Лекция А5
КС-грамматики

Вадим Пузаренко

1 октября 2023 г.

КС-грамматики: определение

Определение А5.1.

Грамматика $\mathfrak{G} = (N; \Sigma, P, S)$ называется **контекстно-свободной**, если её продукции (элементы P) имеют вид $\langle A; \alpha \rangle$, где $A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$.

КС-грамматики: определение

Определение А5.1.

Грамматика $\mathfrak{G} = (N; \Sigma, P, S)$ называется **контекстно-свободной**, если её продукции (элементы P) имеют вид $\langle A; \alpha \rangle$, где $A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$.

Определение А5.2.

Язык L называется **КС-языком**, если $L = \mathrm{L}(\mathfrak{G})$ для некоторой контекстно-свободной грамматики $\mathfrak{G}$.

КС-грамматики: определение

Определение A5.1.

Грамматика $\mathfrak{G} = (N; \Sigma, P, S)$ называется **контекстно-свободной**, если её продукции (элементы P) имеют вид $\langle A; \alpha \rangle$, где $A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$.

Определение A5.2.

Язык L называется **КС-языком**, если $L = \mathrm{L}(\mathfrak{G})$ для некоторой контекстно-свободной грамматики $\mathfrak{G}$.

Замечание A5.1.

Любой регулярный язык является КС-языком. Обратное неверно.

КЗ-грамматики

Определение A5.3.

Грамматика $\mathfrak{G} = (N; \Sigma, P, S)$ называется **контекстно-зависимой**, если её продукции (элементы P) имеют вид $\langle \alpha_0; \alpha_1 \rangle$, где $\mathrm{lh}(\alpha_0) \leqslant \mathrm{lh}(\alpha_1)$.

КЗ-грамматики

Определение А5.3.

Грамматика $\mathfrak{G} = (N; \Sigma, P, S)$ называется **контекстно-зависимой**, если её продукции (элементы P) имеют вид $\langle \alpha_0; \alpha_1 \rangle$, где $\mathrm{lh}(\alpha_0) \leqslant \mathrm{lh}(\alpha_1)$.

Определение А5.4.

Язык L называется **КЗ-языком**, если $L = \mathrm{L}(\mathfrak{G})$ для некоторой контекстно-зависимой грамматики $\mathfrak{G}$.

КЗ-грамматики

Определение А5.3.

Грамматика $\mathfrak{G} = (N; \Sigma, P, S)$ называется **контекстно-зависимой**, если её продукции (элементы P) имеют вид $\langle \alpha_0; \alpha_1 \rangle$, где $\mathrm{lh}(\alpha_0) \leqslant \mathrm{lh}(\alpha_1)$.

Определение А5.4.

Язык L называется **КЗ-языком**, если $L = \mathrm{L}(\mathfrak{G})$ для некоторой контекстно-зависимой грамматики $\mathfrak{G}$.

Замечание А5.2.

Любой язык, порождаемый некоторой контекстно-свободной грамматикой, в списке продукций которой отсутствуют продукции вида $\langle A; \varepsilon \rangle$, является КЗ-языком. Обратное неверно.

КС-грамматики: пример

Пример А5.1.

Слово $\alpha \in \Sigma^*$ называется **палиндромом**, если $\alpha = \alpha^R$. Пусть $L_\Sigma = \{\alpha \in \Sigma^* | \alpha = \alpha^R\}$ — язык, состоящий из палиндромов. Если $\mathrm{card}(\Sigma) \geqslant 2$, то L_Σ не является регулярным языком (упражнение!!!)
Однако каков бы ни был конечный алфавит $\Sigma \neq \varnothing$, L_Σ будет КС-языком. Разберём случай, когда $\Sigma = \{0; 1\}$; положим $\mathfrak{G}_{Pal} = (\{S\}; \{0; 1\}, P, S)$, где P состоит из следующих продукций:

- $S \longrightarrow \varepsilon$; $S \longrightarrow 0$; $S \longrightarrow 1$;
- $S \longrightarrow 0S0$;
- $S \longrightarrow 1S1$.

КС-грамматики: пример

Пример А5.1.

Слово $\alpha \in \Sigma^*$ называется **палиндромом**, если $\alpha = \alpha^R$. Пусть $L_\Sigma = \{\alpha \in \Sigma^* | \alpha = \alpha^R\}$ — язык, состоящий из палиндромов. Если $\mathrm{card}(\Sigma) \geqslant 2$, то L_Σ не является регулярным языком (упражнение!!!)

