Controle preditivo com garantia de estabilidade

Tito L. M. Santos

DAS 9010 - Controle Preditivo Baseado em Modelo

09 de novembro de 2012

Sumário

Sumário

Escopo:

- sistemas com restrições (lineares);
- representação em espaço de estados;
- tempo discreto.

Referências

J.M. Maciejowski. *Predictive Control with Constraints.* Prentice Hall, 2002.

J.W. Rawlings and D.Q. Mayne *Model Predictive Control System: Theory and Design.* Nob Hill Publishing, 2009.

D.Q. Mayne and J.W. Rawlings and C.V. Rao and P.O.M. Scokaert *Constrained model predictive control: Stability and optimality.* Automatica, 2000.

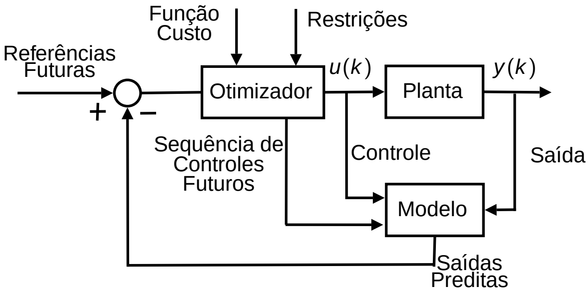
- Modelo de predição sem ação integral

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$
$$y(k) = Cx(k)$$

com $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$, e $y(k) \in \mathbb{R}^m$.

- Assume-se que os estados são mensuráveis.
- A saída $y(k)$ é uma combinação linear dos estados.
- O sistema pode ser estabilizado (*par* (A, B) *estabilizável*).

Sumário



- Sequência de controles futuros em “k”:

$$\mathbf{u}(k) = [u(k|k)\ u(k+1|k),\ \ldots u(k+N-1|k)]^T;$$

- Princípio do horizonte deslizante $\Rightarrow u(k) = u(k|k)$;
- Não garante estabilidade uma vez que

$$u(k+1|k) \neq u(k+1) = u(k+1|k+1).$$

- Considera-se

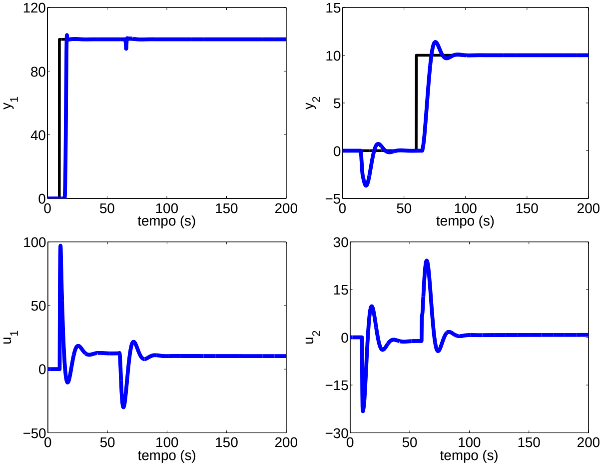
$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{9.02}{(2.57s+1)^2}e^{-4.3s} & \frac{10.01}{2s+1}e^{-5.9s} \\ \frac{0.495}{42s+1}e^{-6s} & \frac{6.34}{72s+1}e^{-4.8s} \end{bmatrix};$$

- E um controlador MPC para sistemas com atraso (DTCGPC) com a função custo

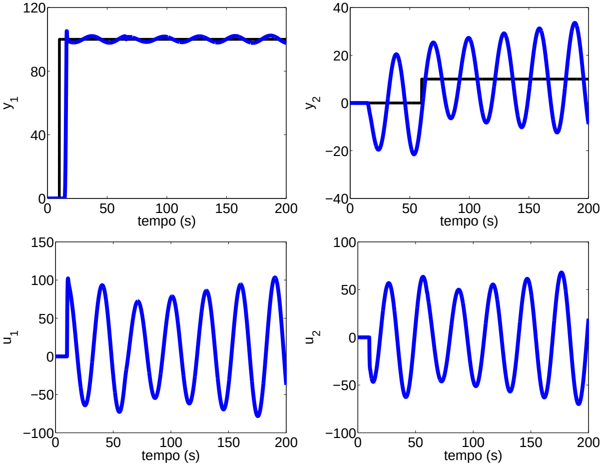
$$\min_{\Delta \mathbf{u}(k)} \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{N} ||y_i(k+j+d|k) - r_i(k+j+d)|| + \sum_{j=1}^{N_u} ||\Delta u(k+j-1)||_R.$$

- Período de amostragem, $T_s = 0.1$, e ponderação do controle, $R = 0.01 \begin{bmatrix} 9.02^2 & 0 \\ 0 & 6.34^2 \end{bmatrix}$.

