Билет 1(15)

3.1) $$y'' - 8y' + 20y = 5xe^{4x}\sin 2x$$

1. Решаем однородное = зануляем правую часть

$$y'' - 8y' + 20y = 0$$

Делаешь хар-ое ур-ие: $\lambda^2 - 8\lambda + 20 = 0$

Решаешь: $D = 64 - 80 = -16$

$\lambda_{1,2} = \frac{8 \pm 4i}{2} = 4 \pm 2i$ → кратности = 1, это простые корни

Все кэфы в исх. ур-ии вещ-ые =>

=> по алгосу делаем $y_0 = C_1 e^{4x}\cos 2x + C_2 e^{4x}\sin 2x$

получили общее решение однородного ур-ия

2. Ищем частное решение неоднор. ур-ия

все кэфы в иск ур-ии вещ-ые =>

=> паттерн матчинг говорит что $f(x) = e^{\alpha x}(P(x)\cos\beta x + Q(x)\sin\beta x)$

$\alpha = 4, \beta = 2$

$P(x) = 0, \; Q(x) = 5x$

Част.реш-ие имеет вид: $y_1 = x^s e^{\alpha x}(R_m(x)\cos\beta x + T_m(x)\sin\beta x)$

$4+2i$ - корень, $S = 1$

$y_1 = xe^{4x}((A+Bx)\cos 2x + (C+Dx)\sin 2x)$ - неопр. кэфы.

Общее реш-ие неоднор-го: $y = y_0 + y_1$

Как искать коэф-ты?

Ну, у нас есть $y'' - 8y' + 20y = 5xe^{4x}\sin 2x$

y_1 должен подходить:

$$y_1' = e^{4x}(\sin(2x)(-2Ax - 2Bx^2 + 4Cx + C + 4Dx^2 + 2Dx) + \cos(2x)(4Ax + A + 4Bx^2 + 2Bx + 2Cx + 2Dx^2))$$

$$y_1'' = 2e^{4x}(\sin(2x)(-8Ax - 2A - 8Bx^2 - 4Bx + 6Cx + 4C + 6Dx^2 + 8Dx + D) + \cos(2x)(6Ax + 4A + 6Bx^2 + 8Bx + B + 8Cx + 2C + 8Dx^2 + 4Dx))$$

после подстановки y_1' и y_1''

$$(2B + 4C)e^{4x}\cos(2x) + 8De^{4x}x\cos(2x) + (-4A + 2D)e^{4x}\sin(2x) - 8Be^{4x}x\sin(2x) = 5e^{4x}x\sin(2x)$$

$2B + 4C = 0$

$8D = 0$

$-4A + 2D = 0$

$-8B = 5$

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = -\frac{5}{8} \\ C = \frac{2.5}{8 \cdot 4_2} = \frac{5}{16} \end{cases} \quad D = 0$$

$y_1 = xe^{4x}\left(-\frac{5}{8}x\cos 2x + \frac{5}{16}\sin 2x\right)$

Ответ: $y = y_0 + y_1$

32) $y' + \underbrace{2}_{p(x)} y = y^{②} \underbrace{e^x}_{q(x)} \,|: y^{-\alpha}$ $\alpha = 2$

$y=0$ - решение

бернулли

$z = \frac{1}{y}$ (замена $z = y^{1-\alpha}$)

$z' = -\frac{y'}{y^2}$

$$\frac{y'}{y^2} + \frac{2}{y} = e^x$$

$$-z' + 2z = e^x$$

$$z' - 2z = -e^x$$

$$z' - 2z = 0$$

$$\frac{dz}{dx} = 2z$$

$$dz = 2z\,dx$$

$$\frac{dz}{2z} = dx$$

$$\int \frac{dz}{2z} = \int dx$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{1}{z}\, dz = x$$

$$\ln|z| = 2x + \ln C$$

$$z = Ce^{2x}$$

$$z = C(x) e^{2x}$$

$$-\left(C(x) e^{2x}\right)' + 2C(x) e^{2x} = e^x$$

$$-C'(x) e^{2x} - 2e^{2x} C(x) + 2C(x) e^{2x} = e^x$$

$$-C'(x) e^{2x} = e^x$$

$$C'(x) = -e^{-x}$$

$$C(x) = -\int e^{-x} dx$$

$$C(x) = e^{-x} + C_0$$

$$z = (e^{-x} + C_0) e^{2x}$$

$$\frac{1}{y}$$

4. Найти изолированные особые точки аналитической функции и указать какому классу они принадлежат:

