

Abiturvorbereitung im vierstündigen Fach Physik

für das schriftliche Abitur
in Baden-Württemberg
ab dem Jahr 2004



© Penarc, [Wikimedia Commons](#)



© [Wikimedia Commons](#)

Autor: Jörg Rudolf
Lehrer am Hochrhein-Gymnasium Waldshut
Homepage: www.rudolf-web.de
E-Mail: j.rudolf@web.de

Dieses Werk ist unter einem Creative Commons 3.0 Deutschland Lizenzvertrag lizenziert:

- Namensnennung
- Keine kommerzielle Nutzung
- Weitergabe unter gleichen Bedingungen

Um die Lizenz anzusehen, gehen Sie bitte zu <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/de> oder schicken Sie einen Brief an Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.

Jörg Rudolf – E-Mail: j.rudolf@web.de – Februar 2010



Inhaltsverzeichnis

I) MECHANIK - WIEDERHOLUNG.....	3
1) KINEMATIK.....	3
2) DYNAMIK.....	3
3) ENERGETIK.....	4
4) DIVERSES: SCHIEFE EBENE - REIBUNG – FEDER – KREISBEWEGUNG – WURF.....	4
II) ELEKTRISCHES FELD.....	5
1) WIEDERHOLUNG DER E-LEHRE AUS SEK. I.....	5
2) DAS ELEKTRISCHE FELD.....	6
3) DIE ELEKTRISCHE FELDSTÄRKE.....	6
4) ELEKTRISCHE SPANNUNG.....	6
5) DIE ELEKTRISCHE FELDKONSTANTE.....	7
6) KAPAZITÄT DES KONDENSATORS.....	8
7) DIELEKTRIZITÄTSZAHL.....	8
8) ENERGIEINHALT DES KONDENSATORS.....	9
9) AUF- UND ENTLADEN DES KONDENSATORS.....	10
10) TYPISCHE AUFGABEN.....	11
III) MAGNETISCHES FELD.....	12
1) VERGLEICH ZWISCHEN MAGNETISCHEM UND ELEKTRISCHEM FELD.....	12
2) DIE LORENTZKRAFT.....	12
3) DIE MAGNETISCHE (FELDSTÄRKE) FLUSSDICHTE B	13
4) MESSMETHODEN FÜR B	13
5) DAS MAGNETFELD EINER LANGEN SPULE.....	13
6) MAGNETFELD UND MATERIE.....	14
7) TYPISCHE AUFGABEN.....	14
IV) TEILCHEN IN FELDERN.....	15
1) MILLIKAN-EXPERIMENT.....	15
2) BESTIMMUNG DER ELEKTRONENMASSE MIT DEM FADENSTRAHLROHR.....	15
3) ÜBERBLICK ÜBER DAS VERHALTEN VON TEILCHEN IN E- UND B-FELDERN.....	16
4) BEWEGUNGSFORMEN VON TEILCHEN UNTER VERSCHIEDENEN FELDFORMEN.....	16
5) ANWENDUNGEN.....	17
6) TYPISCHE AUFGABEN.....	18
V) INDUKTION.....	19
1) FARADAYS INDUKTIONSGESETZ:.....	19
2) DER MAGNETISCHE FLUSS.....	19
3) INDUKTION DURCH FLÄCHENÄNDERUNG.....	19
4) INDUKTION DURCH MAGNETFELDÄNDERUNG.....	20
5) DAS VORZEICHEN IM FARADAY-GESETZ: DAS LENZSCHE GESETZ.....	20
6) SELBSTINDUKTION.....	21
7) ENERGIE IM MAGNETFELD.....	22
8) TYPISCHE AUFGABEN.....	23
VI) MECHANISCHE SCHWINGUNGEN.....	24
1) FEDERPENDEL.....	24
2) VERGLEICH VON DREI MECHANISCHEN SCHWINGUNGEN.....	25
3) TYPISCHE AUFGABEN.....	26
VII) MECHANISCHE WELLEN.....	27
1) GRUNDBEGRIFFE BEI WELLEN.....	27
2) VERSCHIEDENE WELLENFORMEN.....	27
3) DIE WELLENGLEICHUNG.....	27
4) INTERFERENZ.....	28
5) REFLEXION VON QUERWELLEN.....	29
6) TYPISCHE AUFGABEN.....	31
VIII) ELEKTROMAGNETISCHE SCHWINGUNGEN UND WELLEN.....	32
1) L-C – SCHWINGKREIS.....	32
2) VERGLEICH VON MECHANISCHER & ELEKTROMAGNETISCHER SCHWINGUNG.....	33
3) DIE ELEKTROMAGNETISCHE WELLE.....	34
4) DIE MAXWELL-GLEICHUNGEN.....	34
5) LICHT ALS EM-WELLE.....	35
6) MIKROWELLEN.....	36
7) DAS HUYGENSSCHE PRINZIP.....	37
8) TYPISCHE AUFGABEN.....	37
IX) INTERFERENZ.....	38
1) INTERFERENZBEDINGUNGEN.....	38
2) INTERFERENZ AM DOPPELSPALT.....	38
3) INTERFERENZ AM GITTER.....	39
4) INTERFERENZ AM EINZELSPALT.....	40
5) EINZELSPALT-MODULATION AM GITTER.....	41
6) WEITERE INTERFERENZEXPERIMENTE.....	42
7) POLARISATION DES LICHTES.....	44
8) KOHÄRENZ.....	44
9) TYPISCHE AUFGABEN.....	45
X) QUANTENPHYSIK.....	48

1) PHOTOEFFEKT.....	48
2) RÖNTGENSTRAHLUNG.....	49
3) MASSE UND IMPULS DER PHOTONEN.....	49
4) GRUNDSÄTZLICHES ZU PHYSIK-MODELLEN.....	49
5) PRÄPARATION DYNAMISCHER EIGENSCHAFTEN.....	50
6) QUANTENPHYSIKALISCHE EXPERIMENTE.....	51
7) WESSENZÜGE DES MODELLS DER QUANTENPHYSIK.....	52
8) DER ZEIGERFORMALISMUS.....	53
9) KNALLER-EXPERIMENT.....	54
10) ELEKTRONEN ALS QUANTENOBJEKT.....	54
11) DIE HEISENBERGSCHES UNRSCHÄRFE-RELATION.....	55
12) TYPISCHE AUFGABEN.....	56
XI) ATOMPHYSIK.....	59
1) „VORLÄUFER DES QUANTENMODELLS“.....	59
2) DAS ATOMMODELL DER QUANTENPHYSIK.....	60
3) 2D-ORBITALE.....	61
4) TUNNELLEFFEKT.....	61
XII) ANHANG.....	62
1) ÜBERSICHT ÜBER EXPERIMENTE IM PHYSIK-ABITUR.....	62
2) PLANUNG DER ABITURVORBEREITUNG.....	63
3) FORMELSAMMLUNG.....	65
4) VERSIONSHINWEISE.....	70

I) Mechanik - Wiederholung

1) Kinematik

➤ Allgemein gilt:

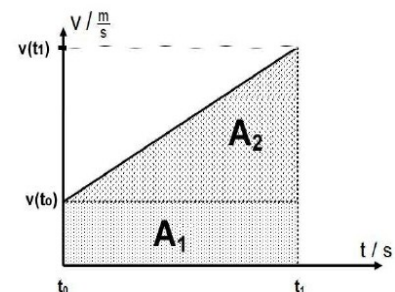
Die Steigung im $s(t)$ -Diagramm stellt die Geschwindigkeit v dar!

Die Fläche im $v(t)$ -Diagramm stellt die zurückgelegte Strecke s dar!

Die Steigung im $v(t)$ -Diagramm stellt die Beschleunigung a dar!

Tipp: Mithilfe der Ableitung gilt stets $v = \dot{s}$ und $a = \dot{v} = \ddot{s} \rightarrow$

In der Physik schreiben wir die zeitliche Ableitung mit einem Punkt.



Quelle: www.ulfkonrad.de

➤ Anwendung: Gleichförmige Bewegung

Die Geschwindigkeit v als Steigung im $s(t)$ -Diagramm: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ist konstant!

Weg - Zeit - Gesetz: Startet der Wagen aus der Ruhe, so gilt nach einer Zeit t :

$$s = v \cdot t$$

➤ Anwendung: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Die Beschleunigung a als Steigung im $v(t)$ -Diagramm: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ist konstant!

Geschwindigkeit - Zeit - Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$$v = a \cdot t$$

(Hat der Wagen eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 , so gilt:

$$v = at + v_0$$

Weg - Zeit - Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

Weg - Geschwindigkeit - Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$$s = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$$

2) Dynamik

Trägheitsgesetz: Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, solange auf ihn keine äußeren Kräfte wirken.

Grundgleichung der Mechanik $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

a) Die Beschleunigung a ist proportional zur beschleunigenden Kraft F .

b) Die Richtung der Beschleunigung ist die Richtung der beschleunigenden Kraft!

Bem. 1: Dies stellt zugleich eine Definition der Kraft dar. Sie wird in der **Einheit**

$$[F] = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$$

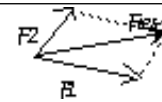
Gemessen, d. h. die Kraft 1 N beschleunigt einen Körper der Masse 1 kg mit der Beschleunigung 1 m/s^2 .

Bem. 2: Die Gewichtskraft F_G eines Körpers der Masse m erklärt sich aus der Formel: $F_G = m g$, mit $g = 9,81$

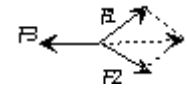
m/s^2 ($\approx 10 \text{ m/s}^2$). g ist dabei die Beschleunigung, die die Erde einem frei fallendem Körper erteilt!

Superpositionsprinzip:

Vektorielle Addition: Zwei Kräfte F_1, F_2 , die an einem Punkt angreifen, lassen sich durch eine resultierende Kraft F_{Res} ersetzen: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{\text{Res}}$
Zeichnerisch geschieht dies durch das Kräfteparallelogramm.



Bem. 1: Kräftegleichgewicht herrscht, wenn die resultierende Kraft 0 ist!



Bem. 2: Umgekehrt können wir aber auch eine Kraft F in zwei Komponenten zerlegen: z. B. in eine waagrechte Komponente F_W und eine senkrechte Komponente F_S . Dazu zeichnen wir zuerst die Zerlegungsrichtungen (hier gestrichelt) ein. Rechnerisch können wir dies mit Sinus und Kosinus ermitteln!

Wechselwirkungsprinzip: *actio = reactio*

Übt ein Körper K_1 eine Kraft F_1 auf einen Körper K_2 aus, so übt Körper K_2 eine Kraft F_2 auf Körper K_1 aus.

Dabei sind die Beträge der Kräfte gleich: $F_1 = F_2$, ihre Richtung aber entgegengesetzt:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$



3) Energetik

- **Energie** ist eine Zustandsgröße eines Körpers - „**ein Körper besitzt Energie**“.
Die **physikalische Größe** Energie wird mit den Buchstaben **E** oder **W** bezeichnet.
Energie wird in der **Einheit**: **[E] = 1 J** gemessen. Energie kann von einem Körper zu einem anderen übertragen werden, sie „fließt“ dann von einem Körper zu einem anderen Körper.

EES: In einem abgeschlossenen System (ohne Kontakt zur Umgebung) ist die Gesamtenergie konstant.

In der Mechanik kennen wir folgende Energieformen:

Lageenergie bzw. potentielle Energie:	$E_L = m \cdot g \cdot h$	Für Körper im Gravitationsfeld
Bewegungsenergie bzw. kinetische Energie:	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	Für bewegte Körper
Spannenergie bzw. Federenergie:	$E_{\text{Spann}} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$	Für Federn

Außerdem gibt es elektrische, magnetische, Kern-, chemische Energie, Wärme, ...

➤ Arbeit

Definition: Eine Form der Energiezufuhr ΔE wird **Arbeit** W genannt. Arbeit ist das Produkt der Kraft längs eines Weges und des Weges: $W = F_s \cdot s$ Einheit: $[W] = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J (Joule)}$

Bsp.: Autoanschieben mit 1000N über 20 m: $W = 20.000 \text{ J}$

Sprache: „Ich übe eine Kraft auf das Auto längs eines Weges aus und verrichte Arbeit.“

Bem.: Steht die Kraft senkrecht auf der Wegrichtung, so ist die Arbeit 0, da die Kraft in Wegrichtung 0 ist. Dies kann man auch dadurch berechnen: $F_s = F \cos(\alpha)$ (α : Winkel zwischen Kraftrichtung und Weg).

➤ Leistung beschreibt die Veränderungsrate der Energiemenge („Energiestrom“)

Def.: **Leistung** ist Energiezufuhr pro Zeit: $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ - allgemein: $P = \dot{E}$. Einheit $[P] = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ W (att)}$

Bsp.: Verrichte ich in einer Stunde 3600 J Arbeit, führe also 3600 J Energie zu, so ist die Leistung 1 W.

➤ Impuls

Def.: Der **Impuls** p eines Körpers der Masse m , der sich mit der Geschwindigkeit v bewegt: $p = m \cdot v$
Einheit $[p] = 1 \text{ kg m/s} = 1 \text{ N's} = 1 \text{ Hy (Huygens)}$ (Hinweis: Huygens ist keine offizielle SI-Einheit)

Der Impuls p ist eine Vektorgroße in Richtung der Geschwindigkeit.

Bsp.: Ein Körper mit 2 kg, der sich mit 5 m/s bewegt, hat den Impuls 10 Hy.

Impulserhaltungssatz (IES): Der Gesamtimpuls eines abgeschlossenen Systems ist konstant.

4) Diverses: Schiefe Ebene - Reibung – Feder – Kreisbewegung – Wurf

➤ Schiefe Ebene:

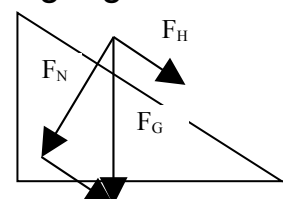
Dort kann die Gewichtskraft F_G in zwei Komponenten aufgespalten werden:

Die **Hangabtriebskraft** F_H , die den Körper hangabwärts beschleunigt:

und die **Normalkraft** F_N , die senkrecht auf die Unterlage wirkt (s. u.: Reibung)

Bei einer um den Winkel α geneigten Fläche gilt:

$$F_H = F_G \sin(\alpha) \quad \text{und} \quad F_N = F_G \cos(\alpha)$$



➤ **Reibung:**

Es gibt viele verschiedene Formen der Reibung: Luftwiderstand, Rollreibung, ...

Die Reibung, die beim Gleiten (nicht Rollen!) eines Körpers vorherrscht, heißt **Gleitreibungskraft** F_{gl} .

Solange der Körper noch nicht gleitet, haftet er an der Oberfläche: Es wirkt die **Haftreibungskraft** F_h .

In beiden Fällen ist die Kraft auf die Unterlage, die **Normalkraft** F_N , von entscheidender Bedeutung:

$$F_{Haft} = f_{haft} F_N \quad \text{und} \quad F_{Gleit} = f_{Gleit} F_N \quad (f_{haft}: \text{Haftreibungskonstante und}$$

f_{Gleit} : Gleitreibungskonstante)

➤ **Feder:**

Bei einer Feder ist die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung: $F_{Feder} \sim s$

Als Proportionalitätskonstante wird die Federkonstante D (auch Federhärte genannt) eingeführt. Hookesches Gesetz einer Feder: $F = D \cdot s$ mit $[D] = 1 \frac{N}{m}$

➤ **Kreisbewegung:**

Um eine Kreisbewegung zu beschreiben (**Kinematik**), benötigen wir:

- Die **Umlaufdauer** T und die **Frequenz** $f \rightarrow f = \frac{1}{T}$

- Die **Winkelgeschwindigkeit** $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ („Anzahl der Pi's pro Sekunde“) ist bei einer gleichförmigen Kreisbewegung $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ (auch Winkel- oder Kreisfrequenz genannt)

- Die **Kreisgeschwindigkeit** $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ - bei gleichförmiger Kreisbewegung: $v = \frac{U}{T} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \omega r$

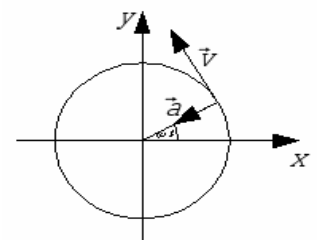
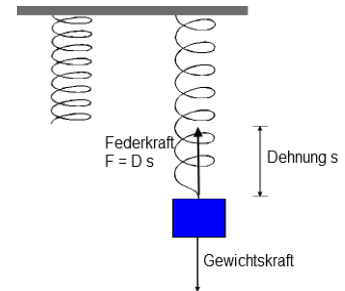
Die Kreisgeschwindigkeit ist stets tangential orientiert.

- Die Kreis-, Radial- oder **Zentripetalbeschleunigung** $a_Z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Und damit ergibt sich in der **Dynamik** die **Zentripetalkraft**: $F_Z = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$

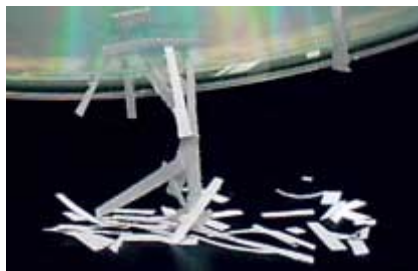
Die Zentripetalkraft wirkt radial nach innen und hält den Körper auf der Kreisbahn.

Energiebetrachtung: Die Zentripetalkraft steht damit senkrecht auf der Bewegungsrichtung, damit wird dem Körper keine Energie zugeführt: $\Delta W = 0$



II) Elektrisches Feld

1) Wiederholung der E-Lehre aus Sek. I



Papierschnipsel werden von einer durch Reiben elektrostatisch aufgeladenen CD angezogen

Elektrische Ladungen. Es gibt zwei verschiedene Arten von Ladungen: positive (+) und negative (-) Ladungen. Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab und ungleichnamige ziehen sich an.

Influenz: Wir beobachten: Nähern wir einen geladenen (also geriebenen) Stab dem Elektroskop, so schlägt dies aus auch ohne direkte Berührung. Entfernen wir den Stab wieder, geht der Ausschlag wieder ganz zurück.

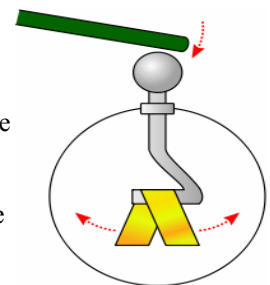
Wir erklären: Der mit (z. B.) positiven Ladungen geladene Stab zieht die negativen Ladungen im Elektroskop an, so dass "unten" ein Überschuss an positiven Ladungen entsteht, so dass dort ein Ausschlag zu beobachten ist.

Ladung als Messgröße: Ladung: Q mit der Einheit $[Q] = 1 \text{ C}$ (nach C. A. Coulomb) -

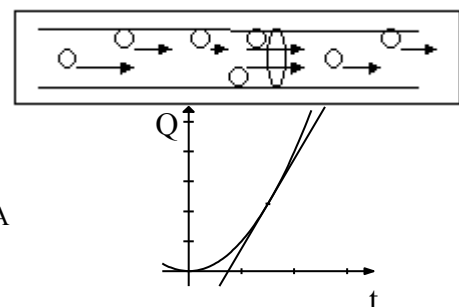
Elektrischer Strom: Bewegte Ladung nennen wir elektrischen Strom. Exakter: Ladung Q , die in einer bestimmten Zeit t durch den Querschnitt eines Leiters fließt:

Elektrischer Strom: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ mit der Einheit $[I] = 1 \text{ C/s} = 1 \text{ A}$ (nach Andre-Marie. Ampere)

Noch exakter: die Steigung im $Q(t)$ -Diagramm, $I(t) = \dot{Q}(t)$

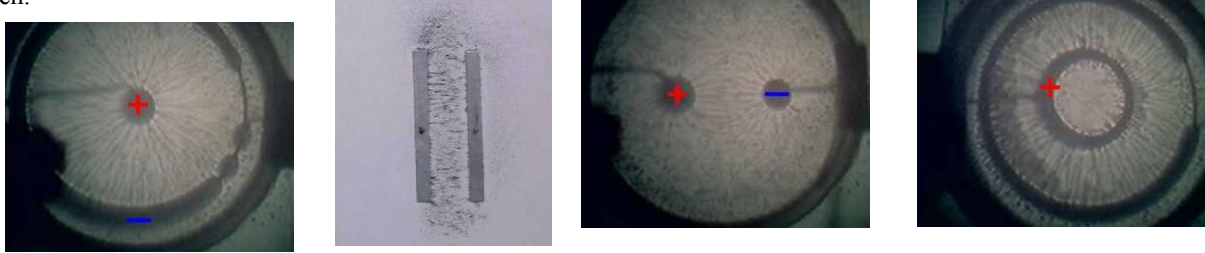


/ upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/fa/Elektroscope.svg



2) Das elektrische Feld

Experiment 1: Mithilfe eines Bandgenerators werden Elektroden gleichnamig oder entgegengesetzt aufgeladen. In einer dünnen Schicht Rhizinusöl schwimmen Grieskörner, die sich aufgrund der Influenz kettenförmig aneinander reihen.



Seit Michael Faraday werden diese Erscheinungen mithilfe des „Elektrischen Feldes“ erklärt.

- **Jede Ladung ist von einem elektrischen Feld umgeben.**
- Dieses elektrische Feld ist nicht an Materie gebunden, es existiert auch im Vakuum.

Das elektrische Feld wird durch **Feldlinien** beschrieben,

- deren Richtung die Richtung der elektrischen Kraft angibt und
- deren Feldliniendichte die Stärke der elektrischen Kraft angibt.
- **Feldlinien beginnen bei der positiven Ladung und enden bei einer negativen Ladung.**

Bem.: Eine positive Probeladung wird in Richtung der Feldlinien beschleunigt, eine negative entgegen den Feldlinien.

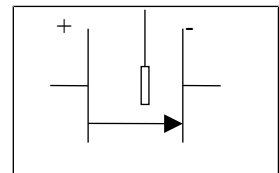
Erläuterung zu den vier Bildern oben (von links nach rechts)

- Ein Radialfeld
- Ein homogenes Feld (mit inhomogenem Randbereich)
- Feld zwischen zwei entgegengesetzt geladenen Elektroden
- In der Mitte ist ein Faradaykäfig zu erkennen – ein Bereich ohne Feldlinien

3) Die elektrische Feldstärke

Rasierklingenexperiment: Im homogenen Feld eines Plattenkondensators können wir nachweisen: Die elektrische Kraft ist proportional zur Ladung der Probeladung: $F \sim q$

Skizze mit Kräften: $F_{el} = G \tan(\alpha) \rightarrow$ Beobachtung: $\alpha \sim q$ (bei kl. Winkeln) $\rightarrow F \sim q$



Um Stärke und Richtung des elektrischen Feldes zu beschreiben, führen wir den

Vektor **elektrische Feldstärke** \vec{E} ein:

$$\vec{E} \doteq \frac{\vec{F}}{q} \quad [E] = 1 \frac{N}{C}$$

Vergleich: Bei der Gravitation gibt der Ortsfaktor g die Stärke des Gravitationsfeldes an: $g = \frac{F}{m}$

Dort hängt g nicht von der Masse aber sehr wohl vom Ort ab, z. B. ist g auf einem Berg geringer. Im gesamten Plattenkondensator ist E in Betrag und Richtung konstant (homogen). Am Rand sinkt die Feldstärke. Wenn wir also einmal die elektrische Feldstärke im Innern des Plattenkondensators gemessen haben, so können wir über $F = q \cdot E$ die Kraft auf eine Probeladung q errechnen.

Bem.: Die Aussage „ F ist proportional zu q “ bzw. „ E ist unabhängig von q “ gilt auch in anderen Feldformen und rechtfertigt somit die Definitionsgleichung von E .

4) Elektrische Spannung

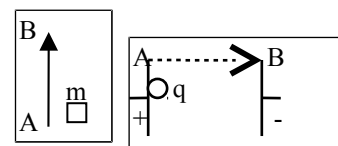
Wdhlg. Arbeit / Energiezufuhr:

Wenn wir in einem homogenen Feld einen Körper mit einer konstanten Kraft F längs eines Weges d (also zwischen zwei Punkten A und B) bewegen, so verändern wir die Energiemenge um $W = F d$.

Bsp. 1: Im **Gravitationsfeld:** Ein Körper der Masse m wird von einem Punkt A nach B um d gehoben: wir führen dem Körper die potentielle Energie $\Delta W = F_G d = m g d$ zu, fällt der Körper herunter, so gibt der Körper Energie an das Gravitationsfeld ab: der hat also im Punkt B die potentielle Energie $W = m g d$ in Bezug auf den Punkt A.

Bsp. 2: Wird im **homogenen Feld E eines Plattenkondensators** eine Ladung q von A nach B um den Weg d bewegt, so wird der Ladung vom E -Feld die Energie $\Delta W = F_{el} d = q E d$ zugeführt. Im Punkt A hat q die Energie $W = q E d$ gegenüber dem Punkt B. Dabei ist die Energie W proportional zu q .

Def.: Da aus zahlreichen Experimenten eine Proportionalität zwischen der Energiezufuhr (oder -abgabe) W und der Ladungsmenge q eines Körpers im elektrischen Feld nachgewiesen wurde, definieren wir die von der Ladung unabhängige Größe **Spannung** U , durch $U = \frac{W}{q}$ $[U] = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ V}$



Bem. 1: Wir können die Spannung als eine Kenngröße der elektrischen Energie betrachten.

Liegt zwischen A und B die Spannung $U = 1\text{ V}$, so hat die Ladung $q = 1\text{ C}$ die potentielle Energie 1 J , d. h. sie kann zwischen A nach B die Arbeit $W = 1\text{ J}$ verrichten.

Bem. 2: Die Spannung wird immer zwischen zwei Punkten angegeben. Wir messen sie also auch immer zwischen zwei Punkten. Dazu können wir den Begriff „elektrisches Potential ϕ “ einführen:

Elektrisches Potential:

Das elektrische Potential ϕ gibt die Spannung eines Punktes in Bezug auf die Erdung an:

$$\phi_1 = U_{1 \rightarrow \text{Erde}} :$$

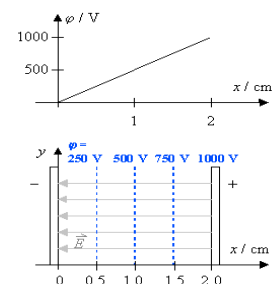
Das Potential 1 V bedeutet, dass die Ladung 1 C gegenüber dem Nullpotential die Energiemenge 1 J hat.

Umgekehrt: Die Spannung zwischen zwei Punkten ist dann gerade die Potentialdifferenz:

$$U_{1 \rightarrow 2} = \phi_1 - \phi_2$$

Analog gilt im Erdfeld: $\Delta W = mgh_1 - mgh_2 \Rightarrow \frac{\Delta W}{m} = gh_1 - gh_2$, was der Potentialdifferenz entspricht.

Hinweis: Besteht auch eine Spannung zwischen einer Kondensatorplatte und einem Punkt dazwischen? Im homogenen Feld eines Plattenkondensators mit 5 kV , bei dem die rechte Seite geerdet und die linke Seite positiv geladen ist, hat die linke Seite das Potential $+5\text{ kV}$, die Mitte $+2,5\text{ kV}$ und die rechte Seite 0 kV Potential – eine lineare Abnahme von links nach rechts. Somit können wir über die Potentialdifferenz die Spannung angeben.



Quelle: www.dieter-heidorn.de

Bem. 3: Eine Spannung entsteht, wenn ich entgegengesetzte Ladungen trenne. Dabei muss ich Energie aufwenden.

Bem. 4: Wenn zwischen zwei Punkten eine Spannung herrscht, so kann zwischen ihnen ein elektrischer Strom fließen, wobei ich diese Energie nutzen kann. Spannung bzw. Potentialdifferenz ist also der „Motor“ des Stromes!

Folgerung 1: Immer gilt: $W = q U$

Folgerung 2: Im homogenen Feld eines Plattenkondensators gilt: $U = W / q = q E d / q$, also $U = E d$.

Bsp.: Wenn wir an einen Kondensator, bei dem die geladenen Platten um $d = 6\text{ cm}$ voneinander entfernt sind, ein elektrisches Feld mit $E = 100\text{ kN/C}$ erzeugen wollen, so muß die Spannung $U = E d = 6\text{ kV}$ anliegen. D.h. wird die Ladung $q = 1\text{ nC}$ von rechts nach links transportiert, so wird die Arbeit $W = q U = 6\text{ }\mu\text{J}$ verrichtet.

Vorteil: Damit müssen wir nicht mehr mühsam die Feldstärke sondern nur noch die angelegte Spannung messen, um das E-Feld des Kondensators über $E = U / d$ bestimmen zu können.

Bem.: Wenn wir bei konstanter Spannung U weiter auseinanderziehen, so wird das E-Feld schwächer, da d größer wird.

Zusammenfassung:

Immer gilt:

$$F_{\text{el}} = q E \quad \text{und} \quad W = q U$$

Im homogenen Feld gilt zusätzlich:

$$U = E d$$

Einfache Folgerungen im homogenen Feld:

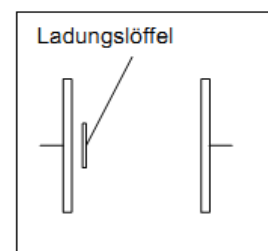
$$F = q U / d \quad \text{und} \quad W = q E d$$

5) Die elektrische Feldkonstante

Grundfrage: Wie hängt die elektrische Feldstärke E mit der Ladung Q zusammen?

Antwort: Je mehr Ladungen sich auf einer bestimmten Fläche befinden, desto größer ist die elektrische Feldstärke \rightarrow Ladungen sind also Quellen des elektrischen Feldes!

Bemerkung: Dies alles wird experimentell im homogenen Feld des Plattenkondensators bestimmt, hat aber allgemeine Gültigkeit.



1. Schritt: Definition: Die Flächenladungsdichte σ definieren wir durch:

$$\sigma = \frac{Q}{A}; [\sigma] = 1\text{ C m}^{-2} \quad (,,Sigma“)$$

Exp. 1: Mit einem Löffel wird die Flächenladungsdichte beim Kondensator bestimmt ($U = 5\text{ kV}$, $d = 10\text{ cm}$):

Mit der Ladung $Q = 2,1\text{ nC}$ (am Messverstärker gemessen)

und der Fläche $A = 48\text{ cm}^2 = 48 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ ($10\,000\text{ cm}^2 = 1\text{ m}^2$)

ergibt sich die Flächenladungsdichte $\sigma = 2,1\text{ nC} / 48 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2 = 4,4 \cdot 10^{-7}\text{ C/m}^2$

(Bei doppelter Fläche ergibt sich ungefähr die doppelte Ladung, $Q \sim A$ also $\sigma = \text{const.}$)

2. Schritt: Wir untersuchen den Zusammenhang von E und Q .

Vorbemerkung: Im homogenen Feld gilt: $U = E \cdot d$, also $U \sim E$.

Ebenso gilt: $\sigma = Q/A$, also $\sigma \sim Q$.

Exp. 2: Verdoppeln wir die Spannung U von 5 kV auf 10 kV ,
so steigt die Ladung Q auf dem Löffel von $2,1\text{ nC}$ auf $4,3\text{ nC}$,
also ungefähr $U \sim Q$,

Mit der Vorbemerkung ergibt sich die Proportionalität $\sigma \sim E$ (wegen $\sigma \sim Q \sim U \sim E$)

Interpretation: "Je größer die Ladungsdichte, desto stärker ist das elektrische Feld."

Folgerung: "Ladungen sind Quellen des elektrischen Feldes"

3. Schritt: Wir bestimmen die Proportionalitätskonstante zwischen E und σ .

Definition: Die **elektrische Feldkonstante** ϵ_0 in Luft (besser: Vakuum) definieren wir durch: $\epsilon_0 = \frac{\sigma}{E}$.

Folgerung: In Luft gilt: $\sigma = \epsilon_0 \cdot E$.

Hinweis: ϵ_0 wird auch **Dielektrizitätskonstante** oder Permittivität genannt.

Exp. 3: Bestimmung der elektrischen Feldkonstante in Luft:

Spannung: $U = 10 \text{ kV}$; Plattenabstand: $d = 10 \text{ cm}$; Fläche des Löffels: $A = 48 \text{ cm}^2$; Ladung auf Löffel: $Q = 4,3 \text{ nC}$

$$\text{Mit } \epsilon_0 = \frac{\sigma}{E} = \frac{\frac{Q}{A}}{\frac{U}{d}} = \frac{Q \cdot d}{U \cdot A} = 8,96 \cdot 10^{-12} \text{ C/(Vm)}$$

$$\text{Theoriewert: } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C/(Vm)}$$

Abweichung unserer Messung vom Theoriewert: ca. 1 %

6) Kapazität des Kondensators

Grundfrage: Kondensatoren speichern Ladungen. Von welchen Größen hängt die gespeicherte Ladungsmenge ab?

Antwort: Die gespeicherte Ladungsmenge eines Kondensators ist proportional zur angelegten Spannung.

Vergleichen wir verschiedene Kondensatoren, so hängt dies von den geometrischen Abmessungen ab.

1. Schritt: Wir bestimmen den Zusammenhang zwischen Ladung Q und Spannung U

In der letzten Einheit haben wir am Plattenkondensator folgendes Experiment durchgeführt:

Exp.: Verdoppeln wir die Spannung U am Plattenkondensator von 3 kV auf 6 kV,
so steigt die Ladung Q beim Probelöffel von $2,1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ auf $4,3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$.

Da dieser aber dieselbe Flächenladungsdichte wie der Kondensator hat, ist die gesamte Ladungsmenge im Kondensator ebenfalls um denselben Faktor angestiegen.

Ergebnis: Die Ladung auf dem Plattenkondensator ist proportional zur angelegten Spannung: $U \sim Q$.

2. Schritt: Wir definieren die Proportionalitätskonstante zwischen U und Q .

Definition: Die **Kapazität** C eines Plattenkondensators definieren wir durch: $C = \frac{Q}{U}$. $[C] = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1 \text{ F (arad)}$

Folgerung: Es gilt: $Q = C \cdot U$. (Merke: Kuh = Kuh)

Bem. 1: Die Kapazität hängt nicht von der angelegten Spannung ab. Sie gibt an, welche Ladung ein Kondensator pro Volt angelegter Spannung aufnimmt.

Bem. 2: Wir haben die Proportionalität zwischen Q und U nur beim Plattenkondensator nachgewiesen, diese hat aber auch für andere Kondensatoren Gültigkeit.

3. Schritt: Wir bestimmen die Größe von C (in Luft) aus den geometrischen Abmessungen des Kondensators:

Vorbemerkung: Immer gilt: $\sigma = \epsilon_0 \cdot E$, und $\sigma = \frac{Q}{A}$.

Beim Plattenkondensator gilt: $U = E \cdot d$.

Folgerung: Die Kapazität eines Plattenkondensators mit Plattenfläche A und Plattenabstand d lässt sich

$$\text{wie folgt berechnen: } C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma \cdot A}{E \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot E \cdot A}{E \cdot d} \Rightarrow C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

7) Dielektrizitätszahl

Mit obigem Experimentalaufbau gehen wir noch einen Schritt weiter:

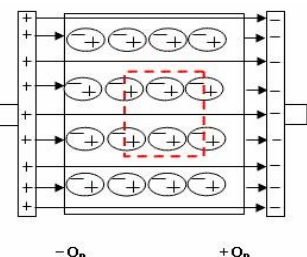
4. Schritt: Wir bestimmen die Größe von C , wenn sich ein Isolator im Kondensator befindet.

Exp.: "Unser großer" Plattenkondensator ($d = 1 \text{ cm}$) mit $C_{\text{Luft}} = 47 \text{ pF}$ wird mit der Spannung $U = 6 \text{ kV}$ aufgeladen und hat dann $Q = 280 \text{ nC}$.

Er wird **von der Spannungsquelle getrennt**: Wird ein Isolator (Plexiglasscheibe) eingeschoben, so beobachten wir: U_r sinkt auf 4 kV (und damit auch die Stärke des E-Felds). Da die Ladungen im Kondensator konstant bleiben (von Spannungsquelle getrennt / Isolator), vergrößert sich somit die Kapazität $C_r = Q / U_r = 70 \text{ pF}$.

Das Verhältnis der Änderung der Kapazität durch einen Isolator (auch Dielektrikum) ϵ

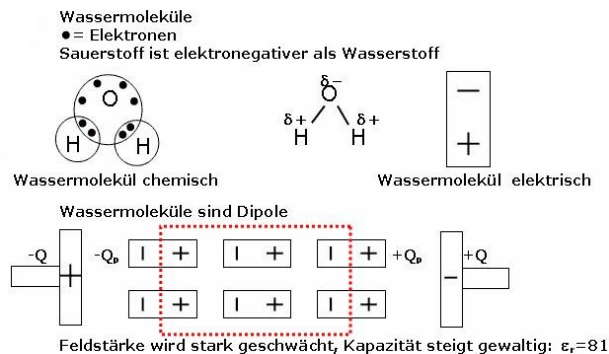
Dielektrizitätszahl und ist materialspezifisch (und frequenzabhängig, s. a. Dispersion)



Erklärung: Da in einem Isolator die Ladungsträger nicht frei beweglich sind, werden sie durch ein äußeres elektrisches Feld polarisiert. Diese Dipole „fangen einen Teil der

Feldlinien ab“, das E-Feld sinkt dadurch. Wir müssen zwei Arten der Polarisation unterscheiden (Bilder von <http://www.goethe.lb.bw.schule.de/physik/physik-12/0112-verschiebungspolarisation.htm>):

1. **Verschiebungspolarisation:** Elektrische Dipole werden induziert, d. h. Dipole entstehen durch geringe Ladungsverschiebung in den Atomen oder Molekülen. (Bild: s.o.)
2. **Orientierungspolarisation:** Ausrichtung der ungeordneten, permanenten Dipole eines Isolators im elektrischen Feld gegen ihre thermische Bewegung.



Bem.: Eigentlich ist die Referenz nicht Luft sondern Vakuum. Die Abweichung beträgt aber lediglich 0,5 %
Folgerung 1: Für den Plattenkondensator mit Isolator gilt:

$$C_r = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad (\text{im Vakuum ist } \epsilon_r = 1!)$$

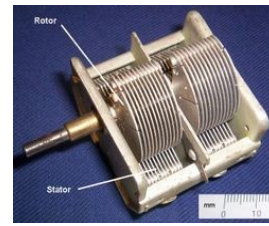
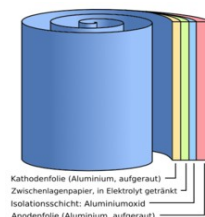
Je höher die Dielektrizitätszahl ist, desto mehr Energie kann in dem elektrischem Feld zwischen den Platten eines Kondensators gespeichert werden.

Bem.: Um auf einem Plattenkondensator viele Ladungen zu speichern, sollte die Plattenfläche möglichst groß und der Plattenabstand möglichst klein, (! Funkenüberschlag verhindern!), ein Dielektrikum zwischen die Platten gelegt und eine hohe Spannung gewählt werden.

Folgerung 2: $\sigma = \epsilon_0 \epsilon_r E \rightarrow$ Um dasselbe elektrische Feld zu erzeugen,

benötigt ein Kondensator mit Dielektrikum eine größere Ladungsmenge.

Technische Umsetzung: (Bilder aus Wikipedia)



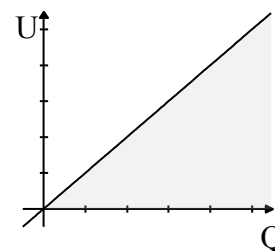
Blockkondensatoren: aufgewickelt mit Dielektrikum: A groß, d klein, $\epsilon_r > 1$; **Leidenervase:** für hohe Spannungen, **Elektrolytkondensatoren (ELKO):** d sehr klein (riesige Kapazität / !Gefahr! / Polung beachten), **Drehkondensatoren:** Q regulierbar, da A veränderbar;

8) Energieinhalt des Kondensators

Wenn wir eine kleine Ladungsmenge q gegen eine Spannung U auf die gegenüberliegende Seite bringen, führen wir dem Kondensator die Energie $W = qU$ zu. Da dort nun die Ladungsmenge Q gestiegen ist, steigt auch die Spannung im Kondensator: $U(Q) = \frac{Q}{C}$.

Die Fläche im U(Q)-Diagramm (1 J = 1 VC) ist ein Maß für die elektrische Energie:

Mit der Dreiecksflächenformel ergibt sich: $W = \frac{1}{2} UQ$ oder $W = \frac{1}{2} \frac{Q}{C} Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$



Anwendung: Der Energieinhalt eines Kondensators lässt sich durch $W_C = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2$ berechnen.

Bsp.: An einem Kondensator mit $C = 20 \text{ F}$ wird die Spannung von 20 V auf 40 V verdoppelt. Dann wird folgende Energiemenge zugeführt: $\Delta W = \frac{1}{2} 20 \text{ F} (40 \text{ V})^2 - \frac{1}{2} 20 \text{ F} (20 \text{ V})^2 = 16.000 \text{ J} - 4.000 \text{ J} = 12 \text{ kJ}$

Physikalische Frage: Wo sitzt die Energie?

Wird die Energie auf den Platten, in den Ladungen oder wo anders gespeichert?

Dazu betrachten wir folgende Umformung: $W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 Ad = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 V$

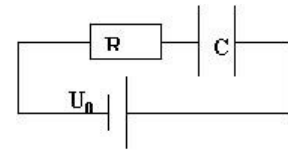
Die Energie des Kondensators ist proportional zum Volumen des Kondensators. Dies deutet darauf hin, dass die Energie im Volumen zwischen den Platten sitzt, also: **die Energie steckt im elektrischen Feld!**

Wir können damit die Energiedichte ρ des elektrischen Feldes angeben: $\rho = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$

9) Auf- und Entladen des Kondensators

Schaltskizze

Für den Auf- und Entladevorgang gehen wir von rechtsstehendem Schaltkreis aus. Ein Kondensator mit der Kapazität C und ein Widerstand R sind in Reihe geschaltet. Für den Aufladevorgang wird eine äußere Spannung U_0 angelegt, für den Entladevorgang wird kurzgeschlossen $U_0 = 0$.



Hier gilt folgender Zusammenhang:

$$U_0 = U_C + U_R.$$

Für die Spannung am Widerstand gilt das Ohmsche Gesetz:

$$U_R = R \cdot I$$

Für die Spannung am Kondensator gilt:

$$U_C = \frac{Q}{C}$$

Entladevorgang ($U_0 = 0$, „Kurzschluss“):

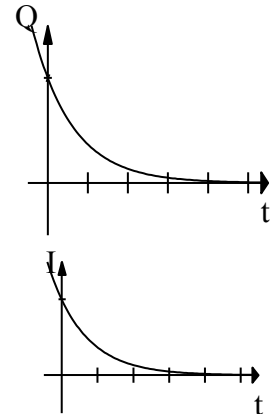
Der Kondensator ist aufgeladen, die Spannung am Kondensator treibt die Ladungen an. Über den ohmschen Widerstand fließt ein Strom, der Kondensator entlädt sich, d. h. die Ladungen nehmen ab.

Dadurch wird die Spannung geringer und somit ebenfalls die Stromstärke.

Die Ladungsabnahme erfolgt somit langsamer, die Abnahme der Spannung ebenfalls ...

Die Ladung im dem Kondensator nimmt exponentiell ab – siehe im Schaubild rechts

(Die exakte Lösung ergibt sich zu $Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$)



Umgang mit dem obigen $Q(t)$ -Schaubild:

- $Q(0)$ ablesen \rightarrow damit lässt sich z. B. C bestimmen, wenn bekannt war, mit welcher Spannung der Kondensator aufgeladen worden war: $Q(0) = C U_C(0)$
- $I(0)$ über die Tangente im Schnittpunkt mit der y-Achse bestimmen \rightarrow damit lässt sich z. B. R bestimmen:
 $0 = U_R(0) + U_C(0) \Rightarrow 0 = R \cdot I(0) + \frac{Q(0)}{C}$
- Halbwertszeit aus dem Diagramm ablesen: Nach der Halbwertszeit T_H ist die noch die Hälfte, nach $2T_H$ noch ein Viertel ... vorhanden: (Die exakte Lösung: $T_H = \frac{\ln(2)}{k} = RC \ln(2)$)

Aufladevorgang

Der Kondensator ist entladen, die äußere Spannung treibt die Ladungen an.

Über den ohmschen Widerstand fließt ein Strom, der Kondensator lädt sich auf,

d. h. die Ladungen nehmen zu und damit auch die Spannung am Kondensator.

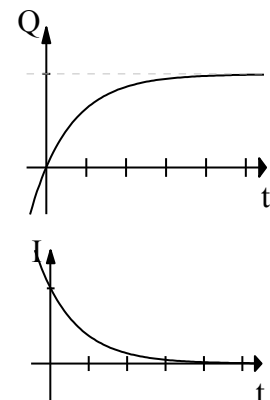
Dadurch wird die Spannungsdifferenz zwischen äußerer Spannung und den Kondensatorplatten geringer und somit ebenfalls die Stromstärke.

Die Ladungszunahme erfolgt somit langsamer, die Zunahme der Spannung ebenfalls ...

Die Ladung im dem Kondensator nimmt entsprechend einem beschränkten Wachstum zu

– siehe im Schaubild rechts.

