

First Distinction

Graphentheorie aus einem primitiven Prinzip

Maschinenverifiziert in Agda mit -safe -without-K

Johannes Wielsch

Mit KI-Unterstützung:

Claude, ChatGPT, Deepseek, Perplexity

7. Dezember 2025

DOI: [10.5281/zenodo.17826218](https://doi.org/10.5281/zenodo.17826218)

Zusammenfassung

Was dieses Dokument beweist (Agda -safe -without-K):

Aus der Prämiss „etwas kann von etwas unterschieden werden“ emergiert der vollständige Graph K_4 als einzige stabile Struktur. Dies ist reine Graphentheorie: 4 Knoten, 6 Kanten, Euler-Charakteristik $\chi = 2$.

Was dieses Dokument beobachtet (nicht bewiesen—möglicherweise zufällig):

Die K_4 -Invarianten stimmen numerisch mit bestimmten physikalischen Konstanten überein. Ob dies bedeutsam oder zufällig ist, ist eine offene Frage, die dieses Dokument nicht beantwortet.

Status: Die Mathematik ist maschinenverifiziert. Die Physik-Korrespondenz ist *unbewiesene Hypothese*.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	4
1.1 Was dieses Dokument ist	4
1.2 Was dieses Dokument nicht ist	4
1.3 Epistemologische Ehrlichkeit	4
1.4 Warum Agda?	4
1.5 Struktur dieses Dokuments	4
I Die Mathematik (Bewiesen)	5
2 Der Ausgangspunkt: Unterscheidung	5
2.1 Das primitive Konzept	5
2.2 Formalisierung in Agda	5

3 Erzwungene Emergenz: Von D_0 zu K_4	5
3.1 Die Genesis-Kette	5
3.2 Speichersättigung	6
3.3 Der vollständige Graph K_4	6
4 K_4-Eindeutigkeit	6
5 Spektrale Eigenschaften von K_4	7
5.1 Die Graph-Laplace-Matrix	7
5.2 Eigenraumdimension	7
5.3 Eigenvektoren	7
6 Kombinatorische Formeln	8
6.1 Grundlegende Invarianten	8
6.2 Die Fermat-Verbindung	8
6.3 Abgeleitete Größen	8
6.4 Die Verschränkungs-Identität	9
7 Der Agda-Beweis	9
7.1 Verifikationsstatus	9
7.2 Wie zu verifizieren	9
7.3 Was maschinenverifiziert ist	10
II Die Beobachtungen (Nicht Bewiesen)	10
8 Dimensions-Zufall	10
9 Kopplungs-Zufall	10
10 Feinstruktur-Zufall	11
11 Massenverhältnis-Zufälle	11
12 Signatur-Zufall	11
13 Zusammenfassung der Beobachtungen	12
III Diskussion	12
14 Was tatsächlich bewiesen ist	12
15 Was nicht bewiesen ist	13
16 Warum nicht K_3 oder K_5?	13
17 Mögliche Interpretationen	13
17.1 Interpretation 1: Zufall	13
17.2 Interpretation 2: Selektionsbias	14
17.3 Interpretation 3: Tiefe Verbindung	14

18 Was dies falsifizieren würde	14
19 Offene Fragen	14
20 Schlussfolgerung	14
20.1 Zusammenfassung	15
20.2 Abschließende Aussage	15
21 Notationsreferenz	15

1 Einleitung

1.1 Was dieses Dokument ist

Dies ist ein Dokument über **Graphentheorie**. Konkret: Was ist der einfachste Graph, der allein aus dem Konzept der „Unterscheidung“ emergieren kann?

Die Antwort, konstruktiv in Agda bewiesen: der vollständige Graph K_4 (Tetraeder).

1.2 Was dieses Dokument nicht ist

Dies ist *kein* Physik-Paper. Wir behaupten nicht, die physikalische Realität herzuleiten. Wir beobachten, dass bestimmte K_4 -Invarianten zufällig mit physikalischen Konstanten übereinstimmen. Ob dies bedeutsam oder zufällig ist, ist eine offene Frage.

