

Problème Inverse : Transfert Radiatif et Apprentissage

Roussel Desmond NZOYEM

Université de Strasbourg
UFR de mathématiques et d'informatique
Master 1 CSMI

August 25, 2020

Simulation 2D de l'équation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones

Roussel Desmond NZOYEM

Enseignant référent

Christophe PRUD'HOMME

Maitre de stage

Emmanuel FRANCK

Laurent NAVORET

Vincent VIGON

Annee Academique 2019/2020

L'équipe MOCO

Plusieurs membres parmi lesquels MM.:

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des séminaires en EDP

L'équipe MOCO

Plusieurs membres parmi lesquels MM.:

- Emmanuel FRANCK
- Laurent NAVORET

Responsables des séminaires en EDP

- Partenariats internationaux (Portugal, Allemagne, USA, etc.)
- Partenariats industriels
- Modélisation des plasmas

L'équipe Probabilités

Plusieurs membres parmi lesquels M.:

- Vincent VIGON

L'équipe Probabilités

Plusieurs membres parmi lesquels M.:

- Vincent VIGON

Des activités diverses:

- Partenariats internationaux (Allemagne, Australie, Chine, etc)
- Séminaire (de calcul) stochastique.

Le sujet du stage

Le(s) problème(s) à résoudre

Probleme direct

(Resolution de l'ETR par un schema de
"splitting")

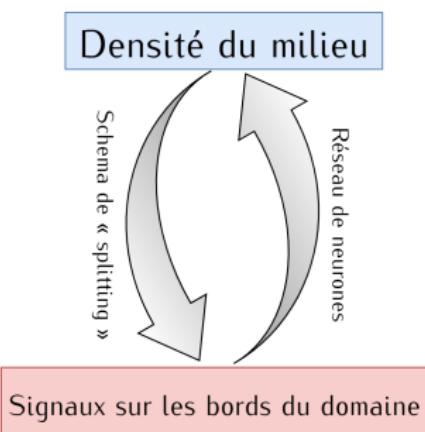
Le(s) problème(s) à résoudre

Probleme direct

(Resolution de l'ETR par un schema de "splitting")

Probleme inverse

(Reconstruction de la densité par un reseau de neurones)



Les point pour situer le stage

- 1** Explosion du deep learning
- 2** Applications dans le secteur medical (Imagerie medicale)
- 3** Reevaluation des methode de resolution de problemes inverse

Sommaire

1 Introduction

- L'IRMA
- Le sujet du stage

2 Principe

- Simulation de l'ETR
- Reseau de neurones

3 Le problème en 1D

- Simulation
- Apprentissage

4 Le problème en 2D

- Simulation
- Apprentissage

5 Conclusion

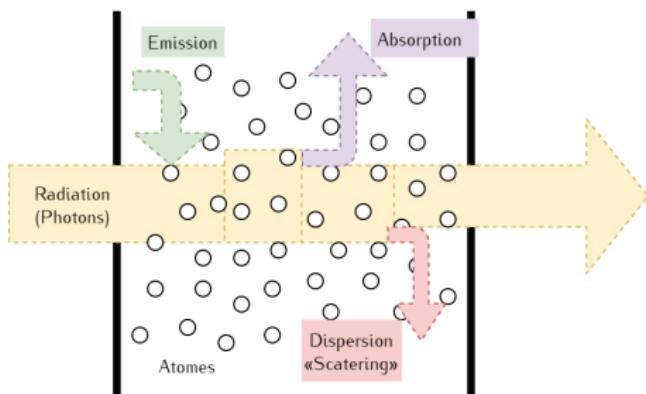
- Sur l'apprentissage
- Generale

Simulation de l'ETR

Le transfer radiatif

Lorsque la photons se trouvent en presence de la matière, Trois phénomènes majeures (caratises par leurs opacites) se produisent:

- Emission (σ_e): Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- Absorption (σ_a): Lorsqu'on est à l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- Scattering (σ_c): Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $\rho(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Turpault, 2004).



Interaction entre matière et radiation

Simulation de l'ETR

L'ETR

L'équation du transfert radiatif est bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mesoscopique.