(Exakte Lösung: $Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$)



Umgang mit dem obigen $Q(t)$ -Schaubild:

- $Q(\infty)$ ablesen \rightarrow damit lässt sich z. B. C bestimmen: $U_0 = U_R(\infty) + U_C(\infty) = 0 + \frac{Q(\infty)}{C}$ (die Stromstärke ist dann 0 und damit auch die Spannung am Ohmschen Widerstand)
- $I(0)$ über die Tangente im Schnittpunkt mit der y-Achse bestimmen \rightarrow damit lässt sich z. B. R bestimmen:
 $U_0 = U_R(0) + U_C(0) \Rightarrow U_0 = R \cdot I(0) + 0$

Umgang mit dem $I(t)$ -Schaubild:

- $I(0)$ ablesen \rightarrow z. B. R bestimmen: $U_0 = U_R(0) + U_C(0) \Rightarrow U_0 = R \cdot I(0)$
- Näherungsweise kann z. B. zu einem bestimmten Zeitpunkt t die Ladung bestimmt werden, die schon auf den Kondensator abgeflossen ist: $Q(t) = \frac{I(0) + I(t)}{2} \cdot t$
(mit der mittleren Stromstärke, die als Mittelwert aus $I(0)$ und $I(t)$ bestimmt wird).
Damit lässt sich z. B. C bestimmen: $U_0 = U_R(t) + U_C(t) = R \cdot I(t) + \frac{Q(t)}{C}$

10) Typische Aufgaben

Abi 2006, I: Erklären Sie den Begriff des Potenzials! - Der Plattenabstand beträgt 6,00 cm, die Spannung 320 V. Geben Sie eine Gleichung für den Verlauf des Potenzials an.

Abi 2006, I: Zusammenhang zwischen Ladung auf den Platten und Plattenabstand bei kreisförmigen Platten mit $r = 10,0$ cm und $U = 320$ V:

d	3,00cm	3,50cm	4,00cm	5,00cm	6,00cm	7,00cm
Q	2,97nC	2,55nC	2,23nC	1,78nC	1,48nC	1,27nC

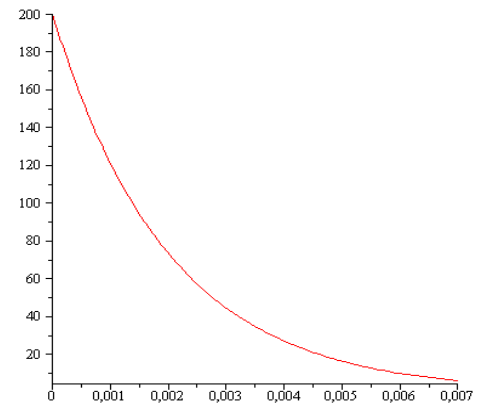
Welche Abhängigkeit zwischen C und d legen die Tabellenwerte nahe? Überprüfen Sie Ihre Vermutung? Berechnen Sie aus den Messwerten einen Mittelwert für die elektrische Feldkonstante!

Abi Lk 1997, III: Kondensator mit 78 pF wird von der Spannungsquelle (3,0 kV) getrennt und der Plattenabstand von 2,0 cm auf 3,00 cm vergrößert: Welche Spannung besteht zwischen den Platten? Welche mechanische Energie muss zugeführt werden?

Abi Lk 1997, III: Kondensator mit 78 pF bleibt an 3,0 kV angeschlossen. Nun wird ein Dielektrikum eingeschoben. Erläutern Sie, warum das Dielektrikum die Kapazität ändert und geben Sie eine Gleichung für die Änderung der Kapazität an.

Abi Lk 1997, III: Kondensator C wird über einen Widerstand R und eine Spannungsquelle $U = 20$ V aufgeladen. Im Schaubild rechts ist die x-Achse die Zeit in s und die y-Achse die Stromstärke in mA aufgetragen.

Bestimmen Sie näherungsweise die Ladung, die nach 1 ms auf den Kondensator geflossen ist sowie R und C.



Weiterer Tipp: Abituraufgabe LK 2000, III, (a) und (b)

Lösungen:

- Die Potentialdifferenz $\Delta\phi$ ist ein Maß für die Energie E , die einer positiven Ladung q zugeführt wird, wenn sie entgegen den Feldlinien bewegt wird. $\Delta\phi = \frac{\Delta E}{q}$. Das Potenzial ϕ eines Punktes A wird bezüglich einem vorher definierten Nullpotenzial (Erdung) festgelegt.
Wenn z. B. die linke Platte als Potenzial 0 definiert wird, dann steigt das Potenzial proportional bis zur rechten Platte: $\phi(x) = \frac{320 \text{ V}}{6 \text{ cm}} \cdot x$
- $C = Q/U \rightarrow 9,28 \text{ pF}; 7,97 \text{ pF}; 6,97 \text{ pF}; 5,56 \text{ pF}; 4,63 \text{ pF}; 3,97 \text{ pF}$
Vermutung: $C \sim \frac{1}{d} \rightarrow C \cdot d = \text{const.}$ $27,8 \text{ pF cm}; 27,9 \text{ pF cm}; 27,9 \text{ pF cm}; 27,8 \text{ pF cm}; 27,8 \text{ pF cm}; 27,8 \text{ pF cm};$
Feldkonstante: $\epsilon_0 = \frac{C d}{A} = \frac{27,83 \text{ pF cm}}{\pi (0,1 \text{ m})^2} = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
- $Q = C \cdot U = 234 \text{ nC} = \text{const.}$ $\therefore d \uparrow 1,5 \Rightarrow C \sim \frac{1}{d} \downarrow 1,5 \Rightarrow U = Q/C \uparrow 1,5 \Rightarrow U = 4,5 \text{ kV}$
 $W_1 = \frac{1}{2} Q \cdot U_1 = 0,35 \text{ mJ}$; $W_2 = \frac{1}{2} Q \cdot U_2 = 0,53 \text{ mJ} \Rightarrow \Delta W = 0,18 \text{ mJ}$
- Verschiebungspolarisation: Durch teilweise Trennung der Ladungen im Dielektrikum entsteht ein Gegenfeld, dass das Feld im Kondensator abschwächt.
Orientierungspolarisation z. B. bei Wasser: Die Dipole werden teilweise ausgerichtet und erzeugen ebenfalls ein Gegenfeld.
Da $U = \text{const}$ bleibt, muss auch $E = U/d$ const. bleiben. Deshalb müssen Ladungen nachfließen, damit das Feld konstant bleiben kann: Q steigt. Wegen $C = Q/U$ steigt damit auch C .
 $\Delta C = C_1 - C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} - \epsilon_0 \frac{A}{d} = (\epsilon_r - 1) \cdot \epsilon_0 \frac{A}{d}$
- Ansatz: $U_0 = U_R + U_C \Leftrightarrow U_0 = R I + Q/C$
Aus dem Schaubild ablesen: $I(0) = 200 \text{ mA}$. Beim Aufladen gilt $Q(0) = 0$: $20 = R \cdot 0,2 \text{ A} + 0/C \Rightarrow R = 100 \Omega$
Die Ladung ist die Fläche unter der $I(t)$ -Kurve. Diese Fläche bestimmen wir näherungsweise als Trapez:
 $Q(1 \text{ ms}) = \frac{I(0) + I(1 \text{ ms})}{2} \cdot 1 \text{ ms} = \frac{200 \text{ mA} + 120 \text{ mA}}{2} \cdot 1 \text{ ms} = 160 \mu\text{C}$
Zur Zeit $t = 1 \text{ ms}$ gilt: $U_0 = R I(1 \text{ ms}) + \frac{Q(1 \text{ ms})}{C} \Leftrightarrow U_0 - R I(1 \text{ ms}) = \frac{Q(1 \text{ ms})}{C} \Leftrightarrow C = \frac{Q}{U_0 - R I(1 \text{ ms})} = 20 \mu\text{F}$

III) Magnetisches Feld

1) Vergleich zwischen magnetischem und elektrischem Feld

Elektrisches Feld	Magnetisches Feld
Analogie zwischen den Feldformen	
Ladungen Plus / Minus	Pole Nord / Süd
Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab; entgegengesetzte Ladungen ziehen sich an	Bei Dauermagneten gilt: Gleichnamige Pole stoßen sich ab; entgegengesetzte Pole ziehen sich an
Gleiche Ladungen verstärken die Kraftwirkung, entgegengesetzte schwächen sich ab (neutralisieren)	Gleiche Pole verstärken sich; entgegengesetzte schwächen sich ab
Elektrische Feldlinien	Magnetische Feldlinien
Erzeugen von Feldlinienbildern: mit Grieskörnern	Erzeugen von Feldlinienbildern: mit Eisenfeilspänen
Elektrische Influenz: Eine Ladung kann in Leitern Ladungstrennung verursachen	Magnetische Influenz: Ein Magnet kann in ferromagnetischen Stoffen die Elementarmagnete ausrichten
Unterschiede zwischen den Feldformen	
Ladungen sind trennbar. Es gibt elektrische Monopole!	Magnete, die zerteilt werden, bilden wieder einen Dipol. Es gibt keinen magnetischen Monopol!
Stoffe sind aufladbar, indem Ladung hinzugefügt oder abgezogen wird	Magnetpole können „nur“ angeordnet werden aber nicht übertragen
Alle Stoffe besitzen Ladungen.	Nicht alle Stoffe sind magnetisierbar, besitzen drehbare Elementarmagnete: ferromagnetische Stoffe sind Fe, Co, Ni
E- Feld, so wie wir es kennengelernt haben, ist an Ladungen gebunden. Elektrische Feldlinien beginnen und enden an Ladungen.	Oersted: Bewegte Ladung erzeugt ein kreisförmiges Magnetfeld („ Linke - Faust - Regel “). Dieses magnetische Wirbelfeld hat keinen Anfang und kein Ende.
E-Felder wirken auf ruhende u. bewegte Ladungen	B-Felder wirken nur auf bewegte Ladungen
Die elektrische Kraft ist parallel zu den E-Feldlinien	Die (magnetische) Lorentzkraft auf bewegte Ladungen steht senkrecht auf den B-Feldlinien: „ Drei - Finger - Regel “

2) Die Lorentzkraft

Beobachtungen:

- Bewegte Ladungen erzeugen ein kreisförmiges Magnetfeld.
- Bewegte Ladung werden von einem äußeren Magnetfeld beeinflusst:
So wirkt auf die bewegte Ladung in einem B-Feld eine Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zum Magnetfeld: Die Lorentzkraft.

Eigenschaften der Lorentzkraft:

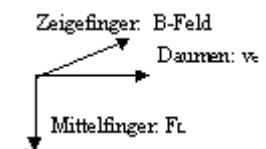
Für bewegte Elektronen gilt die „Drei - Finger - Regel“ der linken Hand.
Die Lorentzkraft F_L steht senkrecht auf der Bewegungsrichtung v_e und dem B-Feld

Mathematisch ist dies das sogenannte Kreuzprodukt: $\vec{F}_L \sim \vec{v}_e \times \vec{B}$

(Gesucht ist ein Vektor, der auf zwei vorgegebenen Vektoren senkrecht steht!)

Für die Stärke der Lorentzkraft spielt nur die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum B-Feld eine Rolle:

- $v_e \parallel B$: Lorentzkraft Null $v_e \perp B$: Lorentzkraft maximal
- sonst: Geschwindigkeit in zwei Komponenten senkrecht / parallel zum B-Feld zerlegen

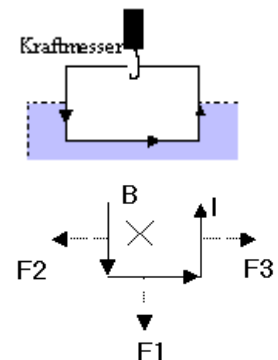


Experiment zur Einführung der magnetischen Flussdichte: Eine Leiterschleife der Breite s hängt senkrecht zu einem Magnetfeld (das durch eine lange Spule erzeugt wird - hier nach hinten orientiert) an einem Kraftmesser.

Die Lorentzkraft F_2 und F_3 der seitlichen Leiterstücke heben sich auf, übrig bleibt die Kraft F_1 aufgrund des unteren Leiterstücks.

- Wir variieren die Stromstärke I in der Leiterschleife und beobachten die Auslenkung des Kraftmessers: Ergebnis: $F_L \sim I$
- Wir variieren die Leiterbreite s (bzw. die Anzahl der Windungen) und beobachten die Auslenkung des Kraftmessers: Ergebnis: $F_L \sim s$

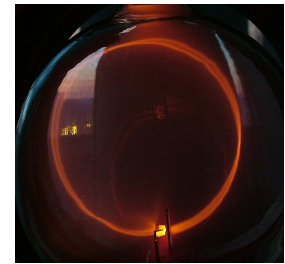
Folgerung: Die Stärke der Lorentzkraft ist bei einem stromdurchflossenen Leiter proportional zur Stromstärke I (die ja auch die Richtung der bewegten Ladung angibt) und zur Länge s des Leiters im Magnetfeld:
 $F_L \sim I s$



Da eine Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung **keine Energie zuführt** (Arbeit = Kraft in Wegrichtung mal Weg), führt die Lorentzkraft "nur" zu einer Richtungsänderung, nicht aber zur Veränderung der Schnelligkeit.

Da eine Kraft, die stets senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, eine Kreisbewegung erzeugt, führen geladene Teilchen in einem Magnetfeld eine **Kreisbewegung** durch.

Die Ursache für die Lorentzkraft ist die magnetische Kraftwirkung zwischen dem äußeren Magnetfeld und dem kreisförmigen Magnetfeld der bewegten Ladungen



3) Die magnetische (Feldstärke) Flussdichte B

Die elektrische Feldstärke ist definiert über die Kraft auf eine Probeladung:

$$E = \frac{F}{q}$$

Da wir keine magnetischen Monopole zur Verfügung haben und auch kein Maß für die Stärke von Magneten haben, kann die **magnetische Flussdichte B** nur über die Kraft auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der Länge s, der senkrecht zu den magnetischen Feldlinien steht, definiert werden:

Definition: Die magnetische Flussdichte B ist durch die Kraft auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der Länge s, der senkrecht zu den magnetischen Feldlinien steht, definiert:

$$B = \frac{F}{I \cdot s}; [B] = 1 \frac{N}{Am} = 1 T(esla)$$

Bem. 1: Damit lässt sich die Stärke des B-Feldes bestimmen. Da diese Größe auch eine Richtung hat, wird B durch einen Vektor angegeben: \vec{B} .

Bem. 2: Bei bekanntem B-Feld lässt sich die Lorentzkraft auf einen Leiter berechnen: $F_L = B \cdot I \cdot s$

Bem. 3: Auf ein Teilchen der Ladung q, das sich mit der Geschwindigkeit v senkrecht zum B-Feld bewegt, wirkt ebenso die Lorentzkraft:

$$F_L = B \cdot q \cdot v$$

$$\text{Beweis: } F_L = B I s = B \frac{q}{t} s = B q \frac{s}{t} = B q v$$

4) Messmethoden für B

(i) **Stromdurchflossener Drahtrahmen** (der Breite s) s.o. (I):

B-Feld: in die Blattebene hinein (grau skizziert), unterer Leiter: erfährt eine Kraft nach unten, die von einem Kraftmesser gemessen wird $\Rightarrow B$

ii) **Hallsonde:** ein Metallband oder ein n-Halbleiter (n wie negativ: enthält freie Elektronen) der Höhe h wird senkrecht zum B-Feld (von vorne nach hinten) von einem Strom (von links nach rechts) durchflossen.

Dabei wirkt auf die Elektronen die Lorentzkraft nach unten: $F_L = B \cdot q \cdot v$

Unten entsteht somit ein Elektronenüberschuss, zwischen oben und unten somit eine (Hall-) Spannung. Diese Spannung wächst, bis die dadurch verursachte elektrische Kraft

$$F_{el} = q \cdot U/h$$

genauso groß wie die Lorentzkraft ist:

$$F_L = F_{el}$$

$$B \cdot q \cdot v = q \cdot U/h \Rightarrow U_{Hall} = h \cdot v \cdot B \Rightarrow U_{Hall} \sim B$$

(Die Geschwindigkeit der Elektronen ist normalerweise nicht bekannt!)

Diese Spannung kann einfach gemessen und daraus - einmal **kalibriert** ("geeicht" - mithilfe eines bekannten Magnetfeld z. B. der Stärke 20 mT: dort ergibt sich z. B. die Spannung 50 mV, so dass somit z. B. 10 mV der magnetischen Flussdichte 4 mT entspricht) - B bestimmt werden.

Bem. 2: Da nur die Bewegung senkrecht zu den Feldlinien bei der Lorentzkraft zu berücksichtigen ist, wird umgekehrt nur das B-Feld senkrecht zu Kraft und Stromrichtung, also

senkrecht zu Drahtrahmen bzw. Hallsonde, bestimmt: $\vec{B}_{senkrecht}$

Folgerung: Ein Leiter der Länge s mit Strom I erfährt in einem Magnetfeld, bei dem die Komponente B_s senkrecht zum Leiter steht, die Kraft: $F_L = I \cdot B_s \cdot s$

Bem. 3: Stehen B und s im Winkel α zueinander, lässt sich B_s so berechnen: $B_s = B \cdot \sin \alpha$

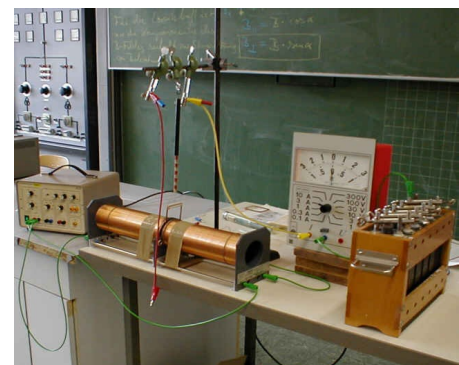
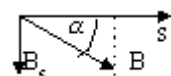
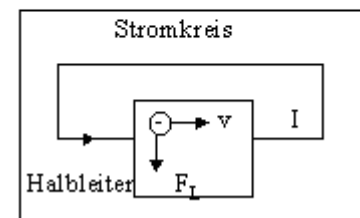
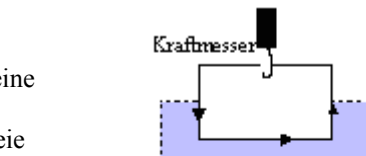
5) Das Magnetfeld einer langen Spule

Analog zum Plattenkondensator (statt $E = F_{el}/q$ lässt sich einfacher mit $E = U/d$ die elektrische Feldstärke bestimmen)

suchen wir für den Sonderfall des homogenen Magnetfeld einer langen Spule nach einer einfacheren Formel zur Berechnung der Flussdichte.

Experiment: Wir untersuchen das Magnetfeld einer langen Spule (Länge l groß im Vergleich zum Durchmesser d), die von einem (Erreger-)Strom I_{Err} durchflossen wird und n Windungen besitzt. Wir bestimmen die Stärke des B-Feldes über eine Hallsonde oder über eine Leiterschleife.

- Wir variieren die Erregerstromstärke der Spule. $B \sim I_{Err}$



- Wir untersuchen den Einfluss des Durchmessers. Er hat keinen Einfluss auf die Flussdichte (solange das Feld noch homogen ist, also l um einiges größer als d ist)
- Wir variieren die Wicklungsdichte n/l der Spule: $B \sim n/l$

Die Proportionalitätskonstante heißt **magnetische Feldkonstante**

μ_0 : $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/(Am)} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

Sie ist wie ϵ_0 eine Naturkonstante. Jene beschreibt den Zusammenhang zwischen Ladungen und E-Feld, diese den Zusammenhang zwischen Stromstärke und B-Feld.

Für eine lange Spule gilt: $B = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} I_{\text{err}}$ mit Windungszahl n , Spulenlänge l , Stromstärke I_{err}

Hinweis: μ_0 heißt auch **Permeabilität des Vakuums** oder **Induktionskonstante**

Bsp.: Mit $n = 18\,000$, $l = 0,5\text{m}$ und $I_{\text{err}} = 0,05\text{A}$ ergibt sich $B = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/(Am)} \cdot 18000 / 0,5\text{m} \cdot 0,05\text{A} = 2,2\text{mT}$.

6) Magnetfeld und Materie

Analog zu den Dielektrika im E-Feld verändert sich die magnetische Flussdichte von Spulen, wenn diese mit Materie gefüllt sind.

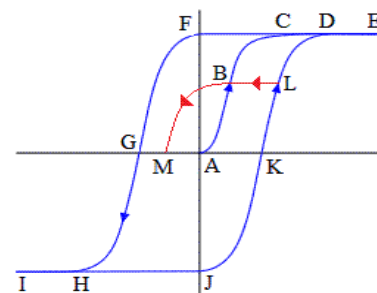
Wir definieren die **Permeabilitätszahl** $\mu_r = \frac{B_{\text{Materie}}}{B_{\text{Vakuum}}}$

Folgerung: für eine lange Spule mit z. B. Eisenkern: $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n}{l} I_{\text{err}}$

Stoffe mit $\mu_r \gg 1$ heißen ferromagnetisch (Fe, Co, Ni sowie Legierungen ...). Die Elementarmagnete dieser Stoffe werden durch das äußere Magnetfeld ausgerichtet und verstärken es dadurch. μ_r ist dabei keine Konstante sondern hängt von der Stärke des äußeren Magnetfeldes ab (**Hysteresekurve**).

μ_r wächst bis zu einem "Sättigungswert", bei dem dann alle Elementarmagnete ausgerichtet sind.

Insbesondere für den Einsatz bei Wechselstrom ist es von Bedeutung, "magnetisch weiches" Material wie Eisen einzusetzen, das beim Umpolen der Strom- und damit des äußeren Magnetfeldrichtung leicht die Magnetisierung "umklappen" kann. ("Magnetische harte" Stoffe eignen sich dagegen als Permanentmagnet!)



upload.wikimedia.org/wikipedia/de/b/b9/Hysteresekurve.gif

Zusammenfassung: Lorentzkraft auf einen Leiter im Magnetfeld:

Die Richtung wird durch die

Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen im Magnetfeld:

Magnetfeld einer langen Spule:

$$F_L = B_s \cdot I \cdot s$$

Drei-Finger-Regel festgelegt.

$$F_L = B \cdot v_s \cdot q$$

$$B = \mu_0 \cdot n/l \cdot I_{\text{err}}$$

7) Typische Aufgaben

- Abi 2004, II:** Erläutern Sie mit einer geeigneten Skizze den Halleffekt. Zeigen Sie, dass die Hallspannung proportional zur magnetischen Flussdichte ist. Beschreiben Sie, wie man experimentell den Proportionalitätsfaktor zwischen der Hallspannung und der Flussdichte bestimmen kann.
- Abi LK 2000, IV:** Welcher physikalische Sachverhalt führt zur Definition der magnetischen Flussdichte $B = \frac{F}{I \cdot s}$? Beschreiben Sie einen Versuch zur Bestimmung von B entsprechend dieser Definition.
- Abi GK 1998, IV:** Eine langgestreckte Spule mit 10.000 Windungen, Länge 60 cm hat eine quadratische Querschnittsfläche mit Seitenlänge 10 cm. Bestimmen Sie B bei 0,10 A und die Energie im Magnetfeld!

Lösung:

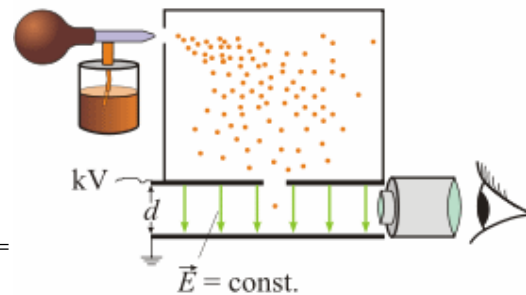
- siehe (4) weiter vorne ... Es gilt: $F_{\text{el}} = F_L \Leftrightarrow e v B = e U_H / d \Leftrightarrow U_H = d v B \Rightarrow U_H \sim B$
Da die Elektronengeschwindigkeit nicht direkt gemessen werden kann, wird aus einem oder mehreren Spannungswerten für bekannte Flussdichten der Proportionalitätsfaktor bestimmt (Kalibrierung).
- Ein Leiter der Länge s mit der Stromstärke I erfährt im Magnetfeld eine Lorentzkraft F_L , die senkrecht auf s und I steht. Je größer I und je länger s , desto größer ist F_L : $F_L \sim I$; $F_L \sim s \Rightarrow F_L \sim I s \Rightarrow B$ als Prop.faktor.
Experiment: siehe (2)
- $B = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} I = 2,1 \text{ mT}$ und $W_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{n^2}{l} A I^2 = 11 \text{ mJ}$

IV) Teilchen in Feldern

1) Millikan-Experiment

Ziel: Nachweis der Quantelung der Ladung:

Vorgehen: Millikan untersuchte das Verhalten von fein zerstäubten Öltröpfchen (beim Zerstäuben erhalten die Tröpfchen positive oder negative Überschussladungen) in Luft, die in einem luftgefüllten Kondensator bewegen. Er bestimmte ihre Sinkgeschwindigkeit bei $U = 0$ und ermittelte die Spannung, wenn ein Tröpfchen schwebt ($v = 0$).

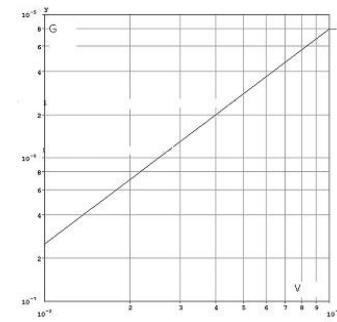
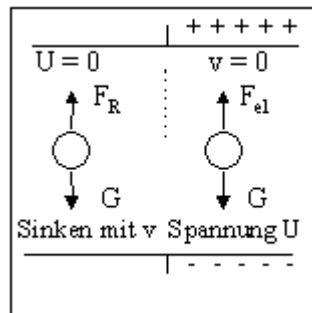


commons.wikimedia.org/wiki/File:Simplified_scheme_of_Millikan's_experiment_replica.svg

Berechnung:

1.) Ein leichtes Teilchen erfährt in Luft einen Luftwiderstand derart, dass seine Sinkgeschwindigkeit v proportional zur Reibungskraft ist (Damit sinkt ein Öltröpfchen mit konstanter Geschwindigkeit in Luft, die Reibungskraft größer wird, wenn das Teilchen schneller wird. Es wird also solange beschleunigt, bis die Reibungskraft gleich der Gewichtskraft ist.

Häufig liegt ein Schaubild (siehe rechts) für die Gewichtskraft in Abhängigkeit von der Sinkgeschwindigkeit v vor \rightarrow So kann die Gewichtskraft aus der Messung der Sinkgeschwindigkeit bestimmten werden.



2.) Mit richtig eingeregelter Spannung U kommt das Tröpfchen zur Ruhe.

Es gilt: $F_R = 0$ und $F_G = F_{el}$ mit $F_{el} = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d}$. Damit lässt sich die Ladung des Öltröpfchens bestimmen.

3.) Millikan erhielt als Ergebnis nur $q = 1e, 2e, 3e, 4e \dots$. Die Ladung der Öltröpfchen sind Vielfache der von e .

Es gibt also eine kleinste Ladung, die Elementarladung e . Die Ladung ist gequantelt:

Alle Ladungen sind Vielfache der Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

(Nebenbemerkung: Heute hat man Quarks nachgewiesen, Bestandteile der Protonen, die $2/3$ bzw. $1/3 e$ haben.)

Extra für den atomaren Bereich führt man eine neue Energieeinheit ein:

Wird ein Elektron durch eine Spannung U , z. B. $U = 1 \text{ V}$, beschleunigt, so wird ihm die Energie

$$W = qU = eU = e \cdot 1\text{V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1\text{V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1\text{eV} \text{ zugeführt.}$$

Bei $U = 200 \text{ V}$ sagt man also kurz, dass das Elektron die Energie $W = 200 \text{ eV}$ hat.

2) Bestimmung der Elektronenmasse mit dem Fadenstrahlrohr

Versuchsdurchführung: Elektronen werden durch eine Beschleunigungsspannung beschleunigt und gelangen ins Magnetfeld der Helmholtz-Spule.

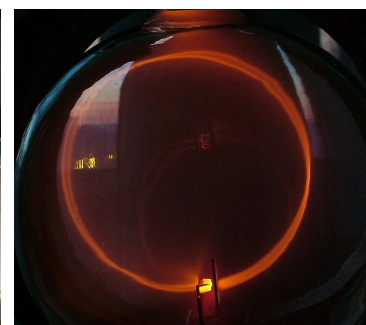
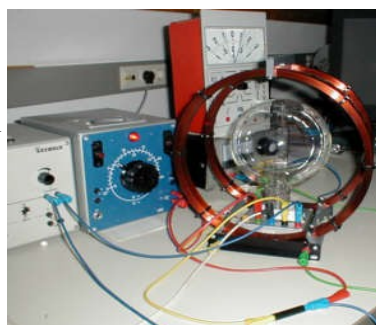
Beobachtung: Wir sehen eine kreisförmige Leuchterscheinung.

Erklärung: Die Elektronen bewegen sich auf einer Kreisbahn und stoßen immer wieder an noch vorhandene Gasmoleküle, die dadurch zum Leuchten angeregt werden.

a) Elektronen werden durch eine Spannung von $U = 200 \text{ V}$ beschleunigt:

Ansatz:

$$W_{el} = W_{kin} \Leftrightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v^2 = \frac{2eU}{m}$$



b) Die Elektronen bewegen sich zu Anfang nach rechts, das Magnetfeld zeigt nach vorne und somit wirkt die Lorentzkraft nach oben. Die Elektronen bewegen sich auf einer Kreisbahn gegen den Uhrzeigersinn: Die Lorentzkraft

wirkt als Zentripetalkraft: $F_Z = F_L \Leftrightarrow m \frac{v^2}{r} = e v B$

Aus (a) eingesetzt ergibt sich:

$$m \frac{2eU}{mr} = e \sqrt{\frac{2eU}{m}} B \Leftrightarrow \frac{2U}{r} = B \sqrt{\frac{2eU}{m}} \Leftrightarrow \frac{4U^2}{r^2} = B^2 \frac{2eU}{m} \Leftrightarrow m = \frac{er^2 B^2}{2U} \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

3) Überblick über das Verhalten von Teilchen in E- und B-Feldern

1	ruhende geladene Teilchen in E-Feld		Beschleunigung	$v = a t$ $s = \frac{1}{2} a t^2$	$F_{el} = q E$ $= m a$	$\Delta W = q U$ $\frac{1}{2} m v^2 = q U$
2	bewegte geladene Teilchen in E-Feld: $v_0 \parallel E$		Beschleunigung / Abbremsung (mit / gegen Feld)	$v = a t + v_0$ $s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$	$F_{el} = q E$ $= m a$	$\Delta W = q U$ $\frac{1}{2} m v^2 = q U + \frac{1}{2} m v_0^2$
3	bewegte geladene Teilchen im B-Feld: $v_0 \perp B$		Kraft senkrecht zu v und B: Kreisbewegung	$v = \text{const.}$ $= 2\pi R/T$	$F_L = F_Z$ $qvB = mv^2/R$	$\Delta W = 0$
4	bewegte geladene Teilchen im B-Feld: $v_0 \parallel B$		Unbeschleunigt	$v = \text{const.}$	$F_L = 0$	$\Delta W = 0$
5	bewegte geladene Teilchen in E-/ B-Feld: alles orthogonal		einige Teilchen kommen unabgelenkt durch	$v = \text{const.}$	$F_{el} = F_L$ $q E = q v B$ $\Rightarrow v = E/B$	$\Delta W = 0$

4) Bewegungsformen von Teilchen unter verschiedenen Feldformen

Schwebende Teilchen

Es herrscht Kräftegleichgewicht.

Bsp.: Millikan-Versuch. \rightarrow Ansatz: $G = F_{el} \Leftrightarrow m g = e U/d$

Teilchen im homogenen E-Feld

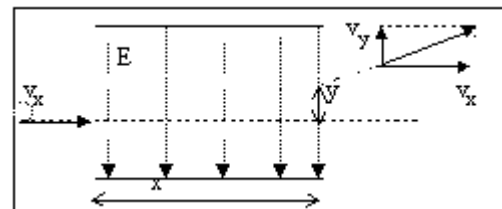
(1) geladene ruhende Teilchen im homogenen E-Feld

(4) geladene Teilchen, die sich parallel zum homogenen E-Feld bewegen

Kraftgesetz:	$F_{el} = q E = q U/d$; Diese Kraft beschleunigt wegen $F = m a$
Energiezuwachs:	$\Delta W = q U$ Diese Energie wird in zusätzliche Bewegungsenergie umgewandelt: $W_{kin,1} + W_{el} = W_{kin,2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + q U = \frac{1}{2} m v_2^2$.
Bewegungsgesetz:	(1) $a = \text{const.}; v_0 = 0 \Rightarrow v = a t \Rightarrow s = \frac{1}{2} a t^2$
	(4) $a = \text{const.}; v_0 \neq 0 \Rightarrow v = a t + v_0 \Rightarrow s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$

Bem: Bewegung vertikal zu den Feldlinien:

Ein elektrisch geladenes Teilchen erfährt in Richtung der Feldlinien die elektrische Kraft F_{el} , wird also in diese Richtung beschleunigt. Das ergibt eine Parabelbahn. Nach Verlassen des Kondensators bewegt sich das Teilchen wieder gleichförmig weiter. Diese Bewegungsform muss im Abitur nicht berechnet werden.



Teilchen im homogenen B-Feld

a) Die Geschwindigkeit v ist senkrecht zum B-Feld: $v \perp B$

Bem. 1: Bei einer Kreisbewegung steht die (Zentripetal-) Kraft $F_Z = m v^2/r$ senkrecht zur Bewegungsrichtung.

Bem. 2: Da die Kraft immer senkrecht zur Bewegungsrichtung steht, bleibt die Energie und damit auch Geschwindigkeit vom Betrag her unverändert.

Folgerung: Durchlaufen geladene Teilchen ein homogenes B-Feld senkrecht zu den magnetischen Feldlinien mit der Geschwindigkeit v , so steht die Lorentzkraft immer senkrecht zur Bewegungsrichtung:

- *geladene Teilchen im B-Feld laufen auf einer Kreisbahn*
- *ihre kinetische Energie bleibt dabei unverändert*

Andere Formulierung der Lorentzkraft:

$$F_L = I s B = Q/t \cdot s \cdot B = Q \cdot s/t \cdot B = Q v B$$

Ansatz für geladenes Teilchen im B-Feld:

Ein Teilchen der Ladung q mit $v \perp B$ durchläuft im B-Feld eine Kreisbahn:

Daraus ergibt sich der Radius der Kreisbahn:

Die Umlaufdauer der Kreisbahn:

Die Umlaufdauer der Kreisbahn hängt also nicht von der Geschwindigkeit ab!

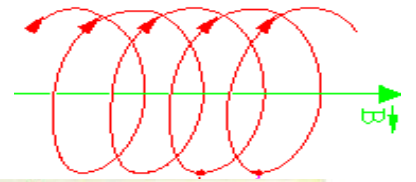
$$F_L = F_Z \Leftrightarrow q v B = m v^2 / r$$

$$r = m v^2 / (q v B) = m v / (q B)$$

$$T = 2 \pi r / v = 2 \pi m / (q B)$$

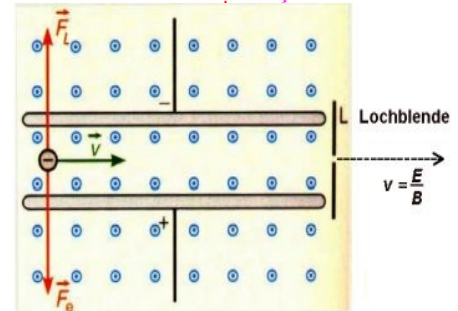
b) Die Geschwindigkeit v ist nicht senkrecht zum B-Feld

Die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum B-Feld erzeugt wieder eine Kreisbahn um die B-Feldlinien – die Komponente parallel zu den B-Feldlinien zieht diese Kreisbahn in diese Richtung auseinander: Es ergibt sich eine Schraubenbahn. Diese Bewegung muss im Abitur nicht berechnet werden.

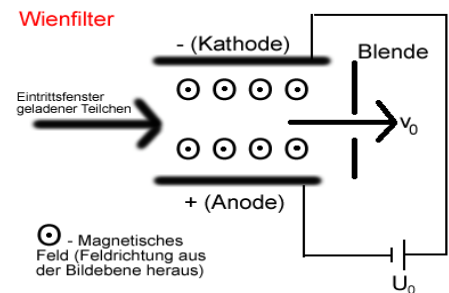
**Teilchen in gekreuzten E- und B-Feldern**

Fliegt ein geladenes Teilchen so, dass Geschwindigkeit, E-Feld und B-Feld jeweils senkrecht zueinander stehen, so kommt es in Spezialfällen unabgelenkt durch:

- nach unten wirkt: $F_{el} = q E$
- nach oben wirkt: $F_L = q v B$
- Heben sich beide Kräfte auf, so bleibt das Teilchen unabgelenkt:
 $F_{el} = F_L \Leftrightarrow q E = q v B \Leftrightarrow v = E / B$

**5) Anwendungen****Anwendung 1: Geschwindigkeitsfilter**

Die obige Anordnung aus gekreuztem E- und B-Feld lässt sich als **Geschwindigkeitsfilter** – auch Wienfilter genannt – gebrauchen. Nur Teilchen der Geschwindigkeit $v = E/B$ gehen unabgelenkt durch, bei niedriger Geschwindigkeit ist F_L kleiner → sie werden nach unten abgelenkt, bei höherer Geschwindigkeit ist F_L größer → sie werden nach oben abgelenkt. Dabei spielt die Masse und die Ladung keine Rolle!



upload.wikimedia.org/wikipedia/de/a/a3/Wienfilter.png

Anwendung 2: Massenspektrometer

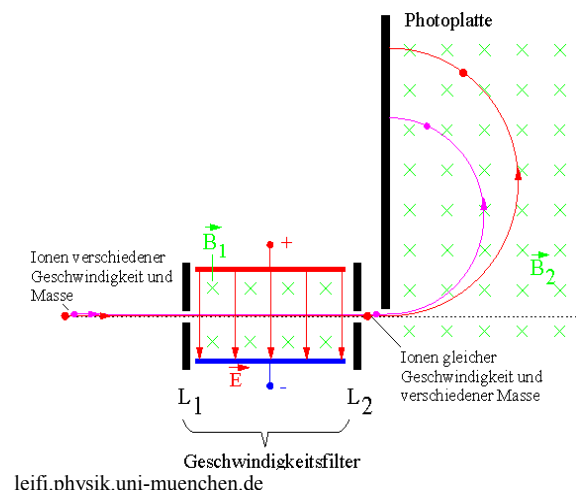
Schaltet man dahinter ein B-Feld, so kann man damit Isotope trennen (**Isotope** sind Nuklide mit gleicher Ordnungszahl – Anzahl der Protonen ist gleich –, aber unterschiedlicher Massenzahl – Anzahl der Neutronen ist verschieden), da der Radius der Kreisbahn von der Masse abhängt.

Anwendung 3: Braunsche Röhre

Die **Kathodenstrahlröhre** oder auch **braunsche Röhre** (engl. *cathode ray tube*, kurz **CRT**) ist eine Elektronenröhre zur Erzeugung von Elektronenstrahlen, mit der sich u. a. schnell ändernde Spannungen und Ströme auf einem Fluoreszenzschirm sichtbar machen lassen-

Die Kathodenstrahlröhre besteht aus

- einem abgeschlossenen evakuierten Glaskolben
- mit einer **Glühkathode** (Heizdraht mit Heizspannung – hier dampfen Elektronen heraus),
- dem vor der Kathode liegenden **Wehneltzylinder** (Zylinder um den Elektronenstrahl mit negativer Wehneltspannung, um die Intensität des Strahl zu regeln und diesen zu fokussieren – fehlt auf dem Bild rechts)
- und einer **Anode** (mit der Beschleunigungsspannung) in Form einer Lochblende.
- Durch **Ablenkfelder** (elektrische Felder bei Oszilloskopen oder magnetische Felder bei Fernsehbildschirmen) kann der Elektronenstrahl auf einen beliebigen Punkt des Leuchtschirmes gerichtet werden.



leifi.physik.uni-muenchen.de

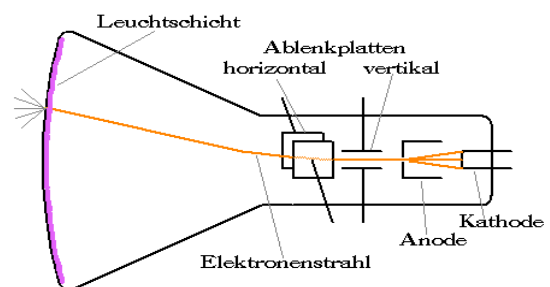
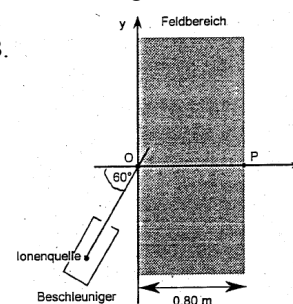
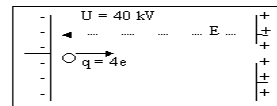


Bild und Text aus [Wikipedia – Braunsche Röhre](#)

- sowie meist einem **Leuchtschirm** am anderen Ende des Kolbens, der durch Elektronenbeschuss aufleuchtet.

6) Typische Aufgaben

- Aufgabe zum Millikanexperiment (Dorn Bader Gymnasium Sek II 12/13; S. 29/1a):** Ein Öltröpfchen mit $m = 2,4 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$ schwebt im Plattenkondensator ($d = 0,50 \text{ cm}$) bei $U = 250 \text{ V}$. Welche Ladung hat es? Welche Geschwindigkeit hat es ohne Spannung? (Beachte Abb. S. 28 Abb.2)
- Bewegung ohne Feld:** Ein Teilchen fliegt mit $v = 30 \text{ m/s}$ mit einem Winkel von 30° zur Horizontalen eine horizontale Strecke von 2 m . Wie lange benötigt das Teilchen? Wie weit wird es vertikal abgelenkt?
- Bewegung parallel zu den E-Feldlinien:** Ein ruhendes, mit $q = 4 e$ geladenes Öltröpfchen der Masse $m = 2 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$ wird durch eine Spannung von $U = 250 \text{ V}$ beschleunigt. Gesucht ist v !
- Bewegung parallel zu den E-Feldlinien:** Ein ruhendes Elektron wird in einer Fernrohröhre durch 30 kV mittels eines Kondensators der Länge 2 cm beschleunigt. Gesucht ist W , v , a und t !
- Bewegung parallel zu den E-Feldlinien:** Ein Elektron mit Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ wird durch eine Gegenspannung U abgebremst. Wie schnell ist es bei $U = 10 \text{ V}$? Bei welcher Spannung wird es vollständig abgebremst? Wie verhält sich das Elektron nach der Abbremsung?
- Bewegung senkrecht zu den B-Feldlinien:** Ein Teilchen der Masse $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ und der Ladung e bewegt sich in einem B-Feld von $0,1 \text{ mT}$ auf einer Kreisbahn mit Radius $0,01 \text{ m}$. Welche Geschwindigkeit hat es? Wie viele Umläufe sind es in einer Sekunde?
- Musteraufgabe III zum Abi 2004:** Ein Ionenstrahl aus He^{++} und He^{+} -Ionen, der in der x-y-Ebene verläuft, erreicht im Punkt O den magnetischen Feldbereich. Die He-Ionen wurden mit 10 kV beschleunigt. Das Magnetfeld ist so eingestellt, dass die He^{++} -Ionen bei P den Feldbereich verlassen. Zeichnen Sie die Bahn der He^{++} -Ionen. Bestimmen Sie Betrag und Richtung von B. Ist das B-Feld unter den vorliegenden Bedingungen zur Trennung von He^{++} - und He^{+} -Ionen geeignet? Masse der He-Ionen: $m_{\text{He}} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$



Lösungen:

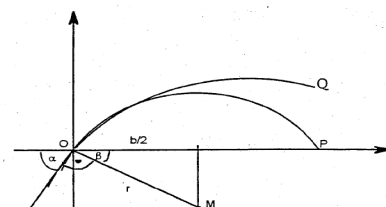
- $m = 2,4 \cdot 10^{-15} \text{ kg} \Rightarrow F_G = 2,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$
Schweben, d.h. Kräftegleichgewicht zwischen el. Kraft und Gewichtskraft:
 $F_G = F_{el} = q \cdot \frac{U}{d} \Rightarrow q = \frac{F_G \cdot d}{U} = \frac{2,4 \cdot 10^{-14} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{250} \text{ C} = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ C} \approx 3e$
Anhand der Kurve in Bild 28.2 (die sich aus den Formeln zur Stokeschen Reibung ergibt) kann man die zugehörige Sinkgeschwindigkeit in Luft bestimmen: $v \approx 9 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1} = 90 \mu \text{ m/s}$.
- $v_H = v \cos(\alpha) \approx 26 \text{ m/s}; \quad v_v = v \sin(\alpha) \approx 15 \text{ m/s}$
Horizontal: $v_x = x/t \Rightarrow t = x/v_x \approx 77 \text{ ms}$
Vertikal: $v_y = y/t \Rightarrow y = v_y t \approx 1,2 \text{ m}$
- Die zusätzliche Energie beträgt $W_{el} = 4 e \cdot 250 \text{ V} = 1000 \text{ eV}$. Dabei ergibt sich folgende Geschwindigkeit:
 $q U = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v^2 = 2 q U/m = 2 \cdot 4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 250 \text{ V} / (2 \cdot 10^{-16} \text{ kg}) \Rightarrow v = 1,3 \text{ m/s}$
- Endenergie: $W = e U = 30 \text{ keV} \approx 4,8 \cdot 10^{-15} \text{ J}$
Endgeschwindigkeit: $q U = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v^2 = 2 q U/m = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 30.000 \text{ V} / (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})$
 $\Rightarrow v = 1,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (Hinweis: Das ist Nahe an der Lichtgeschwindigkeit!)
Beschleunigung: $m a = e U/d \Rightarrow a = e/m \cdot U/d \approx 260 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$
Beschleunigungsdauer: $s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t^2 = 2 s/a \Rightarrow t \approx 0,39 \text{ ns}$
- $\frac{1}{2} m v_0^2 = e U + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2 U e/m \Rightarrow v \approx 0,7 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
 $\frac{1}{2} m v_0^2 = e U \Rightarrow U = \frac{1}{2} m/e v^2 \approx 11,4 \text{ V}$
Es wird wieder in die andere Richtung beschleunigt und zwar auf die Anfangsgeschwindigkeit.
- Lösung: $v = 176 \text{ km/s}$ und $2,8 \cdot 10^6$ Umläufe pro Sekunde
- $\text{He}^{++}: W_{el} = 20 \text{ kV} \cdot 2 e = 20 \text{ keV} \Rightarrow v_1 = 9,82 \cdot 10^5 \text{ m/s};$
 $\text{He}^{+}: W_{el} = 20 \text{ kV} \cdot 1 e = 10 \text{ keV} \Rightarrow v_2 = 6,95 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

Es gilt: $\beta = 30^\circ \Rightarrow \cos(\beta) = \frac{b/2}{r} \Rightarrow r = 0,46 \text{ m}$ mit M als Mittelpunkt.