Однако каков бы ни был конечный алфавит $\Sigma \neq \varnothing$, L_Σ будет КС-языком. Разберём случай, когда $\Sigma = \{0; 1\}$; положим $\mathfrak{G}_{Pal} = (\{S\}; \{0; 1\}, P, S)$, где P состоит из следующих продукций:

- $S \longrightarrow \varepsilon$; $S \longrightarrow 0$; $S \longrightarrow 1$;
- $S \longrightarrow 0S0$;
- $S \longrightarrow 1S1$.

Предложение А5.1.

$\mathrm{L}(\mathfrak{G}_{Pal}) = L_{\{0;1\}}$.

КС-грамматики: пример

Доказательство.

$(\supseteq)$ Пусть $\alpha \in \{0;1\}^*$ — палиндром, т.е. $\alpha = \alpha^R$. Докажем индукцией по $\mathrm{lh}(\alpha)$, что $\alpha \in \mathrm{L}(\mathfrak{G}_{Pal})$. Действительно, если $\alpha \in \{\varepsilon, 0, 1\}$, то $\alpha \in \mathrm{L}(\mathfrak{G}_{Pal})$, поскольку имеются продукции $S \longrightarrow \varepsilon|0|1$.
Пусть теперь $\mathrm{lh}(\alpha) \geqslant 2$. Так как $\alpha = \alpha^R$, имеем $\alpha = 0\hat{\ }\beta\hat{\ }0$ или $\alpha = 1\hat{\ }\beta\hat{\ }1$, причём $\beta = \beta^R$. Тогда $S \longrightarrow 0S0|1S1$, а по предположению индукции, $S \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}_{Pal}} \beta$. Следовательно, $S \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}_{Pal}} \alpha$.
$(\subseteq)$ Докажем индукцией по числу n шагов в порождении $S \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}_{Pal}} \alpha$, что $\alpha = \alpha^R$. Если $n = 1$, то используется одна из продукций $S \longrightarrow \varepsilon|0|1$, в которой не встречается S в правой части. Так как ε, 0 и 1 — палиндромы, утверждение доказано.

КС-грамматики: пример

Доказательство (окончание).

Предположим, что порождение имеет $n+1$ шагов, и утверждение выполняется для порождений из n шагов. Рассмотрим $n+1$-шаговое порождение, которое должно иметь вид $S \longrightarrow 0S0 \Rightarrow^{*}_{\mathfrak{G}_{Pal}} 0\hat{\ }\beta\hat{\ }0$ или $S \longrightarrow 1S1 \Rightarrow^{*}_{\mathfrak{G}_{Pal}} 1\hat{\ }\beta\hat{\ }1$, поскольку только использование продукций $S \longrightarrow 0S0|1S1$ позволяет использовать дополнительные шаги порождения. Заметим, что в обоих случаях $S \Rightarrow^{n}_{\mathfrak{G}_{Pal}} \beta$. По предположению индукции, $\beta = \beta^R$. Но тогда и $0\hat{\ }\beta\hat{\ }0$, $1\hat{\ }\beta\hat{\ }1$ также являются палиндромами. $\square$

Выводимые слова

Левый вывод.

Заменяем каждый раз самый левый нетерминал одним из тел её продукций. Используем символы $\underset{l}{\Rightarrow}^*$ и $\underset{l}{\Rightarrow}$ вместо $\Rightarrow^*$ и $\Rightarrow$ соответственно.

Правый вывод.

Заменяем каждый раз самый правый нетерминал одним из тел её продукций. Используем символы $\underset{r}{\Rightarrow}^*$ и $\underset{r}{\Rightarrow}$ вместо $\Rightarrow^*$ и $\Rightarrow$ соответственно.

Выводимые слова

Пример А5.2.

Пусть $\mathfrak{G} = (\{E, I\}, T, P, E)$, где $T = \{+, *, (,), a, b, 0, 1\}$, а P состоит из продукций $E \longrightarrow I|E+E|E*E|(E)$,
$I \longrightarrow a|b|Ia|Ib|I0|I1$.

