

TD4 de mécanique des fluides
Convection forcée interne

Exercice 1 : *Ecoulement laminaire dans un tube en régimes dynamique et thermique établis*

De l'eau, à la température $T_e=20^\circ\text{C}$, pénètre dans un tube de diamètre intérieur $D=2,5$ cm avec un débit massique $\dot{Q}_m=\dot{m}=0,015$ kg/s. La paroi du tube est maintenue à la température uniforme $T_p=90^\circ\text{C}$. On suppose que l'écoulement est directement hydrodynamiquement et thermiquement établi.

- 1- Déterminer le coefficient d'échange constant h à la paroi.
 - 2- Déterminer le flux de chaleur Φ transféré de la paroi à l'eau, lorsque l'eau passe de $T_e=20^\circ\text{C}$ à $T_p=70^\circ\text{C}$.
 - 3- Quelle est la longueur L de tube nécessaire pour que l'eau passe de $T_e=20^\circ\text{C}$ à $T_p=70^\circ\text{C}$?
 - 4- Quel est le coefficient de frottement f et la perte de charge ΔP_{f+g} sur la longueur L ?
 - 5- En réalité, dans cet écoulement, le régime thermique ne peut pas être considéré comme immédiatement établi. Déterminer la longueur d'entrée thermique X_t .
- Caractéristiques de l'eau à 20°C : $\rho=1000,5$ kg/m³ ; $C_p=4181,8$ J/kg/K, $\nu=1,006\times 10^{-6}$ m²/s ; $k=0,6$ W/m/K ; $Pr=7,02$.
- Caractéristiques de l'eau à 45°C : $\rho=992,3$ kg/m³ ; $C_p=4180$ J/kg/K, $\nu=0,613\times 10^{-6}$ m²/s ; $k=0,634$ W/m/K ; $Pr=4,01$.
- Réponse : 1- $h=92,7$ W/m²/K ; 2- $\Phi=3135$ W ; 3- $L=10,8$ m ; 4- $f=0,051$; $\Delta P_{f+g}=10,35$ Pa ; 5- $X_t=4,4$ m.

Exercice 2 : *Ecoulement laminaire entre deux plaques en régimes dynamique et thermique établis*

De l'huile, à la température d'entrée $T_e=50^\circ\text{C}$, s'écoule entre deux très grandes plaques planes parallèles, distantes de 1 cm, sur 4 m de longueur, avec un débit massique par unité de section de passage $\dot{q}_m=5$ kg/m²/s. Les deux plaques sont chauffées électriquement à flux constant $\dot{q}_p=1000$ W/m².

En supposant que l'écoulement est dynamiquement et thermiquement établi, déterminer :

- 1- le nombre de Nusselt à la paroi Nu_q pour cet écoulement, à l'aide du formulaire ;
 - 2- le coefficient d'échange constant h à la paroi ;
 - 3- la température T_s de sortie de l'huile ;
 - 4- la répartition de température $T_p(x)$ à la paroi et la température moyenne $T_{p,moy}$ de la paroi.
- Caractéristiques de l'huile à 80°C : $\rho=850$ kg/m³ ; $C_p=2130$ J/kg/K ; $\mu=0,032$ kg/m/s ; $k=0,14$ W/m/K.
- Réponse : 1- $Nu_q=8,235$; 2- $h=57,6$ W/m²/K ; 3- $T_s=125,1^\circ\text{C}$; 4- $T_{p,moy}=104,9^\circ\text{C}$

Exercice 3 : *Ecoulement laminaire dans un tube en régime dynamique établi et thermique non établi*

De l'huile, à la température d'entrée $T_e=40^\circ\text{C}$, pénètre dans un tube de longueur $L=40$ m et de diamètre intérieur $D=2,5$ cm avec un débit massique $\dot{Q}_m=\dot{m}=0,3$ kg/s. La paroi du tube est maintenue à la température uniforme $T_p=100^\circ\text{C}$. L'écoulement est hydrodynamiquement établi mais pas thermiquement établi. Déterminer :

- 1- le coefficient d'échange par convection moyen \bar{h} ;
 - 2- la température T_s de sortie de l'huile ;
 - 3- le flux de chaleur total Φ transféré de la paroi à l'huile ;
 - 4- la longueur d'entrée thermique X_t .
- 5- Reprendre l'exercice dans le cas où les profils de vitesse et de température se développent simultanément.
- Caractéristiques de l'huile à 40°C : $\rho=876$ kg/m³ ; $C_p=1964$ J/kg/K, $\nu=2,4\times 10^{-4}$ m²/s ; $k=0,144$ W/m/K ; $Pr=2870$.
- Réponse : 1- $\bar{h}=45$ W/m²/K ; 2- $T_s=52,8^\circ\text{C}$; 3- $\Phi=1,5$ kW ; 4- $X_t=172,1$ m. 5- le problème est identique.