B zeigt aus der Ebene heraus (3-Finger-Regel)

$\text{He}^{++}: F_L = F_Z \Rightarrow 2 e v B = m v^2 / r \Rightarrow B = 44,1 \text{ mT}$

$\text{He}^{+}: F_L = F_Z \Rightarrow e v_2 B = m v_2^2 / r_2 \Rightarrow r_2 = 0,65 \text{ m}$ - ist also zur Trennung geeignet, da He^{+} bei Q Feld verlassen



Weitere Aufgaben: Abitur 2008, Ia-c; Abitur 2007, Ib; Abitur 2006, Ila-c; Abitur 2005, Ila-b; Abitur 2004, Iic

V) Induktion

1) Faradays Induktionsgesetz: $U_{\text{induziert}} = -n \cdot \dot{\Phi}$

2) Der magnetische Fluss Φ

Faraday definierte folgende Größe und bezeichnet sie als magnetischen Fluß:

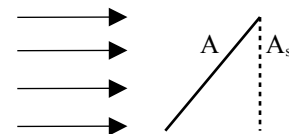
Wird eine Fläche A_s senkrecht von magnetischen Feldlinien eines konstanten B -Feldes durchsetzt, so ist der magnetische Fluss durch folgende Gleichung gegeben: $\Phi = B \cdot A_s \quad [\Phi] = 1 \text{ Tm}^2$.

Faraday beschrieb diese Größe sehr anschaulich als Feldlinienzahl:

- je größer B , desto „dichter“ liegen die Feldlinien;
- je größer die senkrechte Fläche, desto mehr Feldlinien liegen darin;

Bsp.: Eine kreisförmige Leiterschleife mit Durchmesser 10 cm wird von einem B -Feld der Stärke 0,5 T senkrecht / parallel / im Winkel von 45° durchsetzt: $A = \pi \cdot r^2 \approx 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

- senkrecht: $A_s = A \Rightarrow \Phi = B \cdot A = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$
- parallel: $A_s = 0 \Rightarrow \Phi = 0$
- 45° : $A_s = A \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow \Phi = B \cdot A \cdot \cos 45^\circ = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}^2$



Faradays Induktionsgesetz begründet somit die Entstehung einer

Induktionsspannung in einer Leiterschleife mit der Änderung der Feldlinienzahl: $\dot{\Phi}$, die Ableitung des magnetischen Flusses verursacht diesen Effekt.

Dabei sind gemäß der Produktregel zwei Komponenten zu unterscheiden:

$$U_{\text{induziert}} = -n \cdot \dot{\Phi} = -n \cdot (\dot{B} \cdot A_s + B \cdot \dot{A}_s)$$

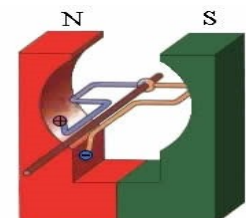
- Induktionsspannung entsteht aufgrund von **Magnetfeldänderung**
- Induktionsspannung entsteht aufgrund von **Flächenänderung**

3) Induktion durch Flächenänderung

In einem magnetischen Feld B werden folgende Experimente durchgeführt.

- Exp. 1: Ein Leiter wird auf einer Schiene senkrecht zu B bewegt.
- Exp. 2: Eine Leiterschleife wird gedreht.
- Exp. 3: Eine Leiterschleife wird aus dem B -Feld herausgezogen.
- Exp. 4: Eine Leiterschleife wird vergrößert.

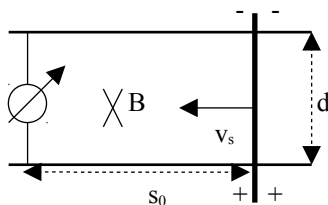
Jedes mal lässt sich eine Induktionsspannung mit einem Messverstärker nachweisen.



leifi.physik.uni-muenchen.de

Erklärungsmöglichkeit 1: Faraday erklärt dies durch (Anzahl der Windungen: $n = 1$): $U_{\text{induziert}} = B \cdot \dot{A}_s$

Erklärungsmöglichkeit 2: Wir können die Induktionsspannung, die durch **Bewegung von Leitern** erzeugt wird, ebenso mithilfe der **Lorentzkraft** nachvollziehen:



zu Exp. 1: Bewegt sich ein Leiter mit der Geschwindigkeit v_s senkrecht zum B -Feld, so wirkt auf seine Elektronen die Lorentzkraft $F_L = ev_s B$, wobei die Kraftrichtung mit der Drei-Finger-Regel festgelegt ist. Auf einer Leiterseite entsteht ein Elektronenüberschuss, auf der anderen ein Mangel, eine elektrische Spannung entsteht, bis die elektrische Kraft - die durch die Spannung entsteht - die Lorentzkraft kompensiert:

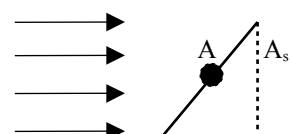
$$F_L = F_{el} \Rightarrow ev_s B = e \frac{U_{\text{ind}}}{d} \Rightarrow U_{\text{ind}} = B \cdot v_s d$$

Alternativ lässt sich dies durch Faradays Gesetz über Flächenänderung berechnen:

Die Fläche zwischen Leiter, Schienen und Spannungsmesser ist rechteckig und lässt sich wie folgt berechnen:

$$A = s \cdot d \quad \text{mit } s = s_0 - v_s t \Rightarrow \dot{s} = -v_s \Rightarrow \dot{A} = -v_s d \Rightarrow U_{\text{ind}} = -B \dot{A} = B v_s d$$

zu Exp. 2: Wird eine Leiterschleife der Fläche A im B -Feld gedreht, so bewegen sich wiederum Elektronen im Magnetfeld und auf diese wirkt die



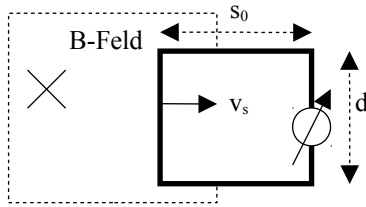
Lorentzkraft. Kürzer geht es mit Faradays Formel: die senkrechte Fläche A_s verändert sich während der Drehung:

$$A_s = A \cdot \cos \alpha$$

Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω : $\omega = \frac{\alpha}{t} \Rightarrow A_s = A \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow \dot{A}_s = -\omega A \cdot \sin(\omega t)$

Also wird folgende Spannung induziert: $U_{ind} = -B \dot{A}_s = BA \cdot \omega \sin(\omega t)$

Auf diese Art wird **Wechselspannung** induziert!



zu Exp. 3: Eine rechteckige Leiterschleife wird senkrecht zum B-Feld bewegt: $U_{ind} = 0$, da sich die vom B-Feld durchsetzte Fläche nicht ändert.

Erreicht die Leiterschleife den Rand des B-Feld, so wird die von B durchsetzte Fläche kleiner:

$$A = s \cdot d \quad \text{mit } s = s_0 - v_s t \Rightarrow \dot{s} = -v_s \Rightarrow \dot{A} = -v_s d \Rightarrow U_{ind} = -B \dot{A} = B v_s d$$

zu Exp. 4: wie bei 1-3 muss die Änderungsrate der Fläche bekannt sein.

4) Induktion durch Magnetfeldänderung

Bsp. 1: Der Sonnenwind verändert das Magnetfeld der Erde und kann „magnetische Stürme“ verursachen. Dadurch kann es zu Induktionsphänomenen in Überlandleitungen kommen - im Extremfall 5 V/km!

Bsp. 2: Ein Dauermagnet nähert sich rasch einer Leiterschleife: ein Messverstärker registriert einen Spannungsstoß.

Faraday erklärt dies durch: $U_{ind} = -\dot{B} A_s$

Exp.: In einer großen Feldspule ($n=16\,000$; Querschnitt $A = 35\text{ cm}^2$; Länge $l = 30\text{ cm}$) befindet sich eine kleine Induktionsspule ($n = 2000$; $A = 30\text{ cm}^2$; $l = 10\text{ cm}$), wobei beide Achsen parallel verlaufen.

- an die Feldspule wird ein Erregerstrom $I_{err} = 0,1\text{ A}$ angelegt,

dadurch entsteht ein B-Feld: $B = \mu_0 \mu_r \frac{n}{l} I_{err}$

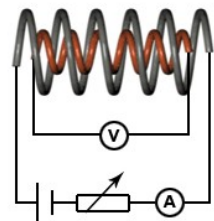
Die Induktionsspule zeigt dabei keine Spannung an, da sich das B-Feld nicht ändert.

- an der Feldspule wird der Strom konstant in 2s von 0 auf 0,1 A erhöht:

$$\dot{B} = \mu_0 \mu_r \frac{n}{l} \dot{I}_{err}, \text{ in diesem Fall ist die Änderung des Stroms, } \dot{I}_{err}, \text{ gerade } \frac{0,1\text{ A}}{2\text{ s}}$$

Dies erzeugt in der Induktionsspule $U_{ind} = -n_{ind} \dot{B} A_{ind} = -n_{ind} (\mu_0 \mu_r \frac{n_{Feld}}{l_{Feld}} \dot{I}_{err}) A_{ind} \approx -0,02\text{ V}$

- Um die Induktionsspannung noch zu vergrößern, kann man die Spulendaten verändern oder die Stromänderung schneller durchführen: z. B. einfach durch **Ein- und Ausschalten**.

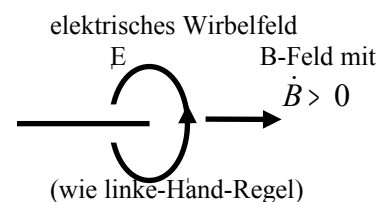


www.phynet.de

Da bei diesem Induktionsphänomen die Elektronen ruhen, ist die Lorentzkraft nicht verantwortlich. In einem Experiment haben wir nachgewiesen:

- zusätzlich zum E-Feld, das bei positiven Ladungen beginnt und bei negativen endet
- gibt es ein **elektrisches Wirbelfeld** - ohne Anfang und Ende - das kreisförmig sich ändernde B-Feldlinien umgibt.

Im obigen Experiment verlaufen die B-Feldlinien achsenparallel. Da sich diese mit dem Erregerstrom ändern, bildet sich ein elektrisches Wirbelfeld, was auf die Elektronen in der Induktionsspule wirkt und dort die Induktionsspannung erzeugt.



5) Das Vorzeichen im Faraday-Gesetz: das Lenzsche Gesetz

In (3.) wird in Exp. 1 der Leiter im B-Feld bewegt und erzeugt dabei einen

Induktionsspannung: $U_{ind} = -B \dot{A} = B v_s d$.

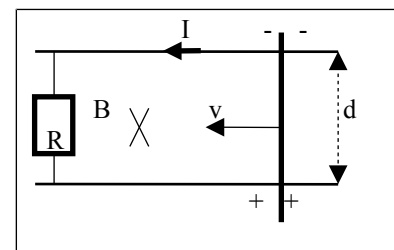
Schließt man über einen Widerstand R kurz, fließt ein Induktionsstrom:

$$I_{ind} = \frac{U_{ind}}{R}$$

Dieser Strom durchfließt wiederum den Leiter, der erfährt im B-Feld eine Kraft - beschleunigt?, ein höherer Strom?, stärkere Kraft?, noch größerer Strom ...: ein Perpetuum mobile?

Dabei wäre der Energieerhaltungssatz verletzt: immer mehr Bewegungs- und elektrische Energie wird erzeugt!

Überprüfen wir mit der Drei-Finger-Regel die Kraft, die der Induktionsstrom im Leiter erzeugt: sie zeigt nach rechts, bremst den Leiter also ab, der Induktionsstrom wird also kleiner.



Der Energiesatz (EES) wird dadurch nicht verletzt:

Um die Bewegung gegen die Lorentzkraft $F = IdB$ aufrechtzuerhalten, müssen wir die Leistung

$$P_{\text{mech}} = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv = IdBv \text{ erbringen.}$$

Dadurch erzielen wir im „Generator“ die elektrische Leistung: $P_{el} = U_{ind} I_{ind} = dvBI$, also dieselbe, die wir gegen die Lorentzkraft mechanisch aufbringen müssen.

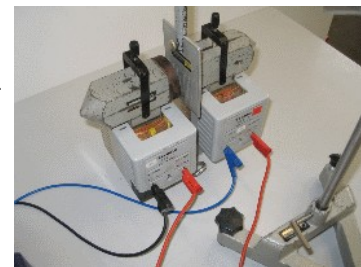
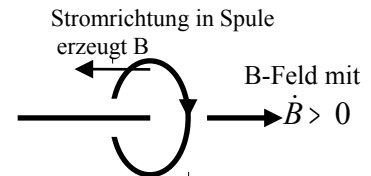
Aus dem EES folgt das Lenzsche Gesetz, das im Faraday-Gesetz durch das Vorzeichen beinhaltet ist:

Lenzsches Gesetz: Die Induktionsspannung ist so gepolt, dass der Induktionsstrom seiner Ursache entgegenwirkt.

In diesem Beispiel: der Induktionsstrom bewirkt eine Lorentzkraft nach rechts, die der Ursache von Strom / Spannung, der Bewegung nach links, entgegenwirkt, die Bewegung also verlangsamt!

Im Exp. in (4.) mit Feld- und Induktionsspule lässt sich die analog anwenden.

- bei einem Stromanstieg in der Feldspule wächst das B-Feld und erzeugt in der Induktionsspule eine Induktionsspannung die so gepolt ist, dass beim Kurzschließen der Induktionsstrom in der Induktionsspule ein B-Feld erzeugt, was der Ursache, dem Anstieg des B-Feldes in der Feldspule, entgegenwirkt: es ist entgegengesetzt gepolt und schwächt den Anstieg von B ab.
- ist ein Stromabfall in der Feldspule die Ursache der Induktion, so ist die Polung entgegengesetzt, damit das B-Feld in der Induktionsspule zum äußerem B-Feld gleichgerichtet ist und damit dem Abfall des B-Feldes entgegenwirkt.



physik-versuche.de

Technische Anwendung: Wirbelstrombremse

z. B.: Schwingt eine Metallscheibe durch einen Magneten, so werden durch die Flächenänderung Induktionsströme erzeugt, die ihrer Ursache, dem Hineinschwingen, entgegenwirken, also die Bewegung abbremst.

6) Selbstinduktion

Exp.: Das verspätete Lämpchen

Aufbau: Spannungsquelle mit U_1

Parallel liegen: Regelbarer Widerstand R und Lämpchen L_1
Spule L und Lämpchen L_2

Vorbereitung: R wird so eingeregelt, dass beide Lämpchen gleich hell brennen. Damit fließt in beiden Ästen die gleiche Stromstärke I.

Also ist in beiden Kreisen der Ohmsche Widerstand gleich groß.

Durchführung: Der geöffnete Schalter wird geschlossen.

Beobachtung: Das Lämpchen L_2 bei der Spule leuchtet erst mit Verspätung auf, während L_1 sofort brennt.

Erklärung: Durch den Einschaltvorgang wird in der Spule eine Induktionsspannung erzeugt, die ihrer Ursache, dem Spannungsanstieg beim Einschalten, entgegenwirkt, den Anstieg also abbremst.

Genauer: $U \uparrow \Rightarrow I \uparrow \Rightarrow B \uparrow$: ein ansteigendes B-Feld (parallel zur Spulenachse) ist kreisförmig von einem elektrischen Wirbelfeld umgeben, das auf die Elektronen der Spule wirkt. Gemäß dem Lenzschen Gesetz fließt dadurch ein Induktionsstrom, der seiner Ursache entgegenwirkt, als ein B-Feld in umgekehrter Richtung - also entgegengesetzte Stromrichtung - erzeugt.

Die Feldspule ist hier zugleich Induktionsspule!!!!

In Formeln: Induktionsspannung: $U_{ind} = -n\dot{B}A = -n \left(\mu_0 \mu_r \frac{n}{l} \dot{I}_{err} \right) A = - \left(\mu_0 \mu_r \frac{n^2}{l} A \right) \cdot \dot{I}_{err}$

Allgemein: Es gibt einen linearen Zusammenhang zwischen Induktionsspannung und Stromveränderung.

Die Proportionalitätskonstante nennen wir Eigeninduktivität L: $L = - \frac{U_{ind}}{\dot{I}}; [L] = 1 \frac{Vs}{A} = 1 \text{ Henry}$

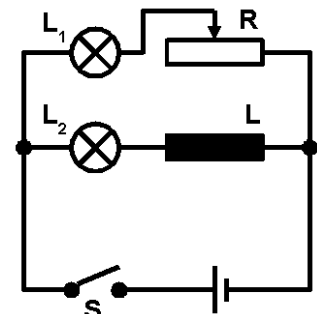
Somit gilt: $U_{ind} = -L\dot{I}$

Für eine lange Spule lässt sich die Eigeninduktivität aus den Spulendaten berechnen

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{n^2}{l} A$$

Genauere Betrachtung mit mathematischen Hilfsmitteln:

Im Spulenast des Stromkreises liegt die äußere Spannung U_1 an.



www.lmtm.de/PhysiXTM/induktion/

Die Spule erzeugt die Induktionsspannung U_{ind} .

Also liegt am zweiten Lämpchen L_2 (im Spulenast) die Gesamtspannung

$$U(t) = U_1 + U_{\text{ind}}(t) = U_1 - L\dot{I}(t) \quad (1)$$

Folglich fließt im Lämpchen der Strom

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_1 - L\dot{I}(t)}{R} \quad (2)$$

Der Stromanstieg beträgt folglich:

$$\dot{I}(t) = \frac{U_1 - I(t)R}{L} \quad (3)$$

Einschaltvorgang:

Zum Zeitpunkt $t = 0$ gilt:

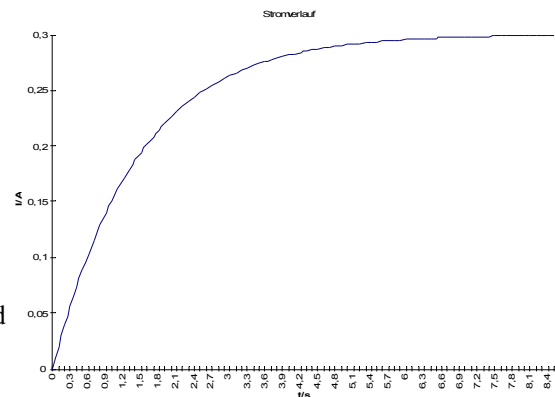
- Da $I(0) = 0$, gilt: folgt aus (2) / (1):
 $U(0) = 0 \Rightarrow U_{\text{ind}}(0) = -U_1$
 Die Induktionsspannung kompensiert die äußere Spannung.
- Aus (3): $\dot{I}(0) = \frac{U_1}{L} > 0$ (maximaler Stromanstieg)
- Danach: Der Strom $I(t)$ steigt also stark an. Damit wird aber zugleich der Stromanstieg kleiner ...: $\dot{I} \rightarrow 0$,
- damit nähert sich der Strom $I \rightarrow \frac{U_1}{R}$.

(was im oberen Ast sofort anlag)

Bemerkung: Aus dem Schaubild $I(t)$ kann man somit den Widerstand R und die Eigeninduktivität L berechnen:

Aus dem Grenzwert des Stroms kann man R bestimmen: $R = \frac{U_1}{I_\infty}$

Aus der Tangente im Ursprung kann man L bestimmen: $L = \frac{U_1}{\dot{I}(0)}$



Ausschaltvorgang (mit Kurzschluss):

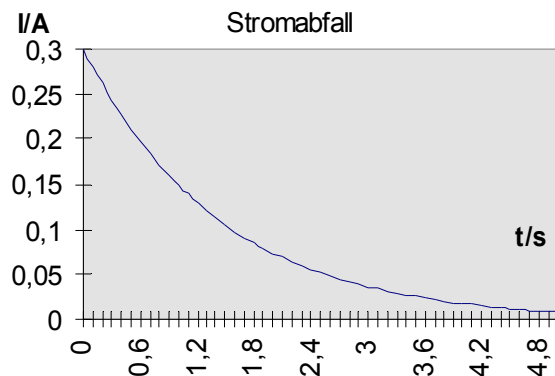
Beim Ausschalten verhindert die Spule ein sofortiges Zusammenbrechen des Stromes: Das Lämpchen brennt länger.

- Also liegt am zweiten Lämpchen L_2 (im Spulenast) die Gesamtspannung (ohne äußere Spannung)
 $U(t) = 0 + U_{\text{ind}}(t) = -L\dot{I}(t) \quad (1)$
- Folglich fließt im Lämpchen der Strom
 $I(t) = \frac{U(t)}{R} \quad (2)$
- Der Stromanstieg beträgt folglich:
 $\dot{I}(t) = \frac{-U(t)}{L} \quad (3)$

Bemerkung: Aus dem Schaubild $I(t)$ kann man den Widerstand R und die Eigeninduktivität L berechnen:

Aus der Stromstärke bei $t = 0$ kann man R bestimmen: $R = \frac{U_1}{I(0)}$

Aus der Tangente im Ursprung kann man L bestimmen: $L = -\frac{U_1}{\dot{I}(0)}$



7) Energie im Magnetfeld

Die gesamte von der Spule gespeicherte Energie:

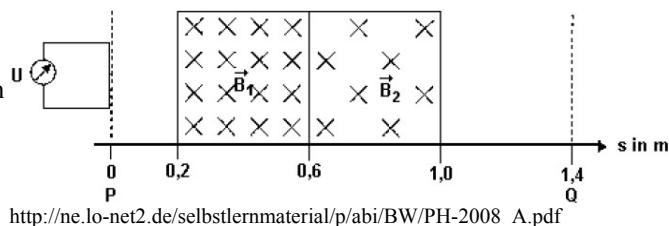
$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Wo steckt diese Energie?

- Eine Spule, durch die der Strom I fließt, erzeugt ein B-Feld.
 In diesem magnetischen Feld ist die Energie gespeichert: $W = \frac{1}{2} L I^2$
- Analog: ein Kondensator, an dem die Spannung U anliegt, hat die Energie $W = \frac{1}{2} C U^2$ im elektrischen Feld gespeichert.

8) Typische Aufgaben

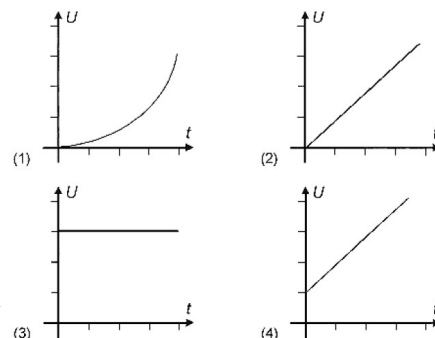
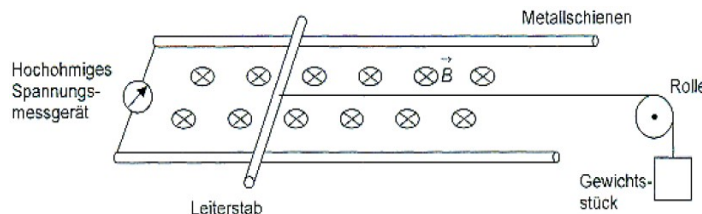
1. **Abitur 2008, II c)** Zwischen P und Q gibt es zwei begrenzte Magnetfelder mit variablen Flussdichten. In einem ersten Versuch betragen die Flussdichten $B_1 = 0,80 \text{ T}$ und $B_2 = 0,40 \text{ T}$. Eine quadratische Spule mit der Seitenlänge $0,20 \text{ m}$ und 100 Windungen wird mit $v_0 = 0,10 \text{ ms}^{-1}$ von P nach Q bewegt.



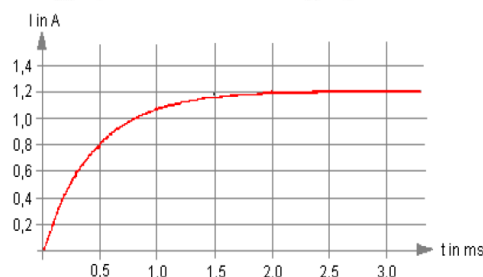
- a) Nach einiger Zeit wird eine Spannung angezeigt. Erläutern Sie das Zustandekommen dieser Spannung.
 b) Die Spule startet bei P zum Zeitpunkt $t_0 = 0 \text{ s}$. Zeichnen Sie ein t - U -Diagramm für die Bewegung bis Q.
 c) In einem weiteren Versuch bleibt die Spule vollständig im Feld der Flussdichte B_1 . Erläutern Sie, wie man nun zwischen den Spulenanschlüssen eine Spannung von $1,6 \text{ V}$ erzeugen kann.

2. **Abitur 2008, II d):** Im Versuchsaufbau wird ein Leiterstab über ein Gewichtsstück bewegt und dabei wird die Spannung gemessen.

- a) Diskutieren Sie die Brauchbarkeit der Diagramme (1) bis (4) zur Beschreibung des Spannungsverlaufs. Von Reibungseffekten wird abgesehen.
 b) Nun wird das Spannungsmessgerät durch ein Strommessgerät mit nicht vernachlässigbarem Innenwiderstand ersetzt. Der Leiter startet zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ aus der Ruhe. Skizzieren Sie das t - I -Diagramm und erläutern Sie es.



3. **Abitur 2007, I c)** Eine Spule wird über einen Schalter an ein Netzgerät mit der $U = 12 \text{ V}$ angeschlossen. Beim Einschalten misst man den Stromverlauf - siehe rechts. Erklären Sie das Zustandekommen des Kurvenverlaufs. Bestimmen Sie den ohmschen Widerstand und die Eigeninduktivität der Spule.



Lösung

1. a) Beim Eintauchen in B_1 vergrößert sich die vom Magnetfeld senkrecht durchsetzte Fläche und damit auch der magnetische Fluss, so dass nach dem Faraday-Gesetz die Spannung entsteht.
 b) Siehe rechts: ab $t = 2$: Eintauchen in $B_1 \rightarrow U = -1,6 \text{ V}$; ab $t = 4$: ganz in B_1 ; ab $t = 6$: Wechsel von B_1 nach B_2 (wie Austauchen aus B_1 - B_2) $\rightarrow U = -0,8 \text{ V}$; ab $t = 8$ ganz in B_2 ; ab $t = 12$ Austauchen aus $B_2 \rightarrow U = 0,8 \text{ V}$.
 c) Durch Änderung von B : z. B. B_1 wird in $\Delta t = 2 \text{ s}$ auf Null abgesenkt:

$$U_{\text{ind}} = -n A \dot{B} \Leftrightarrow -100 \cdot 0,04 \text{ m}^2 \cdot \frac{0,8 \text{ T}}{2 \text{ s}} = -1,6 \text{ V}$$

2. a) ...Gewichtsstück ... konstante Kraft ... beschleunigte Bewegung: $v = a t$
 Induktionsspannung: $U_{\text{ind}} = B \cdot d \cdot v = B \cdot d \cdot a \cdot t \rightarrow U_{\text{ind}}$ wächst linear anwachsen. Es bleiben noch Diagramm 2 und Diagramm 4. Diagramm 2 ist gültig, wenn der Leiterstab aus der Ruhe heraus startet, Diagramm 4 ist richtig, wenn der Leiterstab eine Anfangsgeschwindigkeit hatte.

- b) Stromfluss in Spule ... zweite Lorentzkraft F_{L2} entgegen der Bewegungsrichtung (Lenzsches Gesetz), sie wirkt der Beschleunigung entgegen: $v \uparrow \rightarrow U_{\text{ind}} \uparrow \rightarrow I_{\text{ind}} \uparrow \rightarrow F_{L2} \uparrow \rightarrow$ Zuwachs der Geschwindigkeit wird kleiner, bis $F_{L2} = F_{\text{besch}}$.
 Ab diesem Augenblick wird der Leiterstab nicht mehr schneller. Dann nimmt auch die Induktionsspannung und die Stromstärke nicht mehr zu.

3. Die Stromstärke in der Spule nimmt nach dem Einschalten zu:

$I \uparrow \rightarrow B \uparrow \rightarrow U_{\text{ind}} \rightarrow$ wirkt ihrer Ursache, also der äußeren Spannungsquelle, entgegen - der Stromanstieg erfolgt verzögert und nähert sich einer Grenzstromstärke an.

Dort ist $U_{\text{ind}} = 0$ und es gilt also $R = U / I = 12 \text{ V} / 1,2 \text{ A} = 10 \text{ Ohm}$.

Bei $t = 0$ gilt $I(0) = 0$ und damit $U_R(0) = 0$. Damit folgt aus $U_R(0) = U + U_{\text{ind}}(0)$:

$$0 = U - L \dot{I}(0) \Rightarrow L = \frac{U}{\dot{I}(0)} \quad \text{Dazu legt man eine Tangente an die Kurve im Ursprung. Für die}$$

Stromstärkeänderung ergibt sich dann z.B. 2400 A/s bis 2800 A/s . Damit ergibt sich: $L = 5 \text{ mH}$ bis $4,3 \text{ mH}$.

Weitere Aufgaben: Abitur 2006 Ia; Abitur 2005 III a, b (mit Schwingungen), c; Abitur 2004, II b

VI) Mechanische Schwingungen

1) Federpendel

Positive Richtung: nach rechts
bei $s = 0$ (Ruhelage): linke Feder sei um s_1
und rechte Feder sei um s_2 gedehnt.

Dort herrscht Kräftegleichgewicht:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Leftrightarrow D_1(-s_1) + D_2s_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow D_1s_1 = D_2s_2$$

1.) Kraftgesetz:

Bei Auslenkung um $s < s_2$ aus der Ruhelage nach rechts:

- Erste Feder zieht nach links (negative Kraft!): $F_1 = -D_1(s_1 + s)$
- Zweite Feder zieht nach rechts (positive Kraft): $F_2 = D_2(s_2 - s)$
- **Resultierende Kraft:** $F = F_1 + F_2 = -D_1(s_1 + s) + D_2(s_2 - s) = -D_1s_1 + D_2s_2 - D_1s - D_2s = -(D_1 + D_2)s$

Mit $D = D_1 + D_2$ erhalten wir ein lineares Kraftgesetz: $F = -D s$

2.) Von der Kraft zur DGL:

Aus der Kinematik wissen wir:

$$\begin{cases} s(t) & \text{Weg - Zeit - Funktion} \\ \dot{s}(t) = v(t) & \text{Geschwindigkeit} \\ \ddot{s}(t) = a(t) & \text{Beschleunigung} \end{cases}$$

Aus der Dynamik wissen wir: $F = m \cdot a$ (Kraft beschleunigt Körper), also: $F(t) = m \cdot \ddot{s}(t)$

Mit obigem Kraftgesetz:

$$F = -D \cdot s(t) \Leftrightarrow m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s$$

ergibt sich die DGL:

$$\ddot{s}(t) = -\frac{D}{m}s(t) \text{ mit } D = D_1 + D_2$$

3.) Lösung dieser DGL:

Die DGL wird durch folgende Funktion gelöst:

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Damit gilt für $v(t)$ (maximale Geschwindigkeit: $\hat{v} = \hat{s} \omega$) und $a(t)$:

$$v(t) = \dot{s}(t) = \hat{s} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$a(t) = \ddot{s}(t) = -\hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Diese Lösung nennt man „**Harmonische Schwingung**“ oder „Sinus-Schwingung“.

4.) Interpretation dieser Lösung:

a) Die **Amplitude** dieser Sinusschwingung ist \hat{s} . So stark wird der Wagen zu Anfang ausgelenkt.

b) Die **Periode** dieser Sinusschwingung ist

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Die Periode hängt nur von der Masse und der Federhärte aber nicht von der Anfangsauslenkung ab.

Die **Frequenz** f dieser Schwingung ergibt sich damit zu:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

c) φ heißt **Phasenwinkel der Schwingung zur Zeit** $t = 0$:

$$\text{Bsp. 1: } s(0) = \hat{s} \Rightarrow \hat{s} \sin(\omega \cdot 0 + \varphi) = \hat{s} \Rightarrow \hat{s} \sin(\varphi) = \hat{s} \Rightarrow \sin(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Damit ergibt sich in unserem Beispiel: } s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

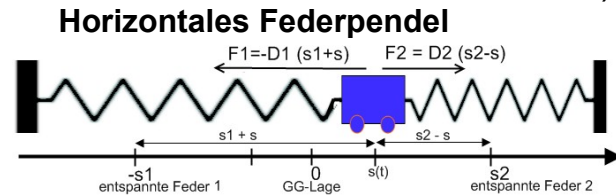
$$\text{Hinweis: Es gilt } \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) = \cos(\omega \cdot t) \Rightarrow s(t) = \hat{s} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$\text{Bsp. 2: } s(0) = 0 \Rightarrow \hat{s} \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\text{Damit ergibt sich in unserem Beispiel: } s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

d) ω heißt **Winkelgeschwindigkeit** der Schwingung: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\varphi}{t}$ („Soviel Pi in einer bestimmten Zeit“)

2) Vergleich von drei mechanischen Schwingungen



Ruhelage: $D_1 s_1 = D_2 s_2$

1.) Vom Kraftgesetz zur DGL:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= -D_1 \cdot (s_1 + s) \\ F_2 &= D_2 \cdot (s_2 - s) \end{aligned} \right\} F = -D \cdot s \text{ mit } D = D_1 + D_2$$

Weiter gilt: $F = m a$, also: $m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t)$

$$\ddot{s}(t) = -\frac{D}{m} s(t) \quad \text{mit } D = D_1 + D_2$$

2.) Lösung dieser DGL:

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

3.) Interpretation dieser Lösung:

a) Die **Amplitude** \hat{s} . So stark wird der Wagen zu Anfang ausgelenkt.

b) Die **Periode**: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$. Diese Zeit für eine Schwingung hängt nur von der Masse und der Federhärte ab, nicht aber von der Anfangsauslenkung.

c) Ist der Startpunkt $s(0) = s_0$, so lässt sich der

Phasenwinkel berechnen: $s_0 = \hat{s} \sin(\varphi)$

Feder-Schwere-Pendel

Gleichgewichtslage: Dort heben sich Gewichtskraft und Federkraft gerade auf: $Ds_1 = mg$

(s_1 : Ruhelage - entspannte Feder)

1.) Bei Auslenkung um s aus der Ruhelage nach unten wirken:

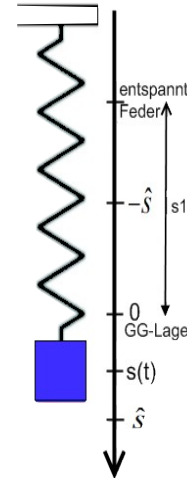
$$F_D = -D \cdot (s_1 + s)$$

$$F_G = mg$$

$$\Rightarrow F = F_D + F_G =$$

$$-Ds - Ds_1 + mg = -Ds$$

$$\Rightarrow m\ddot{s} = -Ds$$



Damit ergibt sich die DGL:

$$\ddot{s}(t) = -\frac{D}{m} s(t)$$

2.) Lösung wie links:

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

3.) Interpretation wie links!

Fadenpendel

Vorbem.:

Für kleine Winkel (bis ca. 10°) gilt im Bogenmaß die

Näherung: $\sin \alpha \approx \alpha$.

Für den zurückgelegten Weg s auf dem Kreisbogen gilt:

$$s = \alpha \cdot l$$

(im Vollkreis: $U = 2\pi l$)

1.) Es wirken die Gewichtskraft (nach unten) und die Seilkraft (längs des Seils). Als resultierende Kraft (tangential nach links) erhält man über das Dreieck:

$$F = -F_G \sin \alpha = -m \cdot g \cdot \sin \alpha \approx -mg\alpha = -m \frac{g}{l} s$$

$$\Rightarrow m \cdot \ddot{s}(t) = -m \frac{g}{l} s(t) \Rightarrow \ddot{s}(t) = -\frac{g}{l} s(t)$$

2.)

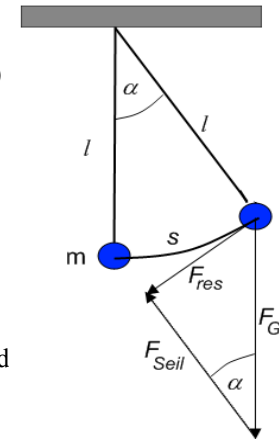
$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

3.) a) Die Amplitude $\hat{s} = \hat{\alpha} \cdot l$ hängt vom Winkel $\hat{\alpha}$ ab, um den maximal ausgelenkt wird.

b) $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ Die Periode hängt weder von der

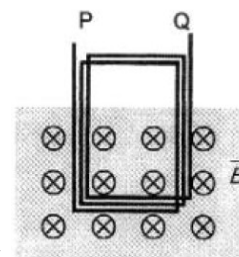
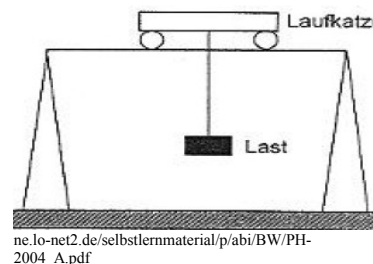
Masse noch von der Anfangsauslenkung ab, nur von der Länge l des Pendels.

c) Unterscheide: zwischen dem **Phasenwinkel** φ (zwischen 0 und 2π), der angibt, in welcher Phase der Schwingung wir uns befinden (bei $\frac{T}{4}$ ist $\varphi = \frac{\pi}{2}$) und dem **Auslenkungswinkel** α



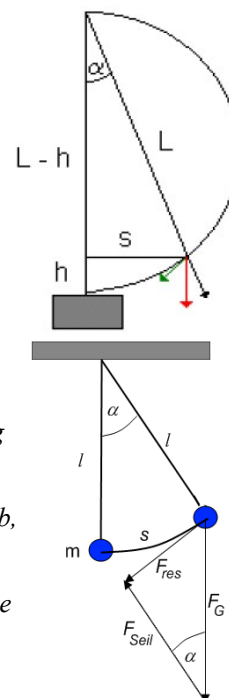
3) Typische Aufgaben

- Abitur 2004 Ia:** Die Laufkatze bewegt sich zunächst in horizontaler Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit $1,00 \text{ ms}^{-1}$. Dabei hängt die Last senkrecht unter der Laufkatze. Die Last hat die Masse $25,0 \text{ t}$. Die Seillänge beträgt $12,0 \text{ m}$. Die Laufkatze wird nun abrupt zum Stehen gebracht und in dieser Position festgehalten.
 - Begründen Sie, warum die Last jetzt Schwingungen ausführt.
 - Zeigen Sie mithilfe einer Energiebetrachtung, dass der maximale Auslenkungswinkel $5,3^\circ$ beträgt.
 - Erläutern Sie, warum diese Schwingung näherungsweise harmonisch ist.
 - Berechnen Sie Periodendauer und Amplitude dieser Schwingung.
 - Wie groß ist die Kraft, mit der das Seil während der Schwingung maximal belastet wird?
- Abitur 2005 IIb:** Eine Leiterschleife (500 Windungen, Breite $5,0 \text{ cm}$, Masse 38 g) hängt an einer Schraubenfeder. Durch eine zusätzliche Kraft von 180 mN wird sie um $3,0 \text{ cm}$ aus der Gleichgewichtslage nach unten ausgelenkt. Nach dem Loslassen schwingt sie ungedämpft in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte $4,2 \text{ mT}$ (senkrecht zur Fläche der Leiterschleife). Dabei bleibt der obere Teil des Rähmchens stets außerhalb, der untere Teil stets innerhalb des Magnetfeldes. Berechnen Sie die Periodendauer! Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit des Rähmchens? Zeichnen Sie ein Diagramm, das die zwischen P und Q induzierte Spannung während der ersten beiden Schwingungsperioden darstellt, und legen Sie dar, wie Sie die benötigten Werte gewinnen.

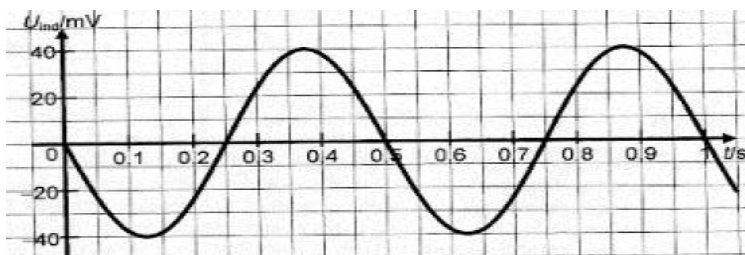


Lösungen:

- Trägheit: Last ist in Bewegung - wenn die Laufkatze stoppt, bewegt sich die Last weiter und wird dann vom Seil abgebremst (Rückstellkraft), so dass es zu einer Schwingung kommt: Wie beim Fadenpendel.
 - EES: $W_{\text{pot}} = W_{\text{kin}} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \approx 0,051 \text{ m} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{L-h}{L} \Rightarrow \alpha \approx 5,3^\circ$
 - Für kleine Winkel (bis ca. 10°) gilt im Bogenmaß die Näherung: $\sin \alpha \approx \alpha$.
Für den zurückgelegten Weg s auf dem Kreisbogen gilt: $s = \alpha \cdot l$
Es wirken die Gewichtskraft (nach unten) und die Seilkraft (längs des Seils). Als resultierende Kraft (tangential nach links) erhält man über das Dreieck:
 $F = -F_G \sin \alpha = -m \cdot g \cdot \sin \alpha \approx -mg\alpha = -m \frac{g}{l} s$
Näherungsweise erhält man so eine lineare Rückstellkraft, die zu einer harm. Schwingung führt.
 - $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 6,95 \text{ s}$; Die Amplitude $\hat{s} = \hat{\alpha} l$ hängt vom Winkel $\hat{\alpha} = 5,3^\circ$ ab, um den maximal ausgelenkt wird: $\hat{s} = \hat{\alpha} l = 1,1 \text{ m}$
e) Die maximale Seilkraft ergibt sich im tiefsten Punkt der Bahnbewegung, dort wirkt die ganze Gewichtskraft und zusätzlich muss das Seil noch die Zentripetalkraft für die Kreisbewegung aufbringen: $F_{\text{res}} = F_G + F_Z = mg + m \frac{v^2}{l} \approx 247 \text{ kN}$ (mit $v = 1 \text{ m/s}$)
- Die Federhärte ergibt sich aus der Anfangsauslenkung: $D = F/s = 0,18 \text{ N} / 0,03 \text{ m} = 6,0 \text{ N/m}$.
Für die Periodendauer gilt: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \approx 0,5 \text{ s}$, und für die max. Geschwindigkeit: $\hat{v} = \hat{s} \cdot \omega = \hat{s} \sqrt{\frac{D}{m}} \approx 0,38 \text{ m/s}$



Für $s(t)$ gilt: $s(t) = -\hat{s} \cos(\omega t)$ (da max. negative Auslenkung bei $t = 0$).
Damit gilt $v(t) = \hat{s} \omega \sin(\omega t)$ und daraus folgt für die Spannung $U(t) = (-)nBdv(t) = (-)nBd\hat{s}\omega \sin(\omega t)$
Die Amplitude dieser Spannung beträgt damit $\hat{U} = nBd\hat{s}\omega \approx 40 \text{ mV}$ und die Periode - wie oben - $0,5 \text{ s}$.



VII) Mechanische Wellen

1) Grundbegriffe bei Wellen

Entstehung einer Welle:	Wellen entstehen bei Ausbreitung einer durch einen Erreger verursachten Störung in einem System gekoppelter schwingungsfähiger Teilchen.
Phasengeschwindigkeit c:	Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Störung.
Schnelle v:	Geschwindigkeit der Schwingung eines Teilchen .
Periode T:	Dauer der Schwingung eines Teilchens.
Wellenlänge λ :	Kürzester Abstand zweier Teilchen, die gerade maximal ausgelenkt sind.

2) Verschiedene Wellenformen

Fortschreitende Welle:	Störung breitet sich mit Phasengeschwindigkeit c aus; damit wird Energie mit oder ohne Materie transportiert wird. Gestalt der "Schlangenlinie" ändert sich.	Bsp.: Wasserwelle; Seilwelle, Magnetrollen, Schallwellen, ...
Stehende Welle	$c = 0$; Maximum verschiebt sich nicht, Aussehen bleibt gleich.	Bsp.: Seilwelle mit Reflexion
Querwelle (transversal)	Schwingung der Teilchen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung: $v \perp c$	Bsp.: Wasserwelle, Seilwelle
Längswelle (longitudinal)	Schwingung parallel zur Ausbreitungsrichtung: $v \parallel c$	Bsp.: Schallwelle, Magnetrollen (jeweils Druckschwankungen)
eindimensional	Ausbreitung längs einer Geraden	Bsp.: Seilwelle, Magnetrollen
Mehrdimensional	Ausbreitung in mehrere Richtungen bzw. Dimensionen	Bsp.: Schallwelle (3-dimensional); Tropfen in Wasser (2-dimensional)
Linear polarisiert	Transversalwelle mit parallelen Schwingungen, d. h. c und v in einer Ebene.	Bsp.: Seilwelle, die durch "Auf und Ab" erregt wird.
zirkular polarisiert	Transversalwelle, bei der v und c nicht in einer Ebene liegen.	Bsp.: Seilwelle, die durch kreisende Bewegung erregt wird.
mechanisch	Kopplung durch mechanische Kräfte; benötigt einen Wellenträger als Medium	Bsp.: Seilwelle, Wasserwelle, Schallwellen
Elektromagnetisch	Erzeugung z. B. durch Spule / Kondensator; Ausbreitung auch im Vakuum.	Bsp.: Radio-, Fernseh-, Radar-, Mikro-, IR-, Licht, UV-, Röntgen-, Gamma-, Höhenstrahlung

Wellenmaschine: Damit lässt sich eine eindimensionale linear polarisierte mechanische Querwelle (stehend oder fortschreitend) demonstrieren. Die elastisch gekoppelten Masseteilchen übernehmen zeitlich verschoben die Bewegung des Erregers.

