Model for the truck-and-freighter routing problem

Dorian Dumez

November 22, 2017

Les constantes et les données du problèmes sont notées :

- Le nœuds sont :
  - le nœud 0 et $n+1$ est le dépôt
  - $J = \{1, ..., n\}$ est l'ensemble des clients, où :
    * $J_S \subset J$ est les clients ne pouvant être livré que par le petit
    * $J_B \subset J$ est les clients ne pouvant être livré que par le gros
    * $J_R = J \backslash (J_B \cup J_S)$ mes clients pouvant être livré par les 2
  - P est l'ensemble des parking
  - $V = \{0, n+1\} \cup J \cup P$, $E = V^2$
- les demandes et capacités sont :
  - $\forall j \in J : q_j$ la demande du client j
  - $Q^B = \infty$ la capacité du gros
  - Q^S la capacité du petit
- les coûts sont :
  - $\forall (i,j) \in E : c^B_{ij}$ le coût du trajet (i,j) avec le gros (ou les deux ensembles)
  - $\forall (i,j) \in E : c^S_{ij}$ le coût du trajet (i,j) avec le petit
- les trucs de restrictions temporelles sont :
  - $\forall (i,j) \in E : t_{ij}$ le temps de trajet de (i,j)
  - $\forall j \in J : [a_j, b_j]$ la fenêtre de temps du client j
  - e la date finale à laquelle tout le monde doit être rentré
  - s la durée du service chez un client
  - a le temps d'assemblage des 2 véhicules
  - r le ratio de vitesse entre les 2 véhicules

Les variables sont :

- pour la gestion du tour du gros :
  - $\forall (i,j) \in E : X_{ij} \in \{0,1\}$ le gros vas de i à j
  - $\forall i \in V : S_i \in \mathbf{R}^+$ le gros commence à servir i à cette date ou à être sur le parking
- pour la gestion de la k-ieme tournée du petit($k \in]K]$, K max de tournées du petit):
  - $\forall (i,j) \in E : x_{ij}^k \in \{0,1\}$ le petit vas de i à j
  - $\forall i \in V : s_i^k \in \mathbf{R}^+$ le petit commence à servir i à cette date ou à être sur le parking
- pour la gestion de la synchronisation petit/gros :
  - $\forall k \in]K] : \forall i \in P : d_i^k \in \{0,1\}$ la tourné k du petit démarre en i
  - $\forall k \in]K] : \forall i \in P : f_i^k \in \{0,1\}$ la tourné k du petit fini en i

Les contraintes sont :

- 2 : tous les clients sont servis
- 3, 4, 13, 23 : les fenêtre de temps des livraisons sont respectées
- 8, 9, 10, 11 : les contrainte de sequentialité du gros dans les divers cas
- 19, 20 : contrainte de sequentalité du petit
- 12 : la date maximale de retour au dépôt
- 5 et 7 : respectivement qu'il faut partir du dépôt et y revenir
- 14, 16 et 15, 18 : respectivement que le petit doit partir et revenir au gros
- 21 et 22 : respectivement que les séparations et fusion se font bien au même moments
- 6 et 17 : contrainte de flot respectivement sur les déplacements du gros et du petit
- 24 : contrainte de capacité du petit

$$\min \quad \sum_{(i,j)\in V} (c^B_{ij} X_{ij} + \sum_{k\in]K]} (c^S_{ij} x^k_{ij})) \tag{1}$$

$$\text{sc} \quad \forall j \in J:\ \sum_{i\in V} (X_{ij} + \sum_{k\in]K]} x^k_{ij}) = 1 \tag{2}$$

$$\forall i \in J_R:\ \forall k \in]K]:\ a_i \leqslant s^k_i \leqslant b_i \tag{3}$$

$$\forall i \in J_R:\ a_i \leqslant S_i \leqslant b_i \tag{4}$$

$$\sum_{j\in V} X_{0,j} = 1 \tag{5}$$

$$\forall h \in J \cup P:\ \sum_{i\in V} (X_{ih}) - \sum_{j\in V} (X_{hj}) = 0 \tag{6}$$

$$\sum_{i\in V} X_{i,n+1} = 1 \tag{7}$$

$$\forall i \in J:\ \forall j \in V:\ S_i + t_{ij} + s - M(1 - X_{ij}) \leqslant S_j \tag{8}$$

