K.sum(K.square(y_true - K.mean(y_true)), axis=-1)
    return 1.0 - SS_res/(SS_tot + K.epsilon())
```

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

●○○
○○○○

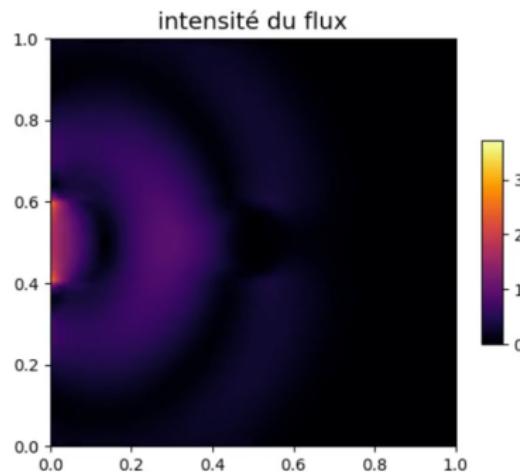
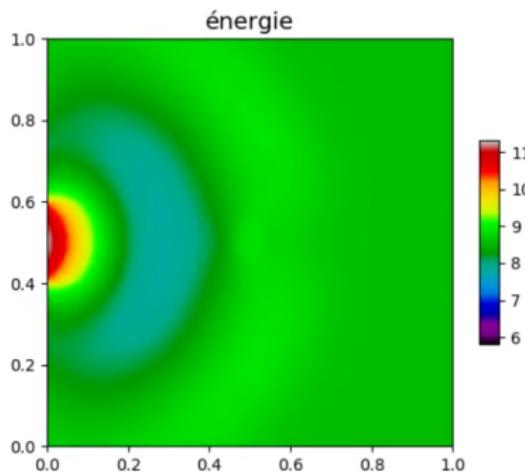
Conclusion

○○○
○○○○

Simulation

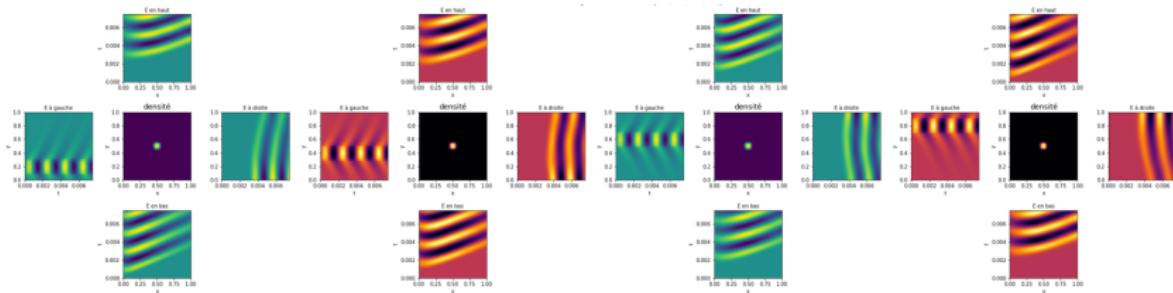
Résultats 2D

Exemple de simulation 2D



Simulation

Entrées/sorties 2D



Une entrée du réseau de neurones et la sortie attendue

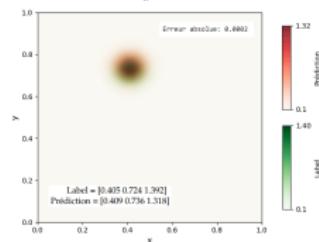
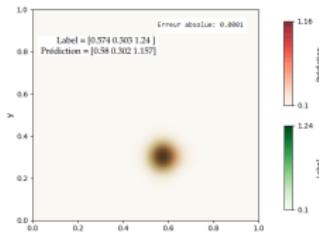
(168, 28, 48)

Dimension temporelle Dimension spatiale Nombre de canaux

Taille d'une entrée

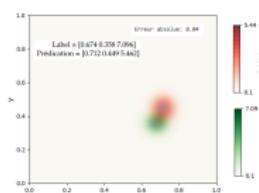
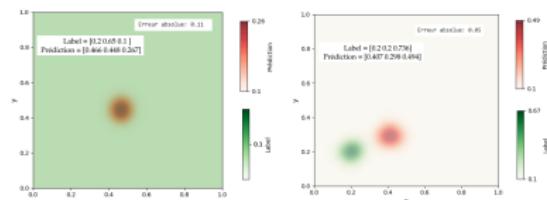
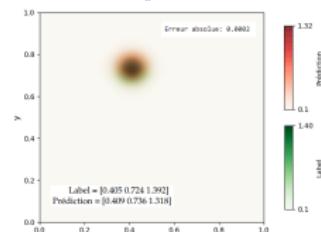
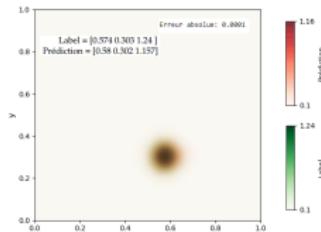
Apprentissage

Meilleures/piques prédictions du CNN



Les meilleures prédictions

Meilleures/pires prédictions du CNN



Les pires prédictions

Les meilleures prédictions

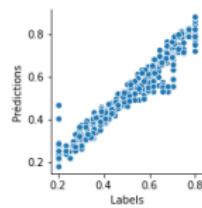
Les scores obtenus en 2D

Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %

Apprentissage

Les scores obtenus en 2D

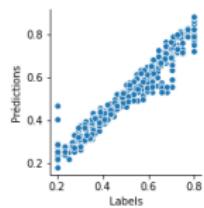
Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %



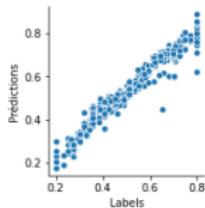
Corrélation des abscisses

Les scores obtenus en 2D

Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %



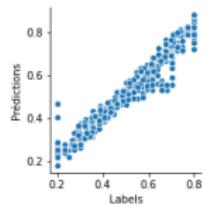
Corrélation des abscisses



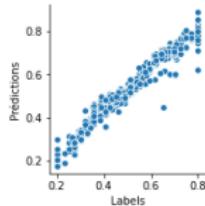
Corrélation des ordonnées

Les scores obtenus en 2D

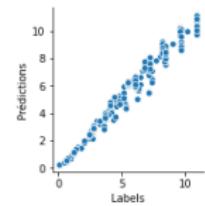
Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %



Corrélation des abscisses



Corrélation des ordonnées



Corrélation des hauteurs

Conclusion sur la régression 2D

Détection de toutes les variables :

- L'abscisse, l'ordonnée, et la hauteur sont relativement bien prédits
- La valeur de la densité en dehors du crâneau est connue : reconstruction complète de la densité du milieu