3) Die Wellengleichung

Für unsere Wellenmaschine gilt: Der Erreger und alle nachfolgenden Teilchen führen jeweils eine harmonische Schwingung durch mit derselben Amplitude, mit derselben Periode aber phasenverschoben gegeneinander:

- Führt der Erreger am Ort $x = 0$ eine harmonische Schwingung durch: $s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t)$
- wird das nächste Teilchen am Ort $x = \lambda$ etwas später schwingen: $s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$
- und das dritte Teilchen am Ort $x = 2\lambda$ noch etwas später: $s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t - 2\varphi)$

Die Phasenverschiebung φ hängt linear mit der Phasengeschwindigkeit c zusammen, da die Welle sich mit konstanter Geschwindigkeit ausbreitet: $\varphi \sim x$ Mit dem Proportionalitätsfaktor k ergibt sich: $\varphi = k \cdot x$.

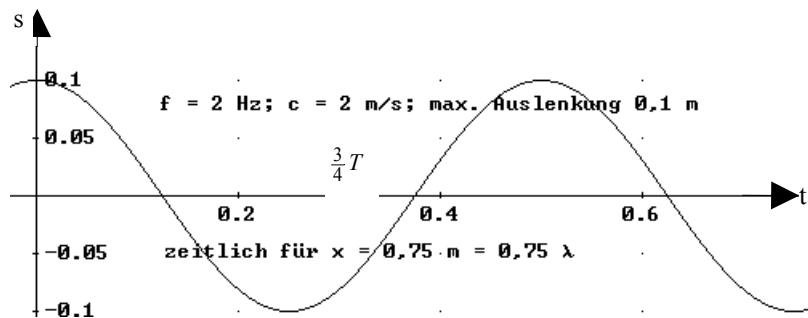
Damit ergibt sich die allgemeine Wellengleichung für ein Teilchen am Ort x zur Zeit t: $s(t, x) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t - kx)$

Dies stellt eine Funktion mit zwei Variablen dar. Wenn wir jeweils eine konstant halten ergibt sich:

Die zeitliche Darstellung (eine Schwingungsbewegung)

der Schwingung eines Teilchens am Ort $x = x_0$: $s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t - kx_0)$

Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$; Amplitude \hat{s} ; Phasenverschiebung $\varphi = kx_0$ nach rechts



Bem.: Wenn der Erreger zur Zeit $t = 0$ mit der harmonischen Schwingung beginnt,

wird das Teilchen am Ort $x = \frac{3}{4}\lambda$ erst zur Zeit $t = \frac{3}{4}T$ von der Schwingungsbewegung erfasst.

Von diesem Zeitpunkt wird die Schwingung dann mit der Periode T gezeichnet!

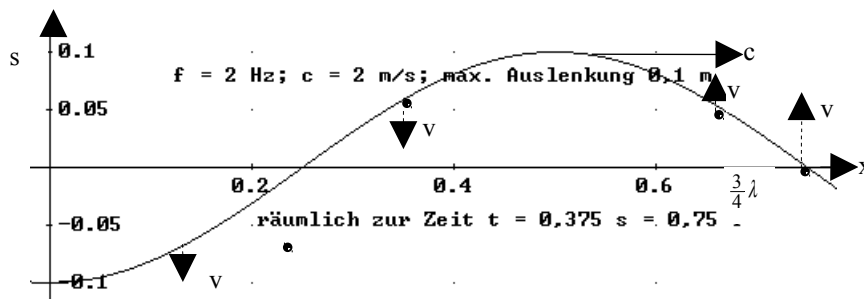
Die räumliche Darstellung (die eigentliche Wellenlinie)

der sinusförmigen Wellenlinie zur Zeit $t = t_0$ (Momentaufnahme):

$$s(x) = \hat{s} \cdot \sin(\omega t_0 - kx) = -\hat{s} \cdot \sin(kx - \omega t_0) \quad (-\sin(x) = \sin(-x))$$

räumliche Periode / Wellenlänge: $\lambda = \frac{2\pi}{k}$; Amplitude \hat{s} (gespiegelt); Phase $\varphi = \omega t_0$ nach rechts

Da die Welle für die Strecke λ die Zeit T benötigt, gilt: $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{2\pi} \omega = \frac{\omega}{k}$



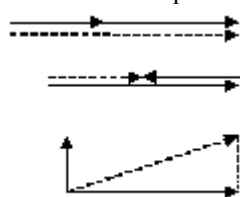
Bem.: Wenn der Erreger zur Zeit $t = 0$ mit der harmonischen Schwingung beginnt, ist die Welle zur Zeit $t = \frac{3}{4}T$ erst am Ort $x = \frac{3}{4}\lambda$ angekommen. Von dort aus wird die Welle mit der Wellenlänge rückwärts(!) gezeichnet.

Berechnung zu den Beispielgraphen: $f = 2 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 0,5 \text{ s}$; $c = 2 \text{ m/s}$; $c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 1 \text{ m}$

4) Interferenz

Vorbemerkung

Wir benötigen die Kenntnisse von der Überlagerung von Schwingungen. Die Ergebnisse aus jenem Kapitel lauten: Bei zwei harmonischen Schwingungen gleicher Frequenz ergibt sich ein "resultierende" harmonische Schwingungen mit derselben Frequenz. Amplitude und Phasenbeziehung wird aus dem Zeigerdiagramm ermittelt, z. B.



(i) Maximale Verstärkung: $\Delta\varphi = 0$

Amplituden werden addiert

(ii) Maximale Abschwächung: $\Delta\varphi = \pi$

Amplituden werden subtrahiert (bei gleichen Amplituden ergibt sich vollständige Auslöschung)

(iii) Phasenverschiebung

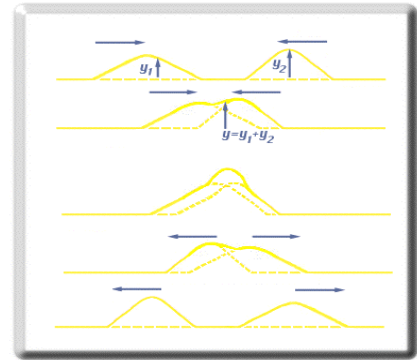
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \hat{s} = \sqrt{\hat{s}_1^2 + \hat{s}_2^2}; \quad \tan\varphi = \frac{\hat{s}_2}{\hat{s}_1}$$

Superpositionsprinzip

Aus Experimenten erkennen wir, dass das **Superpositionsprinzip** auch für Wellen gilt.

Sie überlagern – interferieren – sich ungestört, durchdringen sich, ohne ihre Ausbreitungsrichtung zu ändern.

Treffen Sie aufeinander, so werden die Elongationen und Schnellen addiert.



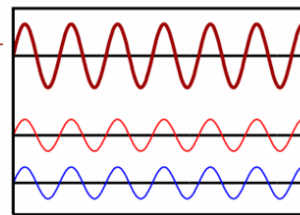
<http://www.lcse.umn.edu/specs/labs/images/supe>

Interferenz gleichlaufender Wellen

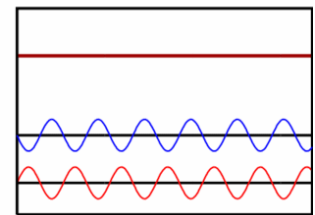
Wir betrachten 2 Wellen gleicher Frequenz, die dieselbe Ausbreitungsrichtung haben. An jedem Punkt auf dem Wellenträger haben wir es mit der Überlagerung zweier Schwingungen zu tun.

- Wir reden von **konstruktiver Interferenz**, wenn sich die Amplituden addieren, also bei einer **Phasenverschiebung von $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$** (in Phase). Dieser Phasenbeziehung entspricht ein **Gangunterschied** (=Verschiebung der Wellen gegeneinander in der räumlichen Darstellung) **$\delta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$** .
- Wir reden von **destruktiver Interferenz**, wenn die Amplituden subtrahiert werden (evtl. sich sogar auslöschen), also bei einer **Phasenverschiebung von $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$** (gegenphasig). Dieser Phasenbeziehung entspricht ein **Gangunterschied** (=Verschiebung der Wellen gegeneinander in der räumlichen Darstellung) **$\delta = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots$** .
- Unabhängig von der Amplitude haben wir es weiterhin mit einer fortschreitenden Welle zu tun!*

konstruktive Interferenz



destruktive Interferenz

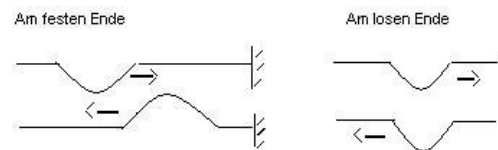


http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/thumb/5/54/Interferenz_sinus.png/800px-Interferenz_sinus.png

5) Reflexion von Querwellen

Aus den Beobachtungen an der Wellenmaschine erkennen wir: Lassen wir Störung / Welle mit einer Auslenkung nach oben (Wellenberg) und Ausbreitungsgeschwindigkeit nach rechts wandern, so wird bei der Reflexion am

Reflexion und stehende Wellen



Phasensprung am festen Ende

<http://topsurlen.org/mec292.JPG>

1. festes Ende

- die Ausbreitungsgeschwindigkeit umgekehrt (nach links) und
- die Auslenkung ebenfalls: Wellenberg -> Wellental
- dies entspricht einem **Phasensprung von π**

2. freien Ende

- die Ausbreitungsgeschwindigkeit ebenfalls umgekehrt (nach links)
- die Auslenkung bleibt aber (nach oben): Wellenberg -> Wellenberg
- hier findet kein Phasensprung statt

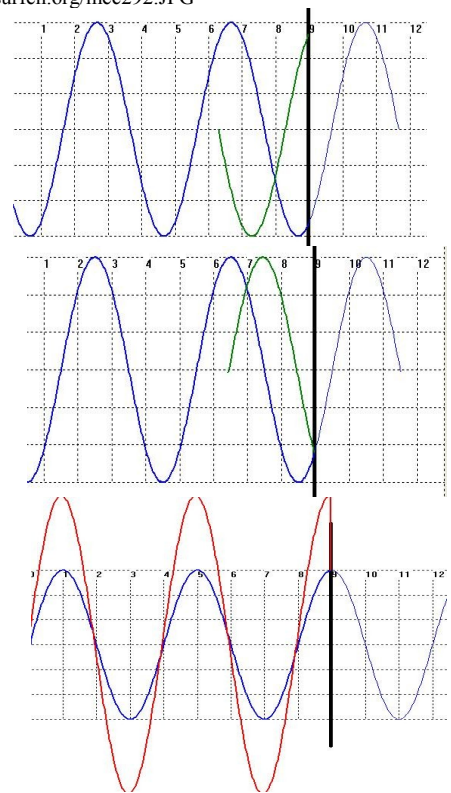
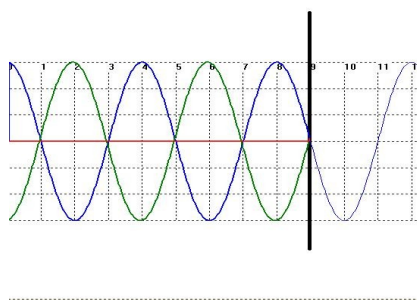
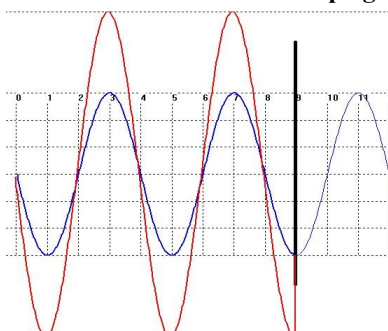
Wir können dies zeichnerisch darstellen, indem wir die Störung / Welle zu einem gewissen Zeitpunkt zeichnen, und einfach über die Reflexionswand hinaus weiter zeichnen.

Beim festen Ende

- können wir die reflektierte Störung / Welle konstruieren, indem wir am festen Ende **punktspiegeln**.

Beim freien Ende

- können wir die reflektierte Störung / Welle konstruieren, indem wir am festen Ende **achsenspiegeln**.



In beiden Fällen bildet sich eine stehende Welle

Merke: Bei Reflexion an einem Ende bildet sich stets eine stehende Welle!

- An jedem Punkt auf dem Wellenträger haben wir es mit einer derartigen Überlagerung zweier Schwingungen zu tun, die das Wellenbild "einfrieren"; es ist bei der resultierenden Welle keine Ausbreitung mehr zu erkennen: Eine **stehende Welle** hat sich gebildet.
- An einigen Stellen bewegen sich die Teilchen gar nicht: ein "**Schwingungsknoten**".
- Die anderen Teilchen schwingen harmonisch hin und her (eine Funktion der Art $\sin(\omega t)$).
- In der Mitte zwischen zwei Knoten schwingen die Teilchen besonders heftig: ein "**Schwingungsbauch**".
- Der Abstand zweier Knoten ist gerade eine halbe Wellenlänge, $\lambda/2$.**
- Alle Teilchen zwischen zwei Knoten schwingen in Phase**, erreichen gleichzeitig ihr Maximum bzw. ihren Nulldurchgang.
- Wenn alle Punkte gerade maximal ausgelenkt sind, sind alle Teilchen für einen Moment in Ruhe. Die Energie ist als Spannenergie gespeichert.
- Wenn alle Punkte gerade ihren Nulldurchgang haben, ist der Wellenträger zwar überall Null ausgelenkt, aber alle Teilchen besitzen maximale Schnelle. Die Energieform ist kinetische Energie.
- An einem **festen Ende ist ein Schwingungsknoten** (dort ist ja ein Phasensprung von π , also Auslöschung).
- An einem **losen Ende ist ein Schwingungsbauch**.

Stehende Wellen durch Reflexion an zwei Enden

Hier bilden sich viele Hin- und Zurück-Wellen aus, die sich alle überlagern. **Nur in Sonderfällen bildet sich eine stehende Welle aus. Bei bestimmten Frequenzen, den Eigenfrequenzen**, die von der Länge des Wellenträgers abhängen, ist eine stehende Welle mit einem, zwei, ... Knoten zu erkennen.

Bei zwei festen Enden (= 2 Knoten) gilt:

	Bäuche	Knoten	Wellenlänge	Frequenz	Eigenschwingung	Musik-Name
	1	2	$\lambda = 2l$	$f_0 = c/(2l)$	Grundschiwingung	1. Harmonische
	2	3	$\lambda = l$	$f_0 = 2 \cdot c/(2l)$	1. Oberschwingung	2. Harmonische
	3	4	$\lambda = 2/3 \cdot l$	$f_0 = 3 \cdot c/(2l)$	2. Oberschwingung	3. Harmonische
	k	k+1	$\lambda = 2/k \cdot l$	$f_0 = k \cdot c/(2l)$	(k-1). Oberschwingung	k. Harmonische

Tipp:

- Die Formeln für die Wellenlänge ergeben sich einfach aus der Betrachtung, wie viele Wellenlänge auf dem Wellenträger der Länge l zu sehen sind: z. B. 3 halbe Wellenlängen $\rightarrow l = 3/2 \lambda \rightarrow \lambda = 2/3 l$
- Die Formeln für die Frequenz ergeben sich mithilfe der Formel $c = \lambda f$

Bei zwei losen Enden (= 2 Bäuchen) ergeben sich dieselben Werte - nur Bäuche und Knoten sind vertauscht.

	Bäuche	Knoten	Wellenlänge	Frequenz	Eigenschwingung	Musik-Name
	2	1	$\lambda = 2l$	$f_0 = c/(2l)$	Grundschiwingung	1. Harmonische
	3	2	$\lambda = l$	$f_0 = 2 \cdot c/(2l)$	1. Oberschwingung	2. Harmonische
	4	3	$\lambda = 2/3 \cdot l$	$f_0 = 3 \cdot c/(2l)$	2. Oberschwingung	3. Harmonische
	k+1	k	$\lambda = 2/k \cdot l$	$f_0 = k \cdot c/(2l)$	(k-1). Oberschwingung	k. Harmonische

Bei einem festen und einem losen Ende (= 1 Knoten und 1 Bauch) gilt:

	Bäu.	Knot.	Wellenlänge	Frequenz	Eigenschwingung	Musik-Name
	1	1	$\lambda = 4l$	$f_0 = c/(4l)$	Grundschiwingung	1. Harmonische
	2	2	$\lambda = 4/3 \cdot l$	$f_0 = 3 \cdot c/(4l)$	1. Oberschwingung	2. Harmonische
	3	3	$\lambda = 4/5 \cdot l$	$f_0 = 5 \cdot c/(4l)$	2. Oberschwingung	3. Harmonische
	k	k	$\lambda = 4/(2k-1) \cdot l$	$f_0 = (2k-1) \cdot c/(4l)$	(k-1). Oberschw.	k. Harmonische

Hinweis: Analog zur Interferenz bei Licht kann auch ein Doppelspalt o.ä. behandelt werden – dann kann man auch das „Werkzeug“ von der Licht-Interferenz benutzen.

6) Typische Aufgaben

- Abitur 2007 IIa:** Ein langes Gummiseil ist in x-Richtung gespannt. Der Seilanfang wird in y-Richtung zu sinusförmigen Schwingungen mit http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/p/abi/BW/PH-2007_A.pdf der Periodendauer 0,5 s und der Amplitude 2,0 cm angeregt. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s startet die Erregung bei A in positive y-Richtung.

Wo befindet sich zum Zeitpunkt $t_1 = 2,4$ s der Seilanfang?

In welche Richtung und mit welcher Geschwindigkeit bewegt er sich zum Zeitpunkt t_1 ?

Auf dem Seil bildet sich eine Welle mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit $0,20 \text{ ms}^{-1}$ aus.

Zeichnen Sie eine Momentaufnahme für den Zeitpunkt $t_2 = 1,125$ s. Zeichnen Sie für $0 < t < 2,5$ s ein t-y-Diagramm der Schwingung des Seilpunktes B, der zu Schwingungsbeginn 25 cm vom Punkt A entfernt ist.
- Abitur 2007 IIb:** Ein Gummiseil ist zwischen zwei Wänden eingespannt, die 80 cm voneinander entfernt sind. Es wird sinusförmig quer zur Seilrichtung angeregt. Die Erregerfrequenz wird langsam von 0 Hz an erhöht.

 - Welche Beobachtungen kann man dabei machen? Wie lassen sich diese erklären?
 - Bei einer bestimmten Eigenschwingung erhält man die rechts dargestellte Momentaufnahme. Erhöht man die Frequenz um 20 Hz, so kommen zwei Schwingungsbäuche dazu. Wie groß ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Seil?
 - Nun wird das Seil in der Mitte angezupft. Bestimmen Sie die kleinste Eigenfrequenz, mit der das Seil schwingen kann.
- Abitur 2007 IIc:** Zwei Stifte S_1 und S_2 schwingen gleichphasig mit der Frequenz f (siehe Abb. 3). Sie erzeugen jeweils sinusförmige Wasserwellen mit der Amplitude 1,0 mm. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wasserwellen beträgt 10 cm s^{-1} .

 - Wie groß ist die Amplitude im Punkt B?
 - S_2 wird nach rechts verschoben. Nach 3,0 cm registriert man in B zum ersten Mal ein Minimum der Amplitude. Berechnen Sie f .
 - Stift S_2 ist nun aus seiner ursprünglichen Lage um weniger als 3,0 cm nach rechts versetzt. Die Stifte schwingen gleichphasig mit der Frequenz f . Beschreiben Sie ein nicht-experimentelles Verfahren zur Bestimmung der Amplituden im Punkt B.

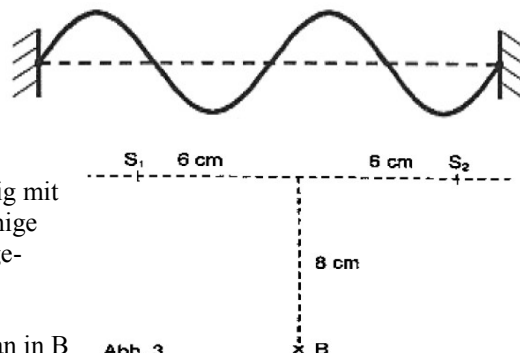


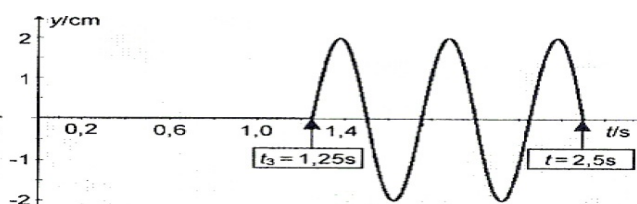
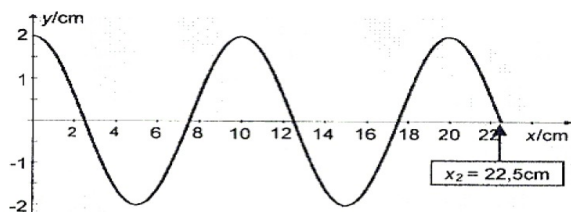
Abb. 3

Lösungen:

- $t_1 = 2,4 \text{ s}$: $\omega = 2\frac{\pi}{T} \approx 12,6 \text{ s}^{-1} \Rightarrow s(t_1) = \hat{s} \sin(\omega t_1) = -1,9 \text{ cm}$; $v(t_1) = \omega \hat{s} \cos(\omega t_1) = 7,8 \text{ cm/s}$ (nach oben)

$t_2 = 1,125 \text{ s}$: $x_2 = c t_2 = 22,5 \text{ cm}$; $\lambda = c T = 10 \text{ cm}$: vom Kopf her zeichnen: links unten

$x_3 = 25 \text{ cm}$: $t_3 = x_3/c = 1,25 \text{ s}$: solange keine Auslenkung; dann Schwingung mit $T = 0,5 \text{ s}$: rechts unten



- Bei den sogenannten Eigenfrequenzen tritt eine stehende Welle auf, d.h. es gibt Stellen auf dem Gummiseil, die zu keinem Zeitpunkt eine Auslenkung haben (Knotenstellen) und Stellen, an denen die Schwingung zwischen den Maximalauslenkungen schwankt (Bauchstellen).
Die vom linken Ende ausgehende Welle wird am rechten Ende des Wellenträgers mit einem Phasensprung von einer halben Wellenlänge (festes Ende!) reflektiert. Auch am linken Ende wird sie danach mit einem Phasensprung von einer halben Wellenlänge reflektiert. Nur wenn die wieder nach rechts laufende, zwei Mal reflektierte Welle mit der neu erzeugten Welle phasengleich ist, kann sich eine stehende Welle aufbauen
 - $L = \frac{k \cdot \lambda_k}{2} \Rightarrow \lambda_4 = 40 \text{ cm}$; $\lambda_6 = \frac{80}{3} \text{ cm}$; $\Delta f = f_6 - f_4 = \frac{c}{\lambda_6} - \frac{c}{\lambda_4} = c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_6} - \frac{1}{\lambda_4} \right) \Rightarrow c = 16 \text{ m/s}$
 - $L = \frac{k \cdot \lambda_k}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 160 \text{ cm} \Rightarrow f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = 10 \text{ Hz}$
- Wege bis B sind gleichlang: schwingen beide in B gleichphasig: konstruktive Interferenz: Amplitude 2 mm.
 - $\delta = \lambda/2 = S_2 B - S_1 B = 12,04 \text{ cm} - 10,0 \text{ cm} = 2,04 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 4,08 \text{ cm} \Rightarrow f = c/\lambda \approx 2,5 \text{ Hz}$
 - $\delta = S_2 B - S_1 B = k \cdot \lambda$: daraus Phasenwinkel $\phi = k 2\pi$: Zeiger zeichnen, vektoriell addieren.

Weitere Abituraufgaben: Musteraufgabe 2004 A1, Gk 2003 A1 b Gk 2001 A1a-c;

VIII) Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

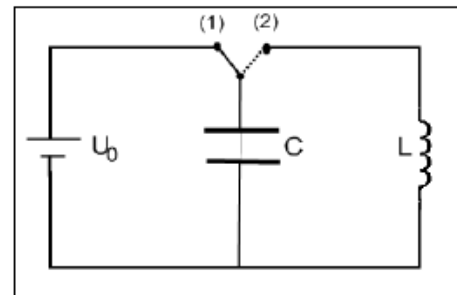
1) L-C – Schwingkreis

Vorbemerkung: Das Vorgehen ist analog zu den mechanischen Schwingungen beim Federpendel!

1.) Spannungen

In Stellung 1 wird der Kondensator durch U_0 aufgeladen:

$$Q_{\max} = CU_0$$



In Stellung 2 entlädt er sich über die Spule.

Dabei gilt zu jedem Zeitpunkt t am Kondensator:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}.$$

Für die Induktionsspannung an der Spule gilt:

$$U_{\text{ind}} = -L\dot{I}.$$

Da es sich um eine Parallelschaltung handelt, gilt für die Induktionsspannung: $U_{\text{ind}}(t) = U_C(t)$

2.) Von der Spannung zur DGL:

Aus der E-Lehre wissen wir:
$$\begin{cases} Q(t) & \text{Ladung - Zeit - Funktion} \\ \dot{Q}(t) = I(t) & \text{Elektrischer Strom} \\ \ddot{Q}(t) = \dot{I}(t) & \text{Änderung des elektrischen Stroms} \end{cases}$$

Für die Induktionsspannung gilt dann: $U_{\text{ind}}(t) = -L \cdot \dot{I}(t) = -L\ddot{Q}(t)$.

Mit $U_{\text{ind}}(t) = U_C(t)$ ergibt sich: $-L\ddot{Q}(t) = \frac{Q(t)}{C}$ und somit die DGL: $\ddot{Q}(t) = -\frac{1}{LC}Q(t)$

3.) Lösung dieser DGL:

Diese Funktion löst diese DGL: $Q(t) = \hat{Q} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ mit $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$$\dot{Q}(t) = \hat{Q} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Beweis:
$$\ddot{Q}(t) = -\hat{Q} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -\omega^2 \hat{Q} \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -\frac{1}{LC}Q(t)$$

4.) Interpretation dieser Lösung:

a) Die **Amplitude** dieser Sinusschwingung ist \hat{Q} .

b) Die **Periode** dieser Sinusschwingung ist $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{LC}$. Diese Periode hängt nur von Kapazität und der Eigeninduktivität ab, nicht aber von der Anfangsspannung.

c) Man nennt φ den **Phasenwinkel der Schwingung zur Zeit $t = 0$** .

Kennt man $Q(0) = Q_0$, so lässt sich der Phasenwinkel berechnen: $Q_0 = \hat{Q} \sin(\varphi)$

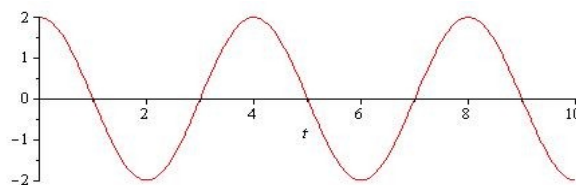
Bsp.: Zur Zeit $t = 0$ ist der Kondensator maximal geladen: $Q(0) = \hat{Q} = CU_0$; also $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Damit ergibt sich in unserem Beispiel: $Q(t) = \hat{Q} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) = CU_0 \cos(\omega \cdot t)$.

Daraus ergibt sich:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_0 \cos(\omega \cdot t)$$

$$U_{\text{ind}}(t) = U_C(t) = U_0 \cos(\omega \cdot t)$$



$$I(t) = \dot{Q}(t) = -CU_0\omega \sin(\omega \cdot t) = -U_0C \frac{1}{\sqrt{LC}} \sin(\omega \cdot t) = -U_0\sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\omega \cdot t) \text{ also: } \hat{I} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$$

2) Vergleich von mechanischer & elektromagnetischer Schwingung

Federpendel		L-C- Kreis
$t = 0$ Skizze		
Auslenkung $s = \hat{s}$ (max.) Feder ist maximal gespannt! Spannenergie $W_{sp} = 0,5D\hat{s}^2$ Geschwindigkeit $v = 0$ Kin. Energie $W_{kin} = 0$		Ladung $Q = \hat{Q}$ Kondensator hat maximale Spannung! Spannung am Kondensator $U_C = \hat{U} = \hat{Q}/C$ Elektr. Energie $W_{el} = 0,5C\hat{U}^2$ Strom $I = 0$ (Magnetfeld $B = 0$) magn. Energie $W_{mag} = 0$
$0 < t < \frac{T}{4}$ Auslenkung $s \downarrow$ Spannenergie $W_{sp} \downarrow$ Geschwindigkeit $v \uparrow$ Kin. Energie $W_{kin} \uparrow$		Ladung $Q \downarrow$ Spannung am Kondensator $U_C \downarrow$ Elektr. Energie $W_{el} \downarrow$ Strom $I \uparrow$ (Magnetfeld $B \uparrow$) magn. Energie $W_{mag} \uparrow$
$t = \frac{T}{4}$ Skizze		
Auslenkung $s = 0$ Feder ist entspannt! Spannenergie $W_{sp} = 0$ Geschwindigkeit $v = \hat{v} = \hat{s}\omega$ Kin. Energie $W_{kin} = 0,5m\hat{v}^2$		Ladung $Q = 0$ Kondensator ist entladen! Spannung am Kondensator $U_C = 0$ Elektr. Energie $W_{el} = 0$ Strom $I = \hat{I} = \hat{Q}\omega$ (Magnetfeld $B = \text{max.}$) magn. Energie $W_{mag} = 0,5L\hat{I}^2$
$\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$ Auslenkung $s \uparrow$ Spannenergie $W_{sp} \uparrow$ Geschwindigkeit $v \downarrow$ Kin. Energie $W_{kin} \downarrow$		Ladung $Q \uparrow$ Spannung am Kondensator $U_C \uparrow$ Elektr. Energie $W_{el} \uparrow$ Strom $I \downarrow$ (Magnetfeld $B \downarrow$) magn. Energie $W_{mag} \downarrow$
$t = \frac{T}{2}$ Skizze		
Auslenkung $s = -\hat{s}$ Feder ist maximal gespannt auf anderer Seite! Spannenergie $W_{sp} = 0,5D\hat{s}^2$ Geschwindigkeit $v = 0$ Kin. Energie $W_{kin} = 0$		Ladung $Q = -\hat{Q}$ Kondensator ist maximal negativ geladen! Spannung am Kondensator $U_C = -\hat{U}$ Elektr. Energie $W_{el} = 0,5C\hat{U}^2$ Strom $I = 0$ (Magnetfeld $B = 0$) magn. Energie $W_{mag} = 0$

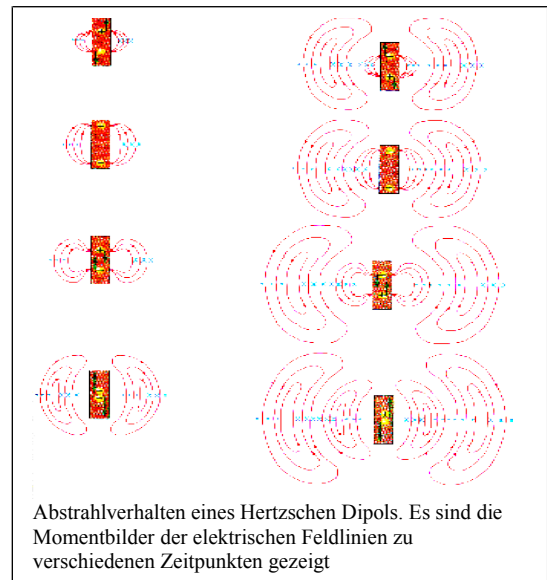
3) Die elektromagnetische Welle

Experiment: Ein Hertz-Dipol (veränderliche Länge) mit einem Lämpchen in der Mitte wird in die Nähe eines Hochfrequenzgenerators gebracht. Wird die Länge verstellt, so gibt es eine Einstellung, bei der das Lämpchen maximale Helligkeit zeigt: Resonanz - ein Schwingkreis!

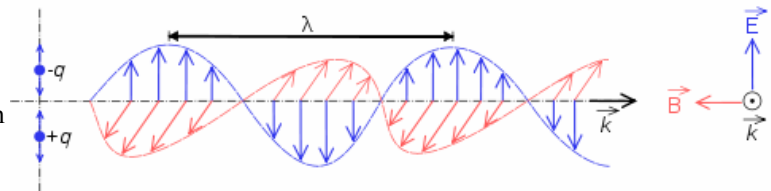
Die grundlegende Frage lautet: Breiten sich diese elektromagnetischen Schwingungen in den Raum außerhalb der direkten Umgebung des Hertz-Dipols aus?

Experimentelle Untersuchungen ergeben folgende Analogien zu den mechanischen Wellen:

- Analogie Nr. 1: Endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit
- Analogie Nr. 2: Reflexion
- Analogie Nr. 3: Interferenz
- Analogie Nr. 4: Stehende Wellen (damit lässt sich die Wellenlänge bestimmen und über $c = \lambda \cdot f$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen)
- Bei **elektromagnetischen Wellen** handelt es sich - im Gegensatz zu Schallwellen, aber wie bei Wasserwellen - um **Transversalwellen**, d.h. Ausbreitungsrichtung und Schwingungsrichtung stehen senkrecht zueinander, was am Phänomen der **Polarisation** bemerkbar wird.



- Bei den elektromagnetischen Wellen sind sich ausbreitende Schwingungen des elektromagnetischen Feldes. Hierbei stehen elektrisches und magnetisches Feld senkrecht aufeinander und haben ein festes Größenverhältnis (in SI-Einheiten ist dieses gerade durch die Lichtgeschwindigkeit c gegeben).
- Das Besondere an der elektromagnetischen Welle ist, dass kein **Medium** vorhanden sein muss. Ein EM-Welle kann sich also im absolut leeren Raum fortpflanzen. Im Gegenzug dazu benötigen Materiewellen, wie z. B. Schall, ein Medium zur Übertragung.
- Im Vakuum breitet sich eine elektromagnetische Welle mit der **Vakuumlichtgeschwindigkeit** $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ aus.
(Dieser Wert ist *exakt*, da die Einheit Meter durch die Lichtgeschwindigkeit c definiert ist, und ist unabhängig von der Frequenz der Welle.)
- In einem Medium (also in Materie) verringert sich die Geschwindigkeit abhängig von der **Dielektrizitätszahl** ϵ_r und der **Permeabilitätszahl** μ_r des Stoffes.
Zudem ist Lichtgeschwindigkeit im Medium abhängig von der Frequenz der Welle (**Dispersion**).

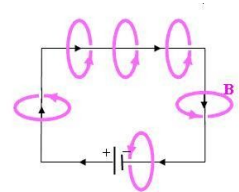


4) Die Maxwell-Gleichungen

Die Maxwell-Gleichungen sind kein Abi-Stoff – ihre anschauliche Deutung aber schon: z. B. um zu erklären, wie sich em. Wellen ausbreiten.

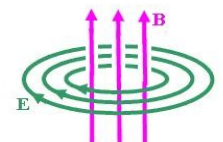
Amperescher Durchflutungssatz:
$$I \cdot \oint \vec{B} d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} (\vec{E} \cdot \vec{A})$$

Elektrischer Strom und Änderung des elektrischen Flusses führt zu einem magnetischen Wirbelfeld
Elektrische Ströme und zeitlich veränderliche E-Felder sind von B-Feldern umschlossen

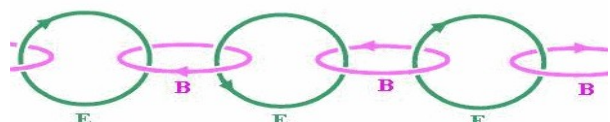


Faradays Induktionsgesetz:
$$II \cdot \oint \vec{E} d\vec{s} = - \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A})$$

Änderung des magnetischen Flusses führt zu einem elektrischen Wirbelfeld
Zeitlich veränderliche B-Felder sind von elektrischen Feldern umschlossen



Zusammengefasst: Veränderliche elektrische und magnetische Felder treten immer gemeinsam auf und erzeugen sich gegenseitig.



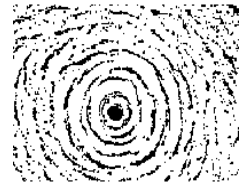
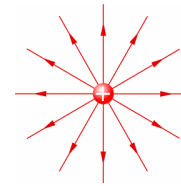
http://homepage.hispeed.ch/philipp.wehrli/Physik/Klassische_Physik/Maxwell-Gleichungen/maxwell-gleichungen.html

Gaußscher Satz fürs E-Feld: $\text{III.}) \oint \vec{E} d\vec{A} = Q$

Elektrische Ladungen sind Quellen des elektrischen Feldes

Gaußscher Satz fürs B-Feld: $\text{IV.}) \oint \vec{B} d\vec{A} = 0$

Magnetische Felder haben keine Quellen



„Wie man daraus leicht folgern kann:“ („man“ = „wir nicht“!)

1.) Die komplette Theorie der E- und B-Felder.

2.) Es gibt (transversal polarisierte) **elektromagnetische Wellen** (ohne Trägermedium), die sich mit der

Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}}$ durchs Vakuum bzw. durch Materie bewegen.

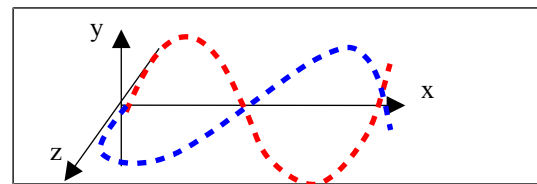
Im Vakuum gilt: $c \approx 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ (Lichtgeschwindigkeit).

Dabei schwingen E- und B-Feld jeweils senkrecht zueinander in Phase und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Für das Verhältnis der Feldamplituden gilt gerade: $E/B = c$.

Bsp.: Für die Ausbreitung in x-Richtung

$$E_y = E_0 \sin(\omega t - kx);$$

$$B_z = B_0 \sin(\omega t - kx)$$



5) Licht als EM-Welle

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

Die **Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen** ergibt sich aus Maxwells Theorie durch

$$c_r = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} \quad \text{was im Vakuum } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \text{ ergibt.}$$

(Ihr Wert wird genutzt, um umgekehrt die Einheit Meter zu definieren - früher leistete dies das Urmeter.)

Experimentelle Bestimmung: z. B. Zahnrad-Methode von Hippolyte Fizeau (siehe "Typische Aufgaben"!)

Die Übereinstimmung mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen deutet schon darauf hin, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist. Weitere Indizien dafür, dass **Licht eine elektromagnetische Welle ist**, dass wir dieselben Phänomene wie bei Mikrowellen beobachten können:

- Reflexion: Einfallswinkel = Ausfallswinkel
- Brechungsgesetz (s. u.; wir verwenden das aus dem Huygensschen Prinzip erhaltene Ergebnis)
- Durchdringen ohne Störung
- Interferenz (siehe 2.)

Lichtgeschwindigkeit im Medium

Für die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium gilt:

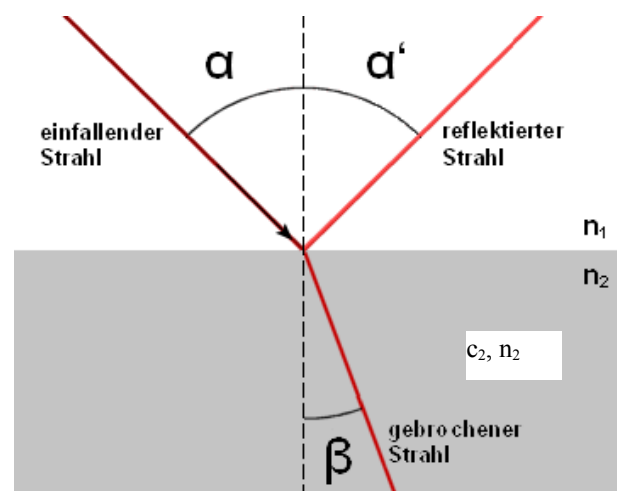
$$c_r = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

Da in optisch durchlässigen Medien $\mu_r \approx 1$ ist, gilt:

$$c_r = \frac{c}{n_r} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{mit optischer Dichte /}$$

Brechzahl / Brechungsindex

$$n \approx \sqrt{\epsilon_r}$$



© Hardy42, Wikimedia Commons

Um die **Lichtgeschwindigkeit in einem Medium** bestimmen

zu können, macht man sich das **Brechungsgesetz** zunutze:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Bem.: Im Medium ist c stets kleiner!! **Grund:** Vom Vakuum zum Medium wird immer zum Lot hin gebrochen. Kleinerer Winkel bedeutet aber auch kleinere Geschwindigkeit.

Bem.: Die Frequenz bleibt gleich, die Wellenlänge im Medium ändert sich:

$$\lambda_r = \frac{c_r}{f} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} c}{f} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{c}{f} = \frac{1}{n} \lambda$$

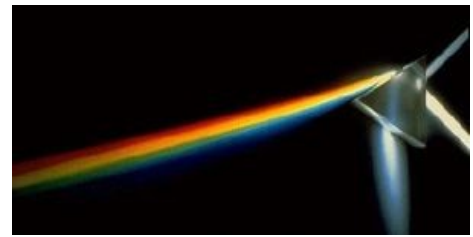
Dispersion

$n \approx \sqrt{\epsilon_r}$ gilt hier nur in einem erweiterten Sinn: ϵ_r ist nämlich frequenzabhängig. Z. B. haben wir aus den Versuchen der Elektrostatik für Wasser $\epsilon_r \approx 81$ erhalten, aus den Brechungsversuchen mit Licht ergibt sich aber ungefähr 1,7. Dies bezeichnet man auch als **Dispersion**.

Die Dispersion wird als Änderung der Brechzahl n in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ (oder der Frequenz) definiert:

$$n = n(\lambda)$$

Wächst die Brechzahl mit abnehmender Wellenlänge, spricht man von **normaler Dispersion**. Dieses Verhalten beobachtet man bei den meisten transparenten Stoffen im sichtbaren Bereich. So ist für Glas die Brechzahl von rotem Licht kleiner als die von kurzwelligem, blauen Licht.



Der Brechungsindex eines Prismas beschreibt neben der Brechung des Lichtstrahls auch die Lichtgeschwindigkeit im Glas. Das Auffächern des Lichts in die Spektralfarben ist ein Effekt der Dispersion. (obiger Text / Bild: aus Wikipedia)

Folgerung: Die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium ist von der Farbe abhängig. → Die verschiedenen Farben des Lichtes werden unterschiedlich stark gebrochen werden → weißes Licht wird durch ein Glasprisma in ein **Spektrum** aufgespalten:

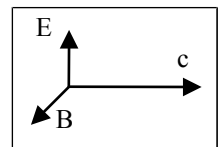
6) Mikrowellen

Erzeugung von Mikrowellen

Elektromagnetische Wellen in diesem Frequenzbereich (Gigahertz- bzw. Zentimeterwellen) werden nicht durch „normale“ Schwingkreise erzeugt sondern durch Elektronenschwingungen in einem sogenannten Klystron mit Hohlraumresonator. **Das ausgesandte Wellenbündel breitet sich in einer umgrenzten Richtung aus.** Als Empfänger dient eine Hochfrequenzdiode in einem Hohlraum. Befindet sich der Empfänger nicht „Strahlrichtung“

Polarisation:

Wird die Empfangsdiode gedreht, wird der Empfang schlechter. Da sie vom E-Feld zu Schwingungen angeregt wird, erkennen wir die Richtung des E-Feld-Vektors; aus den Maxwell-Gleichungen ergibt sich der zugehörige B-Feld-Vektor.



Absorption: Nichtleiter sind für Mikrowellen durchlässig, Leiter absorbieren sie.

Reflexion: Leiter reflektieren die Mikrowellen.

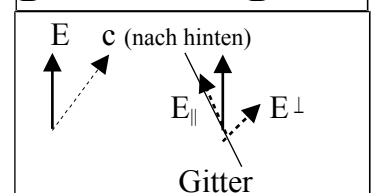
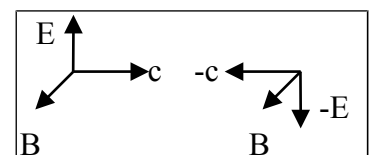
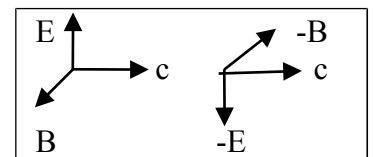
Es gilt das Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Ausfallswinkel.

Dadurch lassen sich stehende Wellen erzeugen (hinlaufende / zurücklaufende Welle überlagern sich). Aus dem Abstand d zweier Knoten (minimaler Empfang) lässt sich die Wellenlänge bestimmen

Experiment: $d = \frac{\lambda}{2} \approx 1,7\text{cm} \Rightarrow \lambda \approx 3,4\text{cm} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,034\text{m}} \approx 8,8\text{GHz}$

Gitter:

- $E \perp$ Gitter: Welle geht ungehindert durch.
- $E \parallel$ Gitter: Mikrowelle regt die Gitterstäbe zu erzwungenen Schwingungen weit oberhalb der Resonanzfrequenz der Gitterstäbe (Länge ca. 20 cm = halbe Wellenlänge, ca. 750 MHz). Damit hat die erzwungene Schwingung eine **Phasenverschiebung von 180°** zur anregenden Welle.
 - In Ausbreitungsrichtung hinter der Gitter **löschen** sich somit Ausgangswelle und Gitterwelle (gleiche Ausbreitungsrichtung) **aus**
 - In der Gegenrichtung zurück zum Empfänger bildet sich eine **stehende Welle**, wobei **am Gitter ein Knoten der E-Feldes** ist (Gitterwelle läuft Ausgangswelle entgegen). Aus den Maxwell-Gleichung folgt wieder die Orientierung für B. Damit ist **am Gitter ein Bauch des B-Feldes**. Knoten des E-Feldes und Knoten des B-Feldes sind somit jeweils gegeneinander verschoben (um eine viertel Wellenlänge)
 - E schräg zum Gitter: Zerlege den E-Feld-Vektor in Komponenten senkrecht und parallel zum Gitter. Nur die Komponente senkrecht zum Gitter wird



durchgelassen. Damit ergibt sich hinter dem Gitter eine **abgeschwächte und in der Polarisationsrichtung gedrehte Welle**.