Exercice 4 : *Ecoulement laminaire dans un tube en régimes dynamique et thermique non établis*

De l'eau, à la température moyenne de 60°C , s'écoule dans un tube de diamètre intérieur $D=2,5$ cm avec un débit massique $\dot{Q}_m=\dot{m}=0,015$ kg/s. La paroi du tube est maintenue à température uniforme.

- 1- En supposant l'écoulement hydrodynamiquement établi, mais pas thermiquement établi, déterminer les coefficients d'échange moyens \bar{h}_1 , \bar{h}_2 et \bar{h}_3 à 1, 2 et 3 m de l'entrée du tube.
- 2- En supposant que les profils de vitesse et de température se développent simultanément, déterminer les coefficients d'échange moyens \bar{h}_1 , \bar{h}_2 et \bar{h}_3 à 1, 2 et 3 m de l'entrée du tube.
- 3- Déterminer le coefficient d'échange h constant dans le cas où les régimes dynamiques et thermiques sont établis.

Caractéristiques de l'eau à 60°C : $\rho=985,5$ kg/m³ ; $C_p=4173,5$ J/kg/K, $\nu=0,478\times 10^{-6}$ m²/s ; $k=0,651$ W/m/K ; $Pr=3,02$.

Réponse : 1- $\bar{h}_1=195$, $\bar{h}_2=156$, $\bar{h}_3=130$ W/m²/K ; 2- $\bar{h}_1=203$, $\bar{h}_2=169$, $\bar{h}_3=143$ W/m²/K ; 3- $h=95$ W/m²/K.

Exercice 5 : *Ecoulement turbulent dans un tube chauffé à température constante*

De l'eau, à la température d'entrée $T_e=20^\circ\text{C}$, s'écoule dans un tube de longueur $L=10$ m et de diamètre intérieur $D=5$ cm avec un débit massique $\dot{Q}_m=\dot{m}=5$ kg/s. La paroi du tube est maintenue à température uniforme $T_p=80^\circ\text{C}$.

1- Vérifier que le régime d'écoulement est pleinement turbulent en calculant le nombre de Reynolds Re .

2- La viscosité de l'eau variant fortement avec la température, on décide de calculer le nombre de Nusselt moyen à la paroi Nu à l'aide de la corrélation de Sieder et Tate. Pour cela, on évalue la température moyenne (ou température de mélange) de l'eau à environ 40°C . Calculer Nu et le coefficient d'échange h correspondant.

3- En déduire la température T_s de l'eau en sortie de conduite.

4- Vérifier que la température moyenne de l'écoulement T_{moy} est proche de 40°C .

Caractéristiques de l'eau à 40°C (et à $T_e=80^\circ\text{C}$) : $\rho=994,6$ kg/m³ ; $C_p=4178,4$ J/kg/K, $\nu=0,658\times 10^{-6}$ m²/s ; $k=0,628$ W/m/K ; $Pr=4,34$, $\mu=0,654\times 10^{-3}$ kg/m/s ($\mu_p=0,354\times 10^{-3}$ kg/m/s).

Réponse : 1- $Re=1,945\times 10^4$; 2- $Nu=817$; 3- $T_s=52,3^\circ\text{C}$; 4- $T_{moy}=36,1^\circ\text{C}$.

Exercice 6 : *Ecoulement turbulent dans un canal rectangulaire chauffé à flux constant*

De l'air, à la température d'entrée $T_e=11^\circ\text{C}$ et à la température moyenne (ou température de mélange) estimée à environ 27°C , s'écoule dans un canal de longueur $L=2$ m et de section rectangulaire $S=h\times l=0,6\times 1$ cm², avec un débit massique $\dot{Q}_m=\dot{m}=0,01$ kg/s. Les quatre parois du canal sont soumises à un flux de chaleur uniforme de densité $\dot{q}_p=3$ kW/m². On suppose les régimes dynamiques et thermiques établis.

1- Vérifier que le régime d'écoulement est turbulent en calculant le nombre de Reynolds Re .

2- En utilisant, par exemple, la corrélation de Chilton-Colburn, calculer le nombre de Nusselt moyen à la paroi Nu et en déduire le coefficient d'échange moyen \bar{h} .

3- En déduire la température T_s de l'air en sortie de canal.

4- Calculer la répartition de température $T_p(x)$ à la paroi et la température T_{ps} de la paroi en sortie.

Caractéristiques de l'air à 27°C : $\rho=1,1774$ kg/m³ ; $C_p=1005,7$ J/kg/K, $\nu=1,568\times 10^{-5}$ m²/s ; $k=0,02624$ W/m/K ; $Pr=0,708$, $\mu=1,846\times 10^{-5}$ kg/m/s.

Réponse : 1- $Re=67920$; 2- $Nu=150$, $\bar{h}=525$ W/m²/K ; 3- $T_s=42,8^\circ\text{C}$; 4- $T_{ps}=52,3^\circ\text{C}$.

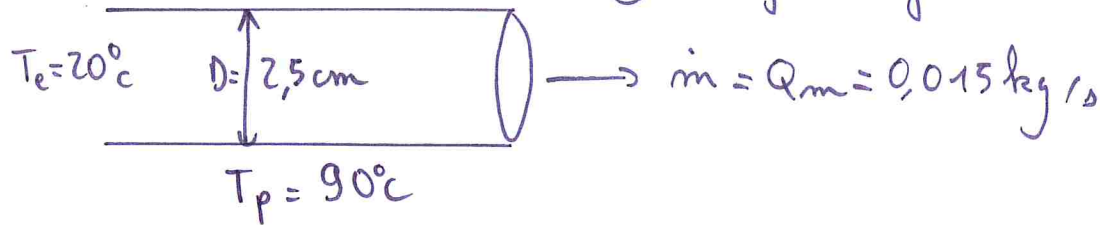
TD4 de mécanique des fluides

Convection forcée interne

(4-1)

Exercice 1

(H) : régime dyn + thermique établi.



1) $Nu_t = 3,657 = \frac{h D}{k} \Rightarrow h = \frac{k Nu_t}{D}$

A.N.: $h = \frac{3,657 \cdot 0,634}{0,025} = \underline{92,74\text{ W/m}^2/\text{K}}$

2) Cours: $T_p = \text{cste}$
établi ou non

$\Phi = h_L S_e \Delta T_{ml}$

où $S_e = \pi D L =$ surface d'échange
 $h_L = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx$

or $\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_s - \Delta T_e}{\ln\left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)} = \frac{T_s - T_e}{\ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_s}\right)}$

a) Flux échangé aux parois

b) Flux transporté par le fluide:

$\Phi = \dot{m} C_p (T_s - T_e)$

A.N.: $\Phi = 0,015 \cdot 4180 (70 - 20) = \underline{3135\text{ W}}$

3) $\Phi = h \pi L D \frac{T_s - T_e}{\ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_s}\right)} \Rightarrow L = \frac{\Phi}{h \pi D (T_s - T_e)} \ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_s}\right)$

A.N.: $L = \frac{3135}{92,74 \cdot \pi \cdot 0,025 \cdot 50} \ln\left(\frac{70}{20}\right) = \underline{10,78\text{ m}}$

4) Coef de frottement: $f = \frac{64}{Re}$ où $Re = \frac{U_{moy} D}{\nu} = \frac{0,0308 \cdot 0,025}{0,613 \cdot 10^{-6}} = 1256$

$U_{moy} = \frac{\dot{m}}{\rho S} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi D^2} = \frac{0,015 \cdot 4}{992,3 \cdot \pi \cdot 0,025^2} = \underline{0,0308\text{ m/s}}$ laminar

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1256} = \underline{0,051}$$

4.2

$$\Delta P_{f.\text{rég}} = f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho U_{\text{moy}}^2 = 0,051 \frac{10,78}{0,025} \frac{1}{2} 997,3 \cdot 0,0308^2$$

$$\Delta P_{f.\text{rég}} = \underline{10,35 \text{ Pa}}$$

5) longueur d'entrée \Rightarrow caractéristiques de l'eau à $T_e = 20^\circ\text{C}$