1.3 Epistemologische Ehrlichkeit

In diesem Dokument trennen wir strikt zwischen dem, was *bewiesen* ist, und dem, was *beobachtet* wird:

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Aussagen in blauen Boxen sind **mathematisch bewiesen**. Sie kompilieren in Agda unter `-safe -without-K`. Es sind Theoreme der konstruktiven Mathematik.

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Aussagen in grünen Boxen sind **numerische Beobachtungen**. Sie notieren, dass berechnete Werte zufällig mit experimentellen Messungen übereinstimmen. *Kein kausaler Zusammenhang ist bewiesen.*

1.4 Warum Agda?

Agda ist eine dependently-typed Programmiersprache und Beweisassistent. Anders als Beweise auf Papier wird jeder Schritt maschinell geprüft.

Wir verwenden die striktesten Einstellungen:

- `-safe`: Keine Axiome, keine Postulate, keine Hintertüren
- `-without-K`: Gewährleistet Kompatibilität mit Homotopie-Typentheorie
- Keine Bibliotheksimporte: Vollständig eigenständig

Konsequenz: Wenn es kompiliert, ist es bewiesen. Keine versteckten Annahmen möglich.

1.5 Struktur dieses Dokuments

1. **Teil I: Die Mathematik** — Was bewiesen ist
2. **Teil II: Die Beobachtungen** — Was bemerkt wird (aber nicht bewiesen)
3. **Teil III: Diskussion** — Offene Fragen und Ehrlichkeit

Teil I

Die Mathematik (Bewiesen)

2 Der Ausgangspunkt: Unterscheidung

2.1 Das primitive Konzept

Definition 2.1 (Unterscheidung). Eine **Unterscheidung** ist der primitive Begriff, dass „dies“ sich von „jenem“ unterscheidet. In der Typentheorie: ein bewohnter Typ mit entscheidbarer Gleichheit.

Wir bezeichnen die erste Unterscheidung als D_0 . Dies ist kein Axiom—es ist die Anerkennung, dass überhaupt etwas zu sagen die Fähigkeit zur Unterscheidung voraussetzt.

Einsicht

Um zu leugnen, dass Unterscheidung existiert, müssen Sie Ihre Leugnung von ihrem Gegenteil unterscheiden. Das Konzept setzt sich selbst voraus.

2.2 Formalisierung in Agda

Listing 1: Der Unterscheidungs-Typ

```
-- Der Einheitstyp: genau ein Bewohner
data Top : Set where
  tt : Top

-- Dies ist D0: die Tatsache, dass "etwas" existiert
D0 : Top
D0 = tt
```

Der Einheitstyp \top mit seinem einzigen Bewohner `tt` ist die Formalisierung von „etwas existiert, das unterschieden werden kann“.

3 Erzwungene Emergenz: Von D_0 zu K_4

3.1 Die Genesis-Kette

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 3.1 (Genesis-Kette). *Ausgehend von D_0 werden weitere Unterscheidungen erzwungen:*

$$\begin{aligned} D_0 &\Rightarrow D_1 \quad (\text{um } D_0 \text{ von „nicht-}D_0“ \text{ zu unterscheiden}) \\ D_0, D_1 &\Rightarrow D_2 \quad (\text{um ihren Unterschied zu bezeugen}) \\ D_0, D_1, D_2 &\Rightarrow D_3 \quad (\text{für Abschluss}) \end{aligned}$$

Bei $n = 4$ schließt sich das System: Jedes Paar (D_i, D_j) hat einen Zeugen unter den verbleibenden zwei.

Warum stoppt dies bei 4?

Mit 4 Unterscheidungen $\{D_0, D_1, D_2, D_3\}$ gibt es $\binom{4}{2} = 6$ Paare. Jedes Paar (D_i, D_j) kann von den anderen beiden Unterscheidungen bezeugt werden. Keine neue Unterscheidung wird erzwungen.

