

Comparaison de PROMETHEE et ELECTRE

Dorian Dumez

November 17, 2016

Le programme nécessite, pour s'exécuter, un fichier de donnés. De plus on peut spécifier, grâce aux variables pré-processeurs NBVAR et NBCRIT, le nombre de possibilité et le nombre de critère que l'on souhaite utiliser (ce seront par contre toujours les premiers qui seront pris en compte).

1 ELECTRE

Étant donné la manière dont on l'utilise, cette méthode est décomposée en 2 strates. La seconde est le calcul de la relation de préférence S pour un couple (seuil de concordance, seuil de discordance). Et la première est l'appel de la seconde strate pour plusieurs couples ainsi que la synthèse de ses résultats en comptant le nombre de fois que chaque possibilité est non surclassée.

La seconde strate, le calcul de la table de vérité de S, se déroule en 2 phases. Premièrement on va calculer la concordance et la discordance pour tous les couples de possibilités. Pour le calcul de la discordance on remarquera que l'on utilise toujours comme écart entre les notes extrême 98, car la plus petite note possible est 1 et la plus grande 99, même si elles n'apparaissent pas dans l'échantillon de possibilité choisi. On va alors comparer chaque possibilité, a_i , à toutes les autres, a_k , selon chaque critère, j , pour déterminer :

- si $c_j(a_i) \geq c_j(a_k)$, et dans ce cas incrémenter le seuil de concordance. Pour ce point on remarquera que tous les critères ont toujours un poids égal.
- pendant ce parcours on regarde, à l'aide de la variable $d0$, si la possibilité a_i domine a_k . Car si c'est le cas la discordance doit être nulle.
- Enfin on cherche le critère selon lequel la différence $c_j(a_k) - c_j(a_i)$ est la plus importante.

À la fin du parcours des critères la concordance est déjà calculée, et les données dont on dispose nous permettent de calculer en temps constant la discordance.

Pour tous les couples de possibilités on effectue un parcours complet des critères, donc cette première phase s'effectue en $O(\text{NBVAR}^2 * \text{NBCRIT})$.

Deuxièmement on va exploiter la concordance et la discordance, précédemment calculés,

pour déterminer la table de vérité de S, i.e pour tout couple (a_i, a_k) si $a_i S a_k$. Donc pour tous les couple (a_i, a_k) on teste si la concordance est suffisamment grande et la discordance suffisamment petite. On teste cela vis à vis de seuils pour la concordance et discordance qui sont passés en paramètre de la fonction.

Le calcul de $a_i S a_k$ se fait en temps constant, car on dispose de la valeur de la concordance et de la discordance correspondante, donc cette deuxième partie s'effectue en $O(\text{NBVAR}^2)$. La fonction en entière est donc en $O(\text{NBVAR}^2 * \text{NBCRIT})$.

La première strate, la synthèse des données, appelle en boucle la seconde puis synthétise S en cherchant les possibilités non-surclassés. Pour cela on cherche des colonnes de S ne comportant que des 0 (sauf sur la diagonale, car une possibilité se surclasse toujours elle même), car si c'est le cas alors aucune possibilité ne surclasse celle correspondant à cette colonne. Cela nous permet de compter le nombre de fois qu'une variable est non-surclassé. En effet on effectue cela pour tous les couples de seuils de concordance et de discordance don on dispose.

La procédure en entière est donc en $O(\text{nb seuil concordance} * \text{nb seuil discordance} * \text{NBVAR}^2 * \text{NBCRIT})$.

2 PROMETHEE

Pour cette méthode on fait la même chose pour trois couples de seuil d'indifférence. Et cette fois ci aucune synthèse des différentes exécutions n'est faite.

Cette méthode s'exécute en 2 phases, le calcul des préférences puis celle des flots. Premièrement on calcule la valeur de la fonction de préférence, π , pour toutes les paires de possibilités. Pour chacune d'entre elle on calcule la valeur de $\pi_k(a_i, a_j) = P(c_k(a_i) - c_k(a_j))$ grâce à la fonction de préférence, P , fournie. En sommant ces termes, pondéré par un facteur constant (car tous les critères sont égaux), on obtient la valeur de $\pi(a_i, a_j)$. Cette première partie est donc en $O(\text{NBVAR}^2 * \text{NBCRIT})$, car pour toutes les paires de possibilités on parcourt tous les critères.

Dans un deuxième temps on calcule la valeur des fonctions Φ^+ et Φ^- pour toutes les possibilités. Pour cela on parcourt toutes les possibilités a_i , et pour chacune d'entre elles on somme les valeurs $\pi(a_i, a_j)$ et $\pi(a_j, a_i)$ pour tous les a_j ce qui permet de calculer Φ^+ et Φ^- .

Étant donné que les valeurs de π sont connues cela se fait en $O(\text{NBVAR}^2)$.

Après cela on a fini car le flot global, qui sert à classer les possibilités, est égal à $\Phi^+ - \Phi^-$. Le calcul des relations de préférences avec PROMETHEE se fait donc aussi en $O(\text{nb de seuil} * \text{NBVAR}^2 * \text{NBCRIT})$.

On peut donc déjà conclure que le temps de calcul ne pourra pas être un critère de choix entre les deux méthodes lorsque l'on a à faire à un très grand nombre de possibilité.

Enfin, les tris, pour afficher plus clairement les classement, sont des tri bulle, donc en $O(\text{NBVAR}^2)$ donc ils n'impactent pas la complexité des algorithmes.

3 Comparaison des résultats

ELECTRE	PROMETHEE (10,90)	PROMETHEE (15,85)	PROMETHEE (20,80)
4	63	63	63
42	145	145	145
47	54	54	54
58	58	58	58
63	123	123	123
66	124	124	124
67	68	68	20
68	20	20	68
83	170	170	170
91	81	81	81

Table 1: 10 meilleures possibilités selon les différentes méthodes

Attention, avant d'interpréter ces résultats, il faut souligner que la méthode ELECTRE produit beaucoup d'égalité. Les possibilités 123, 124, 145 et 170, bien que n'apparaissant pas de ce tableau, n'ont jamais été surclassé, ainsi que d'autres encore.

On commence par remarquer que ELECTRE produit beaucoup d'égalité. C'est à dire qu'après les calculs, pour 20 set de paramètre, beaucoup de possibilité on été non-surclassé un même nombre de fois. Cela laisse sous-entendre que les variations des paramètres ont une influence limité sur la relation de surclassement. Ensuite cela limite l'usage de ce principe, plusieurs calcul de ELECTRE synthétisé, car cela ne permet que de filtrer les possibilités et non d'en sélectionner une. On soulignera tout de même l'efficacité de ce filtrage car il permet de mettre en valeur 30 possibilités parmi les 200 proposées initialement.

D'un autre coté on observe que la modifications des paramètres de PROMETHEE ne change aussi que très peu les résultats, le top 10 reste le même à une inversion près.

Dans le sens PROMETHEE vers ELECTRE, on remarque que les 10 meilleurs éléments proposés par ELECTRE sont rarement surclassé. Sauf pour la possibilité 20, don les notes sont très disparates (entre 1 et 98), donc on peu supposer que ELECTRE pénalise plus les mauvais coté d'une proposition que PROMETHEE.

Dans le sens ELECTRE vers PROMETHEE, on remarque que les possibilités qui ne sont jamais surclassé sont, en général, bien classé par PROMETHEE (les 3 réglages sont proches). De même on a encore des exceptions, telle que les possibilités 101 ou 131. Et cette fois ci on remarque que ces possibilités sont bonne, mais pas excellente, sur beaucoup de critère. On peut donc supposer que ELECTRE valorise plus les solutions présentant une bonne médiane.

Pour conclure on peut dire que les réglages n'influent que très peu sur son classement. De plus, on peut aussi supposer que les deux méthodes donnent des résultats similaires avec des comportements différents pour certains types de solution, l'un privilégiant des solutions spécialisés alors que l'autre favorise des solutions plus polyvalentes.