$$\forall i \in P:\ \forall j \in V:\ S_i + t_{ij} + a - M(1 - X_{ij}) \leqslant S_j \tag{9}$$

$$\forall j \in V:\ S_0 + t_{0j} - M(1 - X_{0j}) \leqslant S_j \tag{10}$$

$$\forall i \in V:\ S_i + t_{i,n+1} - M(1 - X_{i,n+1}) \leqslant S_{n+1} \tag{11}$$

$$S_{n+1} \leqslant e \tag{12}$$

$$\forall i \in J_B:\ a_i \leqslant S_i \leqslant b_i \tag{13}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall j \in P:\ d^k_j \leqslant \sum_{i\in V} X_{ij} \tag{14}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall j \in P:\ f^k_j \leqslant \sum_{i\in V} X_{ij} \tag{15}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall i \in P:\ \sum_{j\in V} x^k_{ij} = d^k_i \tag{16}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall h \in J:\ \sum_{i\in V} (x^k_{ih}) - \sum_{j\in V} (x^k_{hj}) = 0 \tag{17}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall j \in P:\ \sum_{i\in V} x^k_{ij} = f^k_i \tag{18}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall i \in J:\ \forall j \in V:\ s_i + r * t_{ij} + s - M(1 - x^k_{ij}) \leqslant s_j \tag{19}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall i \in P:\ \forall j \in V:\ s_i + r * t_{ij} + a - M(1 - x^k_{ij}) \leqslant s_j \tag{20}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall i \in P:\ s^k_i \geqslant S_i - M.(1 - d^k_i) \tag{21}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall i \in P:\ \forall j \in V:\ s^k_i + a + t_{ij} \leqslant S_j + M.(1 - f^k_i) + M.(1 - X_{ij}) \tag{22}$$

$$\forall k \in]K]:\ \forall i \in J_S:\ a_i \leqslant s^k_i \leqslant b_i \tag{23}$$

$$\forall k \in]K]:\ \sum_{j\in J} (q_j \sum_{i\in V} x^k_{ij}) \leqslant Q_S \tag{24}$$

Les variables que l'on peut/doit fixer sont :

- $\forall k \in]K] : \forall i \in V : x^k_{i0}, x^k_{0i}, x^k_{i,n+1}, x^k_{n+1,i}, s^k_0, s^k_{n+1} = 0$ car le petit n'interagit pas avec le dépôt
- $S_0 = 0$ et $S_{n+1} = e$ car il existe toujours une telle solution optimale
- $\forall i \in V : X_{i0}, X_{n+1,i} = 0$ car on ne fait que partir de 0 et que revenir en $n+1$
- $\forall k \in]K] : \forall p, p' \in P : x^k_{p,p'} = 0$ car un tel sous circuit est inutile
- $\forall k \in]K] : \forall i \in V : x^k_{ii}, X_{ii} = 0$ car cela ne sert à rien
- $\forall k \in]K] : \forall i \in J_B : \forall j \in V : x^k_{ij}, x^k_{ji} = 0$ car le petit n'a rien à faire chez les gros clients
- $\forall i \in J_S : \forall j \in V : X_{ij}, X_{ji} = 0$ car le gros n'a rien à faire chez les petits clients
- $X_{0,n+1} = 0$ si le problème n'est pas trivial

Les grandes valeurs à fixer :

- $M = e$ car c'est le plus grand temps possible
- $K = |J_S|$ car on ne peut avoir besoin de plus de sous circuits
- le nombre de duplication des parkings : K

Les contraintes redondantes que l'on peut essayer sont :

- bla

Les symétries que l'on peut casser sont :

- pour les duplications de parkings : forcer à prendre en premiers les première duplications, et dans l'ordre $\Rightarrow$ contraintes sur les S_i et les X_{ij}
- prendre les premiers sous tours et dans l'ordre :

$$\forall k \in]K-1] : \forall i, j \in P : d_i^k \geqslant d_j^{k+1} \tag{25}$$

$$\forall k \in]K-1] : \forall i, j \in P : s_i^k \leqslant s_j^{k+1} \tag{26}$$