1. $E \underset{l}{\Rightarrow} E*E \underset{l}{\Rightarrow} I*E \underset{l}{\Rightarrow} a*E \underset{l}{\Rightarrow} a*(E) \underset{l}{\Rightarrow} a*(E+E) \underset{l}{\Rightarrow} a*(I+E) \underset{l}{\Rightarrow} a*(a+E) \underset{l}{\Rightarrow} a*(a+I) \underset{l}{\Rightarrow} a*(a+I0) \underset{l}{\Rightarrow} a*(a+I00) \underset{l}{\Rightarrow} a*(a+b00)$.
2. $E \underset{r}{\Rightarrow} E*E \underset{r}{\Rightarrow} E*(E) \underset{r}{\Rightarrow} E*(E+E) \underset{r}{\Rightarrow} E*(E+I) \underset{r}{\Rightarrow} E*(E+I0) \underset{r}{\Rightarrow} E*(E+I00) \underset{r}{\Rightarrow} E*(E+b00) \underset{r}{\Rightarrow} E*(I+b00) \underset{r}{\Rightarrow} E*(a+b00) \underset{r}{\Rightarrow} I*(a+b00) \underset{r}{\Rightarrow} a*(a+b00)$.
3. $E \Rightarrow E*E \Rightarrow I*E \Rightarrow I*(E) \Rightarrow a*(E) \Rightarrow a*(E+E) \Rightarrow a*(I+E) \Rightarrow a*(I+I) \Rightarrow a*(a+I) \Rightarrow a*(a+I0) \Rightarrow a*(a+I00) \Rightarrow a*(a+b00)$.

Деревья разбора

Определение А5.5.

Пусть $\mathfrak{G} = (V, T, P, S)$ — КС-грамматика. **Деревья разбора для $\mathfrak{G}$** — это деревья со следующими свойствами.

1. Каждый внутренний узел отмечен нетерминалом (из V).
2. Каждый лист отмечен либо нетерминалом, либо терминалом (из T), либо ε. При этом, если лист отмечен ε, то он должен быть единственным сыном своего родителя.
3. Если внутренний узел отмечен символом A, а его сыновья отмечены символами X_1, X_2, ..., X_k слева направо, то $A \longrightarrow X_1 X_2 \ldots X_k$ является продукцией из P. Отметим, что X может быть ε лишь в том случае, когда он отмечает единственного сына и $A \longrightarrow \varepsilon$ — продукция из P.

Крона дерева разбора

Определение А5.6.

Если выписать листья дерева разбора слева направо, то получим цепочку, называемую **кроной дерева** и выводимую из переменной, которой отмечен корень. Особый интерес представляют деревья разбора со следующими свойствами.

1. Крона является терминальной цепочкой, т.е. все листья отмечены терминальными символами или ε.
2. Корень отмечен стартовым символом.

Рекурсивный вывод

Простейший подход состоит в применении правил “от тела к голове”. Берутся цепочки, про которые известно, что они принадлежат языкам каждой из переменных в теле правила (если A — нетерминал, то $\alpha \in \mathrm{L}(\mathfrak{G}; A) \Leftrightarrow A \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}} \alpha$ для $\alpha \in T^*$), и убеждаемся, что полученная цепочка принадлежит языку переменной в голове. Другими словами, $\alpha \in \mathrm{L}(\mathfrak{G}; A)$, если и только если выполняются следующие условия:

1. $A \longrightarrow X_1 X_2 \ldots X_k$;
2. $X_i \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}} \alpha_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$;
3. $\alpha = \alpha_1 \hat{}\, \alpha_2 \hat{}\, \ldots \hat{}\, \alpha_k$.

Описание КС-языков

Теорема А5.1.

Пусть $\mathfrak{G} = (V, T, P, S)$ — КС-грамматика и $A \in V$ — нетерминал. Тогда для $\alpha \in T^*$ следующие условия эквивалентны:

1. процедура рекурсивного вывода определяет, что α принадлежит языку переменной A;
2. $A \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}} \alpha$;
3. $A \underset{l}{\Rightarrow}^* \alpha$;
4. $A \underset{r}{\Rightarrow}^* \alpha$;
5. существует дерево разбора для $\mathfrak{G}$ с корнем, отмеченным A, и кроной α.

Доказательство.

Схема доказательства: $1 \Rightarrow 5 \Rightarrow \{3, 4\} \Rightarrow 2 \Rightarrow 1$.

Описание КС-языков

Доказательство (продолжение).

$(3, 4 \Rightarrow 2)$ Следует из того, что любой левый (правый) вывод действительно является выводом.

Описание КС-языков

Доказательство (продолжение).