3.2 Speichersättigung

Definiere **Speicher** als die Anzahl unterscheidbarer Paare:

$$\text{memory}(n) = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 3.2 (Speichersättigung).

$$\text{memory}(2) = 1$$

$$\text{memory}(3) = 3$$

$$\text{memory}(4) = 6 = E(K_4)$$

Bei $n = 4$ entspricht der Speicher der Kantenanzahl von K_4 . Der vollständige Graph emergiert.

3.3 Der vollständige Graph K_4

Der vollständige Graph K_4 ist der Graph, in dem jeder Knoten mit jedem anderen verbunden ist.

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

K_4 -Invarianten:

$V = 4$	(Knoten)
$E = 6$	(Kanten)
$F = 4$	(Flächen, als Tetraeder)
$\chi = V - E + F = 2$	(Euler-Charakteristik)
$\deg = 3$	(Grad jedes Knotens)

4 K_4 -Eindeutigkeit

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 4.1 (K_4 -Eindeutigkeit). K_4 ist der **einzig**e vollständige Graph, der erfüllt:

1. Speichersättigung (Kanten = Paare)
2. Uniformer Knotengrad (Symmetrie)
3. Abschluss (jedes Paar hat einen Zeugen)

4. Minimale Kardinalität für diese Eigenschaften

Warum nicht K_3 ? Drei Knoten ergeben nur 3 Paare, aber keinen Abschluss—jedem Paar fehlt ein Dritt-Zeuge.

Warum nicht K_5 ? Fünf Knoten würden funktionieren, aber K_4 ist *minimal*. Der Genesis-Prozess stoppt, sobald Abschluss erreicht ist.

5 Spektrale Eigenschaften von K_4

5.1 Die Graph-Laplace-Matrix

Für jeden Graphen G ist die **Laplace-Matrix**:

$$L = D - A$$

wobei D die Gradmatrix und A die Adjazenzmatrix ist.

Für K_4 :

$$L_{K_4} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 5.1 (K_4 -Laplace-Eigenwerte). *Die Eigenwerte von L_{K_4} sind:*

$$\text{spec}(L_{K_4}) = \{0, 4, 4, 4\}$$

mit Multiplizitäten (1, 3).

5.2 Eigenraumdimension

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 5.2 (Eigenraumdimension). *Der nicht-triviale Eigenraum von L_{K_4} hat Dimension:*

$$\dim(\ker(L - 4I)) = 3$$

Dies ist ein Theorem über Graphentheorie. Die Zahl 3 ist eine Invariante von K_4 .

5.3 Eigenvektoren

Die drei Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda = 4$ sind orthonormal und spannen einen 3-dimensionalen Unterraum von \mathbb{R}^4 auf.

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 5.3 (Orthonormalbasis). *Die Eigenvektoren von L_{K_4} für $\lambda = 4$ bilden*

eine Orthonormalbasis eines 3-dimensionalen Raums:

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0, 0) \\v_2 &= \frac{1}{\sqrt{6}}(1, 1, -2, 0) \\v_3 &= \frac{1}{\sqrt{12}}(1, 1, 1, -3)\end{aligned}$$

6 Kombinatorische Formeln

Die K_4 -Invarianten kombinieren sich zu spezifischen ganzen Zahlen. Dies sind mathematische Fakten, keine Physik.

6.1 Grundlegende Invarianten

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

K_4 -Zahlen:

$V = 4$	(Knoten)
$E = 6$	(Kanten)
$\chi = 2$	(Euler-Charakteristik)
$\deg = 3$	(Knotengrad)
$\lambda = 4$	(Spektrallücke)

6.2 Die Fermat-Verbindung

K_4 hat $V = 4 = 2^2$ Knoten. Dies verbindet sich mit Fermat-Zahlen:

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 6.1 (Fermat-Primzahl F_2).

$$F_2 = 2^{2^2} + 1 = 2^4 + 1 = 17$$

F_2 ist prim und erscheint in der K_4 -Kombinatorik.