- Se $N = 50$ e $N_u = 20$.


120
80
40
0
y_1
0
50
100
150
200
tempo (s)
15
10
5
0
−5
y_2
0
50
100
150
200
tempo (s)
100
50
0
−50
u_1
0
50
100
150
200
tempo (s)
30
15
0
−15
−30
u_2
0
50
100
150
200
tempo (s)

- Se $N = 20$ e $N_u = 20$.


y1
120
80
40
0
0
50
100
150
200
tempo (s)
y2
40
20
0
−20
−40
tempo (s)
u1
150
100
50
−50
−100
tempo (s)
u2
tempo (s)

Formulação geral

$$\min_{\mathbf{u}(k)} \; V(x(k), \mathbf{u}(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(k+i|k), u(k+i|k)) + F(x(k+N|k))$$

s.a.

$$x(k+j+1|k) = f(x(k+j|k), u(k+j|k)) \quad j = 0, 1, ..., N-1$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U} \quad j = 0, 1, ..., N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição no controle}$$

$$x(k+j|k) \in \mathbb{X} \quad j = 1, ..., N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição nos estados}$$

$$x(k+N|k) \in \mathcal{X}_f \qquad \leftarrow \text{Restrição terminal}$$

Formulação geral

$$\min_{\mathbf{u}(k)} \; V(x(k),\mathbf{u}(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(k+i|k),u(k+i|k)) + F(x(k+N|k))$$

s.a.

$$x(k+j+1|k) = f(x(k+j|k),u(k+j|k)) \quad j = 0,1,...,N-1$$
$$u(k+j|k) \in \mathbb{U} \quad j = 0,1,...,N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição no controle}$$
$$x(k+j|k) \in \mathbb{X} \quad j = 1,...,N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição nos estados}$$
$$x(k+N|k) \in \mathcal{X}_f \qquad \leftarrow \text{Restrição terminal}$$

Formulação geral

$$\min_{\mathbf{u}(k)} \; V(x(k),\mathbf{u}(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(k+i|k),u(k+i|k)) + F(x(k+N|k))$$

s.a.

$$x(k+j+1|k) = f(x(k+j|k),u(k+j|k)) \quad j=0,1,...,N-1$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U} \quad j=0,1,...,N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição no controle}$$

$$x(k+j|k) \in \mathbb{X} \quad j=1,...,N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição nos estados}$$

$$x(k+N|k) \in \mathcal{X}_f \qquad \leftarrow \text{Restrição terminal}$$

- $\kappa_f(x(k))$ é um lei de controle estabilizante definida implicitamente;
- $\mathcal{X}_f$ é um conjunto admissível positivamente invariante sob $\kappa_f(x(k))$;
- $F(x(k+N|k))$ garante que existe uma função de Lyapunov.

- Permite reduzir horizontes de controle e de predição;
- Permite conhecer o domínio de atração;
- Não depende dos parâmetros de projeto Q e R;
- Depende de 2 aspectos fundamentais:
  - Factibilidade recursiva;
  - Obtenção de uma *Função de Lyapunov*.

- Permite reduzir horizontes de controle e de predição;
- Permite conhecer o domínio de atração;
- Não depende dos parâmetros de projeto Q e R;
- Depende de 2 aspectos fundamentais:
  - Factibilidade recursiva;
  - Obtenção de uma *Função de Lyapunov*.