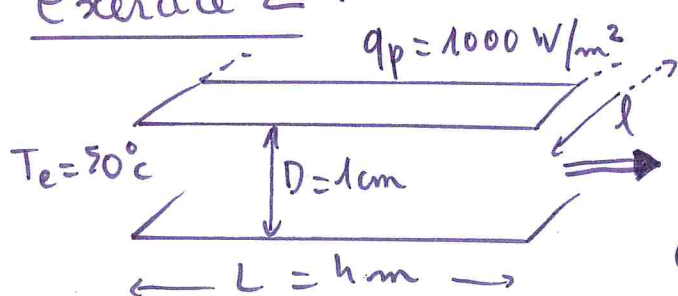
$$U_{\text{moy}} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi D^2} = \frac{0,015 \cdot 4}{1000,5 \cdot \pi \cdot 0,025^2} = \underline{0,0305 \text{ m/s}}$$

$$Re = \frac{U_{\text{moy}} \cdot D}{\nu} = \frac{0,0305 \cdot 0,025}{1,006 \cdot 10^{-6}} = \underline{759} \Rightarrow \underline{\text{laminar}}$$

le tableau page 3 du formulaire donne : $\frac{X_e}{D \cdot Re \cdot Pr} = 0,033$
(en régime laminaire à $T_p = T_e$)

$$\Rightarrow X_e = 0,033 \cdot 0,025 \cdot 759 \cdot 7,02 = \underline{4,4 \text{ m}}$$

Exercice 2 :



(H) : régimes dym et therm. établis

1) $\overline{Nu}_q = 8,235$ car écoulement laminaire (cf. page 4.3)

$q_m = 5 \text{ kg/m}^2/\text{s}$
 $Q_m = q_m \cdot S_{\text{pass}} = q_m \cdot D \cdot l = 5 \text{ kg/s}$

Rq : pour que $S_{\text{pass}} = 1 \text{ m}^2 \xRightarrow{\text{il faut}} S_{\text{passage}} = D \cdot l$ avec $l = 100 \text{ m}$

2) $h = \frac{\overline{Nu}_q \cdot k}{D_h}$ où $D_h = \frac{4S}{P} = \frac{4 \cdot l \cdot D}{2(D+l)} = \frac{2D}{1 + \frac{D}{l}} \xrightarrow{l \rightarrow \infty} 2D$

A.N. : $h = \frac{8,235 \cdot 0,14}{2 \cdot 0,01} = \underline{57,645 \text{ W/m}^2/\text{K}}$

Retour à la Q1: l'écoulement est laminaire car:

(4.3)

$$U_{moy} = \frac{q_m \cdot S}{\rho S} = \frac{q_m}{\rho} = \frac{5}{850} = 5,882 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{U_{moy} 2D}{\nu} = \frac{5,882 \cdot 10^{-3} \cdot 0,02 \cdot 850}{0,032} = 3,125$$

\downarrow
laminaire

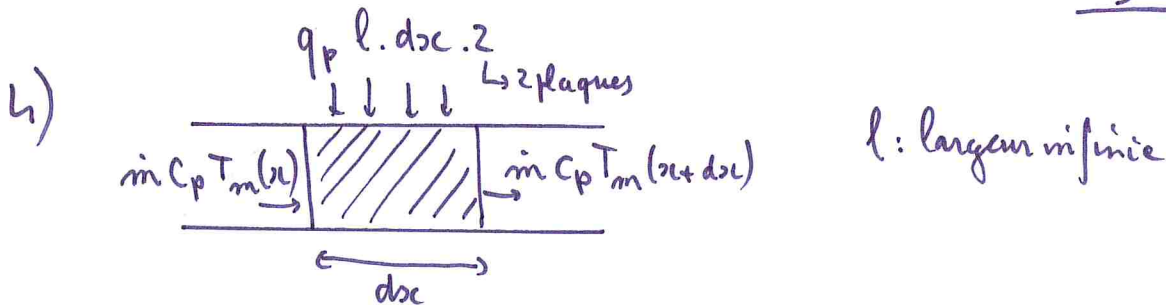
3) $\phi = q_p \cdot S_e = q_p \cdot L \cdot l \cdot 2$ → car 2 plaques

$$\phi = \underbrace{q_m}_{\dot{m}} S_{\text{passage}} C_p (T_s - T_e) = q_m D \cdot l C_p (T_s - T_e)$$

$$\Rightarrow (T_s - T_e) = \frac{q_p \cdot L \cdot 2}{q_m D C_p}$$

$$\Rightarrow T_s = T_e + \frac{q_p \cdot L \cdot 2}{q_m D C_p} = 50 + \frac{1000 \cdot 4 \cdot 2}{5 \cdot 0,01 \cdot 2130} = 50 + 75,12$$

