

# Rozpis služieb záhradkárskej komunity:

## Analýza úlohy a model riešenia

## 1 Analýza úlohy

Cieľ — zostaviť rozpis služieb členov záhradkárskej komunity na 16 týždňov (112 dní) tak, aby bola každý deň zabezpečená ochrana územia:

- 1 osoba na dennej 24-hodinovej službe;
- 2 osoby na nočnej službe v ten istý deň.

Každý člen má preferencie k dňom v týždni (1 = pondelok … 7 = nedeľa) a môže mať zákazy pre konkrétné dni týždňa ( $E\{d\}$ ). Zákaz je pevné obmedzenie: člen nesmie byť v dané dni zaradený na službu.

Počet účastníkov podľa vstupu:  $V$  (konštanta; počet účastníkov vo vstupnom súbore).

**Typ optimalizačnej úlohy.** Rozvrhovanie (assignment/scheduling) s pevnými obmedzeniami a viac-kriteriálnym cieľom; poradie porovnávania riešení je lexikografické.

### Pevné obmedzenia (Hard Constraints)

- Zákazy (availability):** ak deň týždňa patrí do  $E\{d\}$ , priradenie je neprípustné.
- Spravodlivosť (fairness):** počty denných a nočných služieb musia byť medzi členmi približne rovnaké. Formálne:
  - *denné:* každý člen má  $\lfloor 112/V \rfloor$  alebo  $\lceil 112/V \rceil$  priradení; spolu za všetkých členov — 112;
  - *nočné:* každý člen má  $\lfloor 224/V \rfloor$  alebo  $\lceil 224/V \rceil$  priradení; spolu za všetkých členov — 224;
  - *maximálny rozdiel* medzi ľubovoľnými dvoma členmi pri každom type  $\leq 1$ .
- Obmedzenie na deň:** člen nesmie byť zaradený viac ako raz v ten istý kalendárny deň.

Porušenie ktoréhokoľvek pravidla robí rozpis neplatným.

**Poznámka (fairness, stručne).** Kvóty definujeme:  $q_{\text{day}} = \lfloor 112/V \rfloor$ ,  $r_{\text{day}} = 112 \bmod V$ ;  $q_{\text{night}} = \lfloor 224/V \rfloor$ ,  $r_{\text{night}} = 224 \bmod V$ . Každému členovi pre každý typ služby pridelíme buď  $q$ , alebo  $q + 1$ ; presne  $r$  ľudí dostane  $q + 1$ . Tým sa zaručí rozdiel  $\leq 1$  a správne súčty  $112/224$ .

### Mäkké ciele (Soft Constraints)

- Preferencie:** maximalizovať zhodu medzi priradeniami a preferenciami členov.
- Pokrytie územia:** čím širšiu časť ulice pokryje pridelená trojica v daný deň, tým lepšia ochrana. Pokrytie dňa sa počíta ako zjednotenie zón troch pridelených členov.

## **Poradie cieľov**

Lexikografické poradie:

1. Platnosť rozpisu;
2. Spokojnosť preferencií;
3. Pokrytie — ako rozlišovací faktor medzi riešeniami rovnakými podľa preferencií.

## **Vstup a výstup**

### **Vstup.**

- textový súbor, 1 riadok = 1 člen;
- obsah: preferované dni a prípadné zákazy.

### **Výstup.**

- textový .txt súbor so **112 riadkami**;
- každý riadok: **3 čísla** — indexy členov (prvý — denná služba, druhý a tretí — nočné);
- prvý riadok = prvý pondelok;
- čísla sú oddelené *jednou medzerou*; riadok končí *iba* znakom konca riadku (bez medzery pred ním).

## **2 Model riešenia**

### **2.1 Reprezentácia členov**

Členovia sú indexovaní  $1..V$  podľa poradia riadkov vstupného súboru.

### **2.2 Model „ulice“ (predpoklad)**

Vstup neobsahuje skutočné rozloženie záhradiek, preto sa prijíma minimálny model:

*Člen i zodpovedá za záhradku i pozdĺž lineárnej ulice.*

**Schéma číslovania.** Číslование ulice je monotónne: záhradky sú od 1 po  $V$  po jednej strane ulice a späť po druhej. Teda záhradka č.  $V$  leží oproti záhradke č. 1. Pre výpočty toto slúži iba na usporiadanie indexov; pokrytie sa ráta len podľa indexov v rozsahu  $1..V$ .

### **2.3 Model zóny pokrytia**

Aby sa zohľadnili obe strany ulice, zóna jedného člena pozostáva z dvoch intervalov: okolo jeho záhradky a okolo záhradky „oproti“.

### **Definície.**

- počet záhradiel:  $V$  (konšanta);
- zrkadlová funkcia:  $\text{mirror}(i) = V - i + 1$ .

**Zóna člena  $i$ .**

$$\begin{aligned}\text{Zone}(i) = & [\max(1, i - 5), \min(V, i + 5)] \\ & \cup [\max(1, V - i + 1 - 5), \min(V, V - i + 1 + 5)].\end{aligned}$$

Hranice intervalov sa orežú do  $1..V$ .

**Pokrytie dňa.** Zjednotenie zón troch pridelených členov bez dvojitého započítania prienikov. Pre porovnatelnosť medzi dňami používame normalizáciu hornou hranicou teoreticky dosiahnuteľného pokrytia (66 záhradiek pre troch pri nulových prienikoch):

$$\text{CoverageScore}(d) = \frac{|\text{Zone}(a) \cup \text{Zone}(b) \cup \text{Zone}(c)|}{\min(V, 66)},$$

kde  $a, b, c$  sú členovia priradení na daný kalendárny deň.

## 2.4 Kritériá kvality

**PrefScore (formálne).** Nech  $\text{weekday}(d) \in \{1..7\}$  — deň v týždni pre kalendárny deň  $d$ ;  $\text{Prefs}(m) \subseteq \{1..7\}$  — množina preferovaných dní člena  $m$ ;  $S_d = \{a, b, c\}$  — traja členovia priradení na deň  $d$  (1 denný + 2 noční).

Per-deň metrika:

$$\text{PrefScore}(d) = \sum_{m \in S_d} \mathbf{1}[\text{weekday}(d) \in \text{Prefs}(m)].$$

Súhrnná a normalizovaná:

$$D_d \in [1, 112]$$

$$\text{TotalPrefScore} = \sum_{d \in D_d} \text{PrefScore}(d),$$

$$\text{PrefScore}_{\text{norm}} = \frac{\text{TotalPrefScore}}{3 \cdot 112} \in [0, 1].$$

Zákazy  $E\{d\}$  sú pevné obmedzenie a do PrefScore nevstupujú.

**CoverageScore.** Šírka pokrytia (používa sa pri rovnosti preferencií).

## 2.5 Reprezentácia riešenia

- $\text{assign\_day}[d]$  — člen na dennej službe v deň  $d$ ;
- $\text{assign\_night1}[d], \text{assign\_night2}[d]$  — členovia na nočnej službe.

Index dňa:  $d = 1..112$ .

## 2.6 Kontrola obmedzení

1. Deň týždňa nepatrí do zákazov člena;
2. Kvóty fairness nie sú porušené;
3. Člen nie je priradený dvakrát v jeden deň.

## 2.7 Základné riešenie (baseline)

Rovnomerné cyklické priradovanie členov k dňom so zohľadnením zákazov a fairness, bez optimalizácie preferencií a pokrycia. Porovnanie s finálnym plán robíme podľa súhrnných metrík  $\sum \text{PrefScore}$  a  $\sum \text{CoverageScore}$  (normalizovaný), pri povinnej platnosti.

## 2.8 Možné prístupy k riešeniu

Existuje viac metód konštrukcie rozpísu:

- **Konštrukčné heuristiky** — postupné vytváranie platného rozpísu;
- **Lokálna optimalizácia** — zlepšovanie po primárnej generácii;
- **Metaheuristiky** (napr. simulated annealing, genetic algorithm) — vhodné pri potrebe rozsiahlejšieho vyhľadávania, no pre túto úlohu spravidla zbytočné.

Volíme kombináciu konštrukčnej heuristiky a lokálnej optimalizácie: umožní dodržať pevné obmedzenia a efektívne zlepšovať preferencie a pokrytie.

## 2.9 Navrhovaný optimalizačný postup

1. Vytvoriť platný rozpis (zohľadniť zákazy, fairness, jedno priradenie na deň);
2. Zlepšovať spokojnosť preferencií bez porušenia platnosti;
3. Pri rovnakých preferenciách — lokálne zvyšovať pokrytie.

## 2.10 Lokálne zlepšenia (bez komplikácií)

1. **Poradie dní podľa „náročnosti“.** Najprv plánujeme dni s minimálnym počtom povolených kandidátov (po zohľadnení zákazov a aktuálnych kvót fairness). To znižuje riziko slepých uličiek a množstvo následných presunov.
2. **Radenie kandidátov na deň.** Pre každý deň  $d$  sa kandidáti triedia podľa kľúča (*preferuje weekday( $d$ ) ↓, zásoba kvóty ↓*), kde „zásoba“ je, o kolko člen zaostáva za svojím cieľom pre denné ( $\lfloor 112/V \rfloor$  alebo  $\lceil 112/V \rceil$ ) a nočné ( $\lfloor 224/V \rfloor$  alebo  $\lceil 224/V \rceil$ ) služby. Takto sa prirodzene zvyšuje PrefScore a fairness drží bez špeciálnej logiky.
3. **1-opt v rámci dňa.** Po primárnom pláne pre každý deň skúšame bodovo nahradit jedného z  $\{a, b, c\}$  iným povoleným členom, ak  $\text{PrefScore}(d)$  rastie; pri rovnosti berieme trojicu s väčším  $\text{CoverageScore}(d)$ . Platnosť (zákazy, „1 slot/deň“, kvóty) sa kontroluje inkrementálne.
4. **2-opt medzi rovnakými slotmi.** Pre dvojicu dní povoľujeme výmenu členov len v rovnakých slotoch (deň↔deň alebo noc↔noc). Čah sa prijme, ak rastie TotalPrefScore; pri rovnosti — ak rastie suma CoverageScore za oba dni. Kvóty fairness a platnosť sa zachovajú.
5. **Deterministickosť.** Fixuje sa *seed* a tie-breaker (pri rovnosti — menší index). Zabezpečuje to reprodukovateľnosť a predvídateľnosť správania.
6. **Tie-breaker podľa pokrycia.** Pri rovnakom  $\text{PrefScore}(d)$  sa vyberie trojica s maximálnou  $|\text{Zone}(a) \cup \text{Zone}(b) \cup \text{Zone}(c)|$ . V praxi pomáha aj maximalizovať minimálnu párovú vzdialenosť indexov v trojici.

## 2.11 Riziká a predpoklady

- Lineárny model ulice je nutný predpoklad kvôli chýbajúcim priestorovým údajom;
- Vstup sa považuje za riešiteľný: zákazy nespôsobia nerealizovateľnosť;

- Ciele sa uplatňujú v poradí: *platnosť* → *preferencie* → *pokrytie*;
- Pri ľubovoľných náhodných voľbách sa fixuje *seed* na zabezpečenie reprodukovateľnosti výsledkov.