Sumário

Assuma, sem perda de generalidade, o sistema não-linear a seguir

$$x(k+1) = f(x(k)), \tag{1}$$

sendo $f : D \to \mathbb{R}^n$ um mapa não-linear e $D \to \mathbb{R}^n$ um domínio em $\mathbb{R}^n$, com um ponto de equilíbrio na origem ($f(0) = 0$).

Definição 1

O ponto de equilíbrio $\overline{x} = 0$ do sistema (1) é:

- **estável** se, para cada $\epsilon > 0$, existe um $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ tal que
$$||x(0)|| < \delta \Rightarrow ||x(k)|| < \epsilon, \forall k \geq 0;$$
- **instável** se não estável;
- **assintoticamente estável** se é estável e δ pode ser escolhido tal que
$$||x(0)|| < \delta \Rightarrow \lim_{k \to \infty} x(k) = 0.$$

Assuma, sem perda de generalidade, o sistema não-linear a seguir

$$x(k+1) = f(x(k)), \tag{1}$$

sendo $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ um mapa não-linear e $D \rightarrow \mathbb{R}^n$ um domínio em $\mathbb{R}^n$, com um ponto de equilíbrio na origem ($f(0) = 0$).

Definição 1

O ponto de equilíbrio $\overline{x} = 0$ do sistema (1) é:

- **estável** se, para cada $\epsilon > 0$, existe um $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ tal que

$$||x(0)|| < \delta \Rightarrow ||x(k)|| < \epsilon, \forall k \geq 0;$$

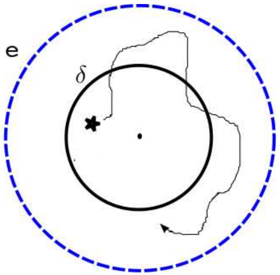
- **instável** se não estável;
- **assintoticamente estável** se é estável e δ pode ser escolhido tal que

$$||x(0)|| < \delta \Rightarrow \lim_{k \to \infty} x(k) = 0.$$

- **Estável** se, para cada $\epsilon > 0$, existe um $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ tal que

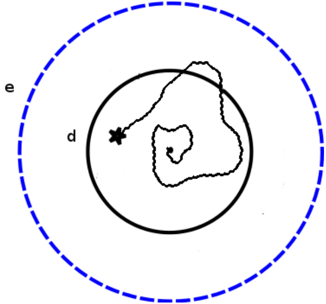
$$||x(0)|| < \delta \Rightarrow ||x(k)|| < \epsilon, \forall k \geq 0;$$

- **Instável** se não for estável.



- **Assintóticamente estável** se é estável e δ pode ser escolhido tal que

$$||x(0)|| < \delta \Rightarrow \lim_{k \to \infty} x(k) = 0.$$



Seja

$$x(k+1) = f(x(k)).$$

- Um conjunto Ψ é chamado de **conjunto positivamente invariante** se

$$x(k) \in \Psi \Rightarrow x(k+1) \in \Psi.$$

- Se $x(k) \in \mathbb{X}$, um conjunto Φ é chamado de **conjunto admissível positivamente invariante** se $\Phi \subseteq \mathbb{X}$ e

$$x(k) \in \Phi \Rightarrow x(k+1) \in \Phi.$$

- Se $x(k) \in \mathbb{X}$, um conjunto Ω é chamado de **máximo conjunto admissível positivamente invariante** se Ω é o maior conjunto tal que $\Omega \subseteq \mathbb{X}$ e

$$x(k) \in \Omega \Rightarrow x(k+1) \in \Omega.$$

- Uma função real contínua $\alpha : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ é uma função do tipo $\mathcal{K}$ se é estritamente crescente e $\alpha(0) = 0$.

Seja
$$x(k+1) = f(x(k)).$$

- Um conjunto Ψ é chamado de **conjunto positivamente invariante** se
$$x(k) \in \Psi \Rightarrow x(k+1) \in \Psi.$$
- Se $x(k) \in \mathbb{X}$, um conjunto Φ é chamado de **conjunto admissível positivamente invariante** se $\Phi \subseteq \mathbb{X}$ e
$$x(k) \in \Phi \Rightarrow x(k+1) \in \Phi.$$
- Se $x(k) \in \mathbb{X}$, um conjunto Ω é chamado de **máximo conjunto admissível positivamente invariante** se Ω é o maior conjunto tal que $\Omega \subseteq \mathbb{X}$ e
$$x(k) \in \Omega \Rightarrow x(k+1) \in \Omega.$$
- Uma função real contínua $\alpha : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ é uma função do tipo $\mathcal{K}$ se é estritamente crescente e $\alpha(0) = 0$.