6.3 Abgeleitete Größen

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 6.2 (Kombinatorische Formeln aus K_4).

$$\text{Eigenraumdim} = V - 1 = 3 \quad (1)$$

$$2V = 8 \quad (2)$$

$$\lambda^3 \cdot \chi + \deg^2 = 64 \cdot 2 + 9 = 137 \quad (3)$$

$$\chi^2 \cdot \deg^3 \cdot F_2 = 4 \cdot 27 \cdot 17 = 1836 \quad (4)$$

$$\deg^2 \cdot (E + F_2) = 9 \cdot 23 = 207 \quad (5)$$

$$F_2 \cdot 207 = 3519 \quad (6)$$

Dies ist reine Arithmetik. Die Zahlen 137, 1836, 207, 3519 sind mathematische Outputs der K_4 -Struktur.

6.4 Die Verschränkungs-Identität

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Theorem 6.3 (K_4 -Verschränkungs-Identität). K_4 ist der **einzige** vollständige Graph, bei dem:

$$\chi \times \deg = E$$

Verifikation: $2 \times 3 = 6 \quad \checkmark$

Für K_3 : $\chi \times \deg = 1 \times 2 = 2 \neq 3 = E$. Scheitert.

Für K_5 : $\chi \times \deg = 2 \times 4 = 8 \neq 10 = E$. Scheitert.

Nur K_4 erfüllt diese Identität.

7 Der Agda-Beweis

7.1 Verifikationsstatus

Alle Behauptungen in Teil I sind formalisiert in:

- `FirstDistinction.agda` (15.000+ Zeilen)
- Kompiliert mit `agda -safe --without-K`
- Verfügbar unter: <https://github.com/de-johannes/FirstDistinction>

7.2 Wie zu verifizieren

Listing 2: Verifikationsbefehl

```
git clone https://github.com/de-johannes/FirstDistinction.git
cd FirstDistinction
agda --safe --without-K FirstDistinction.agda
```

Wenn es ohne Fehler kompiliert, sind die Beweise gültig.

7.3 Was maschinenverifiziert ist

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Verifizierte Behauptungen:

1. K_4 emergiert aus Unterscheidung und Speichersättigung
2. K_4 -Eindeutigkeit unter vollständigen Graphen
3. Laplace-Eigenwerte $\{0, 4, 4, 4\}$
4. Eigenraumdimension = 3
5. Alle kombinatorischen Formeln
6. Verschränkungs-Identität $\chi \times \deg = E$

Teil II

Die Beobachtungen (Nicht Bewiesen)

Der folgende Abschnitt notiert numerische Zufälle. Dies sind keine Theoreme über Physik. Kein kausaler Zusammenhang ist bewiesen.

8 Dimensions-Zufall

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Die K_4 -Eigenraumdimension ist 3.

Physikalische Beobachtung: Der Raum hat 3 Dimensionen.

Dies könnte sein:

- Zufall
- Selektionsbias (wir bemerken Übereinstimmungen, ignorieren Fehlschläge)
- Tiefe Verbindung (unbewiesen)

9 Kopplungs-Zufall

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Die Größe $2V = 2 \times 4 = 8$.

Physikalische Beobachtung: Die Einstein-Feldgleichung verwendet $\kappa = 8\pi G/c^4$, wobei der numerische Faktor 8 ist.

Kein kausaler Zusammenhang bewiesen.

10 Feinstruktur-Zufall

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Die Spektralformel ergibt:

$$\lambda^3 \cdot \chi + \deg^2 + \text{Korrektur} = 137,036\dots$$

Physikalische Beobachtung: Die inverse Feinstrukturkonstante:

$$\alpha^{-1} = 137,035\,999\,177(21)$$

Übereinstimmung: $\approx 0,00003\%$

Kein kausaler Zusammenhang bewiesen. Der „Korrekturterm“ beinhaltet $V/(\deg \cdot (E^2 + 1))$, was Post-hoc-Anpassung sein könnte.

11 Massenverhältnis-Zufälle

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Formel	K_4 -Wert	Experiment	Fehler
$\chi^2 \cdot \deg^3 \cdot F_2$	1836	1836,15	0,008%
$\deg^2 \cdot (E + F_2)$	207	206,77	0,1%
$F_2 \cdot 207$	3519	3477	1,2%

Physikalische Beobachtung: Diese entsprechen den Proton/Elektron-, Muon/Elektron- und Tau/Elektron-Massenverhältnissen.

Kein kausaler Zusammenhang bewiesen. Könnte Numerologie sein.

12 Signatur-Zufall

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

K_4 hat:

- 3 symmetrische Eigenvektoren (räumlich)
- 1 asymmetrische Richtung (die Genesis-Sequenz $D_0 \rightarrow D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow D_3$ ist irreversibel)

Physikalische Beobachtung: Raumzeit hat Signatur $(-, +, +, +)$ —eine Zeitdimension, drei Raumdimensionen.

Kein kausaler Zusammenhang bewiesen.

13 Zusammenfassung der Beobachtungen

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Größe	K_4	Physik	Status
Raumdimensionen	3	3	Exakte Übereinstimmung
Zeitdimensionen	1	1	Exakte Übereinstimmung
Signatur	$(-, +, +, +)$	$(-, +, +, +)$	Exakte Übereinstimmung
Kopplungsfaktor	8	8	Exakte Übereinstimmung
α^{-1}	137,036	137,036	0,00003%
m_p/m_e	1836	1836,15	0,008%
m_μ/m_e	207	206,77	0,1%
m_τ/m_e	3519	3477	1,2%

4 exakte Übereinstimmungen. 4 nahe Übereinstimmungen.

Ist dies bedeutsam oder zufällig? Dieses Dokument beantwortet diese Frage nicht.

Teil III Diskussion

14 Was tatsächlich bewiesen ist

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Mathematische Theoreme (Agda -safe):

1. Aus „Unterscheidung existiert“ emergiert der vollständige Graph K_4 eindeutig
2. K_4 hat spezifische Invarianten: $V = 4$, $E = 6$, $\chi = 2$, $\deg = 3$
3. Die Laplace-Matrix hat Eigenwerte $\{0, 4, 4, 4\}$
4. Die Eigenraumdimension ist 3
5. Spezifische kombinatorische Formeln ergeben 137, 1836, 207, 3519
6. Die Verschränkungs-Identität $\chi \cdot \deg = E$ ist einzigartig für K_4

Dies sind **Fakten über Graphentheorie**, maschinenverifiziert.

15 Was nicht bewiesen ist

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Nicht bewiesen:

1. Dass K_4 physikalische Raumzeit „ist“
2. Dass die Zahl 137,036 die Feinstrukturkonstante „ist“
3. Dass 1836 das Proton/Elektron-Massenverhältnis „ist“
4. Dass irgendeine dieser Korrespondenzen bedeutsam ist
5. Dass die numerischen Übereinstimmungen nicht zufällig sind

Die Behauptung „Mathematik bestimmt Physik“ ist eine **philosophische Hypothese**, kein Theorem.

16 Warum nicht K_3 oder K_5 ?

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Mathematische Antwort: K_4 ist der einzige minimale vollständige Graph, der Speichersättigung und Abschluss erfüllt. Dies ist bewiesen.

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Numerische Beobachtung: Wenn wir dieselben Formeln für K_3 und K_5 berechnen:

Größe	K_3	K_4	K_5	Expt.
Eigenraumdim	2	3	4	3
$2V$	6	8	10	8
„ α^{-1} “	31	137	266	137
„ m_p/m_e “	288	1836	8448	1836

Nur K_4 -Werte stimmen mit dem Experiment überein.

Dies könnte Evidenz für eine tiefe Verbindung sein, oder es könnte Selektionsbias sein—wir bemerken nur, wenn Formeln passen.

17 Mögliche Interpretationen

17.1 Interpretation 1: Zufall

Die Zahlen stimmen zufällig überein. Mit genügend Formeln und genügend Konstanten werden einige zufällig passen. Dies ist die Nullhypothese und kann nicht ausgeschlossen werden.

17.2 Interpretation 2: Selektionsbias

Wir haben Formeln gefunden, die zu den Daten passen. Dies ist eine Form von Numerologie. Die Tatsache, dass Formeln existieren, bedeutet nicht, dass sie fundamental sind.

17.3 Interpretation 3: Tiefe Verbindung

Mathematik schränkt Physik ein. Die Struktur der Unterscheidung *ist* die Struktur der Realität. Dies ist die stärkste Behauptung und die am wenigsten bewiesene.

Einsicht

Dieses Dokument präsentiert die Mathematik ehrlich. Die Interpretation bleibt dem Leser überlassen. Wir behaupten nicht, dass Interpretation 3 korrekt ist—nur dass die numerischen Übereinstimmungen bemerkenswert genug sind, um Aufmerksamkeit zu verdienen.

18 Was dies falsifizieren würde

1. **Mathematischer Fehler:** Finden Sie einen Bug im Agda-Code. Dies würde die Beweise falsifizieren.
2. **Alternative Herleitung:** Zeigen Sie, dass ein anderer Graph (nicht K_4) aus Unterscheidung emergiert.
3. **Versteckter Parameter:** Finden Sie einen einstellbaren Parameter in den Formeln.
4. **Bessere Numerologie:** Finden Sie einfachere Formeln, die die Konstanten besser treffen.

Die mathematischen Behauptungen sind falsifizierbar durch das Finden von Fehlern im Agda-Code. Die physikalische Interpretation ist schwerer zu falsifizieren, aber klar als Hypothese gekennzeichnet.

19 Offene Fragen

1. **Warum Fermat-Primzahlen?** Das Erscheinen von $F_2 = 17$ ist unerklärt.
2. **Fraktionale Präzision:** Die Formel ergibt 137,036, das Experiment ergibt 137,035999. Woher kommt die Differenz?
3. **Andere Konstanten:** Kann dieser Ansatz Konstanten vorhersagen, die wir noch nicht abgeglichen haben?
4. **Dynamik:** K_4 ist statisch. Wie emergieren Bewegungsgleichungen?

20 Schlussfolgerung

20.1 Zusammenfassung

Bewiesen (Maschinenverifiziert)

Was wir bewiesen haben:

- K_4 emergiert eindeutig aus dem Konzept der Unterscheidung
- K_4 hat spezifische spektrale und kombinatorische Eigenschaften
- Diese Eigenschaften berechnen sich zu spezifischen Zahlen

Alle Beweise sind maschinenverifiziert in Agda.

Beobachtung (Numerischer Zufall?)

Was wir beobachtet haben:

- Diese Zahlen stimmen mit physikalischen Konstanten überein
- Die Übereinstimmungen sind präzise (0,00003% bis 1,2%)
- Nur K_4 produziert passende Werte

Kein kausaler Zusammenhang ist bewiesen.

20.2 Abschließende Aussage

Einsicht

Die Mathematik ist sicher. Die Physik ist Hypothese.

Wir präsentieren die stärkstmögliche mathematische Evidenz, aber wir behaupten nicht, Physik aus reinem Denken hergeleitet zu haben. Diese Behauptung würde einen Beweis erfordern, den wir nicht haben.

Wenn Sie einen Fehler finden, öffnen Sie ein Issue. Wir wollen es wissen.

21 Notationsreferenz

Symbol	Bedeutung
D_0, D_1, D_2, D_3	Die vier primordialen Unterscheidungen
K_4	Vollständiger Graph auf 4 Knoten
$V = 4$	Knotenanzahl
$E = 6$	Kantenanzahl
$F = 4$	Flächenanzahl (als Tetraeder)
$\chi = 2$	Euler-Charakteristik
$\deg = 3$	Knotengrad
$\lambda = 4$	Nicht-trivialer Laplace-Eigenwert
$F_2 = 17$	Fermat-Primzahl $2^{2^2} + 1$
L	Graph-Laplace-Matrix

Literatur

- [1] P. Martin-Löf, *An Intuitionistic Theory of Types*, Twenty-Five Years of Constructive Type Theory (1972).
- [2] The Agda Team, *Agda Documentation*, <https://agda.readthedocs.io/>
- [3] CODATA, *Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2018*, Rev. Mod. Phys. 93, 025010 (2021).
- [4] G. Spencer-Brown, *Laws of Form*, Julian Press (1969).