$$\underline{T_s = 125,12^\circ \text{C}}$$



bilan: $\dot{m} C_p (T_m(x+dx) - T_m(x)) = q_p l dxc 2$

$$\frac{dT_m(x)}{dxc} = \frac{2 q_p l}{\dot{m} C_p}$$

$$\Rightarrow T_m(x) = \frac{2 q_p l}{\dot{m} C_p} x + \text{cte} \quad \left. \begin{array}{l} \text{en } x=0, T_m(0) = T_e \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{T_m(x) = \frac{2 q_p l}{\dot{m} D C_p} x + T_e}$$

$$\dot{m} = q_m S_{\text{passage}} = q_m D \cdot l$$

$$q_p = h(x)(T_p(x) - T_m(x))$$

(4.4)

$$\Rightarrow T_p(x) = T_m(x) + \frac{q_p}{h(x)} = T_e + \frac{2q_p}{q_m DC_p} x + \frac{q_p}{h}$$

ici h varie car régimes dyn et therm. établis

$$\text{A.N.: } T_p(x) = 50 + \frac{1000}{57,645} + \frac{2 \cdot 1000}{5 \cdot 0,01 \cdot 2130} x$$

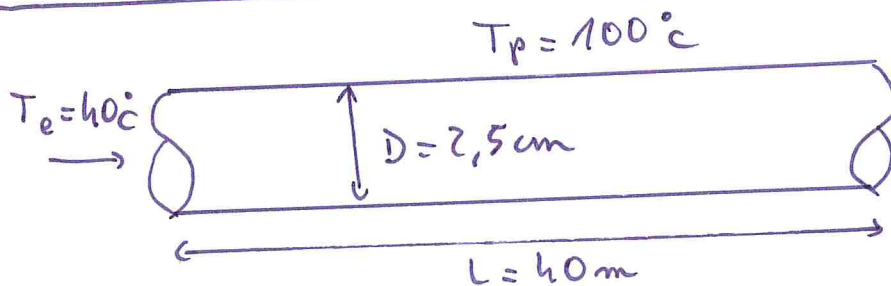
$$T_p(x) = \underbrace{67,3476}_B + \underbrace{18,7793}_A x$$

$$T_p(x) =$$

$$T_{p,\text{moy}} = \frac{1}{L} \int_0^L (Ax + B) dx = \frac{1}{L} \left(A \frac{x^2}{2} + Bx \right)_{x=0}^L = L^{-1} \left(A \frac{L^2}{2} + BL \right)$$

$$T_{p,\text{moy}} = A \frac{L}{2} + B = 67,3476 + 18,7793 \cdot \frac{4}{2} = \underline{104,9^\circ\text{C}}$$

Exercice n° 3 :



$$Q_m = \dot{m} = 0,3 \text{ kg/s}$$

(H) :
 • dyn. établi
 • non therm. établi
 • cylind.
 • $T_p = \text{cte}$
 • laminaire

$$1) U_{\text{moy}} = \frac{\dot{m}}{\rho S} = \frac{0,3 \cdot 4}{876 \pi 0,025^2} = 0,698 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{U_{\text{moy}} \cdot D}{\nu} = \frac{0,698 \cdot 0,025}{2,4 \cdot 10^{-4}} = 72,7 \Rightarrow \dots \uparrow$$

Calcul du nombre de Graetz (inverse): $(Gz)^{-1} = \frac{L/D}{Re Pr} =$

$$\text{A.N.: } (Gz)^{-1} = \frac{40}{0,025 \cdot 72,7 \cdot 2870} = 7,67 \cdot 10^{-3}$$

d. formulaire p3: $Nu \approx 7,5 \text{ ou } 8$

$$\Rightarrow \bar{h} = \frac{\overline{Nu} \cdot k}{D} = \frac{7,75 \cdot 0,144}{0,025} \approx \underline{45 \text{ W/m}^2/\text{K}}$$

(4.5)

$$2) \quad \phi_{\text{transp}} = \phi_{\text{paroi}} \Leftrightarrow \dot{m} C_p (\cancel{T_s} - T_e) = \cancel{h} \pi D L \frac{\cancel{T_s} - T_e}{\ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_s}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_s}\right) = \frac{\cancel{h} \pi D L}{\dot{m} C_p} = K$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_p - T_e}{T_p - T_s} = e^K$$

$$\Leftrightarrow T_s = -(T_p - T_e) e^{-K} + T_p$$

$$\text{A.N.: } T_s = T_p + (T_e - T_p) e^{-\frac{\cancel{h} \pi D L}{\dot{m} C_p}} \\ = 100 - 60 \exp\left(-\frac{45 \cdot \pi \cdot 40 \cdot 0,025}{0,3 \cdot 1964}\right) = \underline{52,8^\circ \text{C}}$$

$$3) \quad \phi = \dot{m} C_p (T_s - T_e) = 0,3 \cdot 1964 \cdot (52,8 - 40) = \underline{7,54 \text{ kW}}$$