$(3, 4 \Rightarrow 2)$ Следует из того, что любой левый (правый) вывод действительно является выводом.

$(2 \Rightarrow 1)$ Доказывается индукцией по количеству n шагов в выводе $A \Rightarrow^* \alpha$. Если $n = 1$, то $A \longrightarrow \alpha$ — продукция из P и, следовательно, является рекурсивным выводом.

Предположим теперь, что утверждение выполняется для n; докажем данное утверждение для $n + 1$. Пусть $A \longrightarrow X_1 X_2 \dots X_k \Rightarrow^n_{\mathfrak{G}} \alpha$. Тогда $X_i \Rightarrow^{\leqslant n}_{\mathfrak{G}} \alpha_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$, и $\alpha = \alpha_1 \hat{}\, \alpha_2 \hat{}\, \dots \hat{}\, \alpha_k$. Непосредственно из определения следует, что $X_i \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}} \alpha_i$ для всех $1 \leqslant i \leqslant k$; тем самым, существует рекурсивный вывод из A цепочки α.

Описание КС-языков

Доказательство (продолжение).

$(1 \Rightarrow 5)$ Доказывать будем индукцией по количеству n переходов в рекурсивном выводе. Если $n = 1$, то $A \longrightarrow \alpha$ является продукцией из P и соответствует дереву высоты 1, корень которого отмечен символом A, а листья — символами цепочки α, расположенными в том же порядке слева направо.
Пусть теперь $n > 1$; тогда имеем $(A \longrightarrow X_1X_2 \ldots X_k) \in P$ и $X_i \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}} \alpha_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$, где $\alpha = \alpha_1\hat{\ }\alpha_2\hat{\ }\ldots\hat{\ }\alpha_k$. По индукционному предположению, существует дерево разбора для $\mathfrak{G}$ с корнем X_i и кроной α_i в случае, когда X_i — нетерминал; в остальных случаях имеем $X_i = \alpha_i$ $(1 \leqslant i \leqslant k)$. Далее, нетрудно построить дерево разбора с корнем, отмеченным A, и кроной, отмеченной α.

Описание КС-языков

Доказательство (продолжение).

$(1 \Rightarrow 5)$ Доказывать будем индукцией по количеству n переходов в рекурсивном выводе. Если $n = 1$, то $A \longrightarrow \alpha$ является продукцией из P и соответствует дереву высоты 1, корень которого отмечен символом A, а листья — символами цепочки α, расположенными в том же порядке слева направо.
Пусть теперь $n > 1$; тогда имеем $(A \longrightarrow X_1 X_2 \ldots X_k) \in P$ и $X_i \Rightarrow^*_{\mathfrak{G}} \alpha_i$, $1 \leqslant i \leqslant k$, где $\alpha = \alpha_1\hat{\ }\alpha_2\hat{\ }\ldots\hat{\ }\alpha_k$. По индукционному предположению, существует дерево разбора для $\mathfrak{G}$ с корнем X_i и кроной α_i в случае, когда X_i — нетерминал; в остальных случаях имеем $X_i = \alpha_i$ $(1 \leqslant i \leqslant k)$. Далее, нетрудно построить дерево разбора с корнем, отмеченным A, и кроной, отмеченной α.
$(5 \Rightarrow 3)$ Индукцией по высоте дерева.
Базисом является дерево высоты 1 с корнем, отмеченным A и кроной, образующей α. Так как дерево является деревом разбора, $A \longrightarrow \alpha$ должно быть продукцией. Таким образом, $A \underset{l}{\Rightarrow} \alpha$ является левым порождением α из A.

Описание КС-языков

Доказательство (продолжение).

Индукция. Если высота дерева равна $n > 1$, то существует дерево с корнем, отмеченным A, сыновья которого помечены X_1, X_2, ..., X_k ($k \in \omega$), расположенными в соответствующем порядке. Символы из этого списка могут быть как терминалами, так и нетерминалами.

1. Если X_i — терминал, то положим $\alpha_i = X_i$;
2. если же X_i является нетерминалом, то данным символом должен быть отмечен корень поддерева, крона которого помечена словом α_i. Заметим, что высота этого поддерева меньше n и, по предположению индукции, имеем $X_i \underset{l}{\Rightarrow}^* \alpha_i$.

Отметим, что $\alpha = \alpha_1\hat{\ }\alpha_2\hat{\ }\ldots\hat{\ }\alpha_k$.

Описание КС-языков

Доказательство (продолжение).