Bem.: Die Reflexion und Absorption an der Metallplatte lässt sich erklären, indem man diese als „dichtes“ Gitter auffasst.

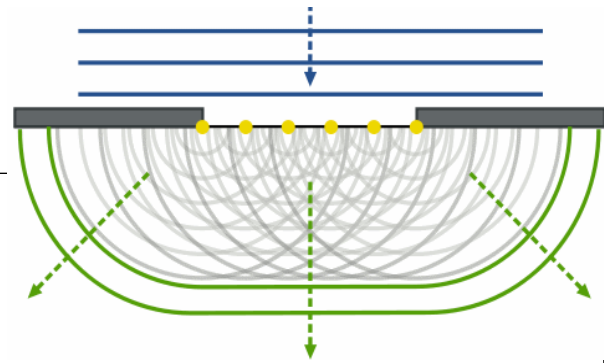
Spaltbeugung: Stellen wir in das Wellenbündel eine Metallplatte mit Spalt, so beobachten wir hinter dem Spalt die Beugung der Welle: auch an Orten, an denen ohne Spalt kein Empfang gewesen wäre, lassen sich nun Mikrowellen nachweisen.

Brechung: Stellen wir in das Wellenbündel einen Halbzylinder mit Quarzsand, so beobachten wir, dass die Ausbreitungsrichtung geändert wird - wie bei Licht durch eine Glaslinse.

7) Das Huygenssche Prinzip

Um alle diese Phänomene zu erklären, hat der Physiker Christian Huygens (17. Jhdt. Holland) folgendes allgemeingültiges Prinzip herangezogen:

Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt von Elementarwellen (Kreis- oder Kugelwellen) angesehen werden, die sich mit gleicher Geschwindigkeit und Wellenlänge wie die ursprüngliche Welle ausbreiten. Die Einhüllende aller Elementarwellen stellt die neue Wellenfront dar.

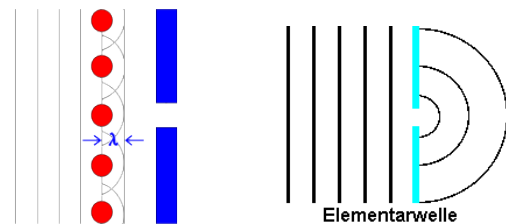


Das Phänomen der Beugung in den „Schattenraum“ hinter dem Spalt hängt wesentlich vom Verhältnis der Spaltöffnung zur Wellenlänge ab. Nur wenn die *Spaltbreite d* in der Größenordnung der Wellenlänge λ liegt (oder noch kleiner ist), ist die Beugung zu beobachten.

Bem.: Die Ablenkung der Wellen durch kleine Hindernisse wird auch als **Streuung** bezeichnet.

Das Huygens-Prinzip lässt z. B. auf folgende zwei Fälle anzuwenden:

- 1.) Ebene Welle breitet sich aus
Einhüllende der Elementarwellen ist wieder ebene Welle!
- 2.) Spalt bei ebener Welle
Spalt ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle,
Kreisswelle breitet sich aus.



Mit dem Huygens-Prinzip lässt sich auch die Brechung und Reflexion erklären

Herleitung: siehe Zusatz

8) Typische Aufgaben

1. **Abitur 2002 Gk A1c:** Ein em. Schwingkreis mit $C = 2,4 \mu\text{F}$, $L = 600 \text{ mH}$ und $U_0 = 100 \text{ V}$: Bestimmen Sie die Eigenfrequenz und die maximal im B-Feld gespeicherte Energie!
2. **Musteraufgabe 2004 A2a:** Beschreiben Sie ein Experiment zur Messung der Lichtgeschwindigkeit..

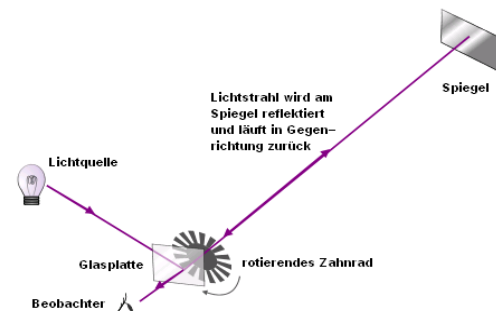
Lösungen

$$1. \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 133 \text{ Hz} \quad \text{und} \quad \hat{Q} = C \cdot U_0 = 0,24 \text{ mC} \Rightarrow \hat{I} = \hat{Q} \omega = 0,20 \text{ A} \Rightarrow W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L \hat{I}^2 = 12 \text{ mJ}$$

2. **Hippolyte Fizeau** konnte mithilfe eines sich schnell drehenden Zahnrades sehr kurze Zeiten messen, in denen das Licht durch eine Lücke auf einen in 9 km entfernten Spiegel fällt, dort reflektiert wird und durch den nächste Zacken des Zahnrades behindert wird. Dazu wird die Drehfrequenz von 0 hochgeregelt, bis zum ersten Mal kein Licht ins Auge fällt.

Aus T und der Anzahl der Zahnräder n ergibt sich $\Delta t = \frac{T}{2n}$

Und aus dem Abstand d zum Spiegel $c = \frac{d}{\Delta t} \approx 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$



IX) Interferenz

1) Interferenzbedingungen

„Wenn Licht zu Licht kommt, kann Dunkelheit entstehen.“ (Francesco Grimaldi SJ, 1665)

Die Beobachtung von der Auslöschung zweier Lichtstrahlen stellte den schärfsten Beweis dar, dass Licht sich wie eine elektromagnetische Welle verhält. Thomas Young stellt das **Interferenzprinzip** um 1802 aufgrund seiner Doppelspaltexperimente auf.

In der heutigen Sprechweise stellt sich dies so dar:

Bei der Überlagerung von zwei Wellen gleicher Frequenz kommt es zu Interferenz.

Konstruktive Interferenz: die Amplituden addieren sich

Phasenverschiebung $\Delta \varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2k\pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Gangunterschied $\delta = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, k\lambda$

Destruktive Interferenz: die Amplituden werden subtrahiert

Phasenverschiebung $\Delta \varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2k+1)\pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$

Gangunterschied $\delta = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots, \frac{2k+1}{2}\lambda$

Bei anderen Phasenbeziehungen hilft die Zeigeraddition

Bem.: Der Gangunterschied lässt sich durch geometrische Betrachtungen ermitteln:

Der Gangunterschied ist die Differenz der Weglängen der beiden Lichtstrahlen - wenn beide zu Anfang in Phase waren:

$$\delta = |s_1 - s_2|$$

2) Interferenz am Doppelspalt

Exp.: Wir beleuchten einen Doppelspalt mit Laserlicht: die von diesen Spalten ausgehenden Lichtwellen sind **kohärent** (mit konstanter Phasenbeziehung). Auf einem Schirm beobachten wir Minima und Maxima der Intensität.

Erste Idealisierung: Punktförmige Spalte

(also Ausgangspunkt von Elementarwellen)

Der Gangunterschied beträgt $\delta = |s_1 - s_2|$.

Er lässt sich mithilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.

Zweite Vereinfachung: $a \gg g$,

damit sind die beiden Strahlen „so gut wie“ parallel.

In dem „kleinen“ Dreieck am Doppelspalt ergibt sich der Gangunterschied

$$\text{dann durch: } \sin \alpha = \frac{\delta}{g}$$

Auf dem Schirm ergibt sich mit d , dem Abstand zur Mittelachse, folgender

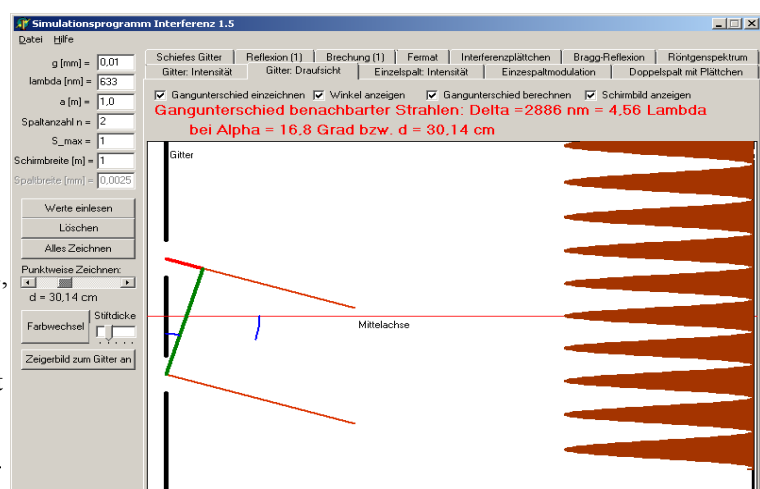
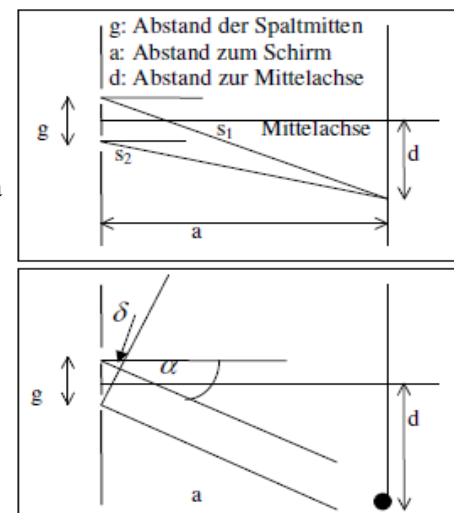
$$\text{Zusammenhang: } \tan \alpha = \frac{d}{a}$$

Somit können für die verschiedenen Maxima mit $\delta = k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

und für die Minima mit $\delta = \frac{2k+1}{2}\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) die zugehörigen Winkel und Orte auf dem Schirm bestimmt werden.

Bsp.: $a = 3\text{m}$; $g = 0,0001\text{m}$; $\lambda = 600\text{nm}$. Damit ergibt sich für die Maxima:

k	0	1	2	3
α	0	0,34°	0,68°	1,03
d	0	1,8 cm	3,6 cm	5,4 cm



Doppelspalt mit dem Simulationsprogramm gitter.exe

Dritte Vereinfachung: Für kleine Winkel gilt: $\sin \alpha \approx \tan \alpha \rightarrow \frac{\delta}{g} = \frac{d}{a} \Rightarrow d = \frac{a}{g} \delta$

Also befindet sich das **k-te Maximum** im Abstand $d_k = \frac{a}{g} k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) von der Mittelachse.

Bem.: Auf der Mittelachse befindet sich stets das nullte Maximum!

Und das **k-te Minimum** befindet sich im Abstand

$$d_k = \frac{a}{g} \frac{2k+1}{2} \lambda$$

($k = 0, 1, 2, \dots$) von der Mittelachse.

Folgerung 1: Der Abstand zweier Maxima (Minima) voneinander beträgt somit $\Delta d = \frac{a}{g} \lambda$.

Folgerung 2: Wir können die Lage der Maxima auf dem Schirm zur Bestimmung der Wellenlänge benutzen.

Exp.: Führen wir das Doppelspaltexperiment mit verschiedenfarbigem Licht durch, so ist der Abstand der Maxima beim violetten Licht am kleinsten, das entspricht ca. 400 nm, und beim roten Licht am größten, das entspricht ca. 800 nm. Dies ist der Wellenlängenbereich des sichtbaren Lichts (im Vakuum).



Folgerung 3: Verschiedenfarbiges - z. B. weißes, also von violett bis rot - kohärentes Licht

Foto: Bianca Leykam (Abitur 2010)

- ergibt auf der Mittelachse ein (weißes) Maximum nullter Ordnung: $d = 0$ bei $k = 0$ für alle λ
- dann kommt das violette Maximum erster Ordnung vor dem roten Maximum erster Ordnung:

$$d_{\text{violett}} = \frac{a}{g} \lambda_{\text{violett}} < \frac{a}{g} \lambda_{\text{rot}}$$
- das rote Maximum erster Ordnung fällt ungefähr mit dem violetten Maximum zweiter Ordnung zusammen:

$$\lambda_{\text{violett}} = 400 \text{ nm}; \lambda_{\text{rot}} = 800 \text{ nm} = 2 \lambda_{\text{violett}} \Rightarrow \frac{a}{g} 1 \cdot \lambda_{\text{rot}} = \frac{a}{g} 2 \cdot \lambda_{\text{violett}}$$
- zuerst kommt das violette Maximum dritter Ordnung und dann das rote Maximum zweiter Ordnung:

$$\frac{a}{g} 2 \lambda_{\text{rot}} = \frac{a}{g} 4 \lambda_{\text{violett}} > \frac{a}{g} 3 \lambda_{\text{violett}}$$

3) Interferenz am Gitter

Um schärfere Interferenzstreifen beobachten zu können, benutzt man statt eines Doppelspalts einen Mehrfachspalt, ein optisches Gitter, bei dem alle Spalte voneinander denselben Abstand g haben.

Wir gehen nun ebenso vor wie beim Doppelspalt:

- (Haupt-)Maxima treten auf, wenn die Strahlen benachbarter Spalten den Gangunterschied $\delta = k\lambda$ haben.

Dann interferieren alle Strahlen konstruktiv.

- **Erste Idealisierung: Punktförmige Spalte** (also Ausgangspunkt von einer Elementarwelle)
- **Zweite Vereinfachung:** Da $a \gg g$ ist, sind die Strahlen ungefähr parallel, es gilt

$$\text{also: } \sin \alpha = \frac{\delta}{g}$$

- **Die dritte Vereinfachung kann meistens nicht übernommen** werden, da oft größere Winkel auftreten.

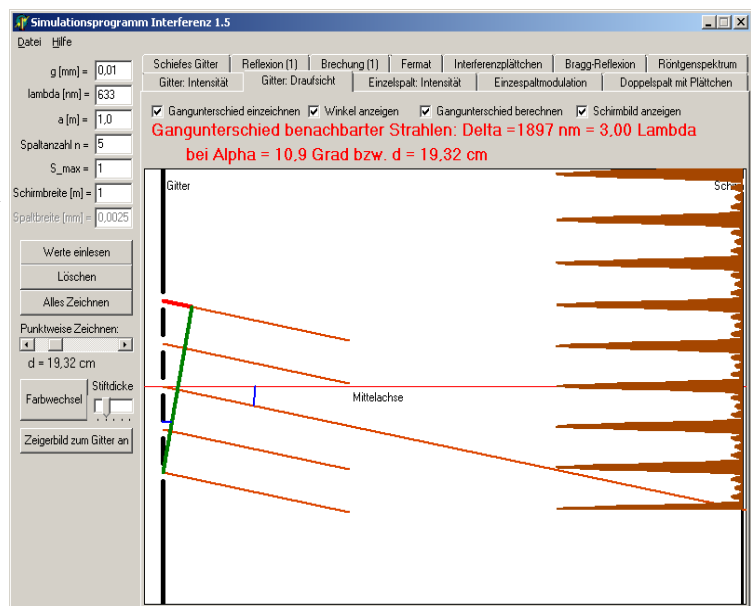
Wir rechnen also den Abstand zur Mittelachse wie folgt aus:

$$d = a \cdot \tan \alpha$$

Bem. 1: Beachte, dass wegen $\sin \alpha = \frac{\delta}{g}$ der Wert $\frac{\delta}{g}$ maximal 1 sein darf!

Es gibt somit ein größtes k , für das das zugehörige Maximum noch sichtbar ist:

z. B. $g = \frac{1}{500} \text{ mm}; \lambda = 600 \text{ nm}: \frac{k\lambda}{g} < 1 \Rightarrow k < \frac{g}{\lambda} \approx 3,3$, also k maximal 3.



Gitter mit 5 Spalten → 4 Zwischenminima und 3 Zwischenmaxima

Zeigerdarstellung am Gitter:

Zu jedem Spalt gehört eine Elementarwelle. Bei 3 Spalten gibt es 3 Elementarwellen, die interferieren – und dies können wir durch 3 Zeiger darstellen. (siehe Bild ganz rechts.)

Zu 3 Spalten gehören somit 2 Zwischenminima – bei den Phasendifferenzen 120° und 240° bzw. den Gangunterschieden

$$\delta = \frac{1}{3} \lambda \quad \text{und} \quad \delta = \frac{2}{3} \lambda$$

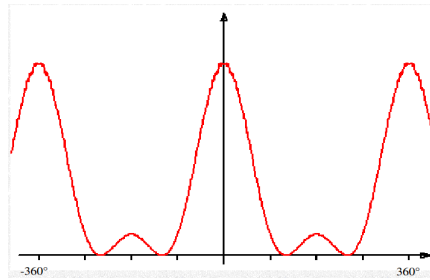


Abbildung 2: Intensitätsverteilung am Dreifach-Spalt

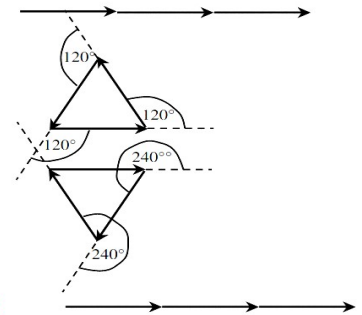
Max. 0. Ordn.:

1. Min.:

2. Min.:

Max. 1. Ordn.:

Abbildung 1: Zeigerdarstellung zum Dreifach-Spalt



Bei n Spalten sind es $n-1$ Zwischenmaxima – das erste liegt bei $\delta = \frac{1}{n} \lambda$.

Vorteile des Gitters im Vergleich zum Doppelspalt

- Mit der Spalt-Anzahl nimmt die Helligkeit der Hauptmaxima zu, da mehr Strahlen konstruktiv interferieren.
- Außerdem nimmt die Schärfe zu.

Bei n Spalten findet sich schon für einen Gangunterschied von $\delta = k\lambda + \frac{1}{n} \lambda$ (zwischen benachbarten Spalten) zu jedem Spalt ein zweiter Spalt, so dass beide destruktiv interferieren.

Somit rücken die Minima dicht an die Hauptmaxima heran.

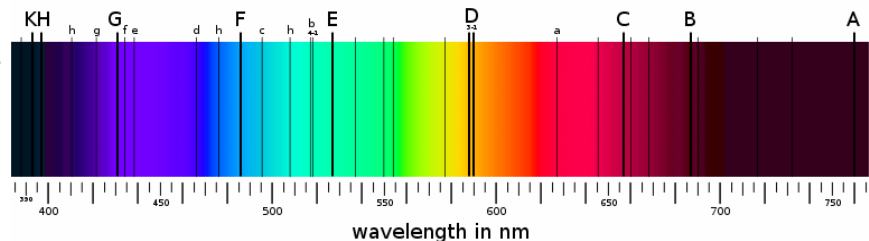
Bsp.: $n = 100$; der erste und der 51. / 2. und 52. ... interferieren destruktiv, da ihr Gangunterschied jeweils

$\delta = 50k\lambda + \frac{50}{100} \lambda$ beträgt, also Wellenberg gerade auf Wellental liegt.

- **Folgerung:** Aufgrund der schärferen Maxima lassen sich Wellenlängenmessungen am Gitter sehr viel exakter durchführen, z. B. im Gitterspektrometer.

Ebenso erhält man bei verschiedenfarbigem Licht deutlichere Spektren.

Da viele Substanzen charakteristische Spektrallinien besitzen, lässt sich mittels **Spektralanalyse** - entwickelt von **Robert Wilhelm Bunsen** und **Gustav Robert Kirchhoff** (an der Uni Heidelberg, ca. 1860) - aus dem Spektrum des ausgesandten Lichtes auf die Substanz schließen, die das Licht emittiert. Sie entdeckten mit dieser



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/2f/Fraunhofer_lines.svg

Methode zwei neue Elemente: Cäsium (lat.: blaugrau, nach der Farbe der Spektrallinien) und Rubidium (lat. rot).

Mithilfe der Spektralanalyse hat man eine für unlösbar gehaltene - so z. B. vom großen Philosophen Immanuel Kant - Frage beantwortet: **Aus welchen Substanzen bestehen Sterne?**

4) Interferenz am Einzelspalt

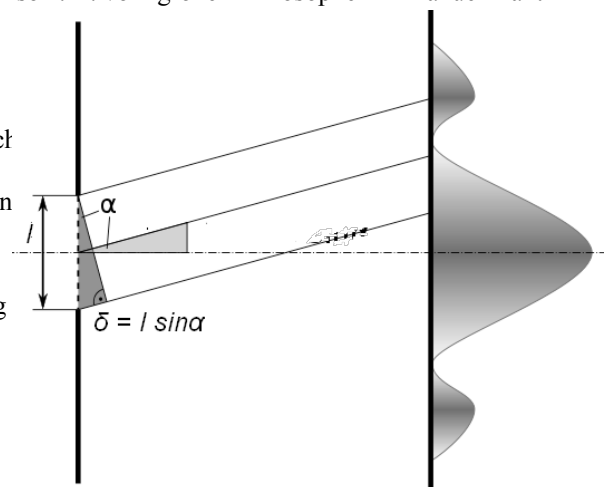
Exp.: Wir beleuchten einen Einzelspalt mit (kohärentem) Laserlicht. Auf einem Schirm beobachten wir Minima und Maxima der Intensität. Dabei nimmt die Helligkeit der Maxima nach außen hin ab.

Verengen wir den Spalt, so wandern die Maxima nach außen.

Beim Gitter und Doppelspalt sind wir von folgender Idealisierung ausgegangen: **Punktförmige Spalte**.

In Wirklichkeit haben die Spalte eine endliche Breite l .

Den Einfluss dieser Spaltbreite wollen wir nun zuerst am Einzelspalt untersuchen.



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/77/Beugung_am_Einzelspalt_%28Schema%29.svg

Wie bei Gitter / Doppelspalt gehen wir von folgender

Vereinfachung aus: $a \gg g$, damit sind die beiden Strahlen „so gut wie“ parallel.

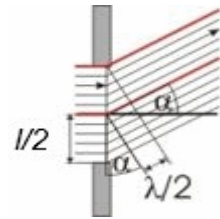
In dem „kleinen“ Dreieck am Einzelspalt ergibt sich der Gangunterschied dann durch: $\sin \alpha = \frac{\delta}{l}$.

i) Für $\delta = 0$, also in der Mitte, herrscht konstruktive Interferenz: das **Hauptmaximum**.

ii) Haben die Randstrahlen den Gangunterschied $\delta = \lambda$, so können wir den Spalt in zwei Hälften aufspalten. Zu jeder Elementarwelle aus der oberen Hälfte findet sich eine zweite in der unteren Hälfte, die zur ersten einen Gangunterschied von $\delta = \frac{1}{2}\lambda$ hat: destruktive Interferenz

→ Für $\delta = \lambda$ ist also ein Minimum zu sehen.

(Angenommen es gehen 100 Elementarwellen vom Spalt aus, so interferieren 1 und 51/2 und 52/.../50 und 100 destruktiv)



iii) Für $\delta = k\lambda$, $k = 1, 2, 3, \dots$ sind stets Minima zu beobachten. Wir teilen den Spalt in k Teilspalte, deren Randstrahlen dann jeweils den Gangunterschied $\delta = \lambda$ haben und in denen somit die Elementarwellen destruktiv interferieren.

Die **Minima k-ter Ordnung** beim Einzelspalt der Breite l sind unter $\sin \alpha_k = \frac{k\lambda}{l}$, $k = 1, 2, \dots < \frac{l}{\lambda}$ zu sehen.

Bem. 1: Das maximale k , für das ein Minimum noch zu „sehen“ ist, ergibt sich aus $\frac{k\lambda}{l} < 1$.

Bem. 2: Wird der Spalt enger, d. h. die Breite l kleiner, so werden die Winkel größer, d. h. die Minima wandern nach außen.

Achtung: Diese Formel ist so ähnlich wie die für die Maxima bei Gitter!!

iv) Die **(Neben-)Maxima k-ter Ordnung** liegen jeweils dazwischen bei ungefähr

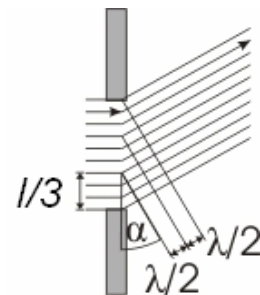
$$\delta = \frac{2k+1}{2}\lambda \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Für $\delta = \frac{3}{2}\lambda$ kann man den Spalt dritteln, so dass zwischen den Elementarwellen von

Teilstrahl 1 und Teilstrahl 2 jeweils der Gangunterschied $\delta = \frac{1}{2}\lambda$ herrscht, diese löschen sich also aus. Damit bleiben nur die Elementarwellen von Teilstrahl 3 übrig. Also ergibt sich eine Intensität des Maximums von höchstens einem Drittel des Hauptmaximums.

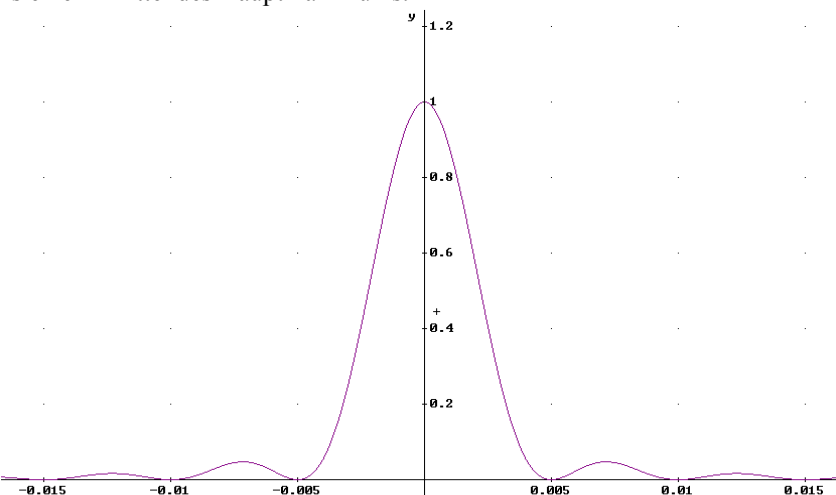
Bei $\delta = \frac{2k+1}{2}\lambda$ kann man jeweils $2k+1$

Teilspalte bilden, nur einer bleibt übrig. Also nehmen die Helligkeiten der Maxima nach außen hin stark ab.



Aufgabe: Bestimme in rechts stehender Abbildung aus dem Intensitätsverlauf die Wellenlänge des verwendeten monochromatischen Lichtes bei einer Spaltbreite von 0,01 mm (auf der x-Achse ist der Winkel im Bogenmaß aufgetragen)

5) Einzelspalt-Modulation am Gitter



Die beobachtbaren Interferenzen am Einzelspalt spielen auch bei Gitter / Doppelspalt eine Rolle, wenn wir die Idealisierung aufgeben, dass die Spalt punktförmig sind.

Wir betrachten ein Gitter mit Gitterkonstanten g und Spaltbreite l

- Jede einzelne Gitteröffnung ist als Einzelspalt zu betrachten.
- Nur die Wellenzüge, die ein einzelner Spalt durchlässt, können im Gitter interferieren.
- Die Maxima beim Gitter haben also gerade die Intensität, die von den Einzelspalten durchgelassen wird.
- Die Helligkeit der Hauptmaxima des Gitters nehmen vom Maximum nullter Ordnung aus ab, da beim Einzelspalt die Intensität abfällt.
- Einzelne Maxima des Gitters sind nicht sichtbar:

Fällt ein k -tes Hauptmaximum des Gitters, also

$$\sin \alpha = \frac{k\lambda}{g},$$

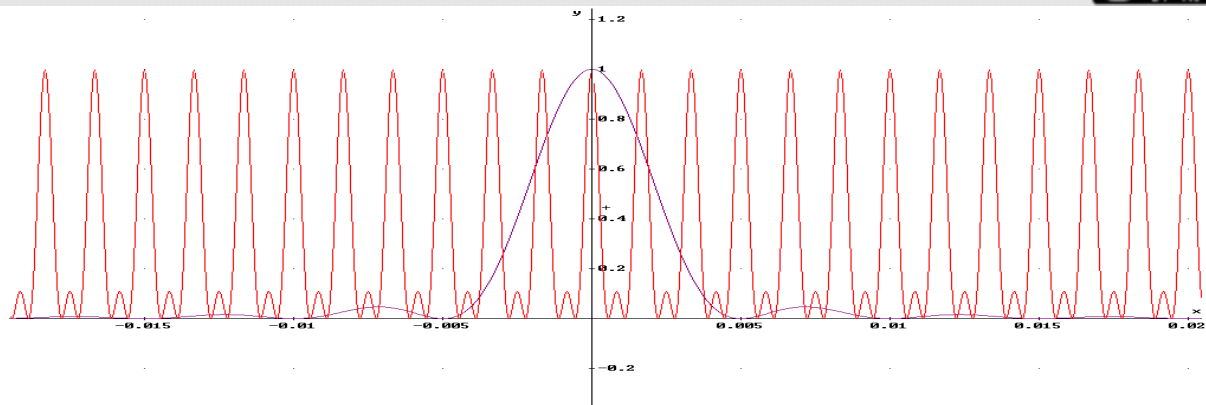
mit einem k' -ten Minimum des Einzelspaltes zusammen, also

$$\sin \alpha = \frac{k'\lambda}{l}$$

so ist dieses k -te Hauptmaximum nicht sichtbar :

(„n Einzelspalte - alle mit Intensität Null – interferieren konstruktiv: $0 \neq 0 \rightarrow$ keine Intensität)

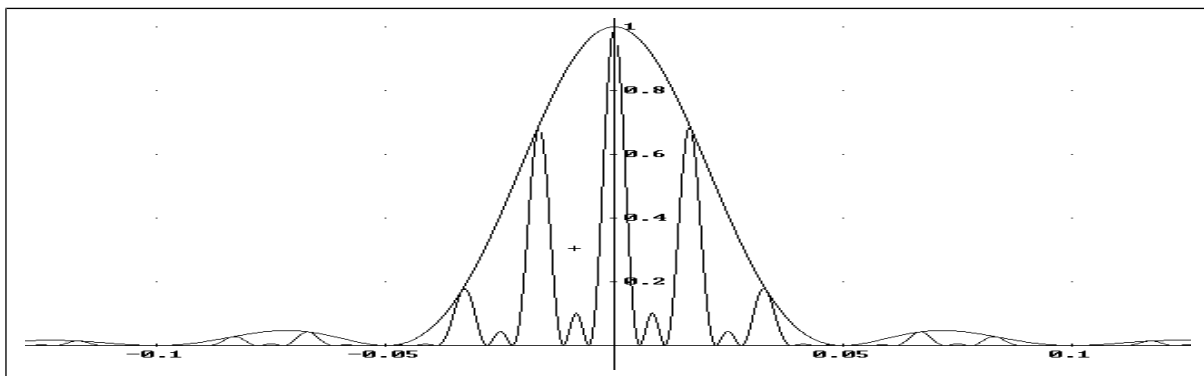
$$\frac{k\lambda}{g} = \frac{k'\lambda}{l} \Rightarrow k = \frac{g}{l} k'$$



Gitter- und Einzelspaltbild mit $n = 3$ und $g = 3 \text{ l}$

Bsp.: Bei einem Gitter mit $g = 3l$ gilt: Das 3. Hauptmaximum beim Gitter fällt ins erste Minimum beim Einzelspalt!

Allgemein gilt: $\frac{k\lambda}{g} = \frac{k'\lambda}{l} \Rightarrow k = \frac{g}{l} k' = 3k'$ (also fällt ebenso das 6. und 9. Hauptmaximum aus).



Einzelspaltmodulation mit $g = 3l$

Insgesamt muss von einer Überlagerung von Einzelspalt und Gitter gesprochen werden:

Die Kurve des Einzelspalts ist die Einhüllende der Gitterfunktion:

6) Weitere Interferenzexperimente

Doppelspalt mit Medium

Es handelt sich um folgende Situation:

Zusätzlich zum "bekannten" Gangunterschied nach dem Doppelspalt mit $\delta_2 = g \sin(\alpha)$ muss noch der Gangunterschied δ_1 vor dem Doppelspalt berücksichtigt werden:

Dieser entsteht, da "oben" ein Plättchen mit der Brechungszahl n_2 vor den Spalt gelegt wird. Dadurch verringert sich "oben" die Wellenlänge: $\lambda_2 = \lambda/n_2$, so dass in die Dicke d des Plättchen nun mehr Wellenlängen passen als "unten", wo nur Luft ist:
Anzahl der Wellenlängen im Plättchen:

$$k_2 = d/\lambda_2 = n_2 d/\lambda$$

Anzahl der Wellenlängen in Luft:

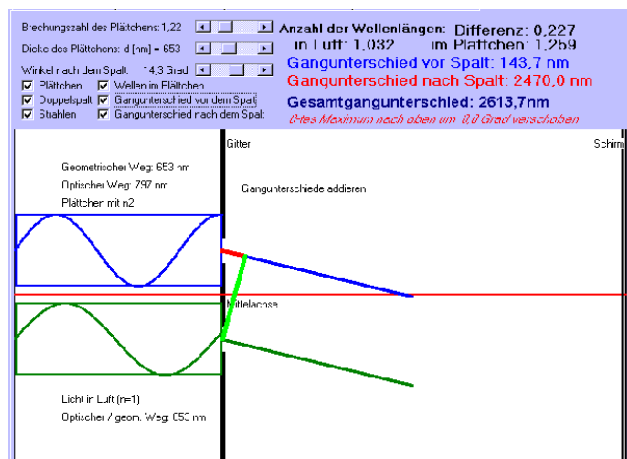
Demzufolge ist die Differenz:

also ist der Gangunterschied vor dem Doppelspalt: $\delta_1 = \Delta k \lambda = d (n_2 - 1)$.

$$k_1 = d/\lambda$$

$$\Delta k = k_2 - k_1 = (n_2 - 1) d/\lambda,$$

$$\delta_1 = \Delta k \lambda = d (n_2 - 1).$$



Hinweis: Es lohnt sich den Begriff "**optischer Weg**" einzuführen:

Dazu wird der geometrische Weg d einfach mit der Brechungszahl multipliziert: $d \cdot n$

Dann ist der Gangunterschied vor dem Gitter gerade die Differenz der optischen Wege:

optischer Weg im Plättchen: $d \cdot n_2$ und optischer Weg in Luft: $d \cdot 1 \rightarrow$ Differenz der optischen Wege: $\delta_1 = d \cdot (n_2 - 1)$

Nun bleibt noch die Frage, ob die Gangunterschiede addiert oder subtrahiert werden müssen:

So wie es oben eingezeichnet ist, gilt:

Vor dem Spalt muss der "obere Strahl" einen längeren optischen Weg zurücklegen, nach dem Spalt auch,

also werden die Gangunterschiede für Lagen unterhalb der Mittelachse addiert: $\delta = \delta_2 + \delta_1$.

Analog werden hier die Gangunterschiede für Lagen oberhalb der Mittelachse subtrahiert: $\delta = \delta_2 - \delta_1$ oder $\delta_1 - \delta_2$.

Und nun geht's "as usual" weiter: Maxima für

Gesamtgangunterschiede $\delta = k \lambda$ (mit $k = 0, 1, 2 \dots$)

Für das 0-te Maximum gilt somit: $\delta = 0 \Rightarrow \delta_2 = (-) \delta_1$, d.

h. das 0-te Maximum ist nach oben verschoben, so dass nach dem Spalt der Gangunterschied genauso groß ist wie vor dem Spalt.

Schiefes Gitter

Es handelt sich um folgende Situation:

Zusätzlich zum "bekannten" Gangunterschied nach dem Doppelspalt mit $\delta_2 = g \sin(\alpha)$

(**Achtung: der Winkel bezieht sich hier auf die gedrehte Mittelachse!!**) muss noch der Gangunterschied δ_1 vor dem Doppelspalt berücksichtigt werden:

Dieser entsteht durch das um den Winkel β gedrehte Gitter. Dadurch muss - so wie im Bild eingezeichnet - der "untere" Strahl einen weiteren Weg zurücklegen:

$$\delta_1 = g \sin(\beta).$$

Nun bleibt noch die Frage, ob die Gangunterschiede addiert oder subtrahiert werden müssen:

So wie es oben eingezeichnet ist, gilt: Vor dem Spalt muss der "untere Strahl" einen längeren Weg zurücklegen,

- nach dem Spalt auch, also werden die Gangunterschiede addiert: $\delta = \delta_2 + \delta_1$
- Bei Winkeln unterhalb der Mittelachse werden die Gangunterschiede subtrahiert.

Hier liegt auch das 0-te Maximum: Für das 0-te Maximum gilt: $\delta = \delta_2 - \delta_1 = 0 \Rightarrow \delta_2 = \delta_1$,

daraus folgt:

$$g \sin(\alpha) = g \sin(\beta) \Rightarrow \alpha = \beta:$$

d. h. das 0-te Maximum ist nach unten verschoben, so dass nach dem Spalt der Gangunterschied genauso groß ist wie vor dem Spalt.

Und nun geht's "as usual" weiter: Maxima für den

Gesamtgangunterschied $\delta = k \lambda$

Beachte: In der Formel $\delta = g \sin(\alpha)$ bezieht sich α auf die gedrehte Mittelachse.

In der Formel $d = a \tan(\alpha)$ bezieht sich α auf die ungedrehte Mittelachse.

Wird nach der Lage der 1-ten Maxima gefragt, z. B. bei $\lambda = 600 \text{ nm}$, $g = 1500 \text{ nm}$, $\beta = 30^\circ$: also $\delta_1 = 750 \text{ nm}$ und $\delta = 600 \text{ nm}$. Gesucht ist der Winkel α .

Es gibt drei Möglichkeiten: $\delta = \delta_2 + \delta_1$; $\delta = \delta_1 - \delta_2$; $\delta = \delta_2 - \delta_1$

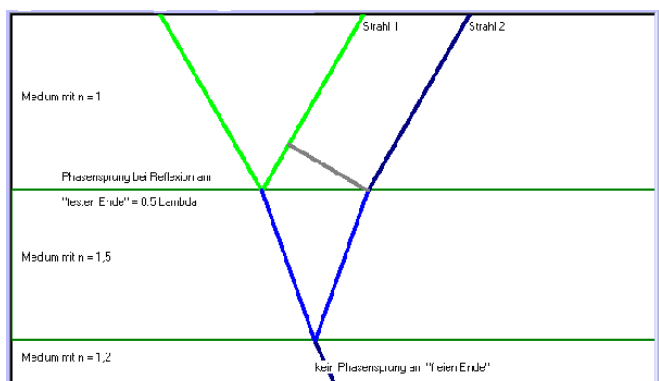
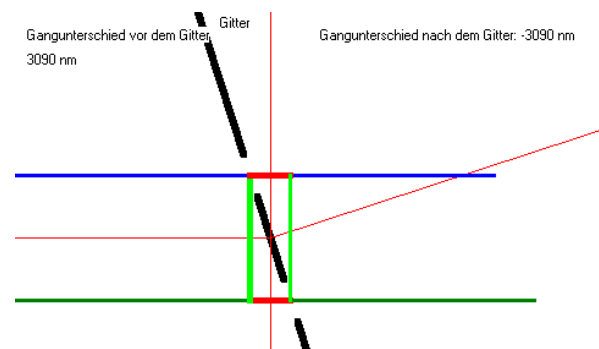
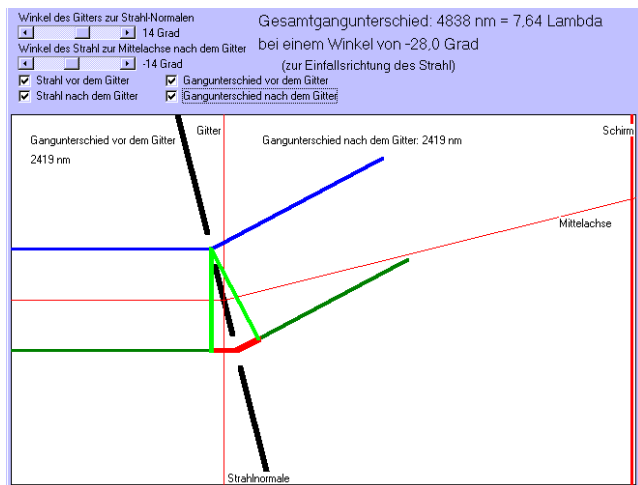
Fall 1: $\delta_2 < 0$ / Fall 2: $\delta_2 = 150 \text{ nm}$ / Fall 3: $\delta_2 = 1350 \text{ nm}$.

Zu Fall 2 und 3 kann man nun die zugehörigen Winkel ausrechnen. Die Gangunterschiede sind jeweils auf "der anderen Seite" wie der vor dem Gitter.

Interferenzplättchen bzw. Interferenz an dünnen Schichten

Grundprinzip: Ein Lichtstrahl wird an jeder Grenzschicht zum Teil reflektiert und durchgelassen.

- An einem "festen Ende" (beim Übergang ins optisch dichtere Medium) erfolgt bei der Reflexion ein Phasensprung um π .
- Der an der oberen Grenzfläche reflektierte "grüne" Strahl und der oben zuerst durchgelassene, unten reflektierte und oben wieder durchgelassene "violette" Strahl interferieren.
- Dabei müssen die Gangunterschiede berücksichtigt werden.



Gegeben seien folgende Daten: Dicke des Plättchens von d (hier 400 nm), Brechungszahl n (hier 1,5), Wellenlänge λ (hier 633 nm)

Im allgemeinen Fall (siehe Abbildung rechts) ist die Rechnung etwas aufwändig – wir betrachten nur den Spezialfall des senkrechten Einfalls: $\alpha = \beta = 0^\circ$

Weg 2 im Plättchen am „blauen“ Strahl:

- "Hinweg" x : optischer Weg $d n$
- kein Phasensprung am unteren Ende
- für "Hin- und Rückweg": $2 d n$

Weg 1 am reflektierten „grünen“ Strahl:

Phasensprung um einen halben Wellenlänge.

Damit gilt für den Gangunterschied: $\delta = 2 d n + \frac{1}{2}\lambda$

Destruktive Interferenz tritt ein bei

$$\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow 2nd + \frac{1}{2}\lambda = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow 2nd = k\lambda \quad \text{für } k = 0, 1, 2, \dots$$

Anwendung

Schillernde Seifenblasen, Ölflecken auf Wasserpfützen, das „Pfauenauge“, „Newtonringe“ beim Dia oder OH-Projektor – sie zeigen Ringe von hellen und dunklen oder farbigen Streifen. Diese Phänomene haben alle gemeinsam, dass sie Interferenzerscheinungen darstellen, die durch mehrfache Reflexion auftreten und nicht durch Brechung oder Beugung erzeugt werden.

Folgerung: Je nach Schichtdicke interferieren einzelne Wellenlängen destruktiv.

$$\text{Bsp.: } d = 0,5 \mu\text{m}; n = 1,5 \Rightarrow \lambda = \frac{2nd}{k}$$

für $k = 1$: $\lambda = 1500\text{nm}$ (IR-Bereich);

$k = 2$: $\lambda = 750\text{nm}$ (rot)

für $k = 3$: $\lambda = 500\text{nm}$ (grün);

$k = 4$: $\lambda = 375\text{nm}$ (UV-Bereich)

Technische Nutzung

Anwendung: Entspiegelung von Brillengläsern, Ferngläsern etc. durch **vergütete**

Linsen.

Bem.: Fehlt im Spektrum nur die Farbe Grün, so nimmt unser Auge die Komplementärfarbe wahr: hier Violett.

7) Polarisation des Lichtes

Grundfrage: Ist Licht eine Quer- oder eine Längswelle?

Untersuchung dieser Frage an einem Gitter, der sogenannten

Polarisationsfolie.

Herstellung dieses Gitters: Eine Folie aus Kunststoff wird in die Länge gezogen, so dass sich darin lange Molekülketten bilden. Elektronen können nur längs dieser Ketten schwingen.

Versuch 1: Licht einer Glühlampe gelangt durch die Polarisationsfolie. Wir beobachten auf einem Schirm bei jedem Drehwinkel der Folie dieselbe Intensität – wenn auch geringer als ohne Folie.

These 1: Licht ist eine Längswelle, geht also stets durch das Gitter.

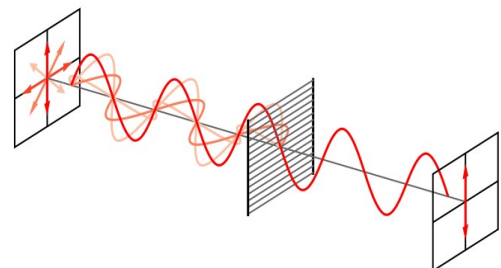
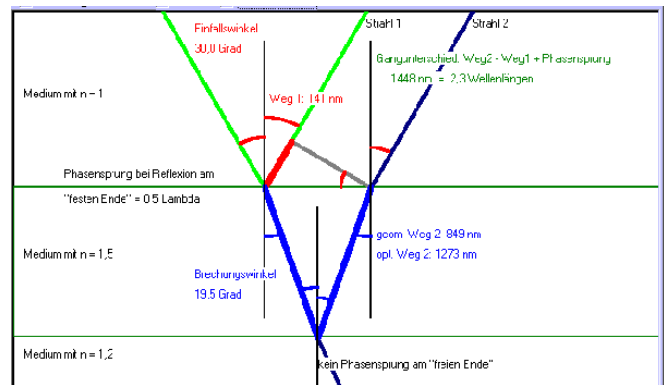
These 2: Licht ist eine Querwelle, aber es gibt hier in jeder Richtung Querwellen.

Versuch 2: Licht einer Glühlampe gelangt durch eine erste Polarisationsfolie und anschließend eine zweite. Wir beobachten auf einem Schirm bei einem Drehwinkel der zweiten Folie dieselbe Intensität wie in Versuch 1, drehen wir die Folie wird es dunkel, bei 90° herrscht vollständige Dunkelheit.

Damit ist These 1 widerlegt, These 2 dagegen kann dies erklären: die erste Folie, der sogenannte Polarisator, lässt nur die Querwelle nur in einer Richtung durch, sie ist dann polarisiert. Ist die zweite Folie, der sogenannte Analysator, dazu parallel ausgerichtet, so geht das polarisierte Licht durch. Steht der Analysator dazu senkrecht, so sperrt er genau die polarisierte Querwelle. Bei einem Winkel zwischen 0 und 90° geht nur ein Teil durch – vektoriell ermittelbar.

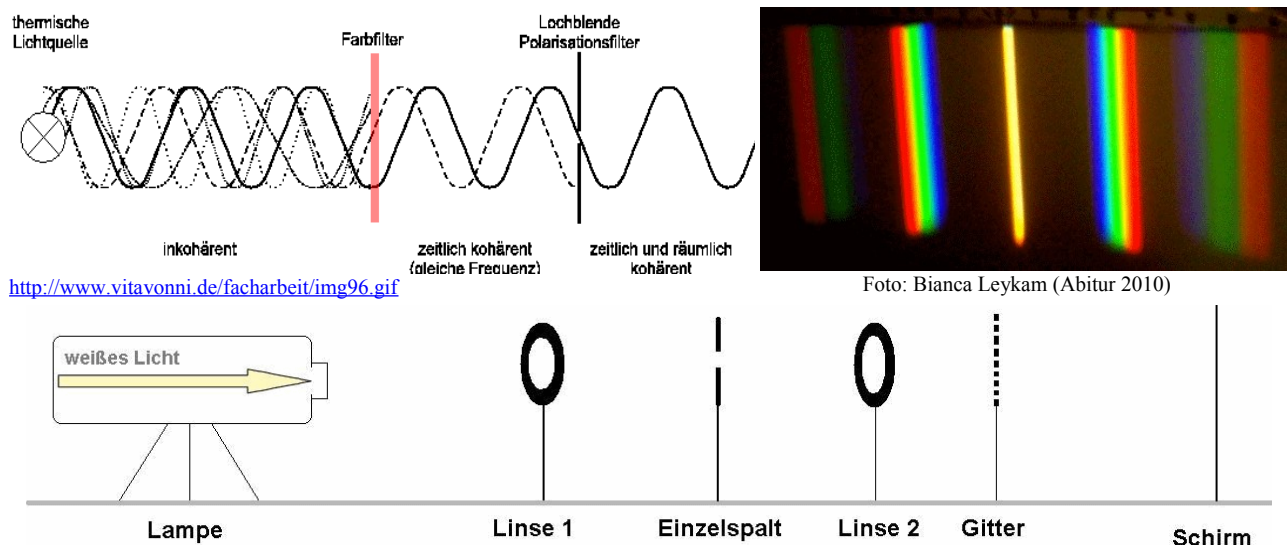
8) Kohärenz

Kohärenz (von lat. cohaerere = zusammenhängen) bezeichnet die Eigenschaft einer Welle, über einen größeren räumlichen und/oder zeitlichen Bereich hinweg eine definierte Phasenbeziehung aufzuweisen, d.h. $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/94/Wir_e-grid-polarizer.svg

Kohärenz ist Voraussetzung für alle Interferenzphänomene. Sie ist z.B. bei von **Lasern** erzeugtem Licht besonders ausgeprägt. Die Wahl der Lichtquelle ist entscheidend für die Kohärenz. Leuchtstoffröhren, Glühlampen und Gasentladungslampen sind räumlich ausgedehnte Lichtquellen (*räumlich inkohärent*), die weißes Licht einer großen Menge verschiedener Frequenzen (*zeitlich inkohärent*) erzeugen. Um trotzdem für Interferenzphänomene räumlich kohärentes Licht zu erzeugen, müssen wir das Licht zuvor durch einen Einzelspalt geringer Breite senden: Aus dem Einzelspalt gehen dann – nach dem Huygens-Prinzip – Elementarwellen hervor, die räumlich kohärent sind und so – z. B. bei einem Gitter – Interferenzerscheinungen zeigen.



Quelle: Bianca Leykam (Abitur 2010)

Zusammenfassung auf die Frage: **Was ist Licht?**

- Eine **Welle** (Interferenzerscheinungen, Beugung, Streuung nur bei Wellen; Reflexion, Brechung durch Wellencharakter erklärbar)
- Eine **Querwelle** (Polarisation)
- Eine **elektromagnetische Welle** (genügt den Maxwellschen Gleichungen, hat dieselbe Geschwindigkeit c)
- **Wellenlängenbereich im Vakuum: 400 bis 800 nm** (aus Interferenzmessungen)

9) Typische Aufgaben

Aufgaben zur Interferenz am Gitter

1. Ein Gitter mit 5 Spalten mit Spaltabstand g wird mit einfarbigem Licht der Wellenlänge λ bestrahlt. Erläutere, was sich am Schirm im Abstand a beobachten lässt.
2. Der Abstand der Maxima 5. Ordnung beträgt bei $a = 1,5 \text{ m}$ auf dem Schirm $15,0 \text{ cm}$. Welcher Zusammenhang besteht zwischen g und λ ?
3. Die Breite der Spalte beträgt $l = 0,010 \text{ mm}$. Auf dem Schirm ist das Maximum vierter Ordnung nicht zu sehen. Wie groß ist die Wellenlänge?
4. Nun wird das Gitter um den Winkel $\beta = 4^\circ$ gedreht. Erläutere, warum sich die Lage des Maximums 0. Ordnung nicht ändert. Was ändert sich bei den Maxima 5. Ordnung?

Lösung

1. Auf dem Schirm sind Minima und Maxima der Intensität zu beobachten, weil die Wellen des Lichtes aus den einzelnen Spalten entsprechend dem Huygensschen Prinzip destruktiv bzw. konstruktiv (beim Gangunterschied benachbarter Strahlen von $\delta = k\lambda$; $k = 0, 1, \dots$) interferieren.

Da der Spaltabstand immer sehr viel kleiner als der Schirmabstand ist, können die von den Spalten am Schirm ankommenden „Strahlen“ als parallel angesehen werden.

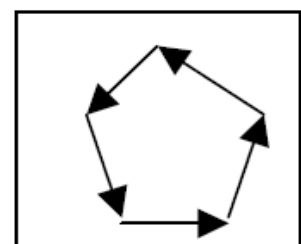
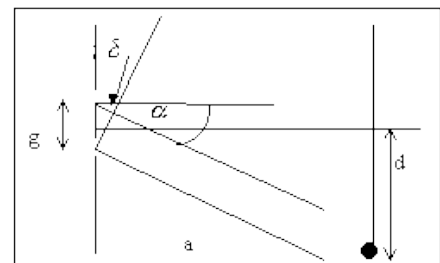
Damit ergibt sich z. B. die Lage der Maxima aus:

$$\delta = k\lambda ; k = 0, 1, \dots \quad \text{und} \quad \sin(\alpha) = \frac{\delta}{g} \quad \text{und} \quad d = a \tan(\alpha) .$$

Zwischen diesen Maxima sind jeweils 4 Minima zu sehen, die 3 Nebenmaxima umrahmen.

Diese Minima sind für die Gangunterschiede

$$\delta = k\lambda + \frac{1}{5}\lambda ; k\lambda + \frac{2}{5}\lambda ; k\lambda + \frac{3}{5}\lambda ; k\lambda + \frac{4}{5}\lambda \quad \text{festzustellen.}$$



(Mit der Zeigerdarstellung kann man erkennen, dass 5 Zeiger, die jeweils z. B. um die Phase $\varphi = \frac{1}{5} \cdot 360^\circ = 72^\circ$ verschoben sind, destruktiv interferieren.)

2. Aus dem Abstand der Maxima 5. Ordnung ergibt sich:

$$d_5 = \frac{15,0 \text{ cm}}{2} = 7,5 \text{ cm} \quad (\text{Abstand vom 5. zum 0. Maximum}).$$

$$\tan(\alpha_5) = \frac{d_5}{a} = 0,05 \Rightarrow \alpha_5 \approx 2,86^\circ$$

$$\sin(\alpha_5) = \frac{5\lambda}{g} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5} \sin(\alpha_5) g \Rightarrow \lambda = 0,010 \text{ g}$$

3. Auf dem Schirm ist das 4. Gittermaximum nicht zu beobachten bei $\sin(\alpha) = \frac{4\lambda}{g}$

Das heißt, dass es in ein Minimum des Einzelspaltes fällt.

Für die Minima des Einzelspaltes gilt: $\sin(\alpha) = \frac{m\lambda}{l}$; $m = 1, 2, \dots$

Falls das erste Minimum ($m = 1$) des Einzelspaltes verantwortlich ist, gilt: $4l = g = 0,040 \text{ mm}$.

Zusammen mit dem Ergebnis von (2.) ergibt sich: $\lambda = 400 \text{ nm}$.

4. Wenn man das Gitter um den Winkel $\beta = 4^\circ$ dreht, haben benachbarte Strahlen schon vor dem Gitter einen Gangunterschied von $\delta_1 = g \sin(\beta) \approx 2790 \text{ nm}$.

(Im Bild hat der untere Strahl diesen längeren Weg zurückzulegen.)

Die Lage des 0.ten Maximum auf dem Schirm bleibt unverändert, da der andere Strahl nach dem Gitter denselben Gangunterschied aufweist (im Bild der obere Strahl). Am Schirm gilt für den nichtabgelenkten Strahl, dass der Gesamtgangunterschied 0 ist.

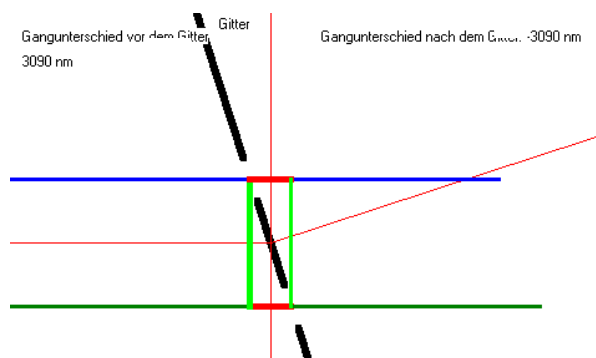
Für die Maxima 5. Ordnung muss der Gesamtgangunterschied 2.000 nm betragen.

Fall 1: Der „obere“ Strahl hat einen Gangunterschied nach dem Gitter von 790 nm.

Fall 2: Der „obere“ Strahl hat einen Gangunterschied nach dem Gitter von 4790 nm.

Bezüglich der gedrehten Mittelachse ergeben sich die Winkel aus $\sin(\alpha') = \frac{\delta_2}{g} \Rightarrow \alpha' = 1,13^\circ$ bzw. $6,88^\circ$

(unterhalb der gedrehten Mittelachse), das entspricht $\alpha = 2,87^\circ$ oberhalb bzw. $2,88^\circ$ unterhalb der „alten“ Mittelachse. Ihr Abstand zum 0. Maximum $d_5' = a \tan(\alpha) \approx 7,52 \text{ cm}$ bzw. $7,55 \text{ cm}$ verändert sich kaum.



Aufgabe zu „Weitere Interferenzexperimente“

Gegeben ist ein Doppelspalt mit $g = 0,01 \text{ mm}$, $\lambda = 600 \text{ nm}$, $a = 1,5 \text{ m}$. Vor der oberen Doppelspaltöffnung befindet sich ein Interferenzplättchen der Dicke $d = 400 \text{ nm}$ mit der Brechungszahl $n = 1,5$.

Skizziere zwei Lichtwege! Berechne den Gangunterschied vor dem Gitter!

Wo befindet sich das 0. Maximum auf dem Schirm? Wo liegen die beiden ersten Maxima auf dem Schirm?

Lösung

$g = 0,01 \text{ mm}$, $\lambda = 600 \text{ nm}$, $a = 1,5 \text{ m}$. Interferenzplättchen mit Dicke $d = 400 \text{ nm}$ und $n = 1,5$.

Gangunterschied vor dem Gitter: $\delta_1 = d(n - 1) = 200 \text{ nm}$

Lage das 0. Maximum auf dem Schirm:

Allgemein: $d_k = a/g \delta_1$ (kleine Winkel)

Der untere Strahl muss einen um 200 nm längeren Weg zurücklegen, damit der Gesamtgangunterschied 0 wird:

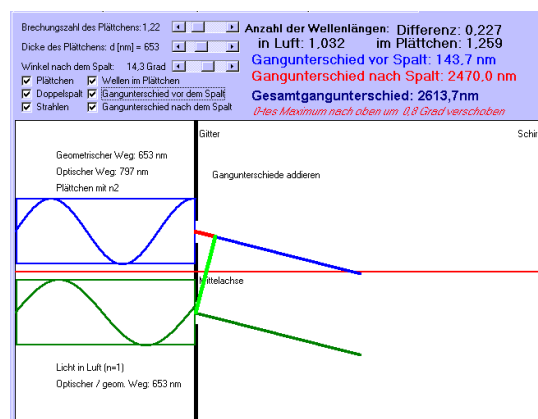
$$\delta_2 = \delta_1 = 200 \text{ nm} \rightarrow d_0 = a/g 200 \text{ nm} = 3 \text{ cm} \quad (\alpha = 1,2^\circ)$$

(oberhalb der Mittelachse)

Für das erste Maxima darüber gilt: Der untere Strahl muss einen um 800 nm längeren Weg zurücklegen, damit der Gesamtgangunterschied 600 nm beträgt: $\delta = \delta_2 - \delta_1 = 600 \text{ nm} \rightarrow \delta_2 = 800 \text{ nm} \rightarrow d_{1, \text{oben}} = a/g 800 \text{ nm} = 12 \text{ cm}$ (oberhalb der Mittelachse; $\alpha = 4,6^\circ$)

Für das erste Maxima darunter gilt: Der obere Strahl muss einen um 400 nm längeren Weg zurücklegen, damit der Gesamtgangunterschied 600 nm beträgt:

$$\delta = \delta_2 + \delta_1 = 600 \text{ nm} \rightarrow \delta_2 = 400 \text{ nm} \rightarrow d_{1, \text{unten}} = a/g 400 \text{ nm} = 6 \text{ cm} \quad (\text{unterhalb der Mittelachse; } \alpha = 2,3^\circ)$$

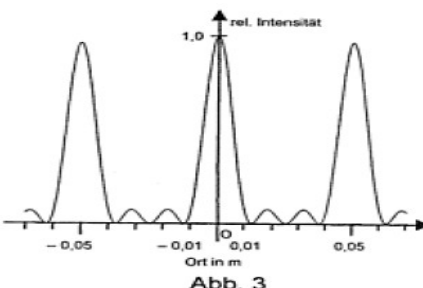
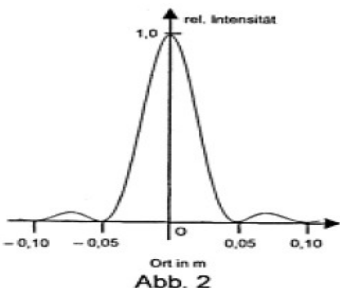
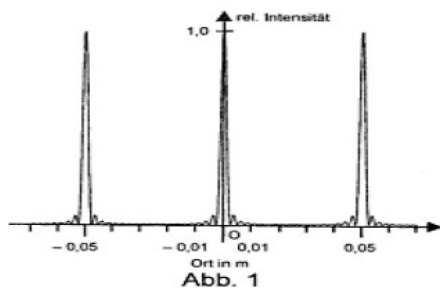


Abituraufgaben

1. **Abitur 2008 III a:** Das Licht eines Lasers hat die Wellenlänge 633 nm . In den Strahlengang werden folgende Beugungsobjekte senkrecht zur Strahlrichtung gestellt: ein Einzelspalt, ein Vierfachspalt und ein Gitter. In einer Entfernung von $8,0 \text{ m}$ hinter dem jeweiligen Beugungsobjekt registriert man in der Ebene senkrecht zur

Strahlrichtung die drei abgebildeten Intensitätsverteilungen.

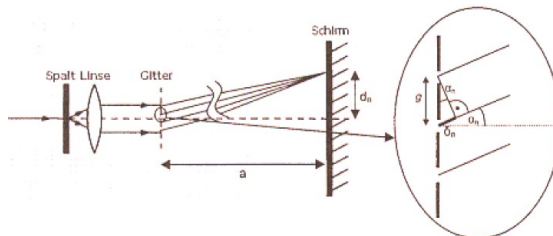
- Ordnen Sie die Abbildungen den drei Beugungsobjekten zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Schaubilder die Breite des Einzelspalt, den Abstand benachbarter Spaltmitten des Vierfachspaltes sowie die Gitterkonstante.



- Abitur 2008 III b:** Laserlicht trifft senkrecht auf einen Doppelspalt mit Spaltmittenabstand 20 μm . Auf einem im Abstand von 80 cm parallel zur Doppelspaltebene angebrachten Schirm ist ein Interferenzmuster beobachtbar. a) Welchen Abstand haben die beiden Maxima 1. Ordnung voneinander auf dem Schirm? Leiten Sie die erforderlichen Gleichungen anhand einer Skizze her. b) Bei der Durchführung des Experiments stellt man fest, dass die erwarteten Maxima 3. Ordnung nicht auftreten. Erläutern Sie diesen Sachverhalt. Zeigen Sie, dass weitere Maxima ausfallen.
- Abitur 2007 III a:** Die Wellenvorstellung von Licht stützt sich unter anderem auf die am optischen Gitter beobachteten Interferenzerscheinungen. a) Skizzieren Sie einen Versuchsaufbau, mit dem man unter Verwendung eines Gitters das Linienspektrum einer Quecksilberdampfampe auf dem Schirm beobachten kann. Wie kann man mithilfe dieses Versuchsaufbaus die Wellenlänge einer Spektrallinie bestimmen? Verwenden Sie dazu eine geeignete Skizze. b) Im Emissionsspektrum des atomaren Wasserstoffs beobachtet man vier Wellenlängen 656 nm, 486 nm, 434 nm und 410 nm. Das Gitter hat 100 Striche pro mm. Prüfen Sie, ob zwischen den Linien 2. Ordnung Linien 3. Ordnung liegen. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Wellenlängen zu diesen Linien 3. Ordnung.

Lösungen:

- Abb. 3: Vierfachspalt, $n - 2 = 2$ Nebenmaxima zu erkennen sind;
Abb. 1: Gitter, $n - 2 = \text{viele}$ (aber schwache) Nebenmaxima, scharfe und helle Hauptmaxima
Abb. 2: Einzelspalt: Maximum 0. Ordnung sehr breit ist. Weiterhin nimmt die Intensität der Nebenmaxima (in der Abbildung sind die ersten Nebenmaxima zu sehen) relativ schnell ab.
 - Abb. 2 (Einzelspalt): Erstes Minimum bei $0,05 \text{ m} = d_1 \Rightarrow \frac{d_1}{a} = \frac{\lambda}{l} \Rightarrow l = 0,1 \text{ mm}$ (kleine Winkel-Näherung)
Abb. 1/Abb. 3: Erstes Maximum bei $0,05 \text{ m} = d_1 \Rightarrow \frac{d_1}{a} = \frac{\lambda}{g} \Rightarrow g = 0,1 \text{ mm}$ (kleine Winkel-Näherung)
- Herleitung Doppelspalt (siehe entsprechendes Kapitel): Skizze mit Gangunterschied; 1. Näherung: Nur eine Elementarwelle ... 2. Näherung $a \gg g$: parallele Strahlen: $\sin(\alpha) = \frac{\delta}{g}$ und $\tan(\alpha) = \frac{d}{a}$; konstruktive Interferenz für $\delta = k \lambda \Rightarrow d_1 = a \tan(\alpha) = a \tan(\sin^{-1}(\frac{\lambda}{g}))$ (für kleine Winkel: $d_1 = a \frac{\lambda}{g} = 2,53 \text{ cm}$
Der Abstand der beiden ersten Maxima voneinander beträgt damit ca. 5,06 cm.
 - Wenn das 3. Maximum des Doppelspalts ausfällt, liegt dort das erste Minimum des Einzelspalts vor. Es gilt dann: $g = 3l$. Es fallen auch das 6., 9., ... Maximum aus: $\sin(\alpha_{\min}) = \sin(\alpha_{\max}) \Rightarrow n \frac{\lambda}{l} = k \frac{\lambda}{g} \Rightarrow k = 3n$
- Spalt (Kohärenz!!), Linse (weil das Licht divergent ist), Gitter, Schirm ... Interferenz ...
Herleitung: ... $\sin(\alpha) = \frac{\delta}{g}$, $\tan(\alpha) = \frac{d}{a}$
 $\delta = k \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{k} g \sin(\tan^{-1}(\frac{d_k}{a}))$
 - $g = 0,01 \text{ mm}$, $d_k = a \tan(\alpha) = a \tan(\sin^{-1}(k \frac{\lambda}{g}))$
Rotes Licht (656 nm) für $k=2$: $d_2 = 0,132 \text{ a}$;
für $k=3$: 410 nm: $d_3 = 0,123 \text{ a}$; 434 nm: $d_3 = 0,130 \text{ a}$; 486 nm: $d_3 = 0,146 \text{ a}$
Zwischen dem 2. Max. von 410 nm und dem 2. Max. von 656 nm liegt das 3. Max. von 410 nm und 434 nm.



Weitere Abituraufgaben: 2007 III b (Einzelspalt), c (Interferenzplättchen); 2006 III a (Doppelspalt), b (Gitter), c (Einzelspaltmodulation); 2005 I a (Dispersion), b (Einzelspaltmodulation), c (Gangunterschied über Pythagoras); Musteraufgabe 2004 A2 b, c (CD-Gitter)

X) Quantenphysik

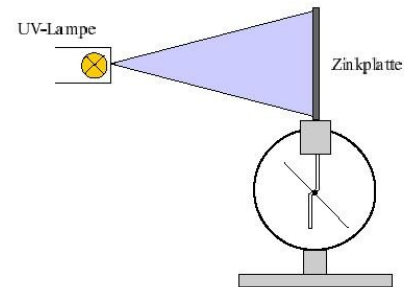
1) Photoeffekt

Vorversuch - Hallwachs-Experiment

Wir bestrahlen eine elektrisch geladene Zinkplatte mit Licht.

Beobachtungen:

- Negativ geladen; UV-Licht: Platte entlädt sich!
- Positiv geladen; UV-Licht: Platte entlädt sich nicht!
- Negativ geladen; Rot-Licht: Platte entlädt sich nicht!
- Positiv geladen; Rot-Licht: Platte entlädt sich nicht!
- Alle Versuche lassen sich mit hellem und schwachem Licht durchführen, das Ergebnis bleibt gleich!



Versuch der Erklärung im Wellenmodell: Die Energie des Lichtes bringt die Austrittsarbeit für die Elektronen auf. Dabei ist es aber merkwürdig, dass das rote Licht – unabhängig von der Intensität und damit Energiemenge – keine Elektronen herausschlägt. Das Experiment ist also im Wellenmodell nicht zu erklären!

Erklärung: Das UV-Licht ist energiereich genug, um Elektronen aus der Metallplatte herauszuschlagen. Das deutet auf eine Anhängigkeit der Energie des Lichtes von der Frequenz an.

Energiebetrachtung: $W_{\text{Licht}} = W_{\text{Austrittsarbeit}} + W_{\text{kinetische Energie}} \Leftrightarrow W_{\text{kin}} = W_{\text{Licht}} - W_A$

Hauptversuch – quantitative Messung

Wir messen die kinetische Energie der herausgeschlagenen Elektronen in Abhängigkeit von der Frequenz des Lichtes! Die Gegenspannung wird soweit erhöht, bis sie der kinetischen Energie der Elektronen entspricht – dann kommen keine Elektronen mehr an der Anode an: $W_{\text{kin}} = e U$

Die Erwartungen nach dem Wellenmodell:

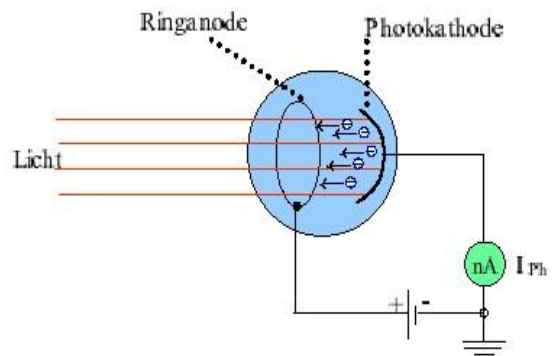
1. Mit steigender Lichtintensität werden die Elektronen schneller.
2. Mit steigender Frequenz werden die Elektronen (bei gleicher Lampenleistung) nicht schneller.



Widerspruch!!

Experimentelle Ergebnisse:

1. Mit steigender Lichtintensität werden die Elektronen nicht schneller.
2. Höherfrequentes Licht verursacht größere Elektronengeschwindigkeiten.

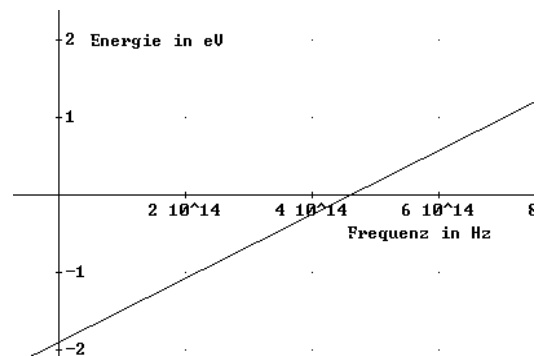


Es ergibt sich folgende Kurve (der Teil unter der x-Achse ist extrapoliert), dort werden keine Elektronen herausgeschlagen:

Ergebnisse:

- Es besteht ein linearer Zusammenhang:
 $W_{\text{kin}} = m \cdot f + b$
- Da die Austrittsarbeit der Elektronen nicht von der Frequenz des Lichtes abhängt, gilt: $b = -W_A \approx -1,9 \text{ eV}$
- Die Steigung ergibt sich zu $m \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$. Diese Konstante wird Plancksche Konstante h genannt.
- Wegen $W_{\text{kin}} = W_{\text{Licht}} - W_A$ gilt: $W_{\text{Licht}} = h \cdot f$.
- Es gibt eine Grenzfrequenz, unter der keine Elektronen herausgeschlagen werden, egal wie stark die Lichtintensität ist:

$$W_{\text{kin}} = 0 \Rightarrow W_{\text{Licht}} = W_A \Rightarrow h \cdot f_{\text{gr}} = W_A \Rightarrow f_{\text{gr}} = \frac{W_A}{h}$$

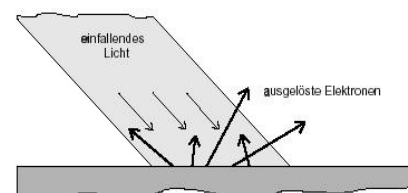


Bem.: Für verschiedenes Anodenmaterial erhält man jeweils parallele Geraden → h ist universell, W_A materialabhängig

Einsteinsche Deutung

Die Lichtenergie ist gequantelt. Licht wird in Quanten ganz oder gar nicht, einzeln, absorbiert. Für die Emission von Elektronen spielt nicht die gesamte Energie des Lichtes eine Rolle, sondern nur Lichtpakete mit der Energie $h \cdot f$. Je größer die Frequenz des Lichts, umso größer sind die Energieportionen der Lichtquanten: $W_{\text{Photon}} = hf$

(Für diese Deutung des Photoeffekts erhielt Einstein 1923 den Nobelpreis.)



2) Röntgenstrahlung

Erzeugung: Elektronen werden durch eine Spannung (bei unserem Apparat im Bereich 30 kV) beschleunigt und prallen auf eine schräggestellte Metallanode (bei uns aus Kupfer). Dabei entsteht Röntgenstrahlung, die X-Rays.

Erklärung im Wellenbild: Die Elektronen regen beim Aufprall die Metallelektronen zu heftigen Schwingungen an, so dass wie beim Hertzschen Dipol elektromagnetische Wellen (sehr hoher Frequenz) abgestrahlt werden.

Problem: Es gibt eine kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung.

Erklärung im Photonenbild: Minimale Wellenlänge entspricht maximale Frequenz, also mit unserer Formel maximale Energie:

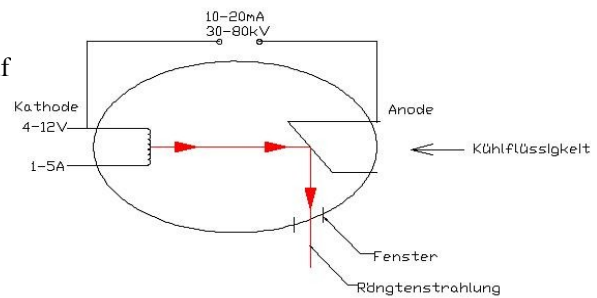
$$W_{\text{Elektron}} = W_{\text{Licht}} \Leftrightarrow eU = hf_{\text{max}} \Leftrightarrow f_{\text{max}} = \frac{eU}{h}$$

Umgekehrt ergibt sich hier eine zweite Möglichkeit, um die Planck-Konstanten h aus dem Röntgenspektrum zu bestimmen:

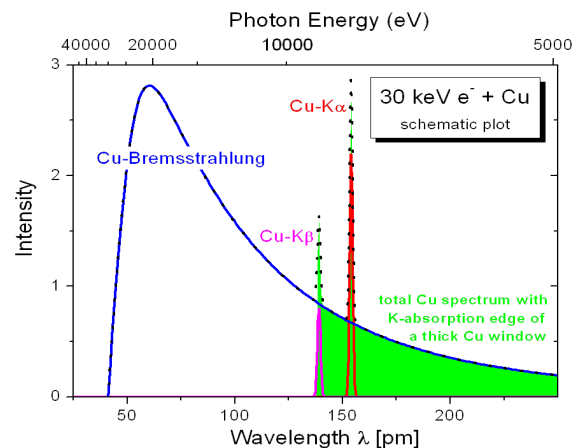
$$h = eU/f_{\text{max}}$$

Bsp.: (siehe rechts): $U = 30 \text{ kV}$, $\lambda_{\text{min}} \approx 30 \text{ pm}$

$$\rightarrow f_{\text{max}} = \frac{c}{\lambda_{\text{min}}} = 1,0 \cdot 10^{19} \text{ Hz} \Rightarrow h = e \frac{U}{f_{\text{max}}} = 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$



<http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Röntgenstrahlprüfung.jpg>



3) Masse und Impuls der Photonen

Unter Verwendung von Einsteins Jahrtausendformel: $E = mc^2$ ergibt sich die Äquivalenz von Masse und Energie. Damit folgt für die Masse:

$$hf = mc^2 \Leftrightarrow m = \frac{hf}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$$

Für den **Impuls** ergibt sich:

$$p = mv = mc = \frac{h}{\lambda c} c \Leftrightarrow p = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{De-Broglie-Formel})$$

Bsp.: Für rotes Licht ergibt sich bei $\lambda = 633 \text{ nm}$ bzw. $f = c/\lambda = 4,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$: $E = hf = 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$;

- Die zugehörige Masse beträgt dann $3,5 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$ und der Impuls $p = 1,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg m/s}$.
- Bei einem roten Laser mit 100 Watt sind das pro Sekunde 322 Trillionen Photonen mit der Masse $1,1 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$.
- Für die Sonne mit der Energieabstrahlung von $3,82 \cdot 10^{26} \text{ J/s}$ sind das aber ca. 4 Millionen Tonnen pro Sek..

Damit entsteht ein tiefgründiges Paradoxon: Licht verhält sich manchmal wie eine Welle und manchmal wie ein Teilchen: Dies ist der sogenannte **Welle-Teilchen-Dualismus**

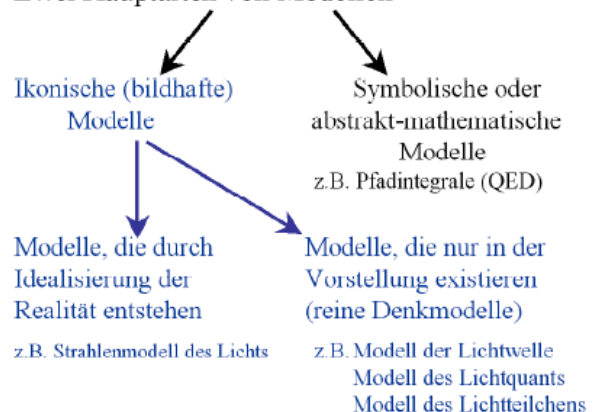
Ein Auflösung dieses Paradoxons ergibt sich mit der Einführung des Begriffes "**Quantenobjekt**" und der Betrachtung von "**Wahrscheinlichkeitsamplituden Ψ** " (diese hängen von den möglichen Wegen ab - analog zu den Gangunterschieden), die interferieren und deren Quadrat $|\Psi|^2$ die Wahrscheinlichkeit für das Auftreffen z. B. auf einem Schirm angibt.

4) Grundsätzliches zu Physik-Modellen

Modell: Nachbildung - nicht die Wirklichkeit selbst

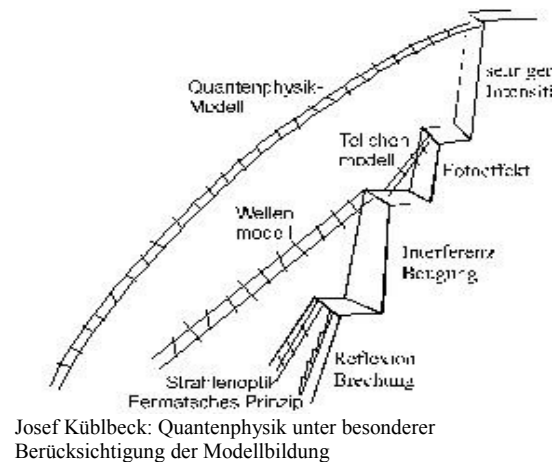
- Physik bietet **Modelle, die die Wirklichkeit beschreiben**.
- Physik-Modell: Beinhaltet Gesetze, deren Aussagen überprüfbar sind.
Bsp.: Wellenmodell für Licht \rightarrow Interferenz ist erklärbar
- Gutes Modell: wenige Prämissen, vielfältige Vorhersagen**
Bsp.: 4 Maxwell-Gleichungen \rightarrow alle Phänomene der Elektrodynamik
- Modell beinhaltet:
a) klare Begriffe: z. B. Stromstärke, Elementarwellen, ...
wird genau definiert

Zwei Hauptarten von Modellen



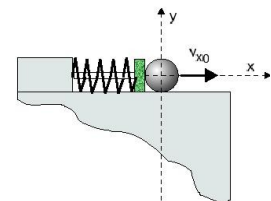
www.uni-potsdam.de/u/physik/didaktik/horn/dpg_leipzig_b.pdf

- b) eindeutige Rechenvorschriften: Formeln für I, Wellenfunktion, ...
 c) Interpretationen der Formeln, Begriffe: einfach bei I, schwieriger bei Wellenfunktion
- Neue Modelle entstehen, wenn
 - durch Nachdenken ein einfacheres Modell gefunden wurde.
 - neue Beobachtungen im alten Modell nicht mehr erklärt werden können.
 - Grenzen der Modellbildung:
 - **Physik-Modelle beschreiben nur den Teil der Wirklichkeit, der messbar und in Formeln darstellbar ist.**
 - Physik-Modell erklären nicht kausal: Das „Warum“ wird nicht beantwortet!
 - **Es gibt kein „wahres Modell“ - nur „beobachtungsnahe Modelle“.**
 falsch: „Licht ist eine EM-Welle“;
 richtig: „Die Experimente mit Licht lassen sich im Wellenmodell gut erklären“
 - Das Modell der Quantenphysik ist besonders unanschaulich, aber besonders erfolgreich:
 - Es ist **die** physikalische Theorie mit den beobachtungsnächsten Vorhersagen:
 Es macht Vorhersagen, die auf bis zu acht Stellen mit den Experimenten übereinstimmen.
 - Es ist von praktischer Relevanz: ca. 30% des BSP in den USA hängen von der Quantenphysik ab.



5) Präparation dynamischer Eigenschaften

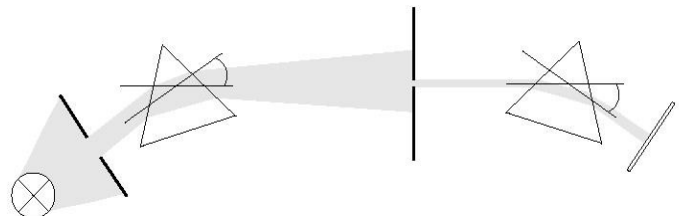
Physikalische Objekte, die in einem Experiment untersucht werden sollen, müssen vorher in einen vom Experimentator genau bestimmten Zustand gebracht werden. Es müssen kontrollierte *Anfangsbedingungen* hergestellt werden. Ein Verfahren, mit dem Objekte in einen bestimmten Zustand gebracht werden, nennt man **Präparation**. Durch Präparation stellt man physikalische Systeme mit bestimmten **Eigenschaften** her.



Bsp. 1: Abschussvorrichtung für einen waagrechten Wurf präpariert die möglichst identischen Anfangswerten von Ort und Geschwindigkeit: Kugeln mit den beiden Eigenschaften „befindet sich am Abschussort ...“ und „besitzt die Abschussgeschwindigkeit ...“.

Die durch Präparation hergestellten Eigenschaften sind nicht unveränderlich. Deshalb werden sie als „**dynamische Eigenschaften**“ bezeichnet.

Im Gegensatz dazu sind z. B. Ladung und Ruhemasse eines Elektrons unveränderlich; es handelt sich um unveränderliche Eigenschaften.



Bsp. 2: Licht wird durch ein Prisma unter unterschiedlichen Winkeln abgelenkt – abhängig von der Spektralfarbe.

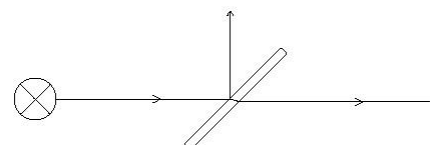
Präparation: Mit dem ersten Prisma und dem dazugehörigen Spalt wird die Eigenschaft „wird um den Winkel 30° abgelenkt“ präpariert.

Test: Wenn wir dieses Licht mit dem zweiten Prisma untersuchen, wird es tatsächlich um 30° abgelenkt – es wird nicht mehr aufgefächert.

Die Eigenschaft „wird um den Winkel 30° abgelenkt“ ist identisch mit der Eigenschaft „besitzt die Wellenlänge ...nm“.

Das hier aufgezeigte Verfahren aus Präparation und Test kann ganz allgemein angewandt werden. Zunächst versucht man, an einem physikalischen Objekt (z. B. Licht oder Elektron) eine bestimmte dynamische Eigenschaft (z. B. Wellenlänge oder kinetische Energie) herzustellen. Um sicherzustellen, dass es die gewünschte Eigenschaft tatsächlich besitzt, führt man ein zweites (evtl. gleichartiges) Experiment durch, das diese Eigenschaft überprüft. Besitzt das Objekt die Eigenschaft, zeigt es sie in diesem Test.

Wenn man mit Sicherheit vorhersagen kann, dass ein Test eine bestimmten Eigenschaft bestätigt, dann ist die Vorstellung erlaubt, dass das Objekt diese Eigenschaft wirklich *besitzt*, sie also dem Objekt auch unabhängig vom Test zukommt. Wir werden später sehen, dass im Bereich der Quantenphysik diese Vorschrift sehr genau beachtet werden muss. Es wird sich herausstellen, dass es Fälle gibt, in denen man in Widerspruch zu den Phänomenen gerät, wenn man Quantenobjekten eine Eigenschaft unabhängig von einer Präparation, einem Test oder einer Messung zuschreibt.



Bsp. 3: Licht wird durch einen halbdurchlässigen Spiegel („Strahlteiler“) geleitet: Es wird zu 50% reflektiert und zu 50% durchgelassen.

Präparation: Der vom Strahlteiler durchgelassene Strahl könnte die Eigenschaft „wird durchgelassen“ haben.

Test: Wird das „durchgelassene“ Licht mit einem zweiten Strahlteiler untersucht, ergibt sich dasselbe Bild wie bei ersten: 50% werden durchgelassen, 50% reflektiert.

Damit führt ein Strahlteiler **nicht die Präparation** auf die Eigenschaft „wird durchgelassen“ durch.

Bsp. 4: Unpolarisiertes Licht wird durch einen waagrecht eingestellten Polfilter geleitet. Hinter dem Polfilter ist die Lichtintensität ca. um 50% abgeschwächt

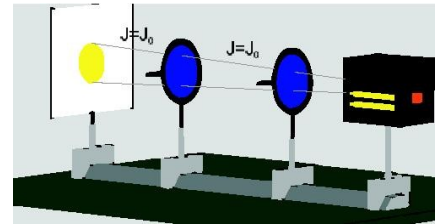
Präparation: Der Polfilter präpariert die Eigenschaft „waagrecht polarisiert“.

Test 1: Hinter dem zweiten, ebenfalls waagrecht eingestellten Polfilter wird die Intensität nicht noch weiter abgeschwächt, da das waagrecht polarisierte Licht den Polfilter ungehindert passiert.

Das Licht nach dem ersten Polfilter wurde somit auf die Eigenschaft „waagrecht polarisiert“ präpariert.

Test 2: Ein zweiter, senkrecht eingestellter Polfilter, lässt kein Licht mehr durch.

Die beiden Eigenschaften „waagrecht polarisiert“ und „senkrecht polarisiert“ schließen sich aus.



Quellen: Rainer Müller, Hartmut Wiesner: Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik

Josef Küblbeck: Quantenphysik unter besonderer Berücksichtigung der Modellbildung. 2001. In: LEU- CD-ROM: Quantenphysik

6) Quantenphysikalische Experimente

Doppelspaltversuch (von Klaus Muthsan)

Ein Laser mit sehr geringer Intensität schickt Licht durch einen Doppelspalt. Durch Fotopapier wird das Licht auf dem Schirm nachgewiesen.

Beobachtung 1: Auf dem Schirm erkennen wir, das Licht eine „körnige Struktur“ hat: → Photonen

Beobachtung 2: Das Auftreffen der Photonen scheint zufällig verteilt zu sein.

Beobachtung 3: Bei sehr vielen Photonen ergibt sich eine Häufigkeitsverteilung analog zum Interferenzmuster im Wellenmodell → Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(x)$

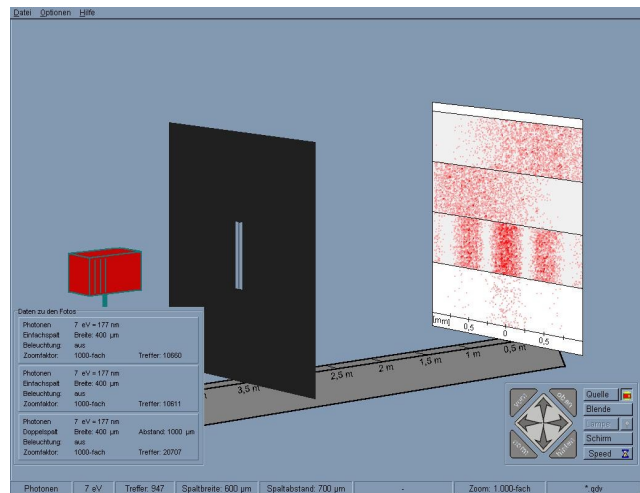
Mit dem Begriff der „Präparation“ lässt sich dies veranschaulichen:

- Wenn in der klassischen Physik Objekte auf dieselben Eigenschaften präpariert werden (z. B. ein Ball mit gleichem Startort und Startgeschwindigkeit), dann ergibt sich auch dasselbe, vorhersagbare Ergebnis.
- Im Doppelspaltexperiment werden die Photonen durch die Lichtquelle auf die selben Eigenschaften präpariert (Wellenlänge ...).
Trotzdem ist der Auftreffpunkt eines einzelnen Photons auf dem Schirm nicht vorhersagbar.
Dagegen ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. relative Häufigkeit bei sehr vielen Photonen ist vorhersagbar.

Beobachtung 4: Oberes Bild: 10.000 Photonen nur durch den linken Spalt → $P_1(x)$

Zweites Bild: 10.000 Photonen durch den rechten Spalt → $P_2(x)$

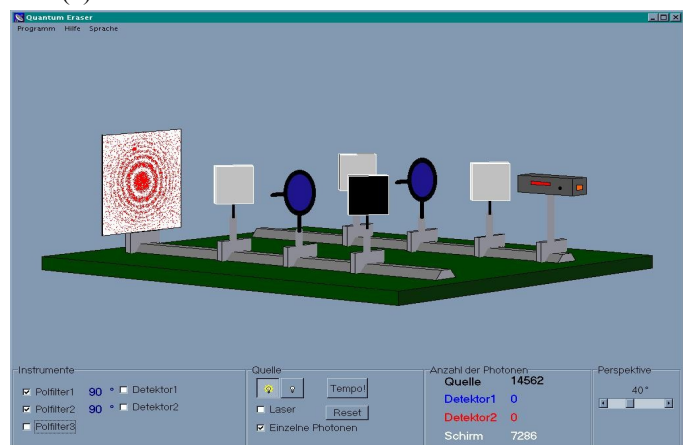
Drittes Bild: 20.000 Photonen durch den Doppelspalt → $P(x)$, wobei aber gilt: $P_1(x) + P_2(x) \neq P(x)$



Interferometer (von Albert Huber)

Das Programm simuliert die Interferenz von Einzelphotonen im Mach-Zehnder Interferometer.

Licht vom Laser mit sehr niedriger Intensität wird durch einen ersten Strahlteiler geschickt. Dadurch ergeben sich 2 mögliche Lichtwege, die durch einen zweiten Strahlteiler wieder zusammengeführt werden. Zwei Polfilter stehen jeweils in diesen möglichen Lichtwegen – und präparieren die Photonen auf Polarisation.



Beobachtung 1 – 3 von oben können in diesem Experiment ebenso getroffen werden.

Beobachtung 4 ergibt sich analog:

Ohne Polfilter bzw. mit Polfilter in gleicher Stellung ergibt sich auf dem Schirm ein Interferenzbild.

Mit Polfilter in verschiedenen Stellungen – wodurch die Photonen auf die Eigenschaft „waagrecht“ bzw. „senkrecht polarisiert“ präpariert werden, so dass die Photonen, die den „hinteren Lichtweg“ gewählt“ von den Photonen, die den „vorderen Lichtweg“ gewählt haben unterschieden werden könnten - ergibt sich kein Interferenzbild mehr: Die Polarisatoren „markieren“ die Photonen und zerstören die Interferenz.

Quantenradierer

Wenn wir nach dem zweiten Strahlteiler einen dritten Polarisator – z. B. um 45° geneigt - einbringen, der diese Markierung nachträglich auslöscht (**Quantenradierer**), erscheint die Interferenz wieder.

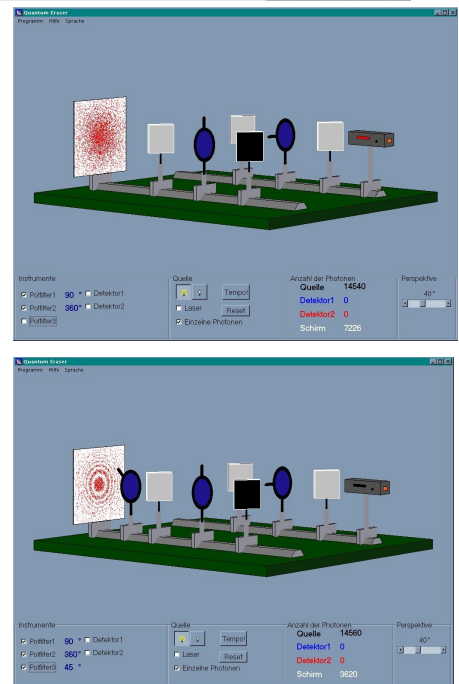
Folgerung: Die Beobachtungen 4 hängen mit der Frage zusammen, ob es erlaubt, den Photonen im Doppelspaltexperiment bzw. Im Interferometer (ohne Polarisatoren) einen Weg zuzuschreiben.

- Wenn wir den Weg kennen (durch rechten oder linken Spalt bzw. vorderen oder hinteren Weg im Interferometer) bricht das Interferenzbild zusammen: Hier besitzen die Photonen die Eigenschaft „Weg A“ oder „Weg B“
- Wenn wir den Weg nicht kennen, ergibt sich das Interferenzbild: **Hier besitzen die Photonen Eigenschaft „Weg“ nicht: Es ist nicht erlaubt sich vorzustellen, dass das Photon einen der beiden Wege genommen hat.**
 - Wenn wir sagen würden, dass das Photon, dass zum Interferenzbild beiträgt, „Weg A“ nimmt, müsste es „wissen“, wie die Situation bei „Weg B“ aussieht – ob dort der Spalt offen bzw. der Polarisationsfilter verdreht ist.
 - Die Annahme, dass das Photon sich aufteilt und gleichzeitig beide Weg nimmt, lässt sich widerlegen: Wenn wir im Strahlengang „nachschauen“ – z. B. mit einem Detektor, finden wir nur ganze Photonen:

Bei einer Messung besitzt das Photon die Eigenschaft „Weg A“ bzw. „Weg B“

Analoge Beobachtungen ergeben sich für Elektronen, Protonen, He-Atome, Na-Moleküle

Quellen: Rainer Müller, Hartmut Wiesner: Das Münchner Unterrichtskonzept zur Quantenmechanik



7) Wesenszüge des Modells der Quantenphysik

- „Wer dem Paradoxen gegenüber steht, setzt sich der Wirklichkeit aus.“ (Friedrich Dürrenmatt)
- **Wesenszug 1: Wahrscheinlichkeitsvorhersagen** - Bsp. Doppelspaltexperiment:
 - Je ein Energiequant wird auf dem Schirm jeweils nur an einem bestimmten Ort nachgewiesen.
 - Dieser Ort kann für ein einzelnes Quantenobjekt nicht vorhergesagt werden.
 - Wenn man viele Quantenobjekte nachweist, kann man allerdings mit einer bestimmten Häufigkeitsverteilung rechnen
- **Wesenszug 2: Nichtobjektivierbarkeit oder starke Nicht-Lokalität**
 - Die *nicht-realistische Interpretation* (Standardinterpretation): Man gibt die Vorstellung auf, dass das Quantenobjekt **objektiv** alle Eigenschaften besitzt. Wenn z.B. beide Spalte offen sind, geht das Quant nicht nur durch den linken oder rechten Spalt. Das *Quantenobjekt hat nicht die Eigenschaft* „geht links durch“ oder „geht rechts durch“.



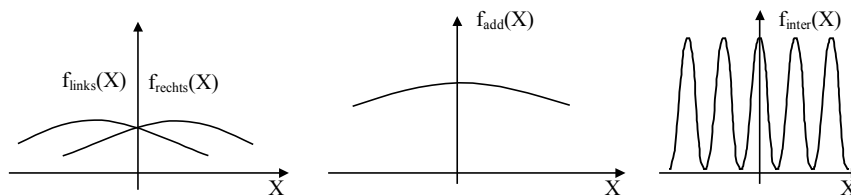
- Die *realistische Interpretation*: eine Aktion am rechten Spalt hat eine sofortige Auswirkung auf den linken Spalt hat (→ Ausbreitung mit Überlichtgeschwindigkeit): starke Nicht-Lokalität!
- Es gibt kein Experiment, dass eine der beiden Interpretationen unterscheiden kann. Wir wählen die erste Interpretation.

Wesenszug 3: Keine Mischergebnisse

- Misst man, durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht, erhält man nur die Aussagen „links“ oder „rechts“, aber keinen Mischzustand.

Wesenszug 4: Ganzheitlichkeit der Messung

- Die obige Messung beeinflusst das Schirmbild: die Interferenz f_{inter} auf dem Schirm verschwindet, es ist die Addition der Einzelschirmbilder f_{add} zu sehen.


Wesenszug 5: Unbestimmtheit

- Es gibt kein Spaltexperiment, das gleichzeitig Interferenz zeigt und Information darüber gibt, welchen Spalt die Quantenobjekte passiert haben.
- Quantitativ z.B. bei Ort und Impuls: Wenn man bei einem Ensemble von identisch präparierten Quantenobjekten bei einem Teil den Ort und beim anderen den Impuls misst, so stellt man fest, dass die Streuung der Impulswerte multipliziert mit der Streuung der Ortswerte im Mittel größer oder gleich der Planckschen Konstante geteilt durch 4π ist, z. B. bei einem Elektron mit der Ortsstreuung von ca. 10^{-10} m (z. B. im Atom) beträgt die Geschwindigkeitsstreuung immerhin ca. 10^7 m/s.

8) Der Zeigerformalismus

„Alles sollte so einfach wie möglich gemacht werden, aber nicht einfacher.“ (A. Einstein)

Der Zeigerformalismus in der Quantenphysik ist analog zur Wellenoptik: Nur die Interpretation ist anders.

- Quelle sendet Objekte (EM-Wellen bzw. Quantenobjekte) aus mit charakteristischer Größe λ (Wellenlänge).
- Experimentelle Anordnung aus Spiegeln, Spalten, Medien ...
- Beobachtung (am Schirm, Detektor) am Ort X einer Größe $P(x)$ (Intensität, Wahrscheinlichkeitsverteilung)

4 Regeln für den Zeigerformalismus in der Quantenphysik

- Bestimme alle Zeigerlinien („relativ kürzeste Linien“) und ihre Längen l .
- Bestimme die Phase am Ende der Linie (Rad mit Umfang λ rollt auf Zeigerlinie): $\varphi = \frac{l}{\lambda} \cdot 2\pi$ modulo 2π .
- Alle Zeiger von kohärenten Zeigerlinien werden vektoriell addiert.
- Diese Summe wird quadriert: $P(x) = |\psi_1 + \psi_2|^2$

Weitere – nicht kohärente – Zeiger werden zuerst quadriert und dann addiert $\rightarrow P(x) = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$

Neue Interpretation in der QP: In der QP hat nur das Quadrat des Summenzeigers eine Interpretation als Wahrscheinlichkeit, der Summenzeiger selbst bleibt ohne Interpretation.

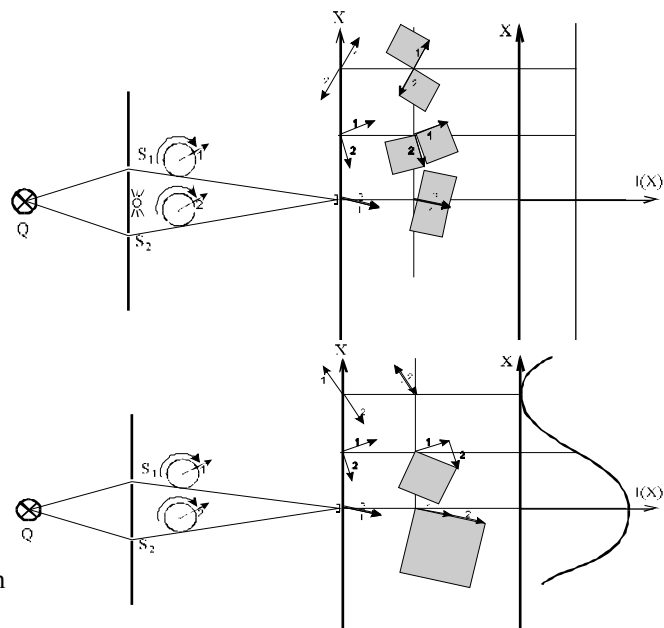
Neue Grundregel in der QP: Wenn zwei Zeigerlinien **ununterscheidbar** sind, müssen die zugehörigen Vektoren, also die Zeigerendstellungen vektoriell addiert und dann quadriert werden, ansonsten sind die Vektoren zuerst zu quadrieren und dann die Quadrate zu addieren.

Bsp. 1: Doppelspalt mit ununterscheidbaren (kohärenten) Wegen \rightarrow Interferenz

Bsp. 2: Doppelspalt mit unterscheidbaren (Messung \rightarrow nicht kohärenten) Wegen \rightarrow keine Interferenz

Hinweis 1: Regel 1 kann auch schöner, nämlich allgemeiner, formuliert werden:

1*. Die Zeigerlinien sind *alle* möglichen, auch krummen Linien, die an der Quelle beginnen und am Punkt X enden (\rightarrow Cornu-Spirale: nur die Linien in der Nähe der relativ kürzesten Zeigerlinie haben einen konstruktiven Einfluss).



Quelle: Josef Küblbeck: *Quantenphysik unter besonderer Berücksichtigung der Modellbildung*. 2001. In: LEU- CD-ROM: *Quantenphysik*

9) Knaller-Experiment

Realisierung: Kwiat, Weinfurter, Zeilinger und Herzog 1995 an der Uni Innsbruck

Grundidee:

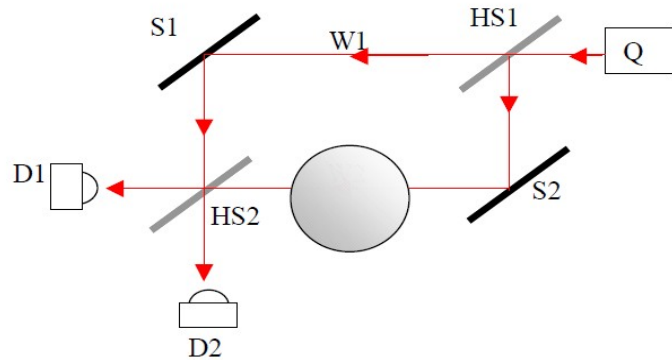
Es ist immer nur ein Photon in der Apparatur.
Es gibt zwei mögliche Wege, so dass bei Detektor 1 (D1) der Gangunterschied $\lambda/2$ beträgt.

Durchführung 1 - ohne „Knaller“:

D1 registriert kein Photon (100% für D2)

Erklärung 1: Destruktive Interferenz der

ununterscheidbaren Wege: $P(x) = |\psi_1 + \psi_2|^2$



<http://www.quantenphysik-schule.de/Dokumente/knaller-tatzel.pdf>

Durchführung 2 – mit „Knaller“: zu 50% wird Knaller ausgelöst, zu 25% gelangt Photon in D1 (und zu 25% in D2)

Erklärung 2: Da es sich um unterscheidbare Wege handelt, gilt: $P(x) = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$.

→ Es gibt keine Interferenz mehr: 50% der Photonen nehmen den Weg ohne Knaller, davon 50% gelangen in D1.

→ Diese 25% der Photonen bestätigen somit die Existenz des Knallers im anderen Weg, ohne diesen auszulösen.

→ Die Auftreffwahrscheinlichkeit der Photonen in D1 wird durch die gesamte Versuchsanordnung beeinflusst:

Diesen Effekt nennt man **Nichtlokalität!**

s.a. homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Quantentheorie/Bombe/ (Applet) und www.quantenphysik-schule.de/Dokumente/knaller-tatzel.pdf

Weiterführendes: Präsentation homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Quantentheorie/sexagesimalien/sexagesimalien23.1.2008.pps

EPR-Paradoxon und Bellsche Ungleichung: <http://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Quantentheorie/EPR/index.html>

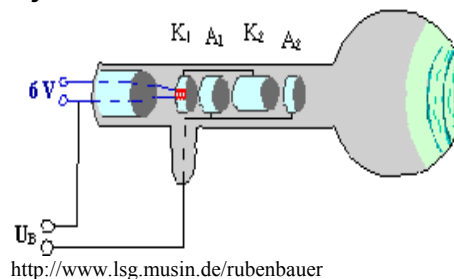
10) Elektronen als Quantenobjekt

Elektronenbeugungsröhre

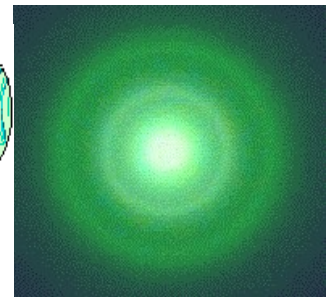
Elektronen dampfen aus dem Heizdraht aus und werden über die Beschleunigungsspannung U_B beschleunigt.

In A_2 treffen diese auf eine Grafitfolie und werden an den Kristallebenen entsprechend der Bragg-Reflexion gebeugt.

Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzmuster (siehe rechts: helle und dunkle Ringe).



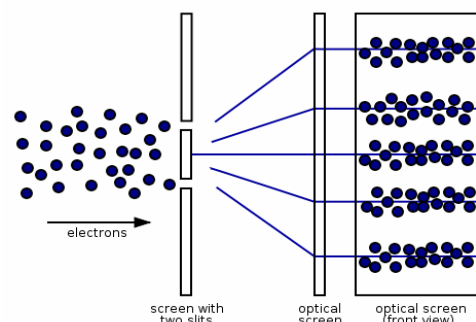
<http://www.lsg.musin.de/rubenbauer>



Dies ist ein Nachweis für die Quantennatur der Elektronen.

Doppelspalt mit Elektronen.

Auch hier ist wieder die Interferenzmuster als Wahrscheinlichkeitsverteilung der Elektronen sichtbar, wobei stets nur ganze Elektronen am Schirm registriert werden. Diese widersprüchlichen Aspekte - Welle - Teilchen - lassen sich in der Deutung des Elektrons als Quantenobjekt aufheben. Als man diesen Versuch auch mit Atomen und Molekülen durchführte, geschah das gleiche. Auch diese sind Quantenobjekte!



http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Two-Slit_Experiment_Electrons.svg

De Broglie-Wellenlänge

Durch die Analogie zum Photon stellte De Broglie Formeln für die Beziehung zwischen Wellenlänge und Impuls ($p = m \cdot v$) der

Elektronen her:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Dies kann mit der Elektronenbeugungsröhre (oder am Doppelspalt) nachgewiesen werden.

Dort gilt nach der Beschleunigung mit U_B : $W_{kin} = W_{el} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = eU_B \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_B}{m}}$

Mit der de Broglie Formeln kommt man zur Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2meU_B}}$

Neben der De Broglie-Formel gilt eine zweite Formel für alle Quantenobjekt: $W = h f$, hiermit lässt sich dem Elektron auch eine Frequenz zuordnen.

(Beachte: Es gilt hier $v \neq \lambda \cdot f$ - für weitere Infos dazu: siehe Zusatz-Skript)

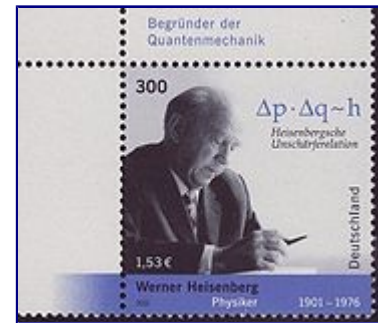
Bornsche Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Die Wahrscheinlichkeit eines Auftreffens eines Quantenobjektes in einem Gebiet kann man durch das Quadrat der Wellenfunktion $\psi(x)$ angeben. Die Wellenfunktion richtet sich nach den Wellengesetzen (abhängig von Wellenlänge und Länge des möglichen Weges). Für die Wellenfunktionen der möglichen Wege gilt das Superpositionsprinzip, d. h. sie interferieren: $P(x) = |\psi_1 + \psi_2|^2$

11) Die Heisenbergsche Unschärfe-Relation

Sie wurde 1927 von Werner Heisenberg im Rahmen der Quantenmechanik formuliert: Die heisenbergsche Unschärferelation oder Unbestimmtheitsrelation ist die Aussage der Quantenphysik, dass zwei Messgrößen eines Teilchens nicht immer gleichzeitig beliebig genau bestimmbar sind.

Das bekannteste Beispiel für ein Paar solcher Messgrößen sind Ort und Impuls. Die Unschärferelation ist nicht die Folge von Unzulänglichkeiten eines entsprechenden Messvorgangs, sondern prinzipieller Natur.



Zwei Bedeutungen von Unschärfe

- **Ensemble-Interpretation** - Unschärfe bezogen auf eine Gesamtheit von vielen Teilchen:
 - Hat man ein Ensemble von Quantenobjekten so präpariert, dass die Streuung der Ortsmesswerte Δx klein ist, wird die Streuung der Impulsmesswerte Δp_x groß sein (und umgekehrt).
- **Kopenhagener Deutung** - Unschärfe bezogen auf ein einzelnes Teilchen:
 - Es ist nicht möglich, ein Quantenobjekt in einem Zustand zu präparieren, bei dem die Position und der Impuls beliebig genau definiert sind.
 - Es ist nicht möglich, die Position und den Impuls eines Quantenobjektes gleichzeitig exakt zu messen.
 - Die Messung der Position eines Quantenobjektes ist zwangsläufig mit einer Störung seines Impulses verbunden, und umgekehrt.

Ungleichungen

1. Die Unschärferelation bezüglich Ort und Impuls: $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$
Dies gilt für jede Raumrichtung x, y und z separat
2. Die Unschärferelation bezüglich Energie und Beobachtungsdauer: $\Delta E \cdot \Delta t = h$
Diese Relation gilt z. B. für die Lebensdauer eines angeregten Atom-Zustands.

Bem.: In der allgemeinen Form findet man für die Unschärfe-Relation $\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{h}{4\pi}$ - aber der Faktor $\frac{1}{4\pi}$ spielt hier für das Verständnis keine Rolle.

Plausibilitätsbetrachtung am Einzelspalt

- Der Impuls p des betrachteten Objektes (z. B. e-) wird dabei zunächst als bekannt vorausgesetzt: $p = \frac{h}{\lambda}$ (1)
- Geht das Objekt durch den Spalt hindurch, so ist in diesem Moment sein Ort in Richtung parallel zum Schirm mit der Genauigkeit Δx des Spaltes festgelegt.

- Dadurch ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Auftreffens auf dem Schirm festgelegt: Die Ausblendung des Strahls ist mit einer räumlichen Beugung des Objektes um den (zufälligen) Öffnungswinkel α verbunden.

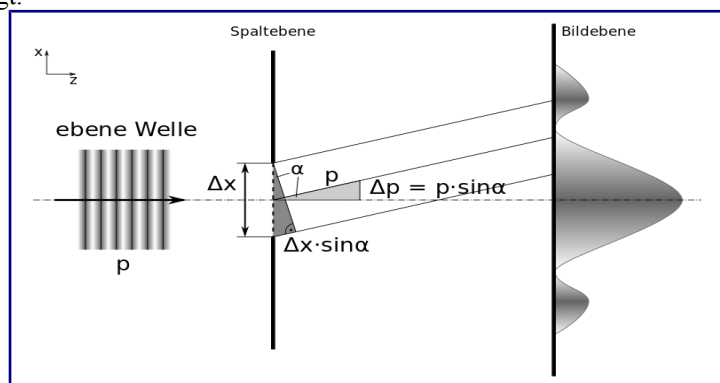
- Wir betrachten nur Objekte mit der Ablenkung bis zum ersten Minimum beim Einzelspalt: $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{\Delta x}$ (2)

- Über die Richtung der Objekte wissen wir dann nur, dass sie einen zufälligen Querimpuls Δp bekommen.

Als Maß für die Impulsunschärfe gilt innerhalb dieses Bereichs: $p \sin(\alpha) \leq \Delta p$ (3)

- Diese drei Formeln ergeben: $\Delta p \geq p \cdot \sin(\alpha) = p \frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{h}{\Delta x} \rightarrow$ Unschärfe-Relation

- Je kleiner die Spaltbreite (Ortsunschärfe) ist, desto weiter entfernt sich das erste Minimum von der Mittelachse und desto weniger ist über die Richtung des Objekts (Impulsunschärfe) bekannt.



Folgerung „Der Bahnbegriff ist geschlachtet“: Da für die Bahn eines Teilchens zu jedem Zeitpunkt der Ort und die Geschwindigkeit genau bekannt sein muss, folgt direkt aus der Unschärfe-Relation, dass Quantenobjekten keine Bahn zugeordnet werden kann.

12) Typische Aufgaben

Aufgaben zum Photoeffekt:

- Für das Metall Natrium beträgt die Ablöseenergie $3,65 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
 - Wie groß ist die (maximale) Bewegungsenergie, die ein Elektron bei Einstrahlung von UV-Licht der Wellenlänge $\lambda = 300 \text{ nm}$ auf eine Natriumschicht erhalten kann?
 - Bei welcher Wellenlänge werden gerade noch Elektronen von der Natriumschicht abgelöst? Welche Frequenz hat dieses Licht? In welcher Farbe erscheint uns dieses Licht?
 - Welche maximale Geschwindigkeit haben Elektronen, wenn man das sichtbare Spektrum (ohne UV!) auf die Natrium-Schicht strahlt.
- In einem Experiment mit einer Kaliumplatte könnten wir folgende Werte erhalten. Berechnen Sie die Werte für f , zeichnen Sie das Schaubild für $W_{\text{kin}}(f)$ und bestimmen Sie h und W_A .

λ (in nm)	280	250	200
W_{kin} (in 10^{-19} J)	0,27	1,1	3,1

Lösungen:

- $W_{\text{photon}} = hf = hc/\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} / (300 \cdot 10^{-9} \text{ m}) \approx 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 $W_{\text{kin}} = W_{\text{photon}} - W_A \approx 2,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 - Bei der Grenzwellenlänge gilt: $W_{\text{kin}} = 0$ bzw. $W_{\text{photon}} = W_A$
 Also: $hf_{\text{gr}} = W_A \rightarrow f_{\text{gr}} = W_A / h \approx 5,50 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
 Somit: $\lambda = c / f \approx 545 \text{ nm} \rightarrow$ ergibt grün (s. a. <http://de.wikipedia.org/wiki/Farben>)
 - Das sichtbare Spektrum reicht von 400nm bis 800nm.
 Die Lichtquanten bei 400 nm sind am energiereichsten: $W_{\text{photon}} = hf = hc/\lambda = 5,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 Die maximale kinetische Energie der Elektronen: $W_{\text{kin}} = W_{\text{photon}} - W_A \approx 1,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 Die maximale Geschwindigkeit ergibt sich aus: $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v^2 \rightarrow v = \sqrt{2W_{\text{kin}}/m_e} \approx 540 \text{ km/s}$
- | | | | |
|--------------------------------|------|------|------|
| f (in 10^{14} Hz) | 10,7 | 12,0 | 15,0 |
|--------------------------------|------|------|------|

Mit dem GTR lässt sich diese Aufgabe einfach lösen:

X-Werte (also f) als Liste L1 und y-Werte (also W_{kin}) als Liste L2 eingeben über

[STAT] [1:EDIT] (bitte inkl. Exponenten!)

Nun wird eine Lineare Regression durchgeführt über

[STAT] [CALC] [4: LinReg(ax+b)]

Wir erhalten die Steigung und den y-Achsenabschnitt:

$a = h \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ und $b = -W_A \approx -6,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

L1	L2	L3	2
1.1E15	3E-20	-----	
1.2E15	1E-19	-----	
1.5E15	3E-19	-----	

L2(4) =			
y=ax+b			
a=6.596299E-34			
b=-6.79935E-19			

Aufgaben zum Elektron als Quantenobjekt:

- Warum lassen sich die Elektronenbeugungsröhre-Experimente nicht mit der Teilchen-Vorstellung erklären?
- Berechne: Elektronen werden mit 50 kV beschleunigt. Berechne ihre Geschwindigkeit, ihren Impuls, ihre Wellenlänge und ihre Frequenz. Berechne für einen Doppelspalt mit Spaltabstand 400 nm die Lage des ersten Minimums bei einem Schirmabstand von 3,5 m.
- Protonen verlassen den Beschleuniger mit $50 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Berechne die Wellenlänge und den Impuls. Sie treffen einen Doppelspalt mit $g=20 \mu\text{m}$. Wo liegt das Maximum erster Ordnung (Schirmabstand: 3,5 m)?
- Protonen mit 500 kV: Gesucht ist die Wellenlänge!
- Warum haben gleich schnelle H-Atome (fast) die gleiche Wellenlänge wie Protonen?
- Um welchen Faktor unterscheidet sich die Wellenlänge von Alpha-Teilchen von denen eines Protons, wenn beide mit derselben Spannung beschleunigt wurden?
- Wie groß ist die Wellenlänge eines Staubteilchens mit 10 pg und 300m/s? Welchen Abstand hat das 10.te Maximum vom 0.ten Maximum am Gitter ($g = 1,0 \mu\text{m}$) mit einem Schirm in 1,0 m Entfernung?
- Gesucht ist die Beschleunigungsspannung für Elektronen, die am Doppelspalt ($g = 10 \mu\text{m}$) beim 10.ten Maximum einen Beugungswinkel von $0,1^\circ$ haben:

Lösungen:

- Weil in den Interferenzringen auch die Welleneigenschaften des Elektrons sichtbar werden.

$$2. \text{ Geg.: } U_B = 50 \text{ kV: } \frac{1}{2}mv^2 = eU_B \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_B}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 133 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$p = m \cdot v = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 132,7 \cdot 10^6 \text{ m/s} \approx 121 \cdot 10^{-24} \text{ Ns} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{120,7 \cdot 10^{-24} \text{ Ns}} = 5,5 \text{ pm}$$

Für alle Quantenobjekte gilt für die Energie: $W = hf \Rightarrow f = W/h$ hier: $f = 50 \text{ keV} / h \approx 1,2 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$

Bei einem Doppelspalt mit $g = 400 \text{ nm}$ und einem Schirmabstand von $a = 3,5 \text{ m}$ ergibt sich für das erste

Minimum des Doppelspalt (Einzelapertur vernachlässigt): $\delta = \frac{\lambda}{2}$

$$d = a \cdot \tan \alpha \quad \text{und} \quad \delta = g \cdot \sin \alpha \Rightarrow d = a \cdot \tan(\sin^{-1}(\frac{\lambda}{2g}) = 3,5m \cdot \tan(\sin^{-1}(\frac{5,5 \cdot 10^{-12}m}{2 \cdot 400 \cdot 10^{-9}m})) \approx 24 \mu m$$

$$3. \quad p = m \cdot v = 1,67 \cdot 10^{-27} kg \cdot 50 \cdot 10^8 m/s = 83,5 \cdot 10^{-21} Ns \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = 7,9 \cdot 10^{-15} m$$

$$1. \text{Max: } \delta = \lambda \Rightarrow d = a \cdot \tan(\sin^{-1}(\frac{\lambda}{g})) = 1,4 \cdot 10^{-9} m$$

$$4. \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_p e U_B}} = 40 \cdot 10^{-15} m$$

5. λ ist nur abhängig von p , dieses wiederum von m und v . Da H-Atome aus einem Proton und einem Elektronen bestehen, also fast die gleiche Masse wie ein Proton haben, ist auch die Wellenlänge gleich.

$$6. \quad \lambda_{He} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot (4me) \cdot (2e) \cdot U_B}} = \frac{\lambda_p}{\sqrt{8}}$$

7. $\lambda = \frac{h}{mv} \approx 2,2 \cdot 10^{-21} m$ und $d = a \tan\left(\sin^{-1}\left(\frac{10\lambda}{g}\right)\right) \approx 22 \cdot 10^{-15} m$. Dies dürfte nicht beobachtbar sein (ungefähr die Größe eines Atomkerns), so dass die klassische Mechanik ein guter Grenzfall der QP ist!

$$8. \quad \lambda = \frac{g}{10} \sin(\alpha) \approx 1,7 nm \rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_B}} \Rightarrow U_B = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{1}{2em} = 0,5V$$

Aufgabe zur Unschärfe-Relation

- Elektronen werden in der Braunschen Röhre mit 2 kV beschleunigt. Untersuche, welche Ortsunschärfe diese Elektronen dann besitzen und beurteile, inwiefern noch von einer "Elektronenbahn" gesprochen werden kann.

Lösung:

- Für Elektronen gilt: $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 2,65 \cdot 10^7 m/s \Leftrightarrow p = 2,41 \cdot 10^{-23} kg m/s$. Unter Berücksichtigung von Vor- und

Zurückrichtung beträgt die maximale Impulsunschärfe in Bewegungsrichtung $\Delta p = 2p = 4,83 \cdot 10^{-23} kg m/s$

Aus der Unschärfe-Relation folgt damit für die Ortsunschärfe in Bewegungsrichtung $\Delta x = \frac{h}{\Delta p} = 1,4 \cdot 10^{-11} m$

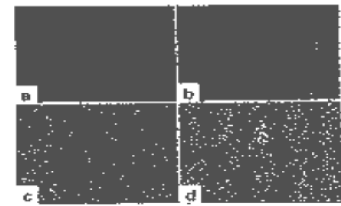
- so dass die Ortsunschärfe verschwindend klein ist: Der „Bahnbegriff“ in der Elektronenstrahlröhre widerspricht damit nicht (oder kaum) der Unbestimmtheitsrelation.

Zusatzbetrachtung – (aus einer Zusendung von Florian Bullinger): „Du stellst eine Blende senkrecht (!) zum Strahl, 1mm breit. Dann hast Du senkrecht (!) zum Strahl Beugung, manche Elektronen haben weiter Impuls null senkrecht zum Strahl (o-tes Max.), viele andere aber landen im ersten oder den nächsten Maxima, der zunächst scharf gleich Null bestimmte Impuls (vor der Blende senkrecht zum Strahl) ist durch die Ortsmessung mittels Blende in der gleichen Raumrichtung unscharf geworden. Ist die Blende 1 mm breit, ist $\Delta p = h/\Delta x$ ungefähr $10^{-34}/10^{-3} m$ ungefähr gleich $10^{-31} m$, merkt keiner und Röhrenbildschirme können mit dünnen e-Strahlen scharfe Bilder malen, auch nach der Blende fliegt alles gerade aus.“

Abituraufgaben

- Abitur 2008 III c:** In einer Versuchsanordnung treffen Elektronen mit der Geschwindigkeit $1,00 \cdot 10^8 ms^{-1}$ auf den Doppelspalt mit Spaltmittenabstand $20 \mu m$. Dahinter werden sie auf einem geeigneten Schirm registriert.
 - Welche de-Broglie-Wellenlänge ist den Elektronen zuzuordnen? Warum ist der verwendete Doppelspalt für ein Interferenz-Experiment mit diesen Elektronen nicht gut geeignet? Welche experimentellen Abwandlungsmöglichkeiten gibt es, so dass die Interferenz beobachtbar wird?
 - Nun befindet sich in einer entsprechend verbesserten Versuchsanordnung immer nur ein Elektron. Beschreiben Sie, was bei kurzer bzw. bei langer Beobachtungsdauer zu erwarten ist. Erläutern Sie dies!
- Abitur 2008 III d:** Ein Blitzgerät hat während einer Blitzdauer von $1/30$ Sekunde eine Durchschnittsleistung von 300 W. Die mittlere Energie der Photonen entspricht der von Licht der Wellenlänge 500 nm.
 - Bestimmen Sie die Anzahl der Photonen, die bei einem Blitz frei werden.
 - Mit einem Lichtblitz soll eine chemische Reaktion, die eine hohe Aktivierungsenergie benötigt, ausgelöst werden. Der Versuch wird in drei Varianten ausgeführt: A: Blitzgerät ohne Filter; B: Blitzgerät mit Rotfilter; C: Blitzgerät mit Blaufilter. Nur in zwei der drei Fälle ist eine Reaktion zu beobachten. Erläutern Sie dies.
 - Die nicht funktionierende Versuchsvariante wird nun abgewandelt, indem ein zweites, gleichartiges Blitzgerät gleichzeitig ausgelöst wird. Inwiefern eignet sich dieser Versuch dazu, die Grenzen der klassischen Wellentheorie aufzuzeigen?

3. **Abitur 2007 I d:** Elektronen (mit 50 kV beschleunigt) treffen auf einen Doppelspalt (Abstand Spaltmitten: 100 nm). Auf einer 5,0 cm entfernten Fotoplate wird ein Interferenz-Muster registriert. Der Abstand benachbarter Streifen beträgt 2,75 μm .
- a) Bestimmen Sie aus der Spannungsangabe die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen. Prüfen Sie, ob die Wellenlänge der Elektronen, die man aus dem beschriebenen Muster ermitteln kann, mit der berechneten de-Broglie-Wellenlänge übereinstimmt.
- b) Nun wird ein entsprechendes Doppelspalt-Experiment mit einzelnen Elektronen durchgeführt, d.h. es befindet sich jeweils nur ein Elektron in der Versuchsanordnung. Dabei ergeben sich die Bilder rechts. Erläutern Sie, warum dieses Experiment zeigt, dass Elektronen Quantenobjekte sind.
4. **Abitur 2007 II d:** "Beobachtungen stören nicht nur, was in einem System gemessen wird, sie erzeugen es. Bei einer Ortsmessung wird das Elektron zu einer Entscheidung gezwungen. Wir zwingen es an einen bestimmten Ort, vorher war es nicht hier, nicht dort, es hatte sich für keinen Ort entschieden." (Ernst Pascual Jordan; 1902 - 1980)
- Erläutern Sie die Aussage zur Ortsmessung anhand des Doppelspaltexperiments mit einzelnen Elektronen.



(a) weniger als 10 Elektronen;
(b) 270 Elektronen;
(c) 2000 Elektronen;
(d) 60000 Elektronen.

Lösungen:

1. a) $\lambda = \frac{h}{mv} \approx 7,27 \text{ nm}$. Aufgrund dieser sehr kleinen Wellenlänge ist die Spaltbreite zu groß. Die Maxima liegen so dicht beieinander, dass keine Minima mehr erkennbar sind. Bei kleineren Elektronengeschwindigkeiten ist die Wellenlänge größer und die Interferenz beobachtbar. Alternative: a vergrößern oder g kleiner ...
- b) Einzelne Photonen: zufälliges Auftreffen, Wahrscheinlichkeit $P(x) = |\Psi_1(x) + \Psi_2(x)|^2$ über die Wellenfunktionen der beiden möglichen ununterscheidbaren Wege; viele Photonen: Interferenzmuster wird sichtbar.
2. a) $W_{\text{Licht}} = P t = 10 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{Licht}} = n W_{\text{photon}} = n h f = n \frac{h}{\lambda} \Rightarrow n = 2,5 \cdot 10^{19}$
- b) A: Weißes Licht: beinhaltet auch blaue Photonen mit hoher Energie: Reaktion findet statt.
B: nur rote, energie-arme Photonen: keine Reaktion; C: blaue, energie-reiche Photonen: Reaktion findet statt.
- c) Nach der Wellentheorie hängt die Energie des Lichtes von der Intensität ab, so dass nun bei doppelter Intensität auch das rote energie-reich genug sein müsste. Aber es wird trotzdem keine Reaktion ausgelöst. Ob die Reaktion ausgelöst wird, liegt nur an der Wellenlänge des Lichtes, was in der Wellentheorie nicht erklärbar ist. Die Photonentheorie kann das auflösen: Das Licht besitzt Energiepakete mit $E = h f$.
3. a) $v = \sqrt{2 e \frac{U}{m}} = 1,33 \cdot 10^8 \text{ m/s} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv} \approx 5,5 \text{ pm}$; $\lambda = \delta = g \sin(\alpha) = g \sin(\tan^{-1}(\frac{d}{a})) \approx 5,5 \text{ pm}$
- b) 1.) körnige Struktur: "keine Mischergebnisse";
2.) zufälliges Auftreffen einzelner Teilchen, Muster bei vielen Teilchen: "Wahrscheinlichkeitsvorhersagen";
3.) Interferenzmuster: ununterscheidbare Wege interferieren $P(x) = |\Psi_1(x) + \Psi_2(x)|^2$
4. "Vorher war es nicht hier nicht dort, es hatte sich für keinen Ort entschieden.": Es gibt Auftrefforte auf dem Schirm, die wahrscheinlich sind und Auftrefforte, die unwahrscheinlich sind. Die Überlagerung der Wahrscheinlichkeitsfunktion für beide Spalte ergibt die Intensitätsverteilung: $P(x) = |\Psi_1(x) + \Psi_2(x)|^2$. Man kann aber nicht sagen, durch welchen Spalt ein einzelnes Elektron wohin auf dem Schirm gegangen ist. "Wir zwingen es an einen bestimmten Ort": Versucht man nun mehr über den Weg eines einzelnen Elektrons herauszufinden und festzustellen, durch welchen Spalt es gelangt ist (durch Wechselwirkung), dann lokalisiert man das Elektron schon in der Spaltebene. Damit verschwindet aber das typische Interferenzbild auf dem Schirm: $P(x) = |\Psi_1(x)|^2 + |\Psi_2(x)|^2$ Die Messung stört und beeinflusst als das Messergebnis.

Weitere Abituraufgaben: 2007 III d (Photoeffekt); 2006 I d (Photoeffekt); 2006 II d (Interferometer, Quantenradierer); 2006 III d (Doppelspalt); 2005 I d (Doppelspalt mit Elektronen); 2005 II c (Photoeffekt); 2005 III d (Unschärfe-Relation o.ä.); 2004 I c (Doppelspalt mit Elektronen); 2004 II d (Gitter mit Fullerenen; Weginterferenz); Musteraufgabe 2004 A2 d (Unbestimmtheitsrelation)


XI) Atomphysik

1) „Vorläufer des Quantenmodells“

Niels Bohr (1913, Dänemark)

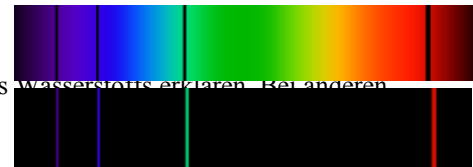
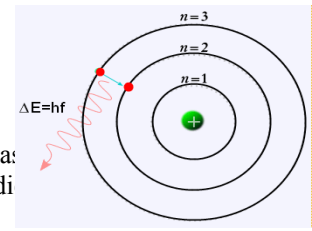
entwickelte auf der Basis der Rutherford'schen Erkenntnisse ein neuartiges Atommodell, das die Elektronen den Kern umkreisen wie die Planeten die Sonne, wobei die Coulombkraft die Zentripetalkraft darstellt. Er ergänzte sein Modell

durch folgende Postulate („Polizeigesetze“) -

- **Es sind nur bestimmte (=diskrete) Bahnen** erlaubt, durch die Hauptquantenzahl $n = 1, 2, 3 \dots$ bezeichnet:
 - Es muss gelten: **Bahnumfang** = $n \cdot \text{Wellenlänge Elektron}$: $2\pi r = n\lambda$ (*)
(nur dann sind die Wellenzüge geschlossen und interferieren nicht weg)
Für Wasserstoff ergibt sich der **Bohrsche Radius** $r_1 = 53 \text{ pm}$ und $r_n = n^2 \cdot R_1$
 - **Jeder Bahn mit Quantenzahl n entspricht ein Energieniveau**: $W(n) = W_{\text{kin}} + W_{\text{pot}} = W(n) = -13,6 \text{ eV} \frac{1}{n^2}$
 - **Auf diesen Bahnen strahlen die Elektronen keine Energie ab.**
 - **Es sind Übergänge zwischen diesen diskreten Bahnen möglich**
 - Der Übergang „nach außen“ (z. B. von $n = 1$ nach $n = 3$) erfordert Energiezufuhr: $\Delta W = W(n) - W(m)$. Die Energie kann durch die Einstrahlung von Licht erfolgen (dabei kann man beim Licht **Absorptionsspektren** beobachten, gewisse Wellenlängen fehlen im Spektrum)
 - Der Übergang „nach innen“ (z. B. von $n = 3$ nach $n = 1$) erfolgt unter Abgabe von Energie, die in Form von Licht freigesetzt wird: $\Delta W = 13,6 \text{ eV} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = hf$
- 

Dabei können wir **Emissionsspektren** beobachten.

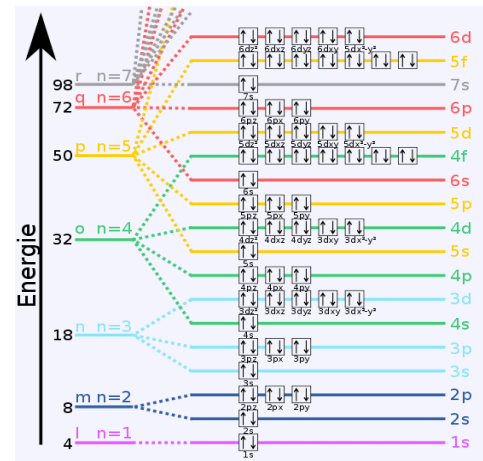
Bohr konnte mit seinem Modell die Absorptions- und Emissionsspektren der Atome stimmen, die berechneten Werte nicht mit den Spektren überein.



Arnold Sommerfeld (Deutschland, ca. 1920)

erweiterte das Bohrsche Modell. Dazu führte er zusätzliche Quantenzahlen ein, die weitere experimentelle Beobachtungen - wie z. B. die Aufspaltung der Spektrallinien - erklären konnten:

- Die **Hauptquantenzahl n**
mögliche Werte: 1, 2, 3, 4, ...
aus dem Bohrschen Modell für die Energieniveaus.
(in der Chemie / Physik: auch K-Schale ($n=1$) / L-Schale ...)
- Die **Nebenquantenzahl l**
mögliche Werte: 0, 1, ..., $n-1$
beschreibt den Bahndrehimpuls und ist ein Maß für die Abweichung von der Kreisbahn.
(in der Chemie/ Physik: auch $l=0$: s-Orbital / $l=1$: p-Orbital ...
s-Orbitale sind kugelsymm., p-Orbitale haben andere Form ...)
- Die **magnetische Quantenzahl m**
mögliche Werte: $-l$, ..., 0, ..., $+l$
erklärt, warum ein äußeres Magnetfeld die Energieniveaus z. B. für $l=1$ in drei Zustände aufspaltet: $-1 / 0 / 1$.
- Die **Spinquantenzahl s**
mögliche Werte: $-\frac{1}{2}$ und $+\frac{1}{2}$ („Spin up und down“)
leitet sich von der Vorstellung ab, dass Elektronen als um sich selbst kreisende Kugeln einen magnetischen Dipol darstellen, der sich gegenüber einem äußeren Magnetfeld ausrichten kann.



<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/archive/3/3d/2009/11/02/130626/Energieniveau.svg>

Wolfgang Pauli (Deutschland, 1925)

gelang es, das Bohr-Sommerfeldsche Atommodell zur Erklärung des Periodensystems heranzuziehen. Er postulierte das sog. **Pauli-Prinzip**: *In einem Atom muss jedes Elektron einen anderen Satz von Quantenzahlen besitzen.*

Damit lässt sich erklären, warum im Atom nicht alle Elektronen der

- Für die K-Schale, den Grundzustand $n=1$, gibt es 2 Möglichkeiten: Wasserstoff mit 1 Elektron; Helium mit 2 Elektronen - K-Schale ist voll
- Für die L-Schale gibt es acht Möglichkeiten: $n = 2$ und $l = 0$ oder $l = 1$

1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe

Bei $l = 0$ (s-Orbital): $m = 0$ und $s = -\frac{1}{2}$ bzw. $s = \frac{1}{2}$: 2 Möglichkeiten

Bei $l = 1$ (p-Orbital): $m = -1 / 0 / 1$ und jeweils $s = -\frac{1}{2}$ bzw. $s = \frac{1}{2}$: 6 Möglichkeiten

Bei Lithium mit 3 Elektronen ist die K-Schale mit 2 Elektronen besetzt, das dritte befindet sich auf der L-Schale. Bei 10 Elektronen (2 auf der K-Schale, 8 auf der L-Schale) erhalten wir wieder ein Edelgas: Neon.

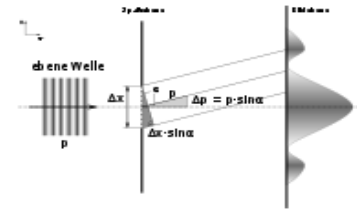
2) Das Atommodell der Quantenphysik

Allen Vorläufermodellen zusammen gelingt es nicht zu erklären, warum die Elektronen auf ihren Bahnen nicht strahlen dürfen, warum nur diskrete Bahnen möglich sind. Dies gelingt erst der Quantenphysik – allerdings um den Preis der Anschaulichkeit. Bis heute stimmen alle Berechnungen der Quantenphysik mit den Experimenten der Atomphysiker überein.

Die Unbestimmtheitsrelation

Werner Heisenberg (Deutschland, 1927) entwickelte die sogenannte

Unbestimmtheitsrelation (UBR), $\Delta x \Delta p \approx h$ bzw. $\Delta E \Delta t \approx h$,



wodurch der „Bahn­begriff geschlachtet“ wird (Ort und Impuls sind nicht gleichzeitig exakt definiert), so dass die Vorstellung Kreisbahnen von Elektronen um den Atomkern ad absurdum geführt wird.

Eine andere Konsequenz aus der UBR ist die **Lokalisationsenergie**:

- Im Atom mit Durchmesser L sind die Elektronen lokalisiert: $\Delta x \approx L$
- Die Elektronen-Impulse in können - eindimensional betrachtet - Werte zwischen $-p$ und $+p$ annehmen: $\Delta p = 2p$
- Mit der UBR folgt: $\Delta x \Delta p \approx h \rightarrow 2p = \Delta p \approx h/L \rightarrow p \approx \frac{1}{2} h/L$
- Damit gilt für die kinetische Energie: $W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{h^2}{4L^2 m} = \frac{h^2}{8mL^2} = W_{Lok}$
- Diese Energie hat ein Elektron, das in einem „Käfig“ der Größe L eingesperrt ist, aufgrund der UBR: Je kleiner L , desto größer ist die Lokalisationsenergie W_{Lok} .
- Für Elektronen im H-Atom mit $L \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$: $W_{Lok} \approx 4 \text{ eV}$.
- In dieser energetischen Größenordnungen laufen Prozesse der Atomhülle (=Chemie) ab.
- Für Protonen im Kern der Größe $L = 10^{-14} \text{ m}$: $W_{Lok} = 2 \text{ MeV} \rightarrow$ Größenordnungen der Kernenergie
- Falls Elektronen mit ihrer kleinen Masse im Atomkern eingesperrt wären, würde die Lokalisationsenergie einige 1000 MeV betragen, so dass sie den Kern sofort wieder verlassen könnten.

Die Wellenfunktion $\Psi(x,t)$

An die Stelle von definierten Bahnen treten **Wellenfunktionen $\Psi(x,t)$** , die wir durch rotierende Ψ -Zeiger mit darstellen können, wobei die Wellenlänge über die **De Broglie-Formel** (1924) $\lambda_B = \frac{h}{mv}$ gegeben ist.

Die mathematische Beschreibung entspricht der von mechanischen oder elektromagnetischen Wellen, nur dass die Wellenfunktionen $\Psi(x,t)$ keine anschauliche Bedeutung hat – es gibt nichts, was „wellt“ – sondern ein Modell darstellt, mit dessen Hilfe die Phänomene erklärt werden können.

- **Max Born** (Deutschland) interpretierte $|\Psi(x,t)|^2$ als **Aufenthaltswahrscheinlichkeiten für Elektronen** am Ort x zur Zeit t – eine Größe, die die unanschauliche Größe $\Psi(x,t)$ mit einer anschaulichen Bedeutung verknüpft.

Für Atome können wir uns – analog zu den mechanischen Wellen - vorstellen, dass sich bei den Wellenfunktionen der im Coulomb-Potential eingesperrten Elektronen eine $\Psi(x,t)$ -Welle nach „rechts“ mit einer anderen $\Psi(x,t)$ nach „links“ überlagert.

Orbitale: Stationäre Zustände, diskrete, scharfe Energieniveaus

Für Atome ergeben sich aus dieser Interferenz verschiedene **stationäre Zustände** - analog zu den stehenden Wellen der mechanischen Wellen -, bei denen der Zeiger der resultierenden Ψ -Welle zwar weiter rotieren, aber ihre Länge, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi(x)|^2$, nicht mehr von der Zeit abhängt: wir bezeichnen sie als **Orbitale** oder Wahrscheinlichkeitswolken.

Diese stationären Zustände sind auch der Grund, warum die Elektronen keine Energie abstrahlen: Sie schwingen ja nicht hin und her wie in einem Hertzschen Dipol.

- Die stationären Zustände im Atom treten unter den Randbedingungen, dass $\Psi(x)$ am Rand des Atoms gegen Null geht, nur für **diskrete Werte** auf – so wie bei einer eingespannten Saite der Länge L die stehenden Wellen nur unter der Bedingung $L = n \frac{\lambda}{2}$ eintreten.
- Stationäre (=zeitunabhängige) Zustände der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi(x)|^2$ haben **scharfe Energieniveaus**, da mit der UBR: $\Delta W \Delta t \approx h$ aus „stationär“, also $\Delta t \rightarrow \infty$, folgt, dass $\Delta W \rightarrow 0$, die Energieunschärfe also 0 ist.
- Verschiedene **Quantenzahlen** charakterisieren die unterschiedlichen Orbitale

- Zu jedem Orbital gehört entsprechend der Hauptquantenzahl ein Energieniveau. Beim Wasserstoffatom entspricht dies (zufälligerweise?) gerade Bohrs Formel: $W(n) = (-) 13,6 \text{ eV} / n^2$
- Die Nebenquantenzahl charakterisiert die Form des Orbitals : $l = 0$, s-Orbitale, sind kugelsymmetrisch, $l = 1$, p-Orbitale, sind keulenförmig, ...

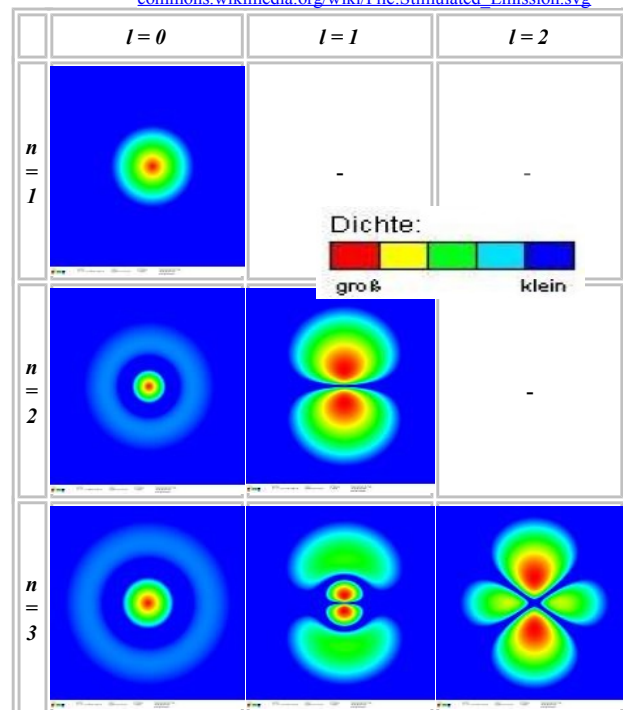
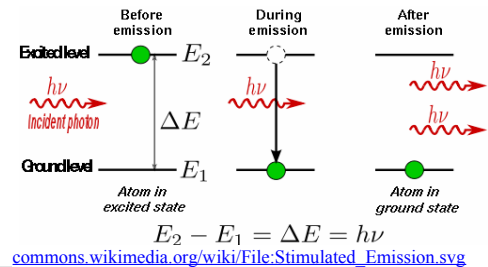
Übergänge zwischen den Orbitalen: Absorption und Emission

Der Übergang zwischen verschiedenen Orbitalen erfolgt durch **Quantensprünge** – analog zum Bohrschen Modell - wobei der Wechsel zwischen den Energieniveaus unter Absorption und Emission von Photonen mit $\Delta W = W(n) - W(m) = h \cdot f$ erfolgt.

Der Übergang in höheres Energieniveaus (**Absorption von Energie**) wird durch thermische Anregung, Photonenbeschuss (innerer Fotoeffekt) oder Elektronenbeschuss (Franck-Hertz) erreicht.

Der Übergang in ein niedrigeres Energieniveaus (**Emission von Energie**) kann durch

- **spontane Emission** erfolgen. Die - zuvor angeregten - Elektronen fallen wieder zurück – eventuell über Zwischenstufen (bei Fluoreszenz) – und geben ihre Energie als Photon ab. Analog zum Zerfall von radioaktiven Kernen gibt es Wahrscheinlichkeiten und Halbwertszeiten (Größenordnung: 10^{-8} s) für den Übergang. Bei Phosphoreszenz sind diese Zeiten viel länger (bis Minuten).
- **stimulierte Emission** („Alle im Gleichschritt zurück“): Indem man die angeregten Atome mit Licht der entsprechenden Wellenlänge bestrahlt, lässt sich die Emission steuern. LASER: Light amplification by the stimulated emission of radiation



3) 2D-Orbitale

2D-Darstellung der Elektronendichteverteilung (Wahrscheinlichkeitsverteilung) im Wasserstoffatom - abhängig von den Quantenzahlen n und l ($m=0$). Die Maßstäbe in den Bildern sind variabel. Quelle: Hydrogenlab.de

Jedes Orbital kennzeichnet einen bestimmten stabilen Zustand des Wasserstoffatoms mit einem scharfen Energieniveau.

Beim Übergang von einem Zustand zu einem anderen ändert sich das Energieniveau und somit wird ein Photon emittiert bzw. absorbiert.

4) Tunneleffekt

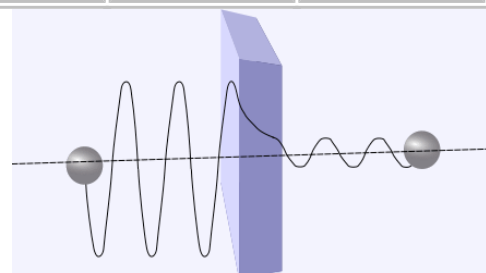
Die Kernteilchen wie Protonen und Neutronen sind im Kern mithilfe einer Energiebarriere eingeschlossen. Erst wenn ihnen Energie (MeV!) zugeführt wird, können sie den Kern verlassen. Nun wird aber der *Alpha-Zerfall* beobachtet, 2 Neutronen und 2 Protonen verlassen den Kern (= *Durchtunnel die Energiebarriere*)

Erklärung 1 - oberes Bild: Die Ψ -Wellen der Kernteilchen ist am Rand nicht Null und klingt nach außen langsam ab. Es gibt somit eine Wahrscheinlichkeit, die Kernteilchen draußen anzutreffen.

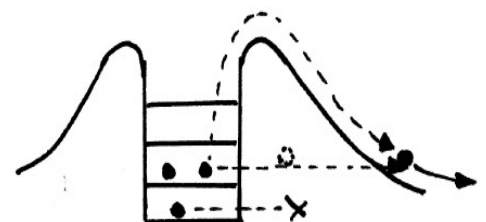
Erklärung 2 – unteres Bild: Aufgrund der Heisenbergschen Unschärfe-Relation $\Delta E \Delta t \approx h$ ist es den Kernteilchen kurzzeitig möglich, soviel zusätzliche Energie ΔE zu besitzen, so dass sie die Energiebarriere überwinden können.

Technische Anwendung: Rastertunnelmikroskop

Elektronen tunneln bei kleinem Abstand zur Mess-Spitze → Über den Tunnelstrom kann der Abstand zu Spitze bestimmt werden.



<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8a/Tunneleffekt3d.svg>



Tip: Atom- und Quantenphysik im Physikabitur: <http://www.quantenphysik-schule.de/abitur.htm>

www.chemie.unibas.ch/~physnach/PDF/Tunneleffekt.pdf

XII) Anhang

1) Übersicht über Experimente im Physik-Abitur

Anregung und erste Version von Jousef Siouri, Abitur 2010

Legende: (1): besonders wichtig als Einführung einer Größe / Konstanten
(2): kam auch schon häufig dran

Elektrisches Feld

E-Feld „sichtbar“ mit Grieskörnern

(1) Einführung El. Feldstärke E: Rasierklingen-Experiment
Einführung Spannung U / Potential : Verschiebung einer Ladung im E-Feld

(1) Einführung El. Feldkonstante (Dielektrizitätskonstante): am Plattenkondensator

(1) Einführung Kapazität

(2) Auf und Entladen eines Kondensators (ohne DGL, e-Funktion ...)

(1) Einführung Dielektrizitätszahl (in Materie) – inkl. Erläuterung durch ...-Polarisation

technische Umsetzung verschiedener Kondensatoren

Magnetisches Feld

Einführung Lorentzkraft (z. B. Elektronen im Magnetfeld)

(1) Einführung der mag. Flussdichte B: Leiterschleife am Kraftmesser im Magnetfeld

Zusatz: evtl. auch „Stromwaage“

(1) Bestimmung: Magnetfeld einer langen Spule

(2) Halleffekt

Teilchen in Feldern

(1) Einführung e: Millikan

(2) Braunsche Röhre – Erzeugung eines Elektronenstrahls

(2) Bestimmung e/m bzw m: Fadenstrahlrohr in Helmholtz-Spule

(2) Geschwindigkeitsfilter und Massenspektrometer

Zusatz (kein Pflichtstoff): Zyklotron, Linearbeschleuniger, Speicherring

Induktion

(1) Induktion durch Flächenänderung: Leiterschleife einschieben, ...

(2) Erzeugung von Wechselspannung: Leiterschleife drehen

(1) Induktion durch Magnetfeldänderung: Strom durch Feldspule verändern

(2) Lenzsche Gesetz

(2) Selbstinduktion (ohne Differentialgleichung): Exp., Erklärung, Ansatz, Schaubild, Lösungen

Mechanische Schwingung und Wellen:

(2) Feder-, Feder-Schwere- und Fadenpendel: Von der DGL bis zur Lösung

Zusatz: schwingendes Reagenzglas, schwingende Flüssigkeit im U-Rohr

Wellenmaschine, Überlagerung gleichlaufender und entgegelaufender Wellen, Interferenz

Reflexion von Querwellen an einem Ende: stets eine stehende Wellen

(2) Reflexion von Querwellen an zwei Enden: Stehende Welle bei bestimmten Frequenzen

EM-Schwingungen und Wellen

(2) LC-Schwingkreis: Von der DGL über Vergleich mit mech. Schwing. und Erkl. bis zur Lösung

Zusatz: Hertzscher-Dipol

Experimente zum Nachweis von EM-Wellen: Reflexion, Brechung, Interferenz, Polarisation, ... (mit Hertzscher Dipol bzw. Mikrowellen)

(2) Experiment zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

(2) Experiment zur Dispersion: Brechung am Prisma

(2) Reflektions- und Brechungsgesetz: Gesetz und Erklärung durch Huygensprinzip

Interferenz

(2) Interferenz am Doppelspalt / Gitter: Ausführliche Erläuterung, Skizzen, ... bis zur Lösung

(2) Interferenz am Einzelspalt: mit und ohne Einzelspaltmodulation

(2) Schiefes Gitter, Gitter mit Plättchen / Medium,

(2) Erzeugung kohärenten Lichtes: durch dünnen Spalt

Interferenz an dünnen Schichten

Polarisationsfilter, Brewster-Gesetz

Quantenphysik

(1) Einführung von h: Hallwachsexperiment und Fotoeffekt – sehr ausführlich!!!!

(1) Einführung von h: Röntgenbremsstrahlung

Comptoneffekt, Paarbildung, Paarvernichtung: Masse und Impuls eines Photons

(1) Einführung von Quanteneigenschaften (de Broglie-Wellenlänge, Wahrscheinlichkeiten, nur ganze Quanten beobachtbar, Psi, (un-)unterscheidbare Wege, ...):

(2) Doppelspaltexperiment mit Photonen, Elektronen, Protonen, Molekülen ...

(2) Interferometer: Quantenradierer

(2) Elektronenbeugungsröhre

Knallertest

(2) Unbestimmtheitsrelation: z. B. am Einzelspalt

Atomphysik

Atommodelle: Von Bohr bis zu den Orbitalen

scharfe Energie-Niveaus, keine Elektronenbahnen, W-Keitsaussagen, ...

Emissions- und Absorptionsspektren: Von der Erzeugung bis zur Erklärung

Tunneleffekt

2) Planung der Abiturvorbereitung

Der Weg zum Ziel – die mehr oder weniger erfolgreiche Physikabiturprüfung – soll mit diesem Arbeitsplan strukturiert werden. In der Wiederholungsphase vor dem Abitur halte ich vier Punkte für wichtig:

1. Du bearbeitest die Inhalte selbständig!
2. Die Inhalte werden dann im Unterricht wiederholt – Fragen werden geklärt!
3. Du bearbeitest Übungsaufgaben zu den Inhalten – auch Abituraufgaben oder abituraufgaben!

4. In der Woche vor dem Abitur wiederholst du nochmals alle Themen kurz – insbesondere die, die Schwierigkeiten bereiten!

Trage dazu in den Spalten jeweils das Datum ein, an dem du diese Inhalte bearbeiten willst (Planung!!!) und hake es ab oder streiche es durch, wenn du die Punkte erledigt hast. Außerdem empfehle ich, eine Probeklausur unter Abiturbedingungen zu schreiben.

Lehrplan	Im Abitur-Skript	Inhalte wiederholt	Im Unterricht besprochen	Übungsaufgaben
Wiederholung Klasse 11	I. Mechanik – Wiederholung: Kinematik – Dynamik Energetik - Diverses			
Lehrplaneinheit 1: Elektrisches Feld	II. Elektrisches Feld:			
Elektrisches Feld, Elektrische Feldstärke Elektrische Spannung, Elektrisches Potenzial Kondensator, Kapazität, Kapazität des Plattenkondensators Elektrische Feldkonstante Isolator im E-Feld, Dielektrizitätszahl Zusammenhang zwischen Flächenladungsdichte und el. Feldstärke Energie des elektrischen Feldes	Wiederholung aus Sek. I Das elektrische Feld Die elektrische Feldstärke Elektrische Spannung Die elektrische Feldkonstante Kapazität des Kondensators Dielektrizitätszahl Energieinhalt des Kondensators Auf- und Entladen des Kondensators			
Lehrplaneinheit 2: Magnetisches Feld	III. Magnetisches Feld			
Magnetisches Feld, Magnetische Flussdichte Magnetische Flussdichte in einer langgestreckten Spule Magnetische Feldkonstante Materie im Magnetfeld, Permeabilitätszahl Kraft auf einen beliebig zum Feld gerichteten stromdurchflossenen Leiter Lorentzkraft, Betrag und Richtung Halleffekt	Vergleich mit dem E-Feld Die Lorentzkraft Die magnetische Flussdichte B Messmethoden für B Magnetfeld einer langen Spule Magnetfeld und Materie			
Zu Lehrplaneinheit 1 und 2: Teilchen in Feldern	IV. Teilchen in Feldern			
Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern (parallel zu den Feldlinien) Quantisierung der Ladung Erzeugung eines Elektronenstrahls, Elektronenstrahlröhre Bewegung von geladenen Teilchen in magnetischen Feldern Spezifische Ladung und Masse des Elektrons, Wiensches Filter	Bestimmung der Elementarladung Bestimmung der Elektronenmasse Überblick über das Verhalten ... Bewegungsformen von Teilchen ... Anwendungen			
Lehrplaneinheit 3: Elektromagnetische Induktion	V. Induktion			
Induktionsgesetz Selbstinduktion, Induktivität, Induktivität einer langgestreckten Spule Energie des magnetischen Feldes Erzeugung sinusförmiger Wechselspannungen	Faradays Induktionsgesetz Der magnetische Fluss Induktion durch Flächenänderung Induktion durch Magnetfeldänderung Das Lenzsche Gesetz Selbstinduktion Energie im Magnetfeld Erzeugung von Wechselspannung			

Lehrplaneinheit 4: Mechanische Schwingungen und Wellen Mechanische Schwingungen, charakteristische Größen Harmonische Schwingungen und ihre math. Behandlung	VI. Mechanische Schwingungen Federpendel Vergleich von 3 mech. Schwingungen Feder- und Fadenpendel			
Lineare harmonische Querwellen, Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenlänge Ungestörte Durchdringung und Interferenz bei Q_uerwellen; Stehende Querwellen Eigenschwingung begrenzter Wellenträger	VII. Mechanische Wellen Grundbegriffe bei Wellen Verschiedene Wellenformen Die Wellengleichung Reflexion von Querwellen Interferenz – stehende Wellen			
Lehrplaneinheit 5: Elektromagnetische Schwingungen und Wellen Elektromagnetische Schwingungen Elektromagnetische Wellen Verknüpfung elektrischer und magnetischer Wechselfelder Ausbreitung und Ausbreitungsgeschwindigkeit Wellen als Modellvorstellung	VIII. EM-Schwingungen und Wellen L-C-Schwingkreis Vergleich mit mechanischen Schwingungen Die EM-Welle Die Maxwell-Gleichung Licht als EM-Welle Mikrowellen Das Huygens-Prinzip			
Zu Lehrplaneinheit 5: Interferenz Reflexion - Brechung Ausbreitungsgeschwindigkeit, Dispersion Beugung - Interferenz Doppelspalt, Mehrfachspalt, Gitter, Einzelspalt Wellenlängenmessung Kohärenz - Polarisation Überblick über das elektromagnetische Spektrum	IX. Interferenz Interferenzbedingungen Interferenz am Doppelspalt Interferenz am Gitter Interferenz am Einzelspalt Einzelspaltmodulation am Gitter Weitere Interferenzthemen Polarisation Kohärenz			
Lehrplaneinheit 6: Grundlagen der Quanten- und Atomphysik Quanten-Experimente: Photoeffekt, Photon, Plancksches Wirkungsquantum Elektronenbeugung, De Broglie-Wellenlänge, Quantenobjekte, Interferenz mit einzelnen Quantenobjekten Beschreibung der Experimente durch die Quantentheorie: Determiniertheit der Zustandsfunktion, Superposition der Möglichkeiten, Stochastische Deutung, Unbestimmtheitsrelation, Nichtlokalität Quantenmechanische Messung	X. Quantenphysik Photoeffekt Röntgenstrahlung Masse und Impuls von Photonen Grundsätzliches zu Physik-Modellen Präparation dynamischer Eigenschaften Quantenphysikalische Experimente Wesenszüge der Quantenphysik Der Zeigerformalismus Knaller-Experiment Elektron als Quantenobjekt Unschärfe-Relation			
Die folgenden Themen sollen nur im Überblick behandelt werden: Eindimensionaler Potenzialtopf, Energiequantisierung, Lokalisationsenergie, Einführung in ein zeitgemäßes Atommodell Antreffwahrscheinlichkeiten im Wasserstoffatom, Linienspektren	XI. Atomphysik Vorläufer des Quantenmodells Das Atommodell der Quantenphysik 2D-Orbitale Tunneleffekt			

3) Formelsammlung

Grundlagen - Mechanik

Name	Größe	Einheit	Formel
Länge, Breite, Höhe, Strecke, Radius, Umfang	$l, b, h,$ $s, r,$ U	1 m (<i>Meter</i>)	Umfang Rechteck $U = 2l + 2b$; Umfang Kreis $U = 2 \pi r$
Fläche	A	1 m ²	Quadrat $A = b^2$; Rechteck $A = l b$; Kreis $A = \pi r^2$
Volumen	V	1 m ³	Würfel $V = b^3$; Quader $V = l b h$; Kugel $V = 4/3 \pi r^3$
Winkel	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi$		Grad \rightarrow Bogenmaß: $\varphi = \alpha \cdot 2\pi/360^\circ$ $\sin(\alpha) = \text{Gegenkathete} / \text{Hypotenuse}$ $\cos(\alpha) = \text{Ankathete} / \text{Hypotenuse}$ $\tan(\alpha) = \sin(\alpha) / \cos(\alpha) = \text{Gegenkath.}/\text{Ankath.}$
Zeit (time), Periode	t, T	1 s (<i>Sekunde</i>)	
Frequenz	f	1/s = 1 Hz (<i>Hertz</i>)	$f = 1/T$ bzw. $f = n/t$ (mit "n": Anzahl der Umläufe)
Geschwindigkeit (velocity)	v	1 m/s 1 m/s = 3,6 km/h	Allgemein: $v = \dot{s}$ Gleichförmig geradlinig: $v = s/t$ Gleichförmige Kreisbewegung: $v = 2\pi r/T$
Beschleunigung	a	1 m / s ²	Allgemein: $a = \dot{v} = \ddot{s}$ gleichförm. beschleunigt: $a = v/t$; $s = \frac{1}{2} a t^2$ Gleichförmige Kreisbewegung: $a_z = v^2/r$
Masse	m	1 kg (<i>Kilogramm</i>)	
Dichte	ρ (<i>Rho</i>)	1 kg / m ³	$m = \rho V$
Kraft (force)	F	1 kg m/s ² = 1 N (<i>Newton</i>)	Allgemein: $F = m a$
Gewichtskraft	F_G	1 N	$F_G = m g$ (auf der Erde: $g \approx 9,81 \text{ N/kg}$)
Normalkraft Hangabtriebskraft	F_N F_H	1 N	$F_N = F_G \cos(\alpha)$ (α : der Winkel der geneigte Fläche) $F_H = F_G \sin(\alpha)$
Haftreibungskraft Gleitreibungskraft	F_h F_{gl}	1 N	$F_{\text{Haft}} = f_{\text{Haft}} \cdot F_N$ (f_{Haft} : Haftreibungskonstante) $F_{\text{Gleit}} = f_{\text{Gleit}} \cdot F_N$ (f_{Gleit} : Gleitreibungskonstante)
Zentripetalkraft	F_Z	1 N	Gleichförm. Kreisbewegung: $F_Z = m v^2/r$ zeigt Richtung Kreismittelpunkt, senkrecht zu v , $\Delta E = 0$
Federkonstante	D	1 N/m	Hookesches Gesetz einer Feder: $F = D s$
Energie Energiezufuhr Arbeit (work), EES: Gesamtenergie bleibt immer erhalten.	E $W = \Delta E$	1 N m = 1 J (<i>Joule</i>)	Allgemein: $W = \int F(s) ds$ (<i>Kraft in Wegrichtung!!!</i>) bei konst. Kraft parallel zu s : $W = F s$ Kraft senkrecht zu Wegrichtung: $W = 0$ Lageenergie: $W_L = m g h$; kinetische Energie: $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$ Federenergie: $W_{\text{Def}} = \frac{1}{2} D s^2$

			Reibungsarbeit: $W_{\text{Reib}} = F_{\text{Reib}} \cdot s$
Leistung (power)	P	1 J/s = 1 W (Watt)	Allgemein: $P = \dot{W}$; bei konst. Energiezufuhr: $P = W/t$
Impuls	p	1 kg m/s	$p = m v$ (Allgemein: $p = \int F(t) dt$) IES: Gesamtimpuls bleibt immer erhalten.

Elektrisches und magnetisches Feld

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
Ladung	Q, q	1 C (Coulomb)	Ladung eines Elektrons / Protons: (-)e = (-)1,602 10^{-19} C
Elektr. Strom	I	1 C/s = 1 A (Ampere)	Allgemein: $I = \dot{Q}$ bzw. $Q = \int I(t) dt$ bei konstantem Ladungsfluss: $I = Q/t$ Parallel: $I = I_1 + I_2$ in Reihe: $I = I_1 = I_2$
El. Spannung	U	1 J/C = 1 V (Volt)	Allgemein: $U = W_{\text{el}}/q$ (bezogen auf Probeladung q) parallel: $U = U_1 = U_2$; in Reihe: $U = U_1 + U_2$
El. Feldstärke	E	1 N/C = 1 V/m	Allgemein: $E = F_{\text{el}}/q$ im homogenen Feld: $U = E d$ (beim Plattenkondensator)
Flächenladungs- dichte	σ (Sigma)	1 C/m ²	Allgemein: $\sigma = Q/A$; im homogenen Feld: $\sigma = \epsilon_0 \epsilon_r E$ (mit elektr. Feldkonstante $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C/Vm und Dielektrizitätszahl $\epsilon_r (= 1 \text{ im Vakuum})$)
Kapazität eines Kondensators	C	1 C/V = 1 F (Farad)	Allgemein: $C = Q/U$; beim Plattenkondensator: $C = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$ (mit Plattenabstand d und Fläche A) Parallel: $C = C_1 + C_2$; in Reihe: $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$;
El. Energie	W_{el}	1 J oder 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J	Energie-Zunahme eines Teilchens im E-Feld: Durchläuft es die Spannung U , gewinnt es $\Delta W_{\text{el}} = q U$
Energie des el. Feldes	W	1 N m = 1 J	Allgemein gilt: $W = \int F(s) ds$ Spezialfall: $W = F_s s$ und $W_{\text{el}} = \int U(q) dq$ Spezialfall: $W = q U$ Im gelad. Kondensator: $W = \frac{1}{2} C U^2$
räuml. Energiedichte	ρ_{el} (Rho)	1 J/m ³	Allgemein: $\rho = W/V$; im E-Feld: $\rho_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$ ("Energie steckt im Feld")
el. Leistung	P_{el}	1 J/s = 1 W	Allgemein: $P = \dot{W}$ Spezialfall $W = P t$ Im Stromkreis: $P(t) = U(t) I(t)$
Auf- bzw. Entladung	U_C, Q, I sind Exponentialkurven ($I(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$) mit Halbwertszeit: $T_H = RC \ln 2$ Aufladung an Spannung U_0 : $Q_0 = 0$ und $I_0 = U_0/R$; sowie $Q_\infty = C U_0$ und $I_\infty = 0$; Entladung von U_0 nach $U_\infty = 0$: $Q_0 = C U_0$ und $I_0 = U_0/R$; sowie $Q_\infty = 0$ und $I_\infty = 0$; Oft ist folgende Näherung zu verwenden (Trapezregel): $\Delta Q = (I(t_1) + I(t_2))/2 \cdot \Delta t$		
Magnet. Flussdichte	B	1 N/(Am) = 1	... über Kraft F auf einen vom Strom I durchflossenen Leiter der

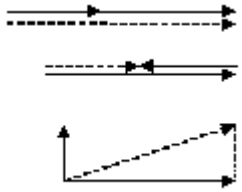
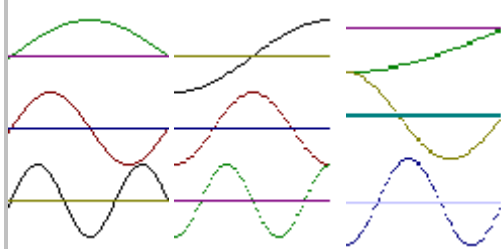
		T (Tesla)	Länge s - senkrecht zu den Feldlinien: $B = \frac{F}{I s}$ Bei einer langen Spule mit n Wdg., Länge l : $B = \mu_0 \mu_r I_{Er} n/l$ ($\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Tm/A}$ magnet. Feldkonstante und Permeabilitätszahl μ_r)
Lorentzkraft	F_L	1 kg m/s ² = 1 N	$F_L = I \cdot B \cdot s \cdot \sin(\alpha)$ (α : Winkel zw. B und I) oder $F_L = e \cdot B \cdot v$ (Elektron bewegt sich senkrecht zu B) Richtung: Drei-Finger-Regel der linken Hand!

Induktion

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
magnetischer Fluss	Φ	1 T m ² = 1 V s	Allgemein: $\Phi = B \cdot A_n$ (mit "normaler" Fläche $A_n \perp B$)
Induktionsspannung	U_{ind}	1 J/C = 1 V	Faraday-Gesetz: $U_{ind} = -n\dot{\Phi} = -n(\dot{B}A_n + B\dot{A}_n)$ Induktion durch Flächen- und Magnetfeldänderung. Lenzsches Gesetz ("-"): Spannung wirkt ihrer Ursache (z. B. Anstieg von B durch I) entgegen. Mit $v \perp B$ bewegter Leiter (Länge d): $U_{ind} = (-) B \cdot d \cdot v$
Eigeninduktivität	L	1 V s/A = 1 H (Henry)	Allgemein: $L = \frac{U}{\dot{I}}$; bei langer Spule: $L = \mu_0 \mu_r n^2 \cdot A/l$
Spule auf-/entladen	U_L und I sind Exponentialkurven mit Halbwertszeit : $T_H = L/R \ln 2$ Ansatz: $U_1 = U_R + U_L$ Aufladung mit Spannung U_1 : $I(t) = \frac{U_1}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \rightarrow I(0) = 0; I_\infty = U_1/R$ und $\dot{I}(0) = U_1/L$; Entladung von U_1 nach $U_\infty = 0$: $I(t) = \frac{U_1}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \rightarrow I(0) = U_1/R; I_\infty = 0$ und $\dot{I}(0) = -U_1/L$; Oft ist folgende Näherung zu verwenden (Trapezregel): $\Delta I = \frac{\dot{I}(t_1) + \dot{I}(t_2)}{2} \Delta t$ Aufladen : R aus Grenzwert I_∞ bestimmen; L aus der Tangente an $I(t)$ im Ursprung Entladen : R aus Anfangswert $I(0)$ und L wieder aus Tangente im Ursprung bestimmen		
Energie des magnet. Feldes	W_{mag}	1 N m = 1 J	Für eine Spule: $W_{mag} = \frac{1}{2} L I^2$ magnet. Energiedichte einer langen Spule: $\rho_{mag} = B^2 / (2\mu_0 \mu_r)$
Wechselspannung	U	1 V	$U(t) = \hat{U} \sin(\omega t)$ (mit Scheitelspannung \hat{U}) Rotiert Spule mit Querschnitt A und n Windungen in homogenem Magnetfeld: $\hat{U} = n B A \omega$

Mechanische Schwingungen und Wellen

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
Phasenwinkel	α	Bogenmaß	Bei konst. Drehung: $\alpha = 2\pi t/T$
Winkelgeschwindigkeit oder Kreisfrequenz	ω	1 s ⁻¹	$\omega = \alpha/t$ - bei konst. Drehung: $\omega = 2\pi / T = 2\pi f$ Es gilt auch: $v = r \omega$ und $F_Z = m r \omega^2$
DGL der harmonischen Schwingung	$\ddot{s}(t) = -\omega^2 s(t)$ Beim horizontalen Federpendel: $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ mit $D = D_1 + D_2$		

	Beim vertikalen Federpendel: $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$, beim Fadenpendel: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$		
Lösung der DGL	$s(t) = \hat{s} \sin(\omega t + \varphi)$ und $v(t) = \hat{s} \omega \cos(\omega t + \varphi)$		
Periode	T	1 s	Dauer der Schwingung eines Teilchens: $f = \frac{1}{T}$
Wellenlänge	λ	1 m	Kürzester Abstand zweier Teilchen mit max. Auslenkung
Phasengeschwindigkeit	c	1 m/s	Ausbreitungsgeschw. einer Störung: $c = \frac{\lambda}{T}$ oder $c = \lambda f$
Schnelle	v	1 m/s	Geschwindigkeit bei der Schwingung eines Teilchen
Wellengleichung			$s(t) = \hat{s} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi\right)$: Phase bei $t = 0$ und $x = 0$
Reflexion	<i>Am festen Ende:</i> Phasensprung von π , am festen Ende ist ein Knoten; Punktspiegelung <i>Am freien Ende:</i> kein Phasensprung, Bauch, Achsenspiegelung an der Wand <i>Bei Reflexion an einem Ende:</i> stets stehende Welle, Abstand zweier Knoten: $\lambda/2$		
Gangunterschied	δ	1 m	Verschiebung zweier Wellen gegeneinander in der räumlichen Darstellung – oder: Differenz zweier Wege: $\delta = s_1 - s_2 $
Interferenz	 <p><i>Konstruktive Interferenz:</i> Phase: $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ bzw. $\delta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$ Amplituden werden addiert <i>Destruktive Interferenz:</i> Phase: $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ bzw. $\delta = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots$ Amplituden werden subtrahiert Allgemein: Zeiger addieren</p>		
Stehende Wellen bei Reflexion an 2 Enden: <i>Stehende Wellen nur bei gewissen Wellenlängen</i>			Länge des Wellenträgers: l Zwei feste Enden: $l = k \frac{\lambda}{2}$ $k = 1, 2, \dots$ Zwei freie Enden: $l = k \frac{\lambda}{2}$ $k = 1, 2, \dots$ freies & festes Ende: $l = \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2}$ $k = 0, 1, \dots$ Grundschiwingung, 1. Oberschiwingung ...

EM-Schwingungen und Wellen

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
DGL im Schwingkreis mit Lösung			$\ddot{Q} = -\frac{1}{LC}Q$ mit Lösung: $Q(t) = \hat{Q} \sin(\omega t + \varphi)$ mit $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ (Thomsonsche Schwingungsgleichung)
Ausbreitungsgeschwindigkeit von em. Wellen	c	1 m/s	$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \epsilon_r \mu_o \mu_r}} \rightarrow$ im Vakuum: $c_0 \approx 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Optische Dichte Brechungsindex Brechzahl	n	-	$n = \sqrt{\epsilon_r} \rightarrow \text{im Medium: } c_r = \frac{c_0}{n} \text{ und } \lambda_r = \frac{\lambda}{n}$ Die Frequenz bleibt unverändert!
Brechungsgesetz			$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (Einfallswinkel α bei c_1 ...)
Reflexionsgesetz			Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel, beide liegen in einer Ebene
Dispersion			n ist abhängig von der Frequenz \rightarrow Brechung in Spektralfarben

Interferenz

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
Interferenz am Doppelspalt	1. Vereinfachung: punktförmige Spalte 2. Vereinfachung: $a \gg g$: Maxima für $\delta = k\lambda$, $\sin \alpha = \frac{\delta}{g}$ und $\tan \alpha = \frac{d}{a}$ (g: Spaltabstand, a: Schirmabstand, d: Ort auf dem Schirm) 3. Vereinfachung: kleine Winkel (bitte stets überprüfen, ob $\alpha < 10^\circ$!!): Maxima bei $d_k = k\lambda \frac{a}{g}$		
Beim Gitter	1./2.: s. o.; 3. oft zu große Winkel; n Spalte \rightarrow n-1 Minima bei $\delta = (k+1/n)\lambda$, n-2 Nebenmaxima		
Beim Einzelspalt	Minima k-ter Ordnung: $\sin \alpha_k = \frac{k\lambda}{l}$, $k=1, 2, \dots < \frac{l}{\lambda}$ zu sehen (Spaltbreite l) Hauptmaximum bei $\alpha = 0$; weitere Maxima mit stark abnehmender Helligkeit		
Einzelspaltmodulation	Falls das k-ten Maximum des Gitters in ein k'-tes Minimum des Einzelspalt fällt, fällt das $\frac{k\lambda}{g} = \frac{k'\lambda}{l} \Rightarrow k = \frac{g}{l} k'$ Maximum aus: Insgesamt muss von einer Überlagerung von Einzelspalt und Gitter gesprochen werden: Die Kurve des Einzelspalt ist die Einhüllende der Gitterfunktion.		
Optischer Weg	d_{opt}	1 m	Bei der Dicke d eine Mediums mit n: $d_{opt} = d n$ (oder mit der verkürzten Wellenlänge λ/n im Medium rechnen)
Polarisation			Brewstergesetz: $n = \tan(\alpha)$ Der reflektierte Strahl ist unter diesem Winkel vollständig polarisiert.

Quantenphysik

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
Planck-Konstante	h	1 J s	$h \approx 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Energie des Photons	W	1 J	$W_{Photon} = hf$
Einstein-Formel			$W = mc^2$ „Äquivalenz von Masse und Energie“
De-Broglie-Formel			$\lambda = \frac{h}{p}$ bei Photonen : $p = mc$ und m über $mc^2 = hf$ bei Elektronen: $p = mv$
Wellenfunktion	ψ	-	„Zeiger“, der von der Weglänge abhängt Quadrat entspricht der Wahrscheinlichkeit: ununterscheidbare Wege: $P(x) = \psi_1 + \psi_2 ^2$ (mit Interferenz) unterscheidbare Wege: $P(x) = \psi_1 ^2 + \psi_2 ^2$

Heisenbergsche
Unschärferelation

$$\Delta p \Delta x \geq h \quad \text{und} \quad \Delta E \Delta t \geq h$$

Ort und Impuls sind nicht gleichzeitig exakt definiert \rightarrow „Bahnbegriff geschlachtet“
bei stabilen Zuständen $\Delta t \rightarrow \infty$ gibt es scharfe Energieniveaus

Atomphysik

Bezeichnung	Größe	Einheit	Formel
Energie im Wasserstoffatom	W	1 J	Auf der n-ten Schale : $W_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2}$
Emissions- und Absorptionss	f	1 Hz	Energie der absorbierten und emittierten Photonen : $hf = W_n - W_m = -13,6 \text{ eV} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$
Quantenzahlen	n, k, l, s	-	Hauptquantenzahl n: 1, 2, 3, ... \rightarrow Energieniveau Nebenquantenzahl l: 0, ..., n-1 \rightarrow Symmetrie des Orbitals magnetische QZ: m: -l, ..., 0, ..., l Spinquantenzahl: s: -0,5; +0,5 „Spin up, Spin down“
Pauliprinzip			In einem Atom muss jedes Elektron einen anderen Satz von Quantenzahlen besitzen \rightarrow Aufbau des PSE
Lokalisationsenergie			Folge der UBR: Ist ein Teilchen in einem „Käfig“ der Breite 2L eingesperrt ($\Delta x = L$), so hat es eine Impulsunschärfe von $\Delta p = \frac{h}{L}$ und so die kinetische Energie $W_{kin} = \frac{p^2}{2m}$ (mit $-p \dots +p$: $2p = \Delta p$)

4) Versionshinweise

Bis Version 2.0: noch keine Versionshinweise festgehalten

Version 2.1.0 von 22.03.2008: "Energieerhaltungssatz beim LC-Schwingkreis" eingefügt (Hinweis Dirk Tröndle) und "Interferenz an dünnen Schichten" auf optische Weglängen umgestellt (Hinweis Lucas Breinlinger)

Version 3.0 vom 12.02.2010: Anpassung an OpenOffice, Grundlegende Überarbeitung, Ergänzung (Tunneleffekt, Knallertest ...) und deutliche Kürzung um nicht abiturrelevante Themen (ca. 30 S.), cc-Lizenzhinweise

Version 3.1 vom 17.02.2010: „Übersicht über Experimente im Physik-Abitur“ eingefügt: Dank an Jousef Siouri

Version 3.2 vom 19.02.2010: „Planung zur Abiturvorbereitung“ & Unschärferelation eingefügt, Anhang unnummeriert

Version 3.3 vom 28.02.2010: „Typische Aufgaben“ bei E-Feld, B-Feld, Teilchen in Feldern, Induktion, Schwingungen

Version 3.4 vom 13.03.2010: „Typische Aufgaben“ bei Wellen, Interferenz, Quantenphysik

Version 3.4.2. vom 15.03.2010: Fehler bei der Frequenz eines Elektrons und beim Huygensprinzip beseitigt.

Version 3.4.3. vom 08.04.2010: Fehler bei der Darstellung von Bildern behoben.

Version 3.4.4. vom 04.03.2010: 2 Fehler behoben auf S. 22 und S. 3 (Hinweis Marc Steinhauser)

Version 4.0 vom 02.01.2012: Aufs Abitur 2012 angepasst bzw. in „Zusatz“ ausgelagert

Hochrhein-Gymnasium Waldshut

Baden-Württemberg



Zeugnis

der allgemeinen Hochschulreife

Vor-
und Zuname

Richard Feynman

geboren am 12.02.1992

Hohentengen

Albbruck
wohnhaft in

hat die Oberstufe des Gymnasiums besucht, die Abiturprüfung bestanden und damit die Befähigung zum Studium an einer Hochschule in der Bundesrepublik Deutschland erworben.

1. Den Zweigspitz liegenden Vereinigungen und Verbänden zugeordnet:
 - a) Die Verbindung zur Neugestaltung der gymnasialen Oberstufe in der Sekundarstufe II (Beschluß der Kultusministerkonferenz vom 7. Juli 1972 in der jeweils gültigen Fassung)
 - b) Die Verbindung über die Ausrichtung der Gymnasien der Sekundarstufe II (Beschluß der Kultusministerkonferenz vom 18. September 1973 in der jeweils gültigen Fassung)
2. Das Fachglossis zur „Einheitlichen Durchrichtung der Vorbereitung zur Neugestaltung der gymnasialen Oberstufe“ (Beschluß der Kultusministerkonferenz vom 2. Juni 1977 in der jeweils gültigen Fassung)
3. Die Verordnung des Kultusministeriums über das Jahrgangsstufen 10 und 11 sowie über das Abschlußprüfung am Gymnasium der Normalform und Gymnasium in Arbeitskreis mit Heim (NGVO), vom 20. April 1964 (K. U. S. 367) in der jeweils gültigen Fassung

Vor- und Zuname, Geburtsdatum, Geburtsort sowie Name der Schule

Richard Feynman, 12.02.1992, Hohentengen
Hochrhein-Gymnasium Waldshut

1. Leistungen in den Jahrgangsstufen 12 und 13 (Qualifikationsphase) 11

Fach		Note 2)	
Punktzahlen in einfacher Wertung			
Jahrgangsstufe 12	Jahrgangsstufe 13		
1. Halbjahr	2. Halbjahr	1. Halbjahr	2. Halbjahr

Sprachlich-literarisch-künstlerisches Aufgabengebiet

Deutsch	09	09	12	06	befriedigend
Englisch	10	11	12	(12)	gut
Französisch	10	10		gut	
Latein			---	---	---
Griechisch	---	---	---	---	---
Russisch	---	---	---	---	---
---	---	---	---	---	---
---	---	---	---	---	---
Bildende Kunst	---	---	---	---	---
Musik	07	08	---	---	befriedigend

Gesellschaftswissenschaftliches Aufgabenfeld

Geschichte/ Erkunde/ Gemeinschafts- arbeit	07	08	08	06	befriedigend
Geschichte	--	--	--	--	--
Erkunde	--	--	--	--	--
Gemeinschafts-	--	--	--	--	--
Religionslehre	09	11	10	(11)	gut
Ethik	--	--	--	--	--

Mathematisch - naturwissenschaftlich - technisches Aufgabenfeld

Mathematik (LE)	11	11	08	10	gut
Physik (LE)	12	12	14	15	sehr gut
Chemie	--	--	--	--	-----
Biologie	--	--	--	--	-----

02	(00)	(00)	(07)	DETERMINING
----	------	------	------	-------------

Wahlbereich			
Astronomie	--	--	--
Darstellende Geometrie	--	--	--
Geographie	--	--	--
Informatik	12	--	gut
Literatur	--	--	--
Philosophie	11	10	gut
--	--	--	--
--	--	--	--

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

[illegible]

7) Die Bewerber
ist in Klasse

2) In der jeweils vorgeschriebenen Kombination

Agency/Adjoining Agency

Alter	sehr gut	gut	befriedigend	ausreichend	mangelhaft	ungenügend
15-14, 13	12, 11, 10	9, 8, 7	6, 5, 4	3, 2, 1	0	

Ort, Datum 12.06.2010

Vorsitzender des Prüfungsausschusses

902

get:

Hiermit wird beglaubigt, daß diese Abschrift mit der Urschrift übereinstimmt:

Oral Dissem.

1

15