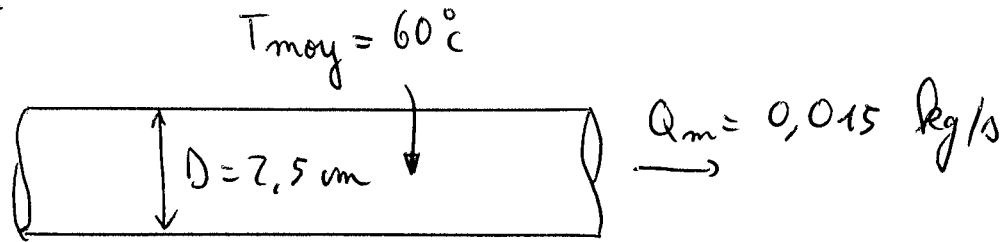
$$4) \quad \text{Formulaire p4} \Rightarrow X_t = 0,033 \cdot D \cdot Re \cdot Pr$$

$$\text{A.N.: } X_t = 0,033 \cdot 0,025 \cdot 72,7 \cdot 2870 = \underline{172,1 \text{ m}}$$

5) Comme Pr est élevé alors le régime dyn. s'établit très vite car forte diffusion de la q.d.m. (fluide visqueux à $Pr = 2870$).
Tableau p3 du formulaire donne \overline{Nu}_x pour $Pr = \infty$. Cette courbe est la même qu'en régime dyn établi et therm. non établi.
 \Rightarrow L'exo est le même que les Q 1 à 4.

Exercice 4 :

(4.6)



$T_p = \text{cte}$

$Pr = 3,02$

$k = 0,651 \text{ W/m/K}$

- 1) (H) : dyn^r = établi
therm^r = non établi
tube O
 $T_p = \text{cte}$

laminaire car $u_{\text{moy}} = \frac{Q_m}{\rho S} = \frac{4 Q_m}{\rho \pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,015}{985,5 \times \pi \times 0,025^2}$
 $u_{\text{moy}} = 0,031 \text{ m/s}$

$Re = \frac{u_{\text{moy}} D}{\nu} = \frac{0,031 \cdot 0,025}{0,478 \cdot 10^{-6}} = \frac{1621}{\text{L}} \Rightarrow \text{laminaire}$

formulaire bas p3 (graphe) donne :

$x \text{ (m)}$	$Gz^{-1} = \frac{x/D}{Re \cdot Pr} = \frac{x/0,025}{1621 \cdot 3,02}$	$\overline{Nu} \approx$	$\overline{h} = \frac{\overline{Nu} k}{D} \approx \text{ (W/m}^2\text{/K)}$
1	$8,2 \cdot 10^{-3}$	7,5	195,3
2	$1,63 \cdot 10^{-2}$	6	156,2
3	$2,45 \cdot 10^{-2}$	5	130,2

- 2) (H) : établissement simultané des régimes dyn. et therm.
formulaire haut p3 (graphe) donne :

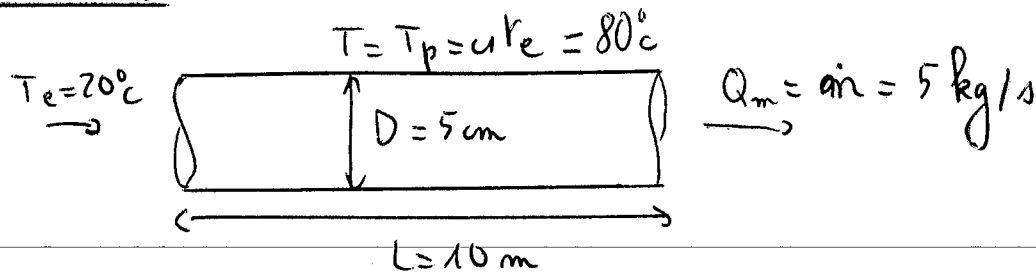
$x \text{ (m)}$	Gz^{-1} (idem Q1)	$\overline{Nu} \approx$	$\overline{h} \approx \text{ (W/m}^2\text{/K)}$
1	$8,2 \cdot 10^{-3}$	7,8	203
2	$1,63 \cdot 10^{-2}$	6,5	169
3	$2,45 \cdot 10^{-2}$	5,5	143

- 3) (H) : dyn et therm. établis

formulaire p1 donne $\overline{Nu}_t = 3,657 \Rightarrow \overline{h}_t = \frac{\overline{Nu}_t \cdot k}{D} = \frac{3,657 \cdot 0,651}{0,025}$
 $\Rightarrow \underline{\overline{h}_t = 95,23 \text{ W/m}^2\text{/K}}$

Exercice 5 :

(4.7)



$$1) u_{\text{moy}} = \frac{\dot{m}}{\rho S} = \frac{4\dot{m}}{\rho \pi D^2} = \frac{4 \cdot 5}{994,6 \cdot \pi \cdot 0,05^2} = \underline{256 \text{ m/s}}$$

$$Re = \frac{u_{\text{moy}} D}{\nu} = \frac{1,945 \cdot 10^5}{0,658 \cdot 10^{-6}} > 10^4 \Rightarrow \text{turbulent}$$

$$Re = \frac{2,56 \cdot 0,05}{0,658 \cdot 10^{-6}} //$$

$$2) \left. \begin{array}{l} Pr = 4,34 \Rightarrow 0,7 \leq Pr \leq 16700 \\ Re = 1,9 \cdot 10^5 \Rightarrow Re \gg 10^4 \\ L/D = \frac{10}{0,05} = 200 \Rightarrow \frac{L}{D} \gg 60 \end{array} \right\} \text{la corrélation de Sieder et Tate est applicable}$$

$$\overline{Nu}_D = 0,027 \cdot Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left[\frac{\mu_{\text{moy}}}{\mu_p} \right]^{0,14}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = \frac{\overline{Nu}_D \cdot k}{D} \\ = \frac{817,2 \cdot 0,628}{0,05} // 10264 \text{ W/m}^2\text{K} \end{array} \right.$$

$$\text{AN: } \overline{Nu}_D = 0,027 \cdot (1,945 \cdot 10^5)^{4/5} \cdot 4,34^{1/3} \left[\frac{0,654 \cdot 10^{-3}}{0,354 \cdot 10^{-3}} \right]^{0,14} = \underline{817,2}$$

$$3) \phi_p = \phi_{\text{transporté}} \Leftrightarrow h_c S_e \Delta T_{\text{ml}} = \dot{m} C_p (T_s - T_e)$$

$$\Rightarrow T_s - T_e = \frac{h_c S_e \Delta T_{\text{ml}}}{\dot{m} C_p} = \frac{h L \pi D}{\dot{m} C_p} \cdot \frac{T_s - T_e}{\ln \left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_s} \right)}$$

$$\Rightarrow \frac{T_p - T_e}{T_p - T_s} = \exp \left(\frac{h L \pi D}{\dot{m} C_p} \right)$$

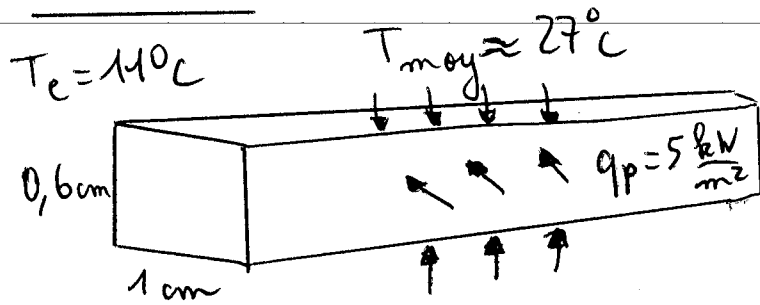
$$\Rightarrow T_s = T_p - (T_p - T_e) \exp \left(- \frac{h L \pi D}{\dot{m} C_p} \right)$$

$$\text{AN: } T_s = 80 - (80 - 20) \exp \left(- \frac{10264 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 0,05}{5 \cdot 4178,4} \right)$$

$$\underline{T_s = 52,27^\circ\text{C}}$$

La température de mélange $T_{\text{moy}} = \frac{T_e + T_s}{2} = \frac{20 + 52,27}{2}$ (4-8)
 (On n'a donc pas à itérer une nouvelle fois) $= 36,13^\circ\text{C}$

