

Rozpis služieb záhradkárskej komunity:

Analýza úlohy a model riešenia

1 Analýza úlohy

Ciel — zostaviť rozpis služieb členov záhradkárskej komunity na 16 týždňov (112 dní) tak, aby bola každý deň zabezpečená ochrana územia:

- 1 osoba na dennej 24-hodinovej službe;
- 2 osoby na nočnej službe v ten istý deň.

Každý člen má preferencie k dňom v týždni (1 = pondelok ... 7 = nedeľa) a môže mať zákazy pre konkrétne dni týždňa ($E\{d\}$). Zákaz je pevné obmedzenie: člen nesmie byť v dané dni zaradený na službu.

Počet účastníkov podľa vstupu: V (konštanta; počet účastníkov vo vstupnom súbore).

Typ optimalizačnej úlohy. Rozvrhovanie (assignment/scheduling) s pevnými obmedzeniami a viac-kriteriálnym cieľom; poradie porovnávania riešení je lexikografické.

Pevné obmedzenia (Hard Constraints)

- 1. Zákazy (availability):** ak deň týždňa patrí do $E\{d\}$, priradenie je neprípustné.
- 2. Spravodlivosť (fairness):** počty denných a nočných služieb musia byť medzi členmi približne rovnaké. Formálne:
 - *denné*: každý člen má $\lfloor 112/V \rfloor$ alebo $\lceil 112/V \rceil$ priradení; spolu za všetkých členov — 112;
 - *nočné*: každý člen má $\lfloor 224/V \rfloor$ alebo $\lceil 224/V \rceil$ priradení; spolu za všetkých členov — 224;
 - *maximálny rozdiel* medzi ľubovoľnými dvoma členmi pri každom type ≤ 1 .
- 3. Obmedzenie na deň:** člen nesmie byť zaradený viac ako raz v ten istý kalendárny deň.

Porušenie ktoréhokoľvek pravidla robí rozpis neplatným.

Poznámka (fairness, stručne). Kvóty definujeme: $q_{\text{day}} = \lfloor 112/V \rfloor$, $r_{\text{day}} = 112 \bmod V$; $q_{\text{night}} = \lfloor 224/V \rfloor$, $r_{\text{night}} = 224 \bmod V$. Každému členovi pre každý typ služby pridáme buď q , alebo $q + 1$; presne r ľudí dostane $q + 1$. Tým sa zaručí rozdiel ≤ 1 a správne súčty 112/224.

Mäkké ciele (Soft Constraints)

- 1. Preferencie:** maximalizovať zhodu medzi priradeniami a preferenciami členov.
- 2. Pokrytie územia:** čím širšiu časť ulice pokryje pridelená trojica v daný deň, tým lepšia ochrana. Pokrytie dňa sa počíta ako zjednotenie zón troch pridelených členov.

Poradie cieľov

Lexikografické poradie:

1. Platnosť rozpísu;
2. Spokojnosť preferencií;
3. Pokrytie — ako rozlišovací faktor medzi riešeniami rovnakými podľa preferencií.

Vstup a výstup

Vstup.

- textový súbor, 1 riadok = 1 člen;
- obsah: preferované dni a prípadné zákazy.

Výstup.

- textový `.txt` súbor so **112 riadkami**;
- každý riadok: **3 čísla** — indexy členov (prvý — denná služba, druhý a tretí — nočné);
- prvý riadok = prvý pondelok;
- čísla sú oddelené *jednou medzerou*; riadok končí *iba* znakom konca riadku (bez medzery pred ním).

2 Model riešenia

2.1 Reprezentácia členov

Členovia sú indexovaní $1..V$ podľa poradia riadkov vstupného súboru.

2.2 Model „ulice“ (predpoklad)

Vstup neobsahuje skutočné rozloženie záhradiek, preto sa prijíma minimálny model:

Člen i zodpovedá za záhradku i pozdĺž lineárnej ulice.

Schéma číslovania. Číslovanie ulice je monotónne: záhradky sú od 1 po V po jednej strane ulice a späť po druhej. Teda záhradka č. V leží oproti záhradke č. 1. Pre výpočty toto slúži iba na usporiadanie indexov; pokrytie sa ráta len podľa indexov v rozsahu $1..V$.

2.3 Model zóny pokrytia

Aby sa zohľadnili obe strany ulice, zóna jedného člena pozostáva z dvoch intervalov: okolo jeho záhradky a okolo záhradky „oproti“.

Definície.

- počet záhradiek: V (konštanta);
- zrkadlová funkcia: $\text{mirror}(i) = V - i + 1$.

Zóna člena i .

$$\begin{aligned} \text{Zone}(i) = & [\max(1, i - 5), \min(V, i + 5)] \\ & \cup [\max(1, V - i + 1 - 5), \min(V, V - i + 1 + 5)]. \end{aligned}$$

Hranice intervalov sa orežú do $1..V$.

Pokrytie dňa. Zjednotenie zón troch pridelených členov bez dvojitého započítania prienikov. Pre porovnateľnosť medzi dňami používame normalizáciu hornou hranicou teoreticky dosiahnuteľného pokrytia (66 záhradiek pre troch pri nulových prienikoch):

$$\text{CoverageScore}(d) = \frac{|\text{Zone}(a) \cup \text{Zone}(b) \cup \text{Zone}(c)|}{\min(V, 66)},$$

kde a, b, c sú členovia priradení na daný kalendárny deň.