$$f(z)=\frac{z+1}{(z-3i)(z+4)}.$$

$$\frac{1}{i}=\frac{-1}{i}\cdot -1=-i$$

$$\lim_{z\to z_0} f(z)=\frac{\dots}{\dots 0^m}=\infty$$ – полюс порядка m

$Z_1=3i$

$Z_2=-4$

полюс I порядка

$$f(z)=f(x+iy)=u(x,y)+iv(x,y)$$

$z_3=\infty$

1. $z=x$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim\frac{x+1}{(x-3i)(x+4)}=\lim\frac{\cancel{x}\left[1+\frac{1}{x}\right]}{\cancel{x}\left(1-\underbrace{\frac{3i}{x}}_{0}\right)(x+4)}=\frac{1}{x+4}=0$$

2. $z=iy$

$$f(iy)=\frac{iy+1}{i(y-3)(iy+4)}=\frac{y-i}{(y-3)(iy+4)}=\frac{1}{i}\cdot\frac{y-i}{(y-3)\left(y+\frac{4}{i}\right)}$$

$$\lim_{y\to+\infty} f(iy)=\frac{1}{i}\cdot\frac{y-i}{(y-3)\left(y+\frac{4}{i}\right)}=0$$

Определение. Точка z_0 называется особой точкой функции $f(z)$, если $f(z)$ не является аналитической в этой точке.

Определение. Особая точка $z_0\in\overline{C}$ функции $f(z)$ называется *изолированной особой точкой* $f(z)$, если существует окрестность $0<|z-z_0|<R$ точки z_0, во всех точках которой функция $f(z)$ является аналитической.

Различают три типа изолированных особых точек функции $f(z)$ в зависимости от поведения $f(z)$ в их окрестности:

1) точка z_0 называется *устранимой особой точкой* (или *правильной особой точкой*) функции $f(z)$, если существует конечный предел $\lim\limits_{z\to z_0} f(z)$;

2) точка z_0 называется *полюсом* функции $f(z)$, если $\lim\limits_{z\to z_0} f(z)=\infty$;

3) точка z_0 называется *существенно особой точкой* функции $f(z)$, если $\lim\limits_{z\to z_0} f(z)$ не существует.

СЛЕДСТВИЕ 6 (вид функции, имеющей полюс в точке z_0)

Точка z_0 является полюсом кратности m функции $f(z)$ $\Leftrightarrow$

$$f(z)=\frac{g(z)}{(z-z_0)^m},$$

где $g(z)$ – аналитическая в точке z_0 и $g(z_0)\neq 0$.

$$\lim_{z\to\infty} f(z)\overset{\lim}{=}\frac{z\left(1+\frac{1}{z}\right)}{z\left(1-\frac{3i}{z}\right)(z+4)}\overset{\lim}{=}\frac{1}{z+4}=0$$

Билет 3

$\gamma = -1$

3.1) $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}$

1. Ищем общее решение:

$\lambda^2 + 2\lambda + 2 = 0$

$D = 4 - 8 = -4$ $\quad \alpha = -1 \quad \beta = 1$

$\lambda_{1,2} = \frac{-2 \pm 2i}{2} = -1 \pm i$ – корни кратн. 1

$y_0 = C_0 e^{-x} \sin x + C_1 e^{-x} \cos x$

2. Ищем частное решение:

ч.р. имеет вид: $y_1 = x^S Q_m(x) e^{\gamma x}$

$\gamma = 1$ - не корень $\Rightarrow S = 0$

$y_1 = (A + Bx) e^{-x}$

$y_1' = -e^{-x}(A + B(x-1))$

$y_1'' = e^{-x}(A + B(x-2))$

$e^{-x}\left((A + B(x-2)) - 2(A + B(x-1)) + 2(A + Bx)\right)$

$A + Bx \cancel{-2B} \cancel{-2A} \cancel{-2Bx} \cancel{+2B} \cancel{+2A} \cancel{+2Bx} = x$

$A = 0 \quad B = 1$

$y_1 = xe^{-x}$

Ответ: $y = y_0 + y_1$

3.2) $y^2 + x^2 y' = xyy' \ \Big|: x^2$ — однородное

$\{x=0,\ y=0$ - решение

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 + y' = \frac{y'}{x}\cdot y$$

$y = tx \qquad y' = t'x + t$

$$t^2 + t'x + t = \left(t' + \frac{t}{x}\right)\cdot tx$$

$$\cancel{t^2} + t'x + t = t'tx + \cancel{t^2}$$

$$t'x(1-t) = -t$$

$$\frac{dt}{dx}\cdot x\,(1-t) = -t$$

$$\frac{dt}{dx}\cdot x\,(t-1) = t$$

$$\frac{dt\cdot(t-1)}{t} = \frac{dx}{x} \longrightarrow t - \ln|t| = \ln|Cx| \xrightarrow[\text{ВАУ}]{\text{ого}} t = \ln|Cxt|$$

$$\int\frac{(t-1)}{t}\,dt = \int 1\,dt - \int\frac{1}{t}\,dt = t - \ln|t| + C$$

$t = \frac{y}{x}$

$$\int\frac{dx}{x} = \ln|x| + c$$

$$\frac{y}{x} = \ln|Cy|$$

$Cy = e^{\frac{y}{x}} \qquad y = Ce^{\frac{y}{x}}$

ответ

4. Найти изолированные особые точки аналитической функции и указать какому классу они принадлежат:

$$f(z)=\frac{z+i}{z^2(z+3)}.$$

$z_1 = 0$, $\lim\limits_{z\to 0} f(z) = \dfrac{i}{0^2\cdot 3} = \infty$ – полюс кратности 2

$z_2 = -3$, $\lim\limits_{z\to -3} f(z) = \dfrac{-3+i}{(-3)^2\cdot 0} = \infty$ – полюс кратности 1

$z_3 = \infty$?, $\lim\limits_{z\to\infty} f(z) = \dfrac{z\big(1+\overbrace{\tfrac{i}{z}}^{\to 0}\big)}{z^2\cdot z\big(1+\underbrace{\tfrac{3}{z}}_{\to 0}\big)} = \lim\limits_{z\to\infty}\dfrac{z}{z^3} = 0$ – устранимая особая точка

Билет 4 **4.** Разложить функцию в ряд Лорана в указанных областях:

$$f(z)=\frac{z}{(z+3)(z-i)},\quad D_1: 1<|z|<3,\quad D_2: |z|>3$$

$$\frac{1}{1-z}=\sum_{n=0}^{\infty} z^n,\ |z|<1$$

$$\frac{A}{z+3}+\frac{B}{z-i}=\frac{z}{(z+3)(z-i)}$$

$$A(z-i)+B(z+3)=z$$

$$z(A+B)+3B-Ai=z$$

$$\begin{cases} A+B=1 \\ 3B=Ai \end{cases} \qquad (-3i+1)B=1 \qquad B=\frac{1}{1-3i};$$

$$A=\frac{3}{i}B=\frac{3i}{-1}B=-3iB$$

$$A=\frac{-3i}{1-3i}=\frac{3i}{3i-1}$$

$$\frac{z}{(z+3)(z-i)}=\frac{\cancel{3i}\ 3i-1}{z+3}+\frac{1/1-3i}{z-i}$$

① $D_1: 1<|z|<3$

$$\frac{1}{z+3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1+\frac{z}{3}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1-\left(-\frac{z}{3}\right)}\ \frac{|z|<3}{\left|\frac{z}{3}\right|<1}\ \frac{1}{3}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{z}{3}\right)^n=\underbrace{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot z^n}{3^{n+1}}}$$

$$\frac{1}{z-i}=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\frac{i}{z}}\ \frac{|z|>1}{\left|\frac{i}{z}\right|<1}\ \frac{1}{z}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{i}{z}\right)^n=\underbrace{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{i^n}{z^{n+1}}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^{n-1}}{z^n}$$ правильная

главная

Ответ: $\frac{1}{1-3i}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^{n-1}}{z^n}+\frac{3i}{3i-1}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot z^n}{3^{n+1}}$

② $D_2: |z|>3$

$z>3\Rightarrow\left|\frac{3}{z}\right|<1$

$$\frac{1}{z+3}=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1+\frac{3}{z}}=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\left(-\frac{3}{z}\right)}\overset{*}{=}\frac{1}{z}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{3}{z}\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-3)^n}{z^{n+1}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-3)^{n-1}}{z^n}$$

$$\frac{1}{z-i}=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\frac{i}{z}}\ \overset{z>3}{\underset{\frac{i}{z}<1}{=}}\ \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{i}{z}\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{i^n}{z^{n+1}}$$

Билет 12 **4.** Разложить функцию в ряд Лорана в указанных областях:

$$f(z)=\frac{z+1}{(z-1)(z-2)},\quad D_1:1<|z|<2,\quad D_2:|z|>2.$$

$$\frac{A}{z-1}+\frac{B}{z-2}=\frac{z+1}{(z-1)(z-2)}$$

$$Az-2A+Bz-B=z+1$$

$$\begin{cases} A+B=1 \\ -2A-B=1 \end{cases}\quad \begin{matrix} -A-1=1 \\ B=-2A-1 \end{matrix}\quad \begin{matrix} A=-2 \\ B=3 \end{matrix}$$

$$\frac{z+1}{(z-1)(z-2)}=\frac{-2}{z-1}+\frac{3}{z-2}$$

1) $D: 1<|z|<2$

$$\frac{1}{z-1}=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{z}}\quad \frac{|z|>1}{\left|\frac{1}{z}\right|<1}\quad \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{z^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{z^n}$$

$$\frac{1}{z-2}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{z}{2}}\quad \frac{|z|<2}{\left|\frac{z}{2}\right|<1}\quad -\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{2^n}$$

1) Ответ: $-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{z^n}-\frac{3}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{2^n}$

2) $D: |z|>2$

$$\frac{1}{z-1}=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{z}}\quad \frac{|z|>2}{\left|\frac{1}{z}\right|<1}\quad \frac{1}{z}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{z^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{z^n}$$

$$\frac{1}{z-2}=\frac{1}{z}\ \frac{1}{1-\frac{2}{z}}\quad \frac{|z|>2}{\left|\frac{2}{z}\right|<1}\quad \frac{1}{z}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{z}\right)^n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{z^n}$$

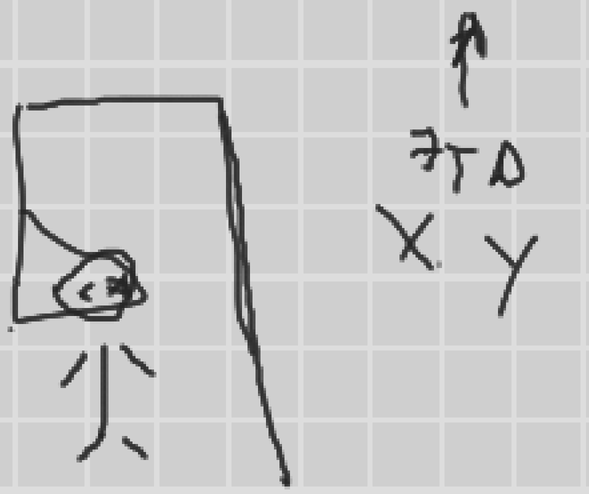
Ответ: $-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{z^n}+3\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{z^n}$

СПАТЬ

Билет 12 Линейное неоднородное с пост. коэф

3.1) $y'' + 4y = (\cos x)\cdot(\cos 3x)$

$y_0 = C_0 \cos 2x + C_1 \sin 2x$



$\lambda^2 + 4 = 0 \qquad \lambda_{1,2} = \pm 2i$ – кратность 1

$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2}\cdot(\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta))$

