|  |  |
| --- | --- |
| **1. Graphs and Graph Models** | **Графы и графовые модели** |
| **Разные типы графов** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Направленные, ненаправленные графы** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Типы графов и их характеристика** | |
|  | Типы и характеристика |
| **2. Graph Terminology and Special Types of Graphs** | **Терминология графов и специальные типы графиков** |
| **Определение: смежность, инцидентность, окружение** | |
|  |  |
|  |  |
| **Степень вершины** | |
|  |  |
|  |  |
| **Теоремы 1,2 о степенях** | |
|  |  |
|  |  |
| **Степени полузахода, полуисхода в направленных графах + теорема** | |
|  | ***Adjacent to - заходит, Adjacent from - выходит*** |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
| **Виды графов(полные, циклы,колеса, полн/неполн двуд., кубы)** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | СЮДА ОТНОСЯТСЯ ЛЮБЫЕ N-мерные КУБЫ |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Подграфы** | |
|  |  |
|  |  |
|  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Дополнение графа** | |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **3. Graph Isomorphism and Representing Graphs** | **Представление графов и Изоморфизм графов** |
| **Списки, матрицы смежности** | |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
|  |  |
|  | РИСУНОК С ПОЯСНЕНИЕМ СЛЕВА |
|  |  |
|  |  |
| **Матрицы инцидентности** | |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
| **Изоморфизм** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Признаки наличия изоморфизма** | |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **Проверить на изоморфность через подграфы** | |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **Проверить на изоморфность через матрицу смежности** | |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **4. Paths and isomorphism** | **Пути и изоморфизм** |
| **Определение пути** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Другая терминология для путей** | |
|  |  |
| **Определение пути** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Теорема о пути** | |
|  |  |
| **Компоненты связности** | |
|  |  |
| **Пути и изоморфизм** | |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Пример изоморфизма, проверка на длину цикла** | |
|  |  |
|  | |
|  |  |
| **5. Bipartite Graphs** | **Двудольные графы** |
| **Определение** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Теорема 1 о цветах в двуд графе** | |
|  |  |
|  | |
| **На предыдущих примерах применяем теорему 1** | |
| Граф G | Граф H |
|  |  |
| **Следствие Теоремы 1 (путь чет длины)** | |
|  |  |
|  | |
| **Теорема 2 об отсут. циклов нечет длины в двуд графе** | |
|  |  |
|  |  |
| **6. Adjacency matrices** | **Матрицы смежности** |
| **Определение** | |
|  |  |
|  | |
| **Что можно получить с ее помощью** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Теорема о подсчете кол-ва путей с помощью матрицы смеж-ти** | |
|  |  |
|  | |
| **След матрицы и следствие 2,3** | |
|  | Переводчик плохо перевел. вместо “Королларий 2” должно быть “Следствие 2” |
|  | док-во другое |
|  |  |
| **Лемма 4 о графе и его дополнении** | |
|  |  |
| **Полиномиальный многочлен** | |
|  |  |
| **Ортогональность** | |
|  |  |
| **Спектр графа** | |
|  |  |
| Определение пустого графа | Определение пустого графа |
|  |  |
|  |  |
| Пример 4 ведет к тому, что собств. знач связаны со степ вершин в графе | |
| **Утверждения 5-8** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **7. Trees** | **Деревья** |
| **Определение дерева** | |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **Определение леса** | |
|  |  |
| **Теорема о пути в дереве между 2 вершинами** | |
|  | |
|  |  |
| **Корневые деревья** | |
|  |  |
|  | в качестве изначального корня можно выбрать любую вершину и от нее строить. РИСУНОК СЛЕВА |
| **Отцы,сыновья, братья, предки, потомки..** | |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **Листья, внутр вершины, поддерево** | |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **m-арные деревья, full** | |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **Разница full/complete m-арных деревьев** | |
| **full** | **complete** |
| каждая внутренняя вершина(помечена желтым) имеет m сыновей.    (full) бинарное дерево | это full дерево, в котором каждый лист находится на одном и том же уровне. |
| **Упорядоченные корневые деревья(левый/правый сын, лев/прав поддерево)** | |
|  |  |
|  | |
| **Теорема о ребрах и вершинах в деревьях** | |
|  |  |
| **Теорема о вершинах в full-m-арных деревьях(полных)** | |
| **n - кол-во вершин в дереве** | |
|  |  |
| **Теорема о 3-х утверждениях для (full) m-арного дерева** | |
|  |  |
|  |  |
| **Сбалансированные m-арные деревья** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
| **Теорема о кол-ве листьев у дерева с высотой h** | |
|  |  |
| **Следствие из теоремы** | |
|  |  |
| **8. Applications of trees** | **Использование деревьев** |
| Абсолютно бесполезная для экзамена информация. Единственное, тут написано про Хаффмана, но его не будут спрашивать. Поэтому тут оч кратко | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **9. Spanning Trees** | **Остовные деревья** |
| **Определение остовного дерева** | |
|  |  |
|  |  |
| Остовных деревьев можно получить несколько(в примере только один из вариантов). | |
|  |  |
|  |  |
| **Поиск в ширину** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Поиск в глубину** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | АЛГОРИТМ СЛЕВА |
|  |  |
| **Пример** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Скобки в dfs** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **Классификация ребер в dfs** | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **10. The number of spanning trees in a graph** | **Количество остовных деревьев в графе** |
|  |  |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА    РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА КОДА ПРЮФЕРА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА КОДА ПРЮФЕРА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА КОДА ПРЮФЕРА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА КОДА ПРЮФЕРА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА КОДА ПРЮФЕРА |
|  | РИСУНОК СЛЕВА КОДА ПРЮФЕРА |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | РИСУНОК СЛЕВА |
|  |  |
|  |  |
|  | ПРИМЕР СЛЕВА |
| **11. Minimum Spanning Trees** | **Наименьшие остовные деревья** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | \***Детерминированность** в решении какой-либо практической задачи или в алгоритме означает, что способ решения задачи определён однозначно в виде последовательности шагов. На любом шаге не допускаются никакие двусмысленности или недомолвки. |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **12. Connectivity\_Part2** | **Связность** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **13. Biconnectivity** | **Двусвязность** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | Что такое "собственный предок" в дереве? это любой предок за исключением этой самой вершины (в данном случае *a*). Это следует из определения предка (лекция “Trees”). |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **14. St-numbering** | **St-нумерация** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **15. All-Pairs Shortest Paths** | **Все пары кратчайших путей** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **16. Single-Source Shortest Paths** | **Кратчайшие пути из одной вершины** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **17. Network flow** | **Сетевой поток** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **18. Euler Paths and Circuits** | **Пути и циклы Эйлера** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **19. Hamilton Paths and Circuits** | **Пути и циклы Гамильтона** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **20. Matchings** | **Паросочетания** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **21. Planarity** | **Планарность** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| **22. Graph coloring** | **Раскраски** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |