Université Paris Est Marne la Vallée **Année 2016/2017**
Master 1 Mécanique

Examen de Convection thermique et massique - Echangeurs
du jeudi 1er juin 2017 – durée : 2h30

Seuls la calculatrice, les polycopiés de cours et un formulaire sont autorisés.
Les notes de cours, les corrigés de TD et d'examen et le téléphone portable sont interdits.
La propreté de la copie et la manière de présenter les calculs seront prises en compte dans la notation.

Barème indicatif : il faut marquer de l'ordre de 25 points sur les 33 points possibles pour avoir 20/20

Exercice 1 : *perte d'efficacité d'un échangeur due à l'encrassement (~ 4 points)*

Dans un échangeur à plaques, le transfert de chaleur entre deux liquides s'effectue à travers des parois en acier d'épaisseur e=1,5 mm. D'un côté de la plaque, le coefficient d'échange moyen est h_1=1000 W/m^{2}K et, de l'autre côté, il est h_2=2000 W/m^{2}K. La conductivité thermique de l'acier est k_a=46 W/mK.

1- Calculer le coefficient de transfert global K à travers une plaque neuve.
2- Après un an de fonctionnement, on estime que la résistance thermique d'encrassement globale est $r_e=4.10^{-4}$ m^{2}K/W. Déterminer le nouveau coefficient de transfert global K_e.
3- On définit l'efficacité de cet échangeur comme le rapport, $E=\Phi_e/\Phi_{max}$, entre le flux réel, Φ_e, tenant compte de l'encrassement et le flux maximum, Φ_{max}, sans encrassement. Calculer E au bout d'un an de fonctionnement.

Exercice 2 : *bilan thermique sur un tube de chaudière à condensation (~ 9 points)*

De l'eau froide circule dans un tube de chaudière à condensation. Sa température d'entrée est T_{fe}=18°C et son débit est $\dot{m}_f$=400 kg/h. Le chauffage de l'eau froide est assuré par la condensation de vapeur d'eau à l'extérieur du tube à la température T_c=104°C. La longueur et les diamètres intérieur et extérieur du tube sont : L=2,4 m, D_i=12,5 mm et D_e=16 mm. La conductivité de la paroi en acier est k_p=46 W/mK. On admet les propriétés de l'eau à la température considérée sont : ρ=992 kg/m^3 ; C_p=4180 J/kgK, $\nu=0{,}7\times10^{-6}$ m^2/s, Pr=5,5.

1- En utilisant une corrélation adéquate que l'on justifiera, calculer le coefficient d'échange h_f à l'intérieur du tube.
2- Le coefficient d'échange par condensation de la vapeur est : h_c=8000 W/m^{2}K. Calculer le coefficient de transfert global K.
3- Calculer le NUT et l'efficacité ε de l'appareil.
4- Déterminer la température de sortie T_{fs} de l'eau.
5- En déduire la puissance thermique échangée Φ et la quantité de chaleur Q (exprimée en [kW.h]) récupérée annuellement grâce à cet échangeur à condensation, si l'on considère que la saison de chauffe dure 150 jours et que la chaudière fonctionne 5 heures par jour.

Exercice 3 : *échangeur à faisceau de tubes et calandre (~ 11 points)*

Dans la sous-station de chauffage d'un immeuble, on désire installer un échangeur à faisceau tubulaire en calandre destiné à porter de 40°C à 60°C un débit d'eau froide de 20000 kg/h. Les tubes étant montés en parallèle et chaque fluide effectuant un seul passage dans les tubes ou en calandre, l'échangeur est considéré comme un échangeur à contre-courant. L'eau froide circule dans la calandre. Le fluide chaud circule dans les tubes avec un nombre de Reynolds Re=10^4. C'est de l'eau surchauffée arrivant à 180°C avec un débit de 10^4 kg/h. Les tubes fin ont un diamètre intérieur d=20 mm. Le coefficient de transfert global est estimé à $K=450\ W/m^2K$. On admet que les deux fluides ont les propriétés suivantes :

- Eau froide à ~50°C : $\rho=992\ kg/m^3$; $C_p=4180\ J/kg/K$, $\mu=0{,}6\times10^{-6}$ Pa.s .
- Eau chaude à ~150°C : $\rho=920\ kg/m^3$; $C_p=4315\ J/kg/K$, $\mu=1{,}9\times10^{-6}$ Pa.s .