Considere

$$x(k+1) = f(x(k)). \qquad (2)$$

Ou simplesmente

$$x^+ = f(x).$$

Teorema - Estabilidade Segundo Lyapunov

Seja $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ um conjunto admissível positivamente invariante para (3) que contém uma vizinhança $\mathcal{N}$ do ponto de equilíbrio $x^* = 0$. Sejam α_1, α_2 e α_3 funções do tipo $\mathcal{K}$. Suponha que existe uma função $V : \Omega \to \mathbb{R}_+$ com $V(0) = 0$ tal que:

- $V(x) \geq \alpha_1(||x||), \; x \in \Omega;$
- $V(x) \leq \alpha_2(||x||), \; x \in \mathcal{N};$
- $V(f(x)) - V(x) \leq -\alpha_3(||x||), \; x \in \Omega.$

Então a origem do sistema (3) é assintoticamente em Ω.

Considere

$$x(k+1) = g(x(k), u(k)). \tag{3}$$

com

$$u(k) = \kappa(x(k)).$$

Teorema - Estabilidade Segundo Lyapunov

Seja $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ um conjunto admissível positivamente invariante para (3) que contém uma vizinhança $\mathcal{N}$ do ponto de equilíbrio $x^* = 0$. Sejam α_1, α_2 e α_3 funções do tipo $\mathcal{K}$. Suponha que existe uma função $V : \Omega \to \mathbb{R}_+$ com $V(0) = 0$ tal que:

- $V(x) \geq \alpha_1(||x||), \; x \in \Omega;$
- $V(x) \leq \alpha_2(||x||), \; x \in \mathcal{N};$
- $V(g(x, \kappa(x))) - V(x) \leq -\alpha_3(||x||), \; x \in \Omega.$

Então a origem do sistema (3) é assintoticamente estável em Ω.

Sumário

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k))), \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

$$\min_{\mathbf{u}(k)} \; V(x(k), \mathbf{u}(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(k+i|k), u(k+i|k)) + F(x(k+N|k))$$

s.a.

$$x(k+j+1|k) = f(x(k+j|k), u(k+j|k)) \quad j = 0, 1, ..., N-1$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U} \quad j = 0, 1, ..., N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição no controle}$$

$$x(k+j|k) \in \mathbb{X} \quad j = 1, ..., N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição nos estados}$$

$$x(k+N|k) \in \mathcal{X}_f \qquad \leftarrow \text{Restrição terminal}$$

Garantia de Estabilidade

Factibilidade recursiva

$$\min_{\mathbf{u}(k)} \; V(x(k), \mathbf{u}(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(k+i|k), u(k+i|k)) + {\color{red}F(x(k+N|k))}$$

s.a.

$$x(k+j+1|k) = f(x(k+j|k), u(k+j|k)) \quad j = 0, 1, ..., N-1$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U} \quad j = 0, 1, ..., N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição no controle}$$

$$x(k+j|k) \in \mathbb{X} \quad j = 1, ..., N-1 \qquad \leftarrow \text{Restrição nos estados}$$

$${\color{red}x(k+N|k) \in \mathcal{X}_f} \qquad \leftarrow \text{Restrição terminal}$$

- Solução em k:

$$\mathbf{u}^*(k) = [u(k|k)\; u(k+1|k)\; \ldots\; u(k+N-2|k)\; u(k+N-1|k)].$$

- Solução candidata para $k+1$:

$$\tilde{\mathbf{u}}(k+1) = [u(k+1|k)\; u(k+2|k)\; \ldots\; u(k+N-1|k)\; \kappa_f(x(k+N+1|k+1))].$$

$$\min_{\mathbf{u}(k)} V(x(k),\mathbf{u}(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(k+i|k),u(k+i|k)) + F(x(k+N|k))$$

s.a.

$$x(k+j+1|k) = f(x(k+j|k),u(k+j|k)) \quad j=0,1,...,N-1$$

$$u(k+j|k) \in \mathbb{U} \quad j=0,1,...,N-1 \quad \leftarrow \text{Restrição no controle}$$

$$x(k+j|k) \in \mathbb{X} \quad j=1,...,N-1 \quad \leftarrow \text{Restrição nos estados}$$

$$x(k+N|k) \in \mathcal{X}_f \quad \leftarrow \text{Restrição terminal}$$

- Assim temos:

$$\begin{aligned} V(x(k+1),\tilde{\mathbf{u}}(k+1)) - V(x(k),\mathbf{u}^*(k)) = & F(f(x(k+N|k),\kappa_f(x(k+N|k)))) \\ & - F(x(k+N)) - L(x(k|k),u(k|k)) \\ & + L(x(k+N|k),u(k+N|k)) \end{aligned}$$

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k)))$, $\forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

- Assim temos:

$$\begin{aligned} V(x(k+1), \tilde{\mathbf{u}}(k+1)) - V(x(k), \mathbf{u}^*(k)) =& F(f(x(k+N|k), \kappa_f(x(k+N|k)))) \\ & - F(x(k+N)) - L(x(k|k), u(k|k)) \\ & + L(x(k+N|k), u(k+N|k)) \\ & \leq -L(x(k|k), u(k|k)) \end{aligned}$$

- Portanto

$$V(x(k+1), \mathbf{u}^*(k+1)) - V(x(k), \mathbf{u}^*(k)) \leq -L(x(k|k), u(k|k)).$$

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k))), \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

- Assim temos:

$$\begin{aligned} V(x(k+1), \tilde{\mathbf{u}}(k+1)) - V(x(k), \mathbf{u}^*(k)) = & F(f(x(k+N|k), \kappa_f(x(k+N|k)))) \\ & - F(x(k+N)) - L(x(k|k), u(k|k)) \\ & + L(x(k+N|k), u(k+N|k)) \\ & \leq -L(x(k|k), u(k|k)) \end{aligned}$$

- Portanto

$$V(x(k+1), \mathbf{u}^*(k+1)) - V(x(k), \mathbf{u}^*(k)) \leq -L(x(k|k), u(k|k)).$$

Sumário

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k))), \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

- Custo de etapa:
  $L(x(k+i|k), u(k+i|k)) = x(k+i|k)'Qx(k+i|k) + u(k+i|k)'Ru(k+i|k)$
  com $Q > 0$ e $R > 0$.
- Custo terminal: $F(x(k+N|k)) = x(k+N|k)'Px(k+N|k)$ com $P > 0$.
- Lei de controle terminal: $\kappa_f(x(k+N|k)) = K_f x(k+N|k)$.
- Conjunto invariante: $\mathcal{X}_f = \Omega$ sendo

  $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : (A+BK)^k x \in \overline{X}, \forall k \geq 0\}, \quad \overline{X} = \{x \in \mathbb{R}^n : x \in \mathbb{X}, K_f x \in \mathbb{U}\}$.

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k))), \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

- Custo de etapa:
  $L(x(k+i|k), u(k+i|k)) = x(k+i|k)'Qx(k+i|k) + u(k+i|k)'Ru(k+i|k)$
  com $Q > 0$ e $R > 0$.
- Custo terminal: $F(x(k+N|k)) = x(k+N|k)'Px(k+N|k)$ com $P > 0$.
- Lei de controle terminal: $\kappa_f(x(k+N|k)) = K_f x(k+N|k)$.
- Conjunto invariante: $\mathcal{X}_f = \Omega$ sendo

  $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : (A+BK)^k x \in \overline{X}, \forall k \geq 0\}, \quad \overline{X} = \{x \in \mathbb{R}^n : x \in \mathbb{X}, K_f x \in \mathbb{U}\}$.

