Soutenance de stage

Problème Inverse : Transfert Radiatif et Apprentissage

Roussel Desmond NZOYEM

Université de Strasbourg
UFR de mathématiques et d'informatque
Master 1 CSMI

24 août 2020

Simulation 2D de l'équation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones

Roussel Desmond NZOYEM

Ensignant referent
Christophe PRUD'HOMME

Maitre de stage
Emmanuel FRANCK
Laurent NAVORET
Vincent VIGON

Annee Academique 2019/2020

L'equipe MOCO compte plusieurs membres parmi lesquels MM. :

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des seminaires en EDP

L'equipe MOCO compte plusieurs membres parmi lesquels MM. :

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des seminaires en EDP

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.)
- Partenariats indutriels
- Modélisation des plasmas

L'equipe Probabilités compte plusieurs membres parmi lesquels M. :

- Vincent VIGON

L'equipe Probabilités compte plusieurs membres parmi lesquels M. :

- Vincent VIGON

Des activites diverses :

- Partenariats internationaux (Allemagne, Autralie, Chine, etc)
- Séminaire (de calcul) stochastique.

Probleme direct
(Resolution de l'EDP du transfer radiatif)

Probleme direct
(Resolution de l'EDP du transfer radiatif)

Probleme inverse
(Reconstruction de la densite par un ANN)

Trois point cles pour situer le stage :

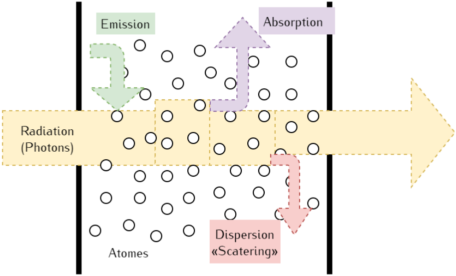
1. Explosion du deep learning
2. APplications dans le secteur medical (Imagerie medicale)
3. Reevaluation des methode de resolution de problemes inverse

Sommaire

Le transfer radiatif

Lorsque la photons se trouvent en presence de la matière, Trois phenomènes majeures (caratises par leurs opacites) se produisent :

- Emission (σ_e) : Plus la temperature matiere est elevee, plus l'emission est importante
- Absorption (σ_a) : Lorsqu'on est a l'equilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- Scattering (σ_c) : Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de « scattering » $p(\mathbf{\Omega}' \to \mathbf{\Omega})$.



L'ETR

L'equation du transfert radiatif est bilan d'energie lie au rayonnement au niveau mesoscopique.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} I(t,\mathbf{x},\boldsymbol{\Omega},\nu) + \boldsymbol{\Omega}\cdot\nabla_{\mathbf{x}} I(t,\mathbf{x},\boldsymbol{\Omega},\nu) \\
&= \sigma_a(\rho,\boldsymbol{\Omega},\nu)\left(B(\nu,T) - I(t,\mathbf{x},\boldsymbol{\Omega},\nu)\right) \\
&+ \frac{1}{4\pi}\int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho,\boldsymbol{\Omega},\nu) p(\boldsymbol{\Omega}'\to\boldsymbol{\Omega}) \Big(I(t,\mathbf{x},\boldsymbol{\Omega}',\nu) - I(t,\mathbf{x},\boldsymbol{\Omega},\nu)\Big)\, d\boldsymbol{\Omega}'\, d\nu
\end{aligned}$$

Où

- $I(t,\mathbf{x},\boldsymbol{\Omega},\nu)$ designe l'intensité radiative specifique ;
- $B(\nu,T)$ la fonction de Planck ;
- $\oint p(\boldsymbol{\Omega}'\to\boldsymbol{\Omega})\, d\boldsymbol{\Omega}' = 1$

Le modele P1

$$\begin{cases} \partial_t E + c \ \operatorname{div} \mathbf{F} = c\sigma_a \left(aT^4 - E\right) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \ \nabla E = -c\sigma_c \mathbf{F} \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a \left(E - aT^4\right) \end{cases}$$

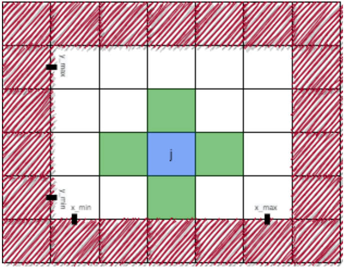
Ou :

$$E(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathbf{x}, \mathbf{\Omega}, \nu) \, d\mathbf{\Omega} \, d\nu$$
$$\mathbf{F}(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \mathbf{\Omega} I(t, \mathbf{x}, \mathbf{\Omega}, \nu) \, d\mathbf{\Omega} \, d\nu$$

Le schema de « splitting » : Etape 1

On pose $\Theta = aT^4$

$$\begin{cases} E_j^{q+1} = \dfrac{\alpha E_j^n + \beta\gamma\Theta_j^n}{1-\beta\delta} \\ \Theta_j^{q+1} = \dfrac{\gamma\Theta_j^n + \alpha\delta E_j^n}{1-\beta\delta} \end{cases}$$



En posant

$$\mu_q = \frac{1}{T^{3,n} + T^n T^{2,q} + T^q T^{2,n} + T^{3,q}}$$

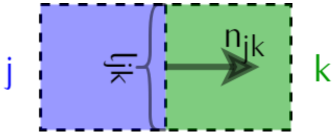
On a

$$\alpha = \frac{1}{\Delta t\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a\right)}, \quad \beta = \frac{c\sigma_a}{\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a}, \quad \gamma = \frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t\left(\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a\right)} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{c\sigma_a}{\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a}.$$

COnvergence ver E_j^* et Θ_j^*. $\mathbf{F}_j$ reste constant egale a F_j^*.

Le schema de « splitting » : Etape 2

$$\begin{cases} E_j^{n+1} = E_j^* + \alpha \sum_k \left(\mathbf{F}_{jk}, \mathbf{n}_{jk}\right) \\ \mathbf{F}_j^{n+1} = \beta \mathbf{F}_j^* + \gamma E_j^n + \delta \sum_k E_{jk} \mathbf{n}_{jk} \end{cases}$$



Avec :

$\alpha = -\frac{c\Delta t}{|\Omega_j|}$,

$\beta = \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sum_k M_{jk}\sigma_{jk}\right)^{-1}$,

$\gamma = \frac{c}{|\Omega_j|}\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sum_k M_{jk}\sigma_{jk}\right)^{-1}\left(\sum_k l_{jk} M_{jk} \mathbf{n}_{jk}\right)$

$\delta = -\frac{c}{|\Omega_j|}\left(\frac{1}{\Delta t} + c\sum_k M_{jk}\sigma_{jk}\right)^{-1}$

$$\left(\mathbf{F}_{jk}, \mathbf{n}_{jk}\right) = l_{jk} M_{jk} \left(\frac{\mathbf{F}_j^n \cdot \mathbf{n}_{jk} + \mathbf{F}_k^n \cdot \mathbf{n}_{jk}}{2} - \frac{E_k^n - E_j^n}{2}\right)$$

$$E_{jk}\mathbf{n}_{jk} = l_{jk} M_{jk} \left(\frac{E_j^n + E_k^n}{2} - \frac{\mathbf{F}_k^n \cdot \mathbf{n}_{jk} - \mathbf{F}_j^n \cdot \mathbf{n}_{jk}}{2}\right)\mathbf{n}_{jk}$$

$$M_{jk} = \frac{2}{2 + \Delta x \sigma_{jk}}$$

$$\sigma_{jk} = \frac{1}{2}\left(\sigma_c(\rho_j, T_j^n) + \sigma_c(\rho_k, T_k^n)\right)$$

Implementation C++

- Temps final $= 0.01$ sh
- $c = 299$ [cm/sh]
- $a = 0.01372$ [g/cm/sh^2/keV]
- $C_v = 0.14361$ [Jerk/g/keV]
- La densité ρ est un signal créneau [g cm^{-3}]
- $\sigma_a = \rho T$ [cm^{-1}]
- $\sigma_c = \rho T$ [cm^{-1}]
- $T_0, T_{gauche} = 5$ [keV]
- $E_0 = aT_0^4$ [g/cm/sh^2]
- $E_{gauche^*} = aT_0^4 + 5\sin(2k\pi t)$ [g/cm/sh^2]
- $\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_{gauche} = \mathbf{0}$ [g/sh^2]
- Sorties libres sur les autres bords

```
x_min 0
x_max 1
y_min 0
y_max 1
N 90

c 299
a 0.01372
C_v 0.14361

CFL 0.5
precision 1e-6
t_0 0
t_f 0.01

rho crenau(0.5,0.5,0.1,10)
sigma_a rho*T
sigma_c rho*T

E_0 0.01372*(5^4)
F_0_x 0
F_0_y 0
T_0 5
```

```
E_u neumann
F_u_x neumann
F_u_y neumann
T_u neumann

E_d neumann
F_d_x neumann
F_d_y neumann
T_d neumann

E_l ponctuel(0.4,0.6)
F_l_x 0
F_l_y 0
T_l 5

E_r neumann
F_r_x neumann
F_r_y neumann
T_r neumann

export_file data/df_simu.csv
export_mode dataframe
write_mode truncate
```

Sur l'apprentissage

Le probleme en 1D
Le probleme en 2D

(La 1D est facile si on veut etudier juste la hauteur) la classification petmet de savoir s'il y a un obstacle a un endroit specifique La regression 2D permet de tout savoir