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, x, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_x I(t, x, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, x, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, x, \Omega', \nu) - I(t, x, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

Où

- $I(t, x, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique;
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck;
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

Simulation de l'ETR

L'ETR

L'équation du transfert radiatif est bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mesoscopique.

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, x, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_x I(t, x, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, x, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, x, \Omega', \nu) - I(t, x, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

Où

- $I(t, x, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique;
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck;
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

Simulation de l'ETR

L'ETR

L'équation du transfert radiatif est bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mesoscopique.

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, x, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_x I(t, x, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, x, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, x, \Omega', \nu) - I(t, x, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

Où

- $I(t, x, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique;
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck;
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

Le modèle P1

D'après (Franck, 2012)

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} F = c\sigma_a(aT^4 - E) \\ \partial_t F + c \nabla E = -c\sigma_c F \\ \rho C_v \partial_t T = c\sigma_a(E - aT^4) \end{cases}$$

Ou:

$$E(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$$

$$F(t, x) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \Omega I(t, x, \Omega, \nu) d\Omega d\nu$$

Le schéma de jj splitting et : Etape 1

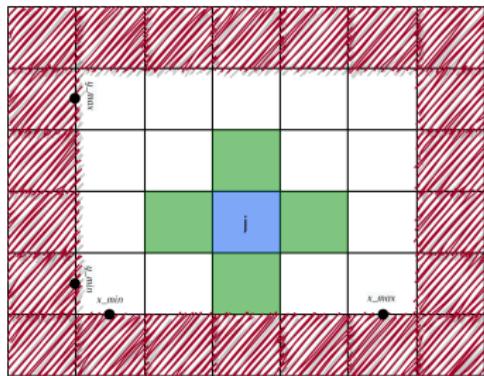
A l'itération n , on pose $\Theta = aT^4$

$$\begin{cases} E_j^{q+1} = \frac{\alpha E_j^n + \beta \gamma \Theta_j^n}{1 - \beta \delta} \\ \Theta_j^{q+1} = \frac{\gamma \Theta_j^n + \alpha \delta E_j^n}{1 - \beta \delta} \end{cases}$$

Où $\mu_q = \frac{1}{T^{3,n} + T^n T^{2,q} + T^q T^{2,n} + T^{3,q}}$

$$\alpha = \frac{c\sigma_a}{\Delta t \left(\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a \right)}, \quad \beta = \frac{c\sigma_a}{\Delta t}, \quad \gamma = \frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t \left(\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a \right)}, \quad \delta = \frac{c\sigma_a}{\frac{\rho_j C_v \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a}.$$

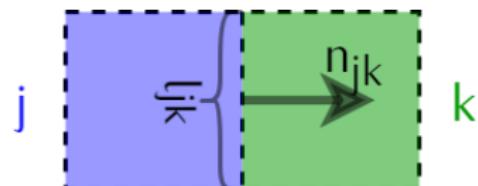
Itération sur q . Convergence vers E_j^* et Θ_j^* . $F_j = F_j^*$ constant.



Simulation de l'ETR

Le schéma de jj splitting et : Etape 2

$$\begin{cases} E_j^{n+1} = E_j^* + \alpha \sum_k (F_{jk}, n_{jk}) \\ F_j^{n+1} = \beta F_j^* + \gamma E_j^n + \delta \sum_k E_{jk} n_{jk} \end{cases}$$



Avec :

$$\alpha = -\frac{c\Delta t}{|\Omega_j|},$$

$$\beta = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1},$$

$$\gamma = \frac{c}{|\Omega_j|} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1} \left(\sum_k I_{jk} M_{jk} n_{jk} \right)$$

$$\delta = -\frac{c}{|\Omega_j|} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1}$$

$$(F_{jk}, n_{jk}) = I_{jk} M_{jk} \left(\frac{F_j^n \cdot n_{jk} + F_k^n \cdot n_{jk}}{2} - \frac{E_k^n - E_j^n}{2} \right)$$

$$E_{jk} n_{jk} = I_{jk} M_{jk} \left(\frac{E_j^n + E_k^n}{2} - \frac{F_k^n \cdot n_{jk} - F_j^n \cdot n_{jk}}{2} \right) n_{jk}$$

$$M_{jk} = \frac{2}{2 + \Delta x \sigma_{jk}}$$

$$\sigma_{jk} = \frac{1}{2} (\sigma_c(\rho_j, T_j^n) + \sigma_c(\rho_k, T_k^n))$$

Implementation C++

- Temps final = 0.01 sh
- $c = 299$ [cm/sh]
- $a = 0.01372$ [g/cm/sh²/keV]
- $C_v = 0.14361$ [Jerk/g/keV]
- La densité ρ est un signal créneau [g cm⁻³]
- $\sigma_a = \rho T$ [cm⁻¹]
- $\sigma_c = \rho T$ [cm⁻¹]
- $T_0, T_{gauche} = 5$ [keV]
- $E_0 = aT_0^4$ [g/cm/sh²]
- $E_{gauche*} = aT_0^4 + 5 \sin(2k\pi t)$ [g/cm/sh²]
- $F_0, F_{gauche} = 0$ [g/sh²]
- Sorties libres sur les autres bords

```
x_min 0
x_max 1
y_min 0
y_max 1
N 90

c 299
a 0.01372
C_v 0.14361

CFL 0.5
precision 1e-6
t_0 0
t_f 0.01

rho creneau(0.5,0.5,0.1,10)
sigma_a rho*T
sigma_c rho*T

E_0 0.01372*(5^4)
F_0.x 0
F_0.y 0
T_0 5

E_u neumann
F_u.x neumann
F_u.y neumann
T_u neumann

E_d neumann
F_d.x neumann
F_d.y neumann
T_d neumann

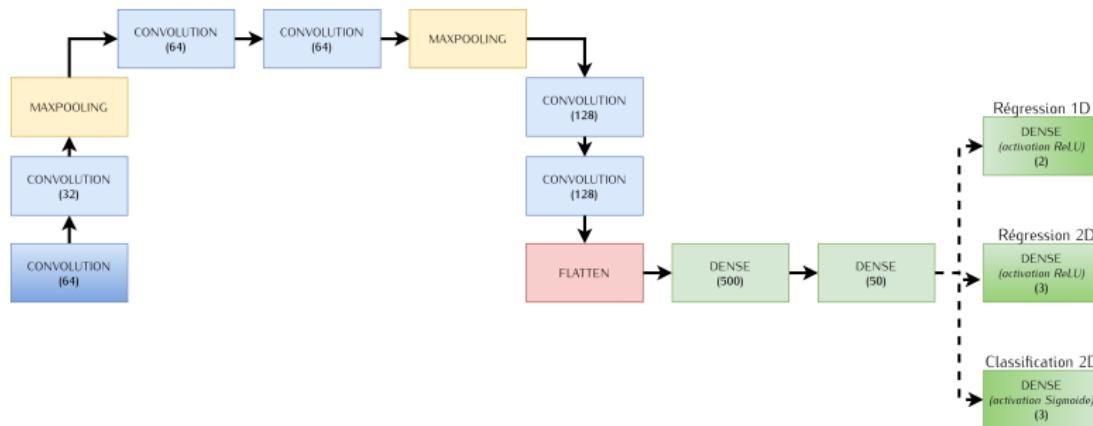
E_l ponctuel(0.4,0.6)
F_l.x 0
F_l.y 0
T_l 5

E_r neumann
F_r.x neumann
F_r.y neumann
T_r neumann

export_file data/df_simu.csv
export_mode dataframe
write_mode truncate
```

Exemple de configuration

L'architecture sous Keras

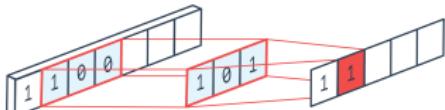


Architecture generale utilisee

Les couches utilisées: Convolutions (Cross-correlation)

$$S(i,j) = (I * K)(i,j) = \sum_m \sum_n I(i+m, j+n)K(m,n)$$

$$S(i) = (I * K)(i) = \sum_m I(i+m)K(m)$$



En 1D (Ganesh, 2019)