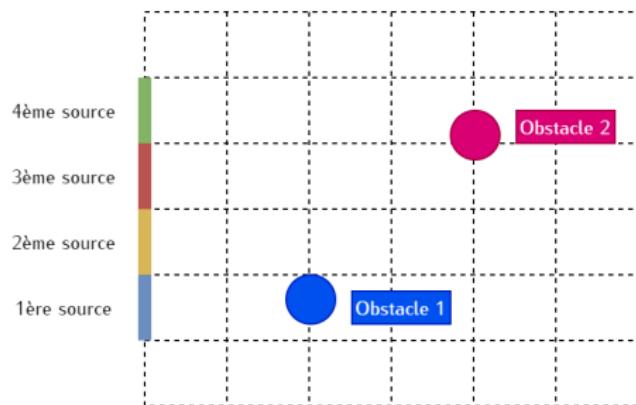
Conclusion sur la régression 2D

Détection de toutes les variables :

- L'abscisse, l'ordonnée, et la hauteur sont relativement bien prédits
- La valeur de la densité en dehors du crâneau est connue : **reconstruction complète de la densité du milieu**

Apprentissage

Classification 2D

LabelsObstacle 1:

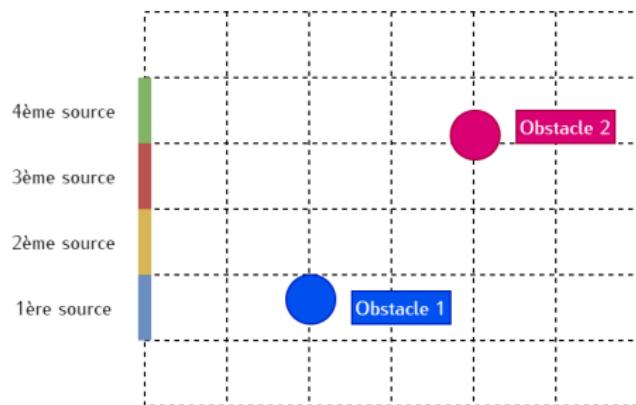
1	0	0	0
---	---	---	---

Obstacle 2:

0	0	1	1
---	---	---	---

Labels pour la classification

Classification 2D

LabelsObstacle 1:

1	0	0	0
---	---	---	---

Obstacle 2:

0	0	1	1
---	---	---	---

Labels pour la classification

Les scores obtenus

Nom	Valeur
R2	98.86 %
Pers.	95.45 %

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

●○○
○○○○○

Sur l'apprentissage

Conclusion sur l'apprentissage

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

○●○
○○○○

Sur l'apprentissage

Bilan de l'apprentissage

Par ordre croissant de réussite :

- Régression 1D : Permet de détecter la hauteur du crâneau
- Classification 2D : Permet de localiser l'ordonnée du crâneau
- Régression 2D : Permet de prédire tous les attributs essentiels du crâneau (abscisse, ordonnée, et hauteur)

Introduction
○○○
○○○○

Principe et méthode
○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D
○○○
○○○

Le problème en 2D
○○○
○○○○

Conclusion
○●○
○○○○

Sur l'apprentissage

Bilan de l'apprentissage

Par ordre croissant de réussite :

- 1 Régression 1D** : Permet de détecter la hauteur du crâneau
- 2 Classification 2D** : Permet de localiser l'ordonnée du crâneau
- 3 Régression 2D** : Permet de prédire tous les attributs essentiels du crâneau (abscisse, ordonnée, et hauteur)

Introduction
○○○
○○○○

Principe et méthode
○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D
○○○
○○○

Le problème en 2D
○○○
○○○○

Conclusion
○●○
○○○○

Sur l'apprentissage

Bilan de l'apprentissage

Par ordre croissant de réussite :

- 1 Régression 1D** : Permet de détecter la hauteur du crâneau
- 2 Classification 2D** : Permet de localiser l'ordonnée du crâneau
- 3 Régression 2D** : Permet de prédire tous les attributs essentiels du crâneau (abscisse, ordonnée, et hauteur)

Introduction
○○○
○○○○

Principe et méthode
○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D
○○○
○○○

Le problème en 2D
○○○
○○○○

Conclusion
○●○
○○○○

Sur l'apprentissage

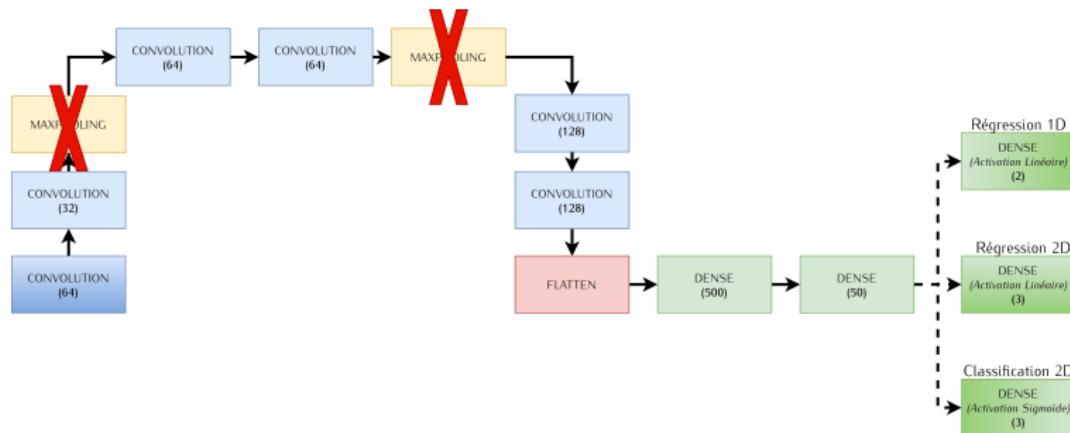
Bilan de l'apprentissage

Par ordre croissant de réussite :

- 1 **Régression 1D** : Permet de détecter la hauteur du crâneau
- 2 **Classification 2D** : Permet de localiser l'ordonnée du crâneau
- 3 **Régression 2D** : Permet de prédire tous les attributs essentiels du crâneau (abscisse, ordonnée, et hauteur)

Sur l'apprentissage

Absence de régularisation



Architecture originale proposée par M.Vigon

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

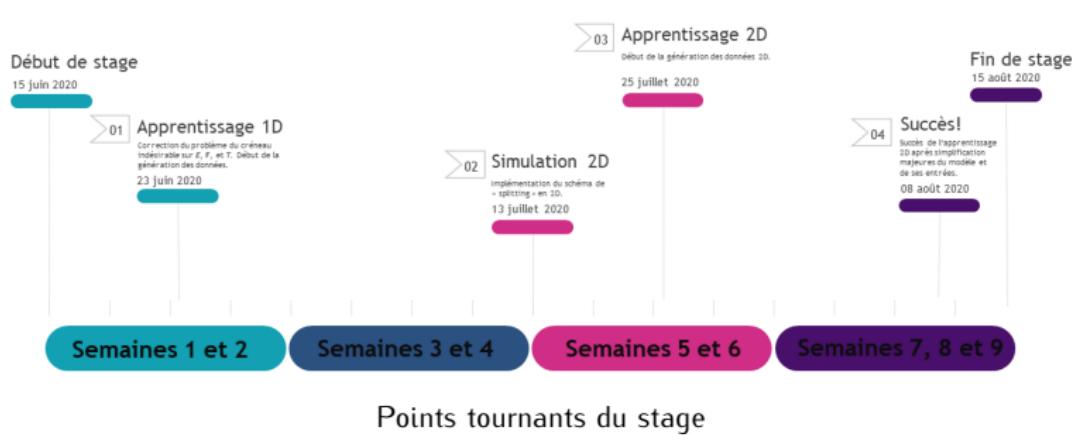
○○○
●○○○○

Sur le stage

Conclusion sur le stage

Sur le stage

Déroulement du stage



Introduction

○○○
○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

○○○
○○●○○

Sur le stage

Apports et enseignements

- Développement C++ et Python
- Équations aux dérivées partielles
- Réseaux de neurones
- Expérience dans un milieu de recherche

Sur le stage

Apports et enseignements

- Développement C++ et Python
- Équations aux dérivées partielles
- Réseaux de neurones
- Expérience dans un milieu de recherche

Sur le stage

Apports et enseignements

- Développement C++ et Python
- Équations aux dérivées partielles
- Réseaux de neurones
- Expérience dans un milieu de recherche



Sur le stage

Apports et enseignements

- Développement C++ et Python
- Équations aux dérivées partielles
- Réseaux de neurones
- Expérience dans un milieu de recherche



Sur le stage

Perspectives

- Amélioration des résultats (différentes formes d'obstacles, d'opacités)