$y'' + 4y = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 4x)$

① $y'' + 4y = \frac{1}{2}\cos 2x$

$f_1(x) = e^{\alpha x}[P(x)\cos\beta x + Q(x)\sin\beta x]$

$\alpha = 0, \beta = 2, P(x) = \frac{1}{2}, Q(x) = 0 \qquad \alpha + \beta i$

$y_1(x) = x^s e^{\alpha x}(R_m(x)\cos\beta x + T_m(x)\sin\beta x)$

$0 + 2i$ – корень кратности 1, $s = 1$

$y_1(x) = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$

$y_1'(x) = \sin(2x)(B - 2Ax) + \cos(2x)(A + 2Bx)$

$y_1''(x) = 4\cos(2x)(B - Ax) - 4\sin(2x)(A + Bx)$

$\cos 2x[4B - \cancel{4Ax} + \cancel{4Ax}] + \sin 2x[-4A - \cancel{4Bx} + \cancel{4Bx}] = \frac{1}{2}\cos 2x$

$A = 0$

$B = \frac{1}{8}$

$y_1(x) = \frac{1}{8}x\sin 2x$

② опл.

$y'' + 4y = \frac{1}{2}\cos 4x$

$f_2(x) = e^{\alpha x}[P(x)\cos\beta x + Q(x)\sin\beta x]$

$\alpha = 0, \beta = 4, P(x) = \frac{1}{2}, Q(x) = 0$

$y_2(x) = x^s e^{\alpha x}(R_m(x)\cos\beta x + T_m(x)\sin\beta x)$

$\alpha + \beta i = 4i$ – не корень, $s = 0$

$y_2(x) = A\cos 4x + B\sin 4x$

$y_2'(x) = 4B\cos(4x) - 4A\sin(4x)$

$y_2''(x) = -16(A\cos(4x) + B\sin(4x))$

$y_2''(x) + 4y_2(x) = \cos 4x[-16A + 4A] + \sin 4x[-16B + 4B] = \frac{1}{2}\cos 4x$

$-12A = \frac{1}{2}$, $B = 0$ (дырка от бублика)

$A = -\frac{1}{24}$, $y_2(x) = -\frac{1}{24}\cos 4x$

Ответ: $y = y_0(x) + y_1(x) + y_2(x)$

однородное

3.2) $(2x+y+1)dx-(4x+2y-3)dy=0$

опа, твою мать однородное уравнение

$\frac{\partial M}{\partial y}=1 \neq \frac{\partial N}{\partial x}=4 \Rightarrow$ не в полных диф-ах

$(2x+y+1)dx=(4x+2y-3)dy$

$\frac{dy}{dx}=\frac{2x+y+1}{4x+2y-3}$

! $4x+2y-3=0$? видимо, не решение

$y=1{,}5-2x$

$2x+y+1=2x+1{,}5-2x+1=2{,}5\neq 0$

$\begin{cases}2x+y+1=0\\4x+2y-3=0\end{cases}$

$\begin{cases}y=-2x-1\\y=1{,}5-2x\end{cases}$ → не решилось

$2x+y=k(4x+2y)$

ЗАМЕНА!

$z=2x+y$

$dz=d(2x+y)=2dx+dy \mid :dx$

$\frac{dz}{dx}=2+\frac{dy}{dx}$, $\frac{dy}{dx}=\frac{dz}{dx}-2$

$\frac{dy}{dx}=\frac{z+1}{2z-3}$

$\frac{dz}{dx}=\frac{z+1}{2z-3}+2$

$\frac{dz}{dx}=\frac{z+1+4z-6}{2z-3}$

$\frac{dz}{dx}=\frac{5z-5}{2z-3}$

$\int\frac{dz(2z-3)}{(5z-5)}=\int dx$

$\int\frac{2z-3}{5z-5}dz=\int\frac{2z}{5z-5}dz+\underbrace{\int\frac{-3}{5z-5}dz}$

$\frac{2}{5}\int\frac{z}{z-1}dz=\frac{2}{5}\int\frac{z-1+1}{z-1}dz=\frac{2}{5}\left[\int dz+\int\frac{1}{z-1}dz\right]=$

$\frac{2}{5}\left[z+\ln|z-1|\right]$

$-\frac{3}{5}\ln|z-1|$

$\frac{2}{5}\left[z+\ln|z-1|\right]-\frac{3}{5}\ln|z-1|=x+C$

$\frac{2}{5}z-\frac{1}{5}\ln|z-1|=x+C$

$2z-\ln|z-1|=5x+C$

$z=2x+y \to 4x+2y-\ln|2x+y-1|=5x+C$

$-x+2y+C=\ln|2x+y-1|$

$2x+y-1=Ce^{2y-x}$

Билет 10 $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$ однородное

$y = tx$

$y' = t'x + t$

$t'x^2 + \cancel{tx} = \sqrt{x^2 - t^2x^2} + \cancel{tx}$

$t'x^2 = \sqrt{x^2(1-t^2)}$

$t'x^2 = |x|\sqrt{1-t^2}$

$\frac{dt}{dx} \cdot x^2 = |x|\sqrt{1-t^2}$ | $x = 0$ – не реш-ие

$t = \pm 1 \Rightarrow y = \pm x$ реш-ие

$y = x,\ y' = 1$

$xy' = \sqrt{0} + y$ ✓

$y = -x,\ y' = -1$

$-x = -x$ ✓

$\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{dx\,|x|}{x^2}$

$\int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \arcsin t + C$

$\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{dx}{|x|}$

$\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \pm\frac{dx}{x}$

$\arcsin t = \pm \ln Cx$

$Cx = e^{\arcsin t}$ $\quad Cx = e^{\pm \arcsin t}$

$\frac{1}{Cx} = e^{\arcsin t}$

Время Битвы!

Билет 4

3.1) $y'' - 2y' + y = 2xe^{x}$

$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \Rightarrow (\lambda - 1)^2 = 0$

$D = 4 - 4 = 0$

$\lambda_{1,2} = \frac{2}{2} = 1$ - кратность 2

$y_0 = (C_0 + C_1 x) e^x$

② Частное решение $\cancel{y = 2x^2 e^x}$?

$y_1 = x^s Q_m(x) e^x$

$x^2 (Ax + B) e^x$

$y_1' = e^x x (A x (x+3) + B (x+2))$

$$\boxed{y(x) = c_2 e^x x + c_1 e^x + \frac{e^x x^3}{3}}$$

$y_1'' = e^x (A x (x^2 + 6x + 6) + B (x^2 + 4x + 2))$

$(Ax(x^2 + 6x + 6) + B(x^2 + 4x + 2)) - 2 \quad x$

$(Ax(x+3) + B(x+2)) + x^2 \quad (Ax + B) = 2x$

Alternate form assuming A, B, and x are real:

$3 A x + B = x$

Alternate form:

$2 e^x (3 A x + B) = 2 e^x x$

Expanded form:

$6 A e^x x + 2 B e^x = 2 e^x x$

Solutions:

$3A - 1 \neq 0, \quad x = -\frac{B}{3A - 1}$

$A = \frac{1}{3}, \quad B = 0$

3.1) Билет 11

Differential equation solution:

$$y(x) = c_1 e^{3x} \sin(2x) + c_2 e^{3x} \cos(2x) + \frac{1}{4} e^{3x} x^2 - \frac{e^{3x}}{8}$$

$y'' - 6y' + 13y = x^2 e^{3x}$

$y'' - 6y' + 13y = 0$

$\lambda^2 - 6\lambda + 13 = 0$

$D = 36 - 52 = -16$

$\lambda_{1,2} = \frac{6 \pm 4i}{2} = 3 \pm 2i$

$y_0 = C_1 e^{3x} \cos 2x + C_2 e^{3x} \sin 2x$ – общ реш-ие

$f(x) = x^2 e^{3x} = P(x) \cdot e^{\gamma x}$

$\gamma = 3$ – не корень

$y_1 = x^0 (A + Bx + Cx^2) e^{3x}$ – Аллах так сказал

$y_1' = e^{3x}(3A + 3Bx + B + Cx(3x+2))$

$y_1'' = e^{3x}(9A + 9Bx + 6B + 9Cx^2 + 12Cx + 2C)$

$y'' - 6y' + 13y = x^2 e^{3x}$

$e^{3x}(9A + 9Bx + 6B + 9Cx^2 + 12Cx + 2C) - 6e^{3x}(3A + 3Bx + B + Cx(3x+2)) +$

$+ 13(A + Bx + Cx^2) e^{3x} =$

$9A + 6B + 2C - 18A - 6B + 13A = 0 \Rightarrow 4A + 2C = 0 \quad A = -\frac{1}{8}$

$9B + 12C - 18B - 12C + 13B = 0 \Rightarrow 4B = 0 \quad B = 0$

$9C - 18C + 13C = 1 \Rightarrow 4C = 1 \quad C = \frac{1}{4}$

$y'' - 6y' + 8y = 5xe^{2x}$

Билет 8

1) $y'' - 6y' + 8y = 0$

1 $\lambda^2 - 6\lambda + 8 = 0$

$\lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = 2$

$y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{2x}$ – общее решение однородное

Частное решение будем искать в виде

$y_* (x) = (Ax^3 + Bx^2 + Cx) e^{2x}$ $\quad y_2 = xQ_m(x)e^{2x}$

2 $y'_*(x) = e^{2x}(x(ax(2x+3) + 2b(x+1)) + 2cx + c)$

$y''_*(x) = 2e^{2x}(ax(2x^2+6x+3) + b(2x^2+4x+1) + 2c(x+1))$

3 $e^{2x}(4ax^3 + 12ax^2 + 6ax + 4bx^2 + 8bx + 2b + 4cx + 4c) -$
$6(2ax^3 + 3ax^2 + 2bx^2 + 2bx + 2cx + c) + 8(Ax^3 + Bx^2 + Cx)$

$$\begin{cases} 4a - 12a + 8A = 0 \\ 12a + 4b - 18a - 12b + 8b = 0 \Rightarrow A = 0 \\ 8b + 4c - 12b - 12c + 8c = 5 \Rightarrow b = -\frac{5}{4} \\ 2b + 4c - 6c = 0 \Leftrightarrow \\ -\frac{5}{2} - 2c = 0 \quad c = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow y_* = -\frac{5}{4} e^{2x} x^2 - \frac{5}{4} e^{2x} x$ – частное решение

$\Downarrow$

общее + частное = ответ $\Rightarrow y(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{4x} - \frac{5}{4} e^{2x} x^2 - \frac{5}{4} e^{2x} x$

Input:

$$2 e^{2x} \left(2 c (1 + x) + b \left(1 + 4 x + 2 x^2\right) + a x \left(3 + 6 x + 2 x^2\right)\right) - 6 \left(e^{2x} (c + 2 c x + x (2 b (1 + x) + a x (3 + 2 x)))\right) + 8 \left(\left(a x^3 + b x^2 + c x\right) e^{2x}\right) = 5 x e^{2x}$$

Alternate form assuming a, b, c, and x are real:

$$x (6 a (x - 1) + 5) + b (4 x - 2) + 2 c = 0$$

Alternate forms:

$$-2 e^{2x} (3 a (x - 1) x + b (2 x - 1) + c) = 5 e^{2x} x$$

$$-2 e^{2x} \left(3 a x^2 - 3 a x + 2 b x - b + c\right) = 5 e^{2x} x$$

Expanded form:

$$-6 a e^{2x} x^2 + 6 a e^{2x} x - 4 b e^{2x} x + 2 b e^{2x} - 2 c e^{2x} = 5 e^{2x} x$$

Solutions:

$$a \neq 0, \quad x = \frac{-\sqrt{36 a^2 - 48 a c - 60 a + 16 b^2 + 40 b + 25} + 6 a - 4 b - 5}{12 a}$$

$$a \neq 0, \quad x = \frac{\sqrt{36 a^2 - 48 a c - 60 a + 16 b^2 + 40 b + 25} + 6 a - 4 b - 5}{12 a}$$

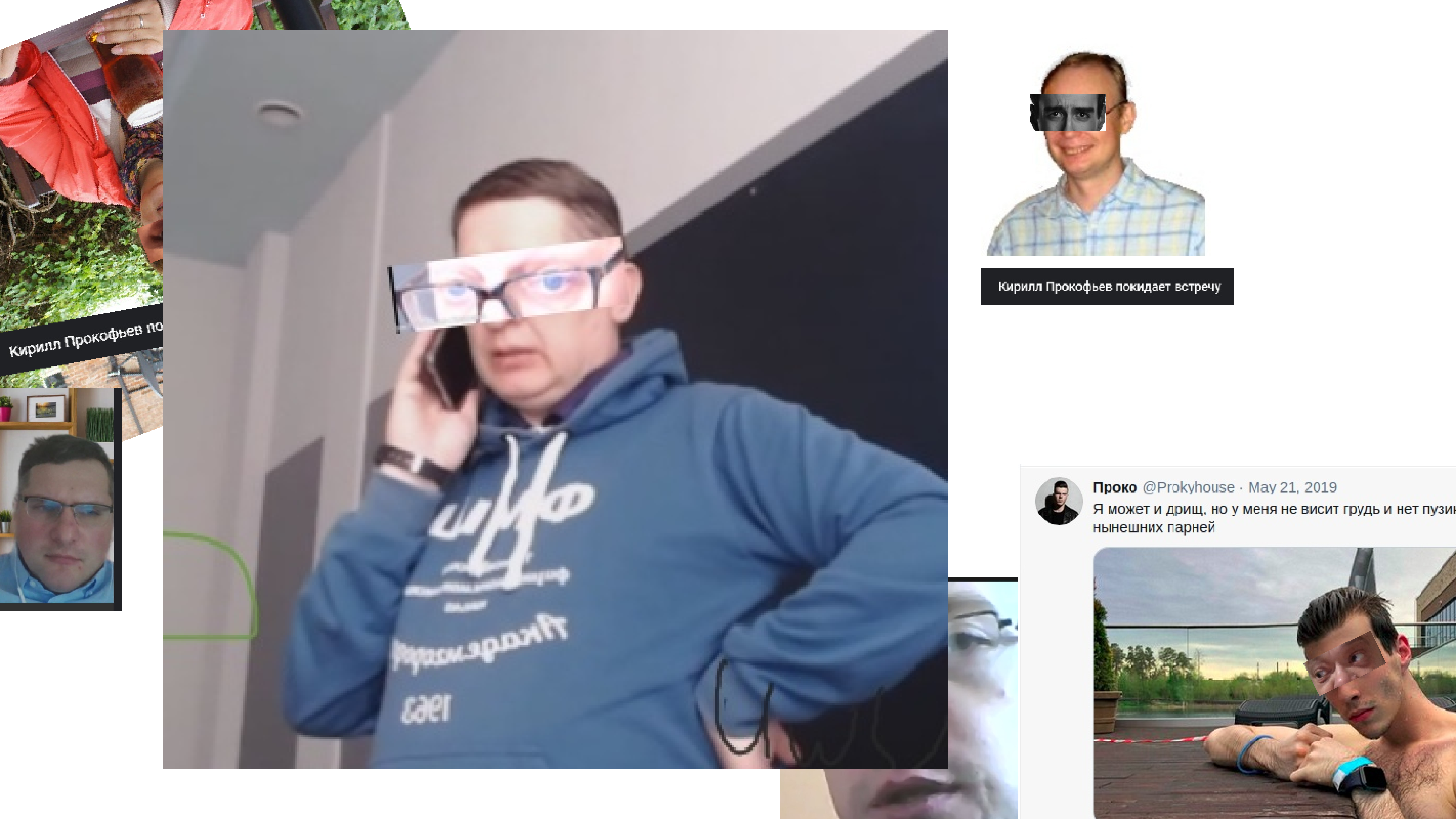
$$4 b + 5 \neq 0, \quad a = 0, \quad x = \frac{2 (b - c)}{4 b + 5}$$

Solution:

$$a = 0, \quad b = -\frac{5}{4}, \quad c = -\frac{5}{4}$$

не нужно писать

Билет 8
Ukranian?
за деда
Вы напугали деда
Ответ:
er Science
and
n Des
#BE3SCHWAB


Кирилл Прокофьев по
Кирилл Прокофьев покидает встречу
Проко @Prokyhouse · May 21, 2019
Я может и дрищ, но у меня не висит грудь и нет пузи
нынешних парней