1- Faire le schéma de l'échangeur en y introduisant toutes les notations nécessaires pour le calcul et conformes avec celles du cours.

Répondre aux questions ci-dessous en donnant à chaque fois l'expression littérale suivie de l'application numérique. Déterminer :

2- la puissance Φ échangée ;
3- la température de sortie du fluide chaud ;
4- la surface d'échange S nécessaire;
5- la vitesse de l'eau chaude dans les tubes ;
6- la section totale de passage de l'eau chaude dans les tubes ;
7- le nombre de tubes dans le faisceau ;
8- la longueur du faisceau de tubes.

<u>Exercice 4</u> : *Convection forcée à faible nombre de Péclet : importance de la conduction axiale (~ 9 points)*

On considère un écoulement stationnaire de convection forcée d'un gaz, en régime dynamique établi, dans une micro-conduite plane de longueur L. Le fluide est chauffé avec une densité volumique de chaleur ω [W/m^3]. On montre que le nombre de Péclet est très faible même pour une vitesse débitante u_m de quelques mètres par seconde [m/s]. On suppose que le gaz est incompressible et que les profils de vitesse et de température sont uniformes dans une section de conduite : $u(y) = u_m = cste$ et $T(x, y) = T_m(x)$.

1- Montrer que, sous les hypothèses énoncées, l'équation de l'énergie se réduit à :

$$\rho C_p u_m \frac{dT_m}{dx} = k\frac{d^2T_m}{dx^2} + \omega \qquad 0 \le x \le L$$

2- Si les conditions aux limites de l'équation ci-dessus sont :

$$T_m(x, y) = T_e \quad en\ x = 0 \quad ; \quad \frac{dT_m}{dx} = 0 \quad en\ x = L$$

en déduire que la variation de la température selon x est :

$$T_m(x) = T_e + \frac{b}{a}\left[x + \frac{1}{a}e^{-aL}(1 - e^{ax})\right]$$

et donner les expressions de a et de b.

3- Donner l'expression littérale des flux ci-dessous, exprimés en Watt par unité de largeur du canal, en fonction de k, H, L, a et b uniquement :

- flux diffusif à l'entrée : $Q_{cond}(x=0)$,
- flux de chaleur apportée volumiquement : $Q_{vol} = \omega LH$,
- flux d'enthalpie convecté entre l'entrée et la sortie : $Q_{conv} = \dot{m}C_p(T_m(L)-T_e)$.

et vérifier que les expressions obtenues satisfont bien le bilan thermique global.

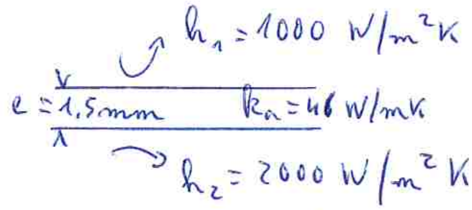
4- Application numérique : calculer, en [W/m], les trois flux $Q_{cond}(x=0)$, Q_{vol} et Q_{conv}.

<u>Données</u> : H = 1,5 μm, L = 30 μm, u_m = 2,65 m/s, ρ = 1,16 kg/m^3, C_p = 1007 J/kgK, k = 0,081 W/mK, $\omega = 3{,}3\ 10^9\ W/m^3$.

5- Votre résultat est-il cohérent ? Les hypothèses de cette exercice sont-elles raisonnables.

Correction de l'examen de Convection / Échangeur du M1 Mécanique du 1er juin 2017

[4] • Exercice 1 : échangeur à plaque



$R_e = 0{,}4\ 10^{-3}\ \frac{m^2K}{W}$

(1,5) 1) $K = \dfrac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{e}{k} + \frac{1}{h_e}}$

A.N : $K = \dfrac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1{,}5.10^{-3}}{46} + \frac{1}{2000}} = \dfrac{1}{10^{-3}\underbrace{(1+0{,}0326+0{,}5)}_{1{,}5326}} = 652{,}48\ \frac{W}{mK}$

(1,5) 2) $K_e = \dfrac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{e}{k} + \frac{1}{h_e} + r_e}$

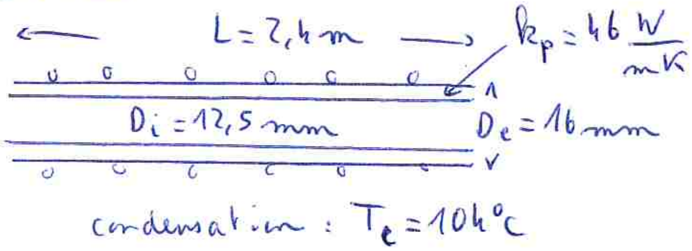
A.N : $K_e = \dfrac{1}{10^{-3}(1{,}5326 + 0{,}4)} = 517{,}43\ \frac{W}{mK}$

(1) 3) $E = \dfrac{\phi_e}{\phi_{max}} = \dfrac{K_e S \Delta T_{ml}}{K S \Delta T_{ml}} = \dfrac{K_e}{K} = \dfrac{517{,}43}{652{,}48} = 0{,}793$

[9,5] Exercice 2 : chaudière à condensation

$\rho = 992\ kg/m^3$
$\nu = 0{,}7.10^{-6}\ m^2/s$
$Pr = 5{,}5 = \mu C_p / k$
$C_p = 4180\ J/kgK$

$\dot m_g = q_{m,g} = 400\ \frac{kg}{h}$



(3) 1) Pour calculer h_g, il faut le régime d'écoulement ⇒

$Re = \dfrac{\overline{u}\, D_i}{\nu} = \dfrac{4 \dot m_g}{\rho \pi D_i \nu} = \dfrac{4.400/3600}{0{,}992\,\cancel{10^3}.\pi.12{,}5.\cancel{10^{-3}}.0{,}7.10^{-6}} = 16298 > 2300$

⇒ turbulent 1/2

Eq. de Colburn : $Nu = \dfrac{h_g D_i}{k} = 0{,}023\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}$ 1/2

valable pour $\begin{cases} L/D_i \geq 60 & \text{OK car } L/D_i = 192 \\ 0{,}7 \leq Pr \leq 160 & \text{OK car } Pr = 5{,}5 \\ Re > 10000 & \text{OK} \end{cases}$

$\Rightarrow Nu = 0{,}023.\ 16298^{0{,}8}.\ 5{,}5^{1/3} = 95{,}1 \Rightarrow h_g = \dfrac{k\,Nu}{D_i} = \dfrac{\nu \rho C_p}{Pr}\dfrac{Nu}{D_i}$

A.N. : $h_g = \frac{\nu \rho C_p \, Nu}{Pr \;\; D_i} = \frac{0,7.10^{-6}.992.4180.95,1}{5,5.12,5.10^{-3}} = 4015,5 \; W/m^2K$ 1 (2)

2) $h_c = 8000 \; W/m^2K$

(1)

$$K_i = K_g = \frac{1}{\frac{1}{h_g} + \frac{r_i}{k_p}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \frac{r_i}{r_e h_c}} = \frac{1}{\frac{1}{4015,5} + \frac{6,25.10^{-3}}{46}\ln\left(\frac{16}{12,5}\right) + \frac{12,5}{16.8000}}$$

$$\Rightarrow K_g = \frac{1}{2,49.10^{-4} + 0,3354.10^{-4} + 0,9766.10^{-4}} = \frac{10^4}{3,802} = \underline{2630 \; W/m^2K}$$

$$K_e = K_c = \frac{1}{\frac{r_e}{r_i h_g} + \frac{r_e}{k_p}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{16}{12,5.4015,5} + \frac{8.10^{-3}}{46}\ln\left(\frac{16}{12,5}\right) + \frac{1}{8000}}$$

$$\Rightarrow K_c = \frac{10^4}{(3,18765 + 0,4293 + 1,25)} = \frac{10^4}{4,867} = 2054,7 \; W/m^2K = \frac{K_g D_i}{D_e}$$

3) Echangeur à condensation donc $B = C = \frac{Q_{t,min}}{Q_{t,max}} = 0$ et $Q_{t,min} = \dot{m}_g C_{p,g}$

(2)

et $NUT = \frac{KS}{Q_{t,min}} = \frac{K_i S_i}{\dot{m}_g C_{p,g}} = \frac{K_i \pi D_i L}{\dot{m}_g . C_{p,g}}$

$\underline{AN}$: $NUT = \frac{2630.\pi.12,5.10^{-3}.2,4}{\frac{400}{3600}.4180} = 0,533$ 1

$\varepsilon = 1 - \exp(-NUT)$ pour les condenseurs/évaporateurs :

$\underline{AN}$: $\varepsilon = 1 - \exp(-0,533) = 0,413$ 1

4) $\varepsilon = \frac{T_{g,s} - T_{g,e}}{T_{c,e} - T_{g,e}}$ car $Q_{t,min} = Q_{t,g} \Rightarrow T_{g,s} = \varepsilon(T_{c,e} - T_{g,e}) + T_{g,e}$

(1,5)

$\underline{AN}$: $T_{g,s} = 0,413(104 - 18) + 18 = 53,5 \; °C$

5) $\Phi = Q_{t,g}(T_{g,s} - T_{g,e}) = \dot{m}_g C_{p,g}(T_{g,s} - T_{g,e}) = \frac{400.4180}{3600}(53,5 - 18) = 16502 \; W = 16,5 \; kW$

(2)

$Q = \Phi . durée = \Phi . 150j . 5h/j = 16,5.150.5 = 12375 \; kW.h$

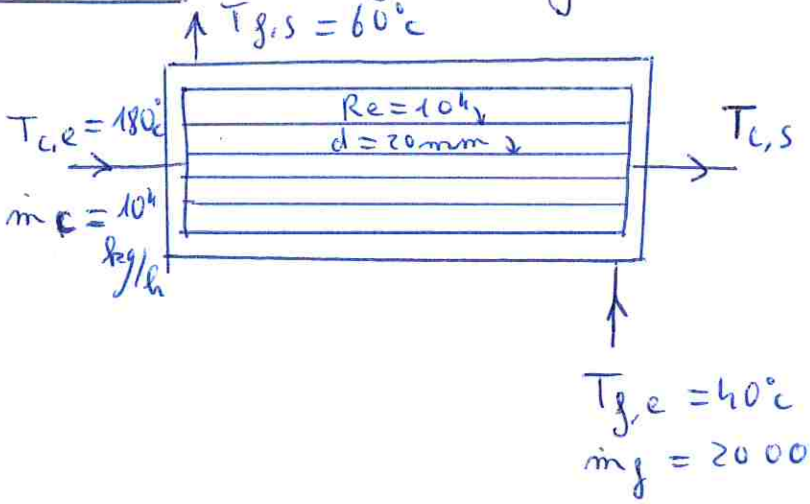
10

Exercice 3 : échangeur à faisceau de tubes et calandre

(3)

1)

(1,5)



$K = 450\ W/m^2K$

$C_{p,g} = 4180\ J/kg\,K$

$C_{p,c} = 4315\ J/kg\,K$

2) $\phi = \underbrace{\dot m_g C_{p,g}} (T_{g,s} - T_{g,e}) = 23222 \cdot 20 = 464444\ W = 464\ kW$

(1) $Q_{t,g} = \dfrac{2 \cdot 10^4}{3600} \cdot 4180 = 23222\ \dfrac{W}{K}$

3) $\phi = \underbrace{\dot m_c C_{p,c}} (T_{c,e} - T_{c,s}) \Longrightarrow \quad T_{c,s} = \dfrac{-\phi}{Q_{t,c}} + T_{c,e}$

(1) $Q_{t,c} = \dfrac{10^4}{3600} \cdot 4315 = 11986\ \dfrac{W}{K}$

$$T_{c,s} = T_{c,e} - \frac{\phi}{Q_{t,c}} = 180 - \frac{464444}{11986} = 141,25\ °c$$

4) 1ère méthode : NUT

(2,5)

$$Q_{t,min} = Q_{t,c} \Rightarrow \varepsilon = \frac{T_{c,e} - T_{c,s}}{T_{c,e} - T_{g,e}} = \frac{180 - 141,25}{180 - 40} = 0,277$$

facteur de déséquilibre : $C = \dfrac{Q_{t,min}}{Q_{t,max}} = \dfrac{Q_{t,c}}{Q_{t,g}} = \dfrac{11986}{23222} = 0,516$

D'après le cours, pour un échangeur à contre-courant :

$$NUT = \frac{1}{C-1} \ln\left(\frac{\varepsilon - 1}{C\varepsilon - 1}\right) = \frac{1}{0,516 - 1} \ln\left(\frac{0,277 - 1}{0,516 \cdot 0,277 - 1}\right) = 0,351$$

Comme $NUT = \dfrac{KS}{Q_{t,min}} \Longrightarrow S = \dfrac{NUT \cdot Q_{t,min}}{K} = \dfrac{0,351 \cdot 11986}{450} = \underline{\underline{9,4\,m^2}}$

2^{e} méthode : ΔT_{ml} (+ rapide)

$$\phi = K\, S\, \Delta T_{ml} \quad \text{avec} \quad \Delta T_{ml} = \frac{(T_{c,e} - T_{g,s}) - (T_{c,s} - T_{g,e})}{\ln\left(\frac{T_{c,e} - T_{g,s}}{T_{c,s} - T_{g,e}}\right)}$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{180 - 60 - 141{,}25 + 40}{\ln\left(\frac{120}{101{,}25}\right)} = \frac{18{,}75}{0{,}17} = 110{,}36\ °C$$

$$\Rightarrow S = \frac{\phi}{K\, \Delta T_{ml}} = \frac{464\,444}{450 \cdot 110{,}36} = \underline{\underline{9{,}4\ m^2}}$$

5) $Re = \frac{\rho \bar{u} d}{\mu} = 10000 \Rightarrow \bar{u} = \frac{\mu\, Re}{\rho\, d} = \frac{1{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot 10000}{920 \cdot 0{,}02}$ (1)

$\Rightarrow \underline{\underline{\bar{u} = 0{,}103\ m/s}}$

6) $\dot{m}_c = \rho_c\, \bar{u}\, S_{tot\_tubes} \Rightarrow S_{tot\_tubes} = \frac{\dot{m}_c}{\rho_c\, \bar{u}} = \frac{10^4}{3600 \cdot 920 \cdot 0{,}103} = \underline{\underline{0{,}0293\ m^2}}$ (1)

7) Nb de tubes dans le faisceau : (1)

$$N = \frac{S_{tot\_tubes}}{S_{1\,tube}} = \frac{S_{tot\_tubes}}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{4 \cdot 0{,}0293}{\pi \cdot 0{,}02^2} = 93{,}3 \text{ tubes} = \underline{\underline{93 \text{ tubes}}}$$

8) Si L = longueur des tubes alors $S = N\, \pi d . L \Rightarrow L = \frac{S}{N . \pi . d}$ (1)

AN : $L = \frac{9{,}4}{93 . \pi . 0{,}02} = \underline{\underline{1{,}6\ m}}$

3) $T_m(x) = 50°C$ en x /

$\Delta T_e = 100 - 20 = 80°C$ (2)

$\Delta T_m(x) = -50 + 100 = 50°C$

(2)

$$x = \left(\frac{0,002 \cdot 4180 \cdot \ln\left(\frac{80}{50}\right)}{1,86 \cdot \pi \cdot 0,634 \cdot (167,5 \cdot 4,01 \cdot 0,025)^{1/3}} \right)^{3/2}$$

$$= \left(\frac{1,06061}{(16,786)^{1/3}} \right)^{3/2} = \left(\frac{1,06061}{2,5605} \right)^{3/2} = 0,4142^{3/2} = 0,267 \text{ m}$$

1

Ce résultat est réaliste car la vitesse est faible et le temps de séjour long : $t_{séjour} = \frac{x}{\bar{u}} = \frac{0,333}{0,0041} = 81 \text{ s} = 1 \text{ min } 21 \text{ s}$ 1

Exercice 1 : 9

1) Eq. de l'énergie incompressible stationnaire à prop. phy. ctes:

1,5

$$\rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + \bar{\bar{\tau}} : \bar{\bar{D}} + \varpi \quad (1)$$

Hyp : . établi : $\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = 0$

. $u(y) = u_m$

. $T(x,y) = T_m(x)$

$\Rightarrow \vec{v}(y) = \vec{v} = u_m \vec{e_x} \Rightarrow \bar{\bar{\tau}} : \bar{\bar{D}} = 0$

$\Rightarrow \nabla \cdot (k \nabla T) = k \nabla^2 T = k \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2}$

$$(1) \Rightarrow \rho C_p u_m \frac{dT_m}{dx} = k \frac{d^2 T_m}{dx^2} + \varpi$$

2) $$\frac{d^2 T_m}{dx} - \overbrace{\frac{\rho C_p u_m}{k}}^{= a = \frac{u_m}{\alpha}} \frac{dT_m}{dx} = -\overbrace{\frac{\varpi}{k}}^{= b} \iff \frac{d^2 T_m}{dx} - a \frac{dT_m}{dx} = -b$$

(3)

$$f(x) = \frac{dT_m}{dx} \Rightarrow f' - af = -b \Rightarrow f(x) = K_1 e^{ax} + \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{dT_m}{dx} = K_1 e^{ax} + \frac{b}{a} \Rightarrow \underline{T_m(x) = \frac{K_1}{a} e^{ax} + \frac{b}{a} x + K_2}$$ 1

CL : en $x=0$, $T_m(0) = T_e = \frac{K_1}{a} + K_2 \Rightarrow \boxed{K_2 = T_e + \frac{b}{a^2}e^{-aL}}$ (3) 0,5

en $x=L$, $\frac{dT_m}{dx}(L) = 0 = K_1 e^{aL} + \frac{b}{a} \Rightarrow \boxed{K_1 = -\frac{b}{a}e^{-aL}}$ 0,5

Donc $T_m(x) = \frac{-b}{a^2}e^{a(x-L)} + \frac{b}{a}x + \frac{b}{a^2}e^{-aL} + T_e$

$$\Rightarrow T_m(x) = T_e + \frac{b}{a}x + \frac{b}{a^2}\left(e^{-aL} - e^{a(x-L)}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{T_m(x) = T_e + \frac{b}{a}x + \frac{b}{a^2}\left(e^{-aL}\left(1 - e^{ax}\right)\right)}$$

avec $a = \frac{\rho C_p u_m}{k}$ 0,5 et $b = \frac{\varpi}{k}$ 0,5

3) • $Q_{cond}(x=0) = -k\frac{dT_m}{dx}(0).H = -k\left(\frac{b}{a} + \frac{b}{a^2}e^{-aL}(-a)\right)H$

(2) $Q_{cond}(x=0) = \frac{kbH}{a}\left(e^{-aL} - 1\right)$ 0,5

• $Q_{vol} = \varpi LH = kbLH$ 0,5

• $Q_{conv} = \dot{m} C_p \left(T_m(L) - T_e\right) = \rho u_m H C_p \left[\frac{b}{a}L + \frac{b}{a^2}\left(e^{-aL} - 1\right)\right]$

$Q_{conv} = bkH\left[L + \frac{1}{a}\left(e^{-aL} - 1\right)\right]$ 0,5

On vérifie le bilan thermique : $Q_{cond}(x=0) + Q_{vol} = Q_{conv}$ 0,5

$$\Leftrightarrow \frac{kbH}{a}\left(e^{-aL} - 1\right) + kbLH = kbH\left[L + \frac{1}{a}\left(e^{-aL} - 1\right)\right]$$

4) A.N. : (1,5)

$Q_{vol} = 0,1485$ W/m

$Q_{cond}(x=0) = -0,089$ W/m

$Q_{conv} = 0,061$ W/m

$a = \frac{1,16 . 1007 . 2,65}{0,081} = 38216\ m^{-1}$

$b = \frac{3,3.10^9}{0,081} = 4,074.10^{10}\ \frac{K}{m^2}$

$Pe_{DR} = \frac{u_m 2H}{\alpha} = \frac{2,65 . 2 . 1,5.10^{-6}}{6,93.10^{-5}} = 0,05$

(1) 5) Cohérent mais Hyp mauvaise : $\rho \neq$ cste car $\varpi \neq 0$

$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} = \frac{0,081}{1,16 . 1007} = 6,934.10^{-5}\ m^2/s$