Exercice 6 :



$$\rightarrow Q_m = 0,01 \text{ kg/s}$$

(H): { dyn établi
 therm établi
 section rectangulaire
 $q_p = \text{cte}$
 turbulent

$$1) U_{\text{moy}} = \frac{\dot{m}}{\rho S} = \frac{0,01}{1,1774 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}} = \frac{141,55}{\text{m/s}}$$

$$Re_{D_h} = \frac{U_{\text{moy}} D_h}{\nu} = \frac{141,55 \cdot 0,75 \cdot 10^{-2}}{1,568 \cdot 10^{-5}} = 67706 \uparrow$$

$$D_h = \frac{4S}{P} = \frac{4 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-2}} = 0,75 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,75 \text{ cm}$$

$$2) \frac{L}{D_h} = \frac{2}{0,75 \cdot 10^{-2}} = 266,67 \gg 60$$

$$Pr = 0,708 \gg 0,7$$

$$Re_{D_h} = 67706 \gg 10^4$$

Equation de Colburn
 Corrélation de Chilton-Colburn
 \Rightarrow applicable:

$$Nu_{D_h} = 0,023 Re_{D_h}^{4/5} Pr^{1/3}$$

$$\text{AN: } \overline{Nu}_{D_h} = 0,023 \cdot 67706^{4/5} \cdot 0,708^{1/3} = 150,05$$

$$\overline{h} = \frac{\overline{Nu}_{D_h} k}{D_h} = \frac{150,05 \cdot 0,02624}{0,75 \cdot 10^{-2}} = 524,97 \text{ W/m}^2/\text{K}$$

$$3) \Phi_p = q_p \cdot S_e = q_p \cdot 2(l+h)L = 5 \cdot 2(1,6 \cdot 10^{-2})2 = 0,32 \text{ kW} = 320 \text{ W}$$

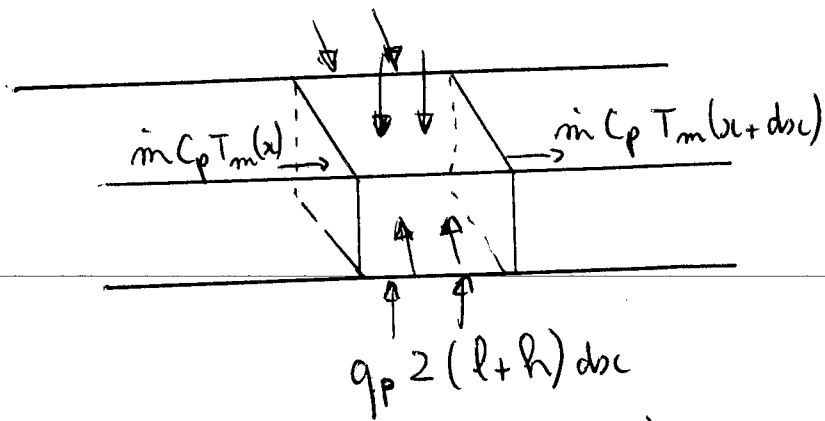
$$\Phi_{\text{trans}} = \Phi_p \Leftrightarrow \dot{m} C_p (T_s - T_e) = \Phi_p$$

$$\Rightarrow T_s = T_e + \frac{\Phi_p}{\dot{m} C_p} = 11 + \frac{320}{0,01 \cdot 1005,7} = 42,8^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{moy}} = \frac{T_e + T_s}{2} = \frac{11 + 42,8}{2} = 26,9^\circ\text{C}$$

4)

(4.9)



bilan : $\dot{m} C_p (T_m(x+dx) - T_m(x)) = q_p 2(l+h) dx$

$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{2 q_p (l+h)}{\dot{m} C_p}$$

$$\Rightarrow T_m(x) = \frac{2 q_p (l+h)}{\dot{m} C_p} x + \text{cte} \quad \left. \begin{array}{l} \text{en } x=0, T_m(0) = T_e \end{array} \right\} \Rightarrow T_m(x) = \frac{2 q_p (l+h)}{\dot{m} C_p} x + T_e$$

Or $q_p = h (T_p(x) - T_m(x))$

$$\Rightarrow T_p(x) = \frac{q_p}{h} + T_m(x) = \frac{q_p}{h} + T_e + \frac{2 q_p (l+h)}{\dot{m} C_p} x$$

AN : $T_p(x) = \frac{5000}{525} + 11 + \frac{2 \cdot 5000 (1,6 \cdot 10^{-2})}{0,01 \cdot 1005,7} x$

$$T_p(x) = 20,524 + 15,909 x$$

en $x=2 \text{ m}$, $T_p(x=2 \text{ m}) = T_{ps} = \underline{52,34^\circ \text{C}}$