Построим левое порождение цепочки α следующим образом. Начнём с шага $A \underset{l}{\Rightarrow} X_1X_2\ldots X_k$. Индукцией по i докажем, что $A \underset{l}{\Rightarrow}^* \alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_i\hat{}X_{i+1}\ldots X_k$. Для базиса $i = 0$ имеем $A \underset{l}{\Rightarrow}^* X_1X_2\ldots X_k$. Для индукции предположим, что $A \underset{l}{\Rightarrow}^* \alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_{i-1}\hat{}X_iX_{i+1}\ldots X_k$.

1. Если X_i — терминал, то не делаем ничего, поскольку $X_i = \alpha_i$. Таким образом, приходим к существованию следующего порождения: $A \underset{l}{\Rightarrow}^* \alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_{i-1}\hat{}\alpha_i\hat{}X_{i+1}\ldots X_k$.
2. Если X_i — нетерминал, то $X_i \underset{l}{\Rightarrow} \beta_1 \underset{l}{\Rightarrow} \beta_2 \underset{l}{\Rightarrow} \ldots \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_i$ и, следовательно, $\alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_{i-1}\hat{}X_iX_{i+1}\ldots X_k \underset{l}{\Rightarrow}$ $\alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_{i-1}\hat{}\beta_1\hat{}X_{i+1}\ldots X_k \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_{i-1}\hat{}\beta_2\hat{}X_{i+1}\ldots X_k$ $\underset{l}{\Rightarrow} \ldots \underset{l}{\Rightarrow} \alpha_1\hat{}\alpha_2\hat{}\ldots\hat{}\alpha_{i-1}\hat{}\alpha_i\hat{}X_{i+1}\ldots X_k$.

Описание КС-языков

Доказательство (окончание).

При $i = k$ приходим к соотношению $A \underset{l}{\Rightarrow}^{*} \alpha$.

Описание КС-языков

Доказательство (окончание).

При $i = k$ приходим к соотношению $A \underset{l}{\Rightarrow}^* \alpha$.

$(5 \Rightarrow 4)$ Рассматривается аналогично предыдущему переходу, однако вместо левого обхода дерева необходимо проделать правый обход. $\square$

Неоднозначные грамматики

Пример А5.3.

Рассмотрим грамматику $E \longrightarrow E + E | E * E$. Тогда имеем

1. $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E$;
2. $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E$.

Неоднозначные грамматики

Пример А5.3.

Рассмотрим грамматику $E \longrightarrow E + E | E * E$. Тогда имеем

1. $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E$;
2. $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E$.

Этим двум последовательностям соответствуют два различных дерева разбора с одной и той же кроной.

Неоднозначные грамматики

Пример А5.3.

Рассмотрим грамматику $E \longrightarrow E + E | E * E$. Тогда имеем

1. $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E$;
2. $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E$.

Этим двум последовательностям соответствуют два различных дерева разбора с одной и той же кроной.

Определение А5.7.

Говорят, что грамматика $\mathfrak{G} = (V, \Sigma, P, S)$ **неоднозначная**, если найдётся хотя бы одна цепочка $\alpha \in \Sigma^*$, для которых существуют по меньшей мере два различных дерева разбора, корни которых помечены S, а кроны которых отмечены α.

Неоднозначные грамматики

Пример A5.3.

Рассмотрим грамматику $E \longrightarrow E + E | E * E$. Тогда имеем

1. $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + E * E$;
2. $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E$.

Этим двум последовательностям соответствуют два различных дерева разбора с одной и той же кроной.

Определение A5.7.

Говорят, что грамматика $\mathfrak{G} = (V, \Sigma, P, S)$ **неоднозначная**, если найдётся хотя бы одна цепочка $\alpha \in \Sigma^*$, для которых существуют по меньшей мере два различных дерева разбора, корни которых помечены S, а кроны которых отмечены α. Если в грамматике каждая цепочка $\alpha \in \Sigma^*$ имеет не более одного дерева разбора, то грамматика $\mathfrak{G}$ называется **однозначной**.

Неоднозначные грамматики

Теорема А5.2.

Для любых грамматики $\mathfrak{G} = (V, \Sigma, P, S)$, $A \in V$ и $\alpha \in \Sigma^*$ слово α имеет два различных дерева разбора с корнем, помеченным A, если и только если α имеет два различных левых порождения из A.

Неоднозначные грамматики

Теