

# Model for the truck-and-freighter routing problem

Dorian Dumez

December 15, 2017

Les constantes et les données du problèmes sont notées :

- Les nœuds sont :
  - le nœud 1 est le dépôt
  - $J = \{1, \dots, n\}$  est l'ensemble des clients, où :
    - \*  $J_S \subset J$  est les clients ne pouvant être livré que par le petit
    - \*  $J_B \subset J$  est les clients ne pouvant être livré que par le gros
    - \*  $J_R = J \setminus (J_B \cup J_S)$  mes clients pouvant être livré par les 2
  - $P$  est l'ensemble des parking
  - $V = \{0, n+1\} \cup J \cup P$ ,  $E = V^2$
- les demandes et capacités sont :
  - $\forall j \in J : q_j$  la demande du client j
  - $Q^B = \infty$  la capacité du gros
  - $Q^S$  la capacité du petit
- les coûts sont :
  - $\forall (i, j) \in E : c_{ij}^B$  le coût du trajet  $(i, j)$  avec le gros (ou les deux ensembles)
  - $\forall (i, j) \in E : c_{ij}^S$  le coût du trajet  $(i, j)$  avec le petit
- les trucs de restrictions temporelles sont :
  - $\forall (i, j) \in E : t_{ij}$  le temps de trajet de  $(i, j)$
  - $\forall j \in J : [a_j, b_j]$  la fenêtre de temps du client j
  - $e$  la date finale à laquelle tout le monde doit être rentré
  - $sd$  la durée du service chez un client
  - $ta$  le temps d'assemblage des 2 véhicules (fixé au même temps que la durée d'un service chez un client)
  - $r$  le ratio de vitesse entre les 2 véhicules

Les variables sont :

- pour la gestion du tour du gros :
  - $\forall (i, j) \in E : X_{ij} \in \{0, 1\}$  le gros vas de  $i$  à  $j$
  - $\forall i \in V : S_i \in \mathbf{R}^+$  le gros commence à servir  $i$  à cette date ou à être sur le parking.  $S_1$  est un cas particulier, il représente la date de retour au dépôt
- pour la gestion de la k-ieme tournée du petit ( $k \in ]K]$ ,  $K$  max de tournées du petit):
  - $\forall (i, j) \in E : x_{ij}^k \in \{0, 1\}$  le petit vas de  $i$  à  $j$
  - $\forall i \in V : s_i^k \in \mathbf{R}^+$  le petit commence à servir  $i$  à cette date ou à être sur le parking
- pour la gestion de la synchronisation petit/gros :
  - $\forall k \in ]K] : \forall i \in P : d_i^k \in \{0, 1\}$  la tourné  $k$  du petit démarre en  $i$
  - $\forall k \in ]K] : \forall i \in P : f_i^k \in \{0, 1\}$  la tourné  $k$  du petit fini en  $i$

Les contraintes sont :

- 2 : tous les clients sont servis
- 3, 4, 12, 22 : les fenêtre de temps des livraisons sont respectées
- 8, 9, 10 : les contrainte de sequentialité du gros dans les divers cas
- 18, 19 : contrainte de sequentialité du petit
- 11 : la date maximale de retour au dépôt
- 5 et 7 : respectivement qu'il faut partir du dépôt et y revenir
- 13, 15 et 14, 17 : respectivement que le petit doit partir et revenir au gros
- 20 et 21 : respectivement que les séparations et fusion se font bien au même moments
- 6 et 16 : contrainte de flot respectivement sur les déplacements du gros et du petit
- 23 : contrainte de capacité du petit

$$\min \quad \sum_{(i,j) \in V} (c_{ij}^B X_{ij} + \sum_{k \in [K]} (c_{ij}^S x_{ij}^k)) \quad (1)$$

$$\text{sc} \quad \forall j \in J : \sum_{i \in V} (X_{ij} + \sum_{k \in [K]} x_{ij}^k) = 1 \quad (2)$$

$$\forall i \in J_R : \forall k \in [K] : a_i \leq s_i^k \leq b_i \quad (3)$$

$$\forall i \in J_R : a_i \leq S_i \leq b_i \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} X_{1,j} = 1 \quad (5)$$

$$\forall h \in J \cup P : \sum_{i \in V} (X_{ih}) - \sum_{j \in V} (X_{hj}) = 0 \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V} X_{i,1} = 1 \quad (7)$$

$$\forall i \in J : \forall j \in V : S_i + t_{ij} + sd - M(1 - X_{ij}) \leq S_j \quad (8)$$

$$\forall i \in P : \forall j \in V : S_i + t_{ij} + a - M(1 - X_{ij}) \leq S_j \quad (9)$$

$$\forall j \in V : 0 + t_{1j} - M(1 - X_{1j}) \leq S_j \quad (10)$$

$$S_1 \leq e \quad (11)$$

$$\forall i \in J_B : a_i \leq S_i \leq b_i \quad (12)$$

$$\forall k \in [K] : \forall j \in P : d_j^k \leq \sum_{i \in V} X_{ij} \quad (13)$$

$$\forall k \in [K] : \forall j \in P : f_j^k \leq \sum_{i \in V} X_{ij} \quad (14)$$

$$\forall k \in [K] : \forall i \in P : \sum_{j \in V} x_{ij}^k = d_i^k \quad (15)$$

$$\forall k \in [K] : \forall h \in J : \sum_{i \in V} (x_{ih}^k) - \sum_{j \in V} (x_{hj}^k) = 0 \quad (16)$$

$$\forall k \in [K] : \forall j \in P : \sum_{i \in V} x_{ij}^k = f_j^k \quad (17)$$

$$\forall k \in [K] : \forall i \in J : \forall j \in V : s_i^k + r * t_{ij} + sd - M(1 - x_{ij}^k) \leq s_j^k \quad (18)$$

$$\forall k \in [K] : \forall i \in P : \forall j \in V : s_i^k + r * t_{ij} + a - M(1 - x_{ij}^k) \leq s_j^k \quad (19)$$

$$\forall k \in [K] : \forall i \in P : s_i^k \geq S_i - M.(1 - d_i^k) \quad (20)$$

$$\forall k \in [K] : \forall i \in P : \forall j \in V : s_i^k + a + t_{ij} \leq S_j + M.(1 - f_i^k) + M.(1 - X_{ij}) \quad (21)$$

$$\forall k \in [K] : \forall i \in J_S : a_i \leq s_i^k \leq b_i \quad (22)$$

$$\forall k \in [K] : \sum_{j \in J} (q_j \sum_{i \in V} x_{ij}^k) \leq Q_S \quad (23)$$

Les variables que l'on doit fixer sont :

- $\forall k \in ]K] : \forall i \in V : x_{i1}^k, x_{1i}^k, s_1^k = 0$  car le petit n'interagit pas avec le dépôt
- $\forall i \in V : \text{enlever } (i, i) \text{ de } V$
- $\forall k \in ]K] : \forall i \in J_B : \forall j \in V : x_{ij}^k, x_{ji}^k = 0$  car le petit n'a rien à faire chez les gros clients
- $\forall i \in J_S : \forall j \in V : X_{ij}, X_{ji} = 0$  car le gros n'a rien à faire chez les petits clients
- $X_{0,n+1} = 0$  si le problème n'est pas trivial

Les grandes valeurs à fixer :

- $M = e$  car c'est le plus grand temps possible
- $K = |J_S|/2$ , pour être sûr d'avoir une borne supérieur sur le nombre de tours du petit il faudra prendre  $|J_S| + |J_R|$  mais cela devient vraiment trop prohibitif.
- le nombre de duplication des parkings : K

Les contraintes redondantes que l'on peut essayer sont :

- bla

Les symétries que l'on peut casser sont :

- pour les duplications de parkings : forcer à prendre en premiers les première duplications, et dans l'ordre  $\Rightarrow$  contraintes sur les  $S_i$  et les  $X_{ij}$
- prendre les premiers sous tours et dans l'ordre :

$$\forall k \in ]K - 1] : \forall i, j \in P : s_i^k \leq s_j^{k+1} \quad (24)$$

- utiliser les parking dans l'ordre, i.e copie 1 après l'original, copie 2 après copie 1 ... Autant sur le fait d'utiliser le parking (donc sur les  $\sum_{k=1}^K d_i^k$ ) que sur leurs dates d'utilisations