- Déploiement d'un tomographe en milieu médical
- Stage, thèse ultérieures ...

Sur le stage

Perspectives

- Amélioration des résultats (différentes formes d'obstacles, d'opacités)
- Déploiement d'un tomographe en milieu médical
- Stage, thèse ultérieures ...

Sur le stage

Perspectives

- Amélioration des résultats (différentes formes d'obstacles, d'opacités)
- Déploiement d'un tomographe en milieu médical
- Stage, thèse ultérieures ...

Introduction

○○○
○○○○

Principe et méthode

○○○○○○○○
○○○○○○○○

Le problème en 1D

○○○
○○○

Le problème en 2D

○○○
○○○○

Conclusion

○○○
○○○●

Sur le stage

Merci pour votre attention

-  Franck, E. (Oct. 2012). "Construction et analyse numérique de schéma asymptotic preserving sur maillages non structurés. Application au transport linéaire et aux systèmes de Friedrichs". In: *Archive ouverte HAL*, pp. 12, 160–161. URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/744371/filename/theseFranckv3.pdf>.
-  Ganesh, Prakhar (Oct. 2019). "Types of Convolution Kernels : Simplified". In: URL: <https://towardsdatascience.com/types-of-convolution-kernels-simplified-f040cb307c37>.
-  Geron, Aurelien (2017). *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*. O'Reilly Media, Inc, pp. 227–325. URL: https://books.google.fr/books/about/Hands_On_Machine_Learning_with_Scikit_Le.html?id=HnetDwAAQBAJ&printsec=frontcover&source=kp_read_button&redir_esc=y.
-  Packt (s.d.). "Convolutional neural networks". In: URL: https://subscription.packtpub.com/book/game_development/9781789138139/4/ch04lvl1sec31/convolutional-neural-networks.
-  Turpault, R. (Feb. 2004). "Modelisation, approximation numérique et applications du transfert radiatif en desequilibre spectral couple avec l'hydrodynamique". In: *Archive ouverte HAL*, pp. 13–22. URL: <http://docplayer.fr/177010094-Modelisation-approximation-numerique-et-applications-du-transfert-radiatif-en-desequilibre-spectral-couple-avec-l-hydrodynamique.html>.