2.4 Kritériá kvality

PrefScore (formálne). Nech $\text{weekday}(d) \in \{1..7\}$ — deň v týždni pre kalendárny deň d ;

$\text{Prefs}(m) \subseteq \{1..7\}$ — množina preferovaných dní člena m ;

$S_d = \{a, b, c\}$ — traja členovia priradení na deň d (1 denný + 2 noční).

Per-deň metrika:

$$\text{PrefScore}(d) = \sum_{m \in S_d} \mathbf{1}[\text{weekday}(d) \in \text{Prefs}(m)].$$

Súhrnná a normalizovaná:

$$D_d \in [1, 112]$$

$$\text{TotalPrefScore} = \sum_{d \in D_d} \text{PrefScore}(d),$$

$$\text{PrefScore}_{\text{norm}} = \frac{\text{TotalPrefScore}}{3 \cdot 112} \in [0, 1].$$

Zákazy $E\{d\}$ sú pevné obmedzenie a do PrefScore nevstupujú.

CoverageScore. Šírka pokrytia (používa sa pri rovnosti preferencií).

2.5 Reprezentácia riešenia

- $\text{assign_day}[d]$ — člen na dennej službe v deň d ;
- $\text{assign_night1}[d], \text{assign_night2}[d]$ — členovia na nočnej službe.

Index dňa: $d = 1..112$.

2.6 Kontrola obmedzení

1. Deň týždňa nepatrí do zákazov člena;
2. Kvóty fairness nie sú porušené;
3. Člen nie je priradený dvakrát v jeden deň.

2.7 Základné riešenie (baseline)

Rovnomerné cyklické priradovanie členov k dňom so zohľadnením zákazov a fairness, bez optimalizácie preferencií a pokrytia. Porovnanie s finálnym plán robíme podľa súhrnných metrik $\sum \text{PrefScore}$ a $\sum \text{CoverageScore}$ (normalizovaný), pri povinnej platnosti.

2.8 Možné prístupy k riešeniu

Existuje viac metód konštrukcie rozpisu:

- **Konštrukčné heuristiky** — postupné vytváranie platného rozpisu;
- **Lokálna optimalizácia** — zlepšovanie po primárnej generácii;
- **Metaheuristiky** (napr. simulated annealing, genetic algorithm) — vhodné pri potrebe rozsiahlejšieho vyhľadávania, no pre túto úlohu spravidla zbytočné.

Volíme kombináciu konštrukčnej heuristiky a lokálnej optimalizácie: umožní dodržať pevné obmedzenia a efektívne zlepšovať preferencie a pokrytie.

2.9 Navrhovaný optimalizačný postup

1. Vytvoriť platný rozpis (zohľadniť zákazy, fairness, jedno priradenie na deň);
2. Zlepšovať spokojnosť preferencií bez porušenia platnosti;
3. Pri rovnakých preferenciách — lokálne zvyšovať pokrytie.

2.10 Lokálne zlepšenia (bez komplikácií)

1. **Poradie dní podľa „náročnosti“.** Najprv plánujeme dni s minimálnym počtom povolených kandidátov (po zohľadnení zákazov a aktuálnych kvót fairness). To znižuje riziko slepých uličiek a množstvo následných presunov.
2. **Radenie kandidátov na deň.** Pre každý deň d sa kandidáti triedia podľa kľúča (*preferuje weekday(d) ↓, zásoba kvóty ↓*), kde „zásoba“ je, o koľko člen zaostáva za svojím cieľom pre denné ($\lfloor 112/V \rfloor$ alebo $\lceil 112/V \rceil$) a nočné ($\lfloor 224/V \rfloor$ alebo $\lceil 224/V \rceil$) služby. Takto sa prirodzene zvyšuje PrefScore a fairness drží bez špeciálnej logiky.
3. **1-opt v rámci dňa.** Po primárnom pláne pre každý deň skúsime bodovo nahradiť jedného z $\{a, b, c\}$ iným povoleným členom, ak PrefScore(d) rastie; pri rovnosti berieme trojicu s väčším CoverageScore(d). Platnosť (zákazy, „1 slot/deň“, kvóty) sa kontroluje inkrementálne.
4. **2-opt medzi rovnakými slotmi.** Pre dvojicu dní povoľujeme výmenu členov len v rovnakých slotoch (deň \leftrightarrow deň alebo noc \leftrightarrow noc). Ťah sa prijme, ak rastie TotalPrefScore; pri rovnosti — ak rastie suma CoverageScore za oba dni. Kvóty fairness a platnosť sa zachovávajú.
5. **Deterministickosť.** Fixuje sa seed a tie-breaky (pri rovnosti — menší index). Zabezpečuje to reprodukovateľnosť a predvídateľnosť správania.
6. **Tie-breaker podľa pokrytia.** Pri rovnakom PrefScore(d) sa vyberie trojica s maximálnou $|\text{Zone}(a) \cup \text{Zone}(b) \cup \text{Zone}(c)|$. V praxi pomáha aj maximalizovať minimálnu párovú vzdialenosť indexov v trojici.

2.11 Riziká a predpoklady

- Lineárny model ulice je nutný predpoklad kvôli chýbajúcim priestorovým údajom;
- Vstup sa považuje za riešiteľný: zákazy nespôsobia nerealizovateľnosť;

- Ciele sa uplatňujú v poradí: *platnosť* \rightarrow *preferencie* \rightarrow *pokrytie*;
- Pri ľubovoľných náhodných voľbách sa fixuje *seed* na zabezpečenie reprodukovateľnosti výsledkov.