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k)))$, $\forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

- Custo de etapa:
  $L(x(k+i|k), u(k+i|k)) = x(k+i|k)'Qx(k+i|k) + u(k+i|k)'Ru(k+i|k)$
  com $Q > 0$ e $R > 0$.
- Custo terminal: $F(x(k+N|k)) = x(k+N|k)'Px(k+N|k)$ com $P > 0$.
- Lei de controle terminal: $\kappa_f(x(k+N|k)) = K_f x(k+N|k)$.
- Conjunto invariante: $\mathcal{X}_f = \Omega$ sendo

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n : (A+BK)^k x \in \overline{X}, \ \forall k \geq 0\}, \quad \overline{X} = \{x \in \mathbb{R}^n : x \in \mathbb{X}, \ K_f x \in \mathbb{U}\}.$$

- C1. $\mathcal{X}_f \subset \mathbb{X}$, $\mathbb{X}$ fechado e $0 \in \Omega$.
- C2. $\kappa_f(x(k)) \in U, \quad \forall x(k) \in \mathcal{X}_f$;
- C3. $x(k) \in \mathcal{X}_f \Rightarrow f(x(k), \kappa_f(x(k)) \in \mathcal{X}_f$.
- C4. $F(f(x(k), \kappa_f(x(k))) - F(x(k)) \leq -L(x(k), \kappa_f(x(k)))$, $\forall x(k) \in \mathcal{X}_f$.

- Custo de etapa:
  $L(x(k+i|k), u(k+i|k)) = x(k+i|k)'Qx(k+i|k) + u(k+i|k)'Ru(k+i|k)$
  com $Q > 0$ e $R > 0$.
- Custo terminal: $F(x(k+N|k)) = x(k+N|k)'Px(k+N|k)$ com $P > 0$.
- Lei de controle terminal: $\kappa_f(x(k+N|k)) = K_f x(k+N|k)$.
- C.4 é garantida através da equação da equação matricial abaixo com $P > 0$:

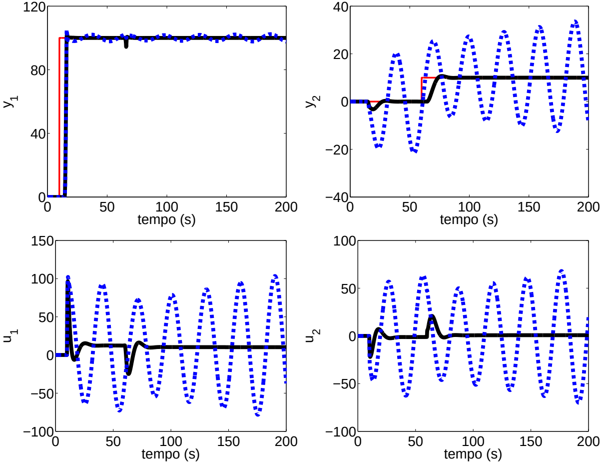
$$(A + BK_f)'P(A + BK_f)' - P + Q + K_f'RK_f \leq 0.$$

1. Escolha $Q > 0$ e $R > 0$, definindo $L(x,u) = x'Qx + u'Ru$.
2. Defina uma lei de controle estabilizante K_f tal que a matriz $(A + BK_f)$ tenha todos os autovalores no interior do círculo unitário.
   - Tipicamente utiliza-se a solução do problema de controle ótimo irrestrito (LQR).
3. Determine $P > 0$ através da equação da equação matricial abaixo:

$$(A + BK_f)'P(A + BK_f)' - P + Q + K_f'RK_f \leq 0.$$

4. Obtenha o conjunto positivamente invariante admissível associado a K_f. (Toolboxes disponíveis: MPT, Invariant Set Toolbox, ...).
5. Monte seu problema de otimização com a função custo e restrições.

- Ambos com $N = 20$, $N_u = 20$.



Sumário

Comentários finais

- Se o problema é factível para $x(0)$, garante-se estabilidade assintótica.
- Quanto maior for N, maior o número de passos que podem ser dados para alcançar $\mathcal{X}_f$.
- Quanto maior for N, maior a região de factibilidade para $x(0)$.
- O domínio de atração pode ser estimado através de algoritmos simples (mpt toolbox, invariant set toolbox).
- Mudança de referência pode causar perda de factibilidade.
- Existem formulações alternativas, mas que utilizam os mesmos conceitos.

Muito obrigado!

E-mail: tlsantos@ufba.br