0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0

I

1	0	1
0	1	0
1	0	1

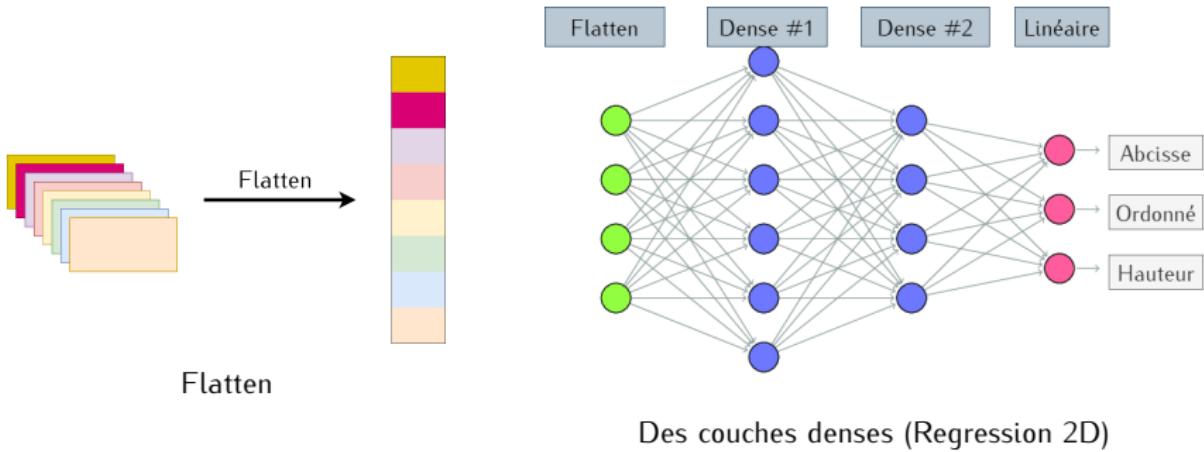
K

1	4	3	4	1
1	2	4	3	3
1	2	3	4	1
1	3	3	1	1
3	3	1	1	0

$I * K$

En 2D (Packt, s.d)

Les couches utilisees: Flatten et Dense



Les métriques

Coefficient de détermination R²

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

Avec

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SS_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

Où $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i$ représente la moyenne des valeurs observées.

Score personnalisé

Pourcentage des prédictions correctes si la prédiction et le label sont suffisamment proches :

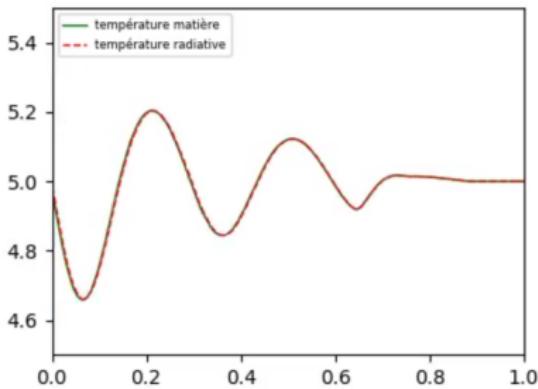
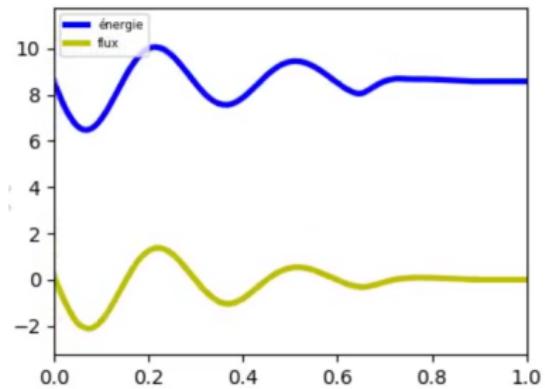
- **au dixième près** pour la position (suivant x ou y)
- **à l'unité près** pour la hauteur

Les hyper-paramètres

Liste des paramètres les plus influents pour l'entraînement

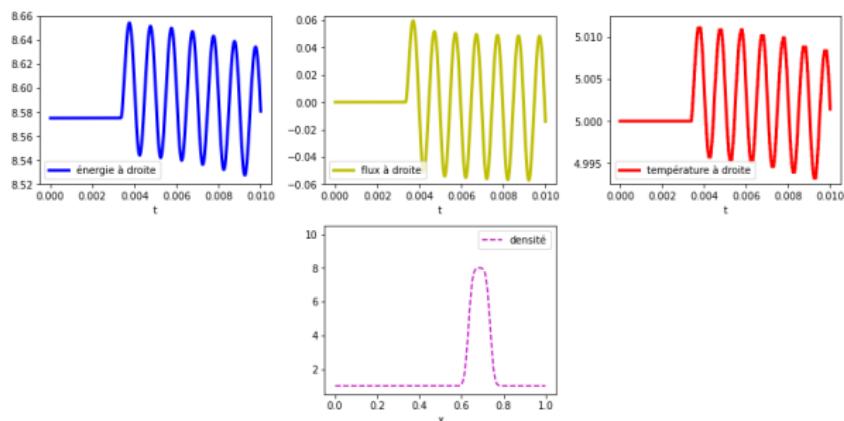
Hyper-paramètre	Définition	Valeur 1D / 2D
optimizer	algorithme d'optimisation	Adam
learning rate	taux d'apprentissage	1e-4 / 1e-5
batch size	taille d'un batch à chaque époque	32
epochs	nombre d'époques	100
patience	patience pour l'early stopping	10
kernel size	taille du noyau de convolution	3 / (6,2)
activation	type de fonction d'activation	relu, linear, sigmoid

Exemple de simulation 1D



Simulation

Entrée sortie 1D



(50, 3)

Dimension temporelle Nombre de canaux

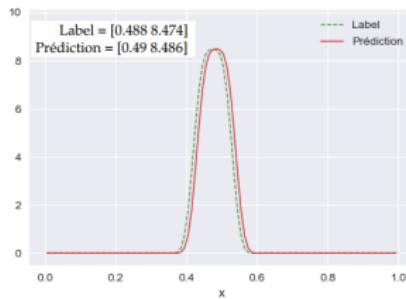
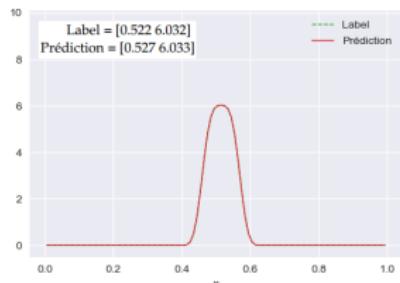
Taille d'une entrée

Entrees/sortie pour le reseau de neurones

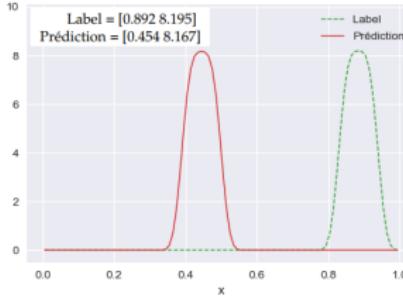
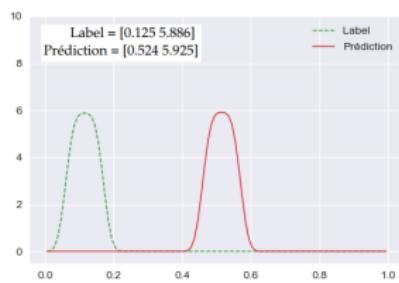


Apprentissage

Meilleures/piques predictions du reseau de neurones



Les meilleures predictions

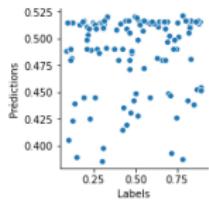


Les pires predictions

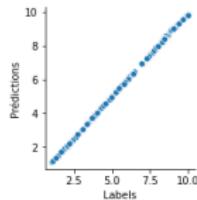
Scores 1D

Scores 1D

Nom du score	Valeur
R2	99.50 %
Personnalisé	28.21 %



Correlation des position



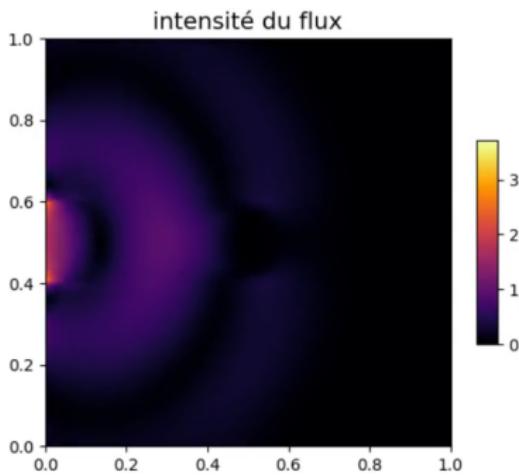
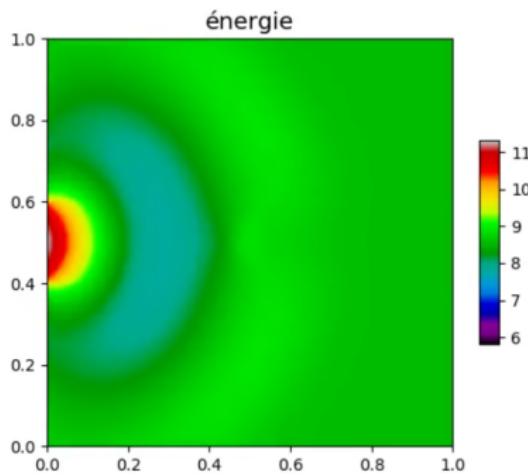
Correlation des hauteur

Conclusion sur la régression 1D

Les causes de l'échec:

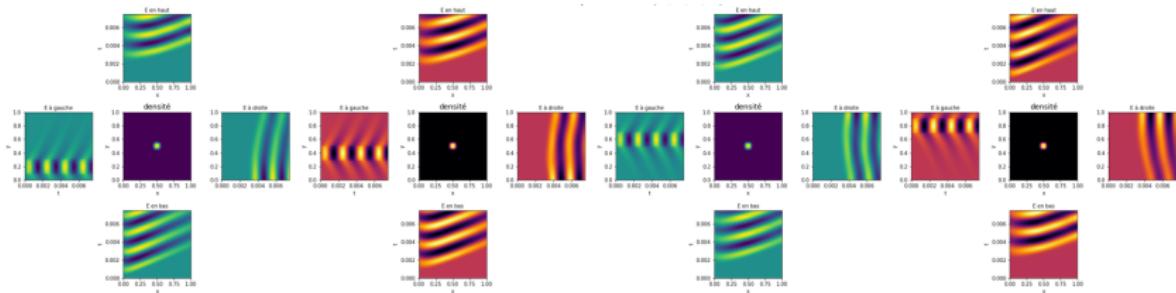
- Le problème inverse est probablement mal posé
- Le score R² est mal calculé

Exemple de simulation 2D



Simulation

Entrée sortie 2D



Entrees sortie pour le reseau de neurones

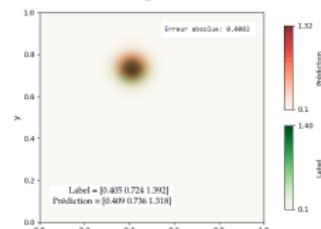
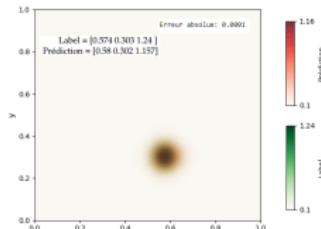
(168, 28, 48)

Dimension temporelle Dimension spatiale Nombre de canaux

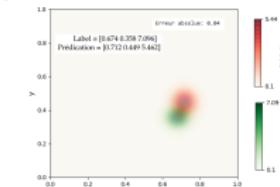
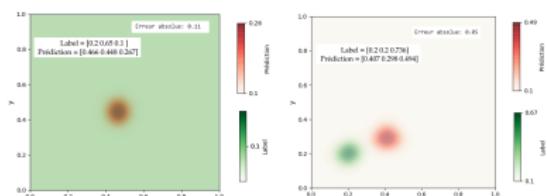
Taille d'une entrée

Apprentissage

Meilleures/pires predictions du reseau de neurones



Les meilleures predictions

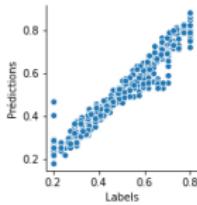


Les pires predictions

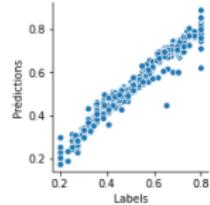
Scores 2D

Scores 2D

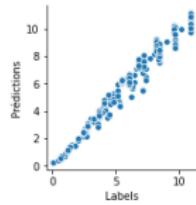
Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %



Correlation de l'abscisse



Correlation de l'ordonnée



Correlation des hauteur

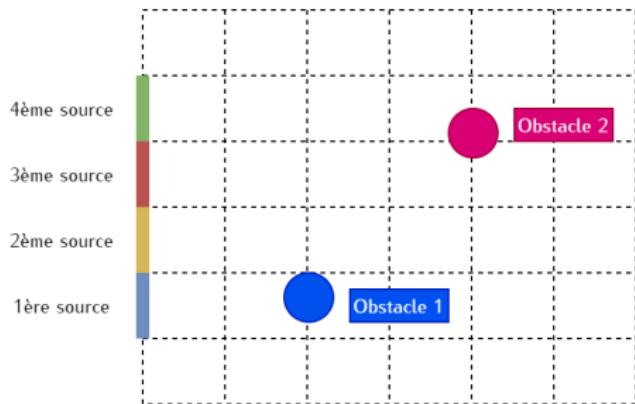
Conclusion sur la régression 2D

Detection de toutes les variables:

- L'abscisse, l'ordonee, et la hauteur: reconstruction complete de la densite
- La valeur de la densite en dehors du crenau est connue

Apprentissage

Classification 2D

LabelsObstacle 1:

1	0	0	0
---	---	---	---

Obstacle 2:

0	0	1	1
---	---	---	---

Labels pour la classification

Scores de classification

Nom	Valeur
R2	98.86 %
Pers.	95.45 %

Bilan de l'apprentissage

Par ordre croissant de réussite:

- 1 Régression 1D :** Permet de détecter la hauteur du crâneau
- 2 Classification 2D :** Permet de localiser l'ordonnée du crâneau
- 3 Régression 2D :** Permet de prédire tous les attributs essentiels du crâneau (abscisse, ordonnée, et hauteur)

Bilan du stage



Apports et enseignements

- Developpement C++ et Python
- Equations aux derivees partielles
- Reseaux de neurones
- Experience dans un milieu de recherche

-  Franck, E. (Oct. 2012). "Construction et analyse numérique de schéma asymptotic preserving sur maillages non structurés. Application au transport linéaire et aux systèmes de Friedrichs". In: *Archive ouverte HAL*, pp. 12, 160–161. URL: <https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/744371/filename/theseFranckv3.pdf>.
-  Ganesh, Prakhar (Oct. 2019). "Types of Convolution Kernels : Simplified". In: URL: <https://towardsdatascience.com/types-of-convolution-kernels-simplified-f040cb307c37>.
-  Packt (s.d.). "Convolutional neural networks". In: URL: https://subscription.packtpub.com/book/game_development/9781789138139/4/ch04lvl1sec31/convolutional-neural-networks.
-  Turpault, R. (Feb. 2004). "Modelisation, approximation numerique et applications du transfert radiatif en desequilibre spectral couple avec l'hydrodynamique". In: *Archive ouverte HAL*, pp. 13–22. URL: <http://docplayer.fr/177010094-Modelisation-approximation-numerique-et-applications-du-transfert-radiatif-en-desequilibre-spectral-couple-avec-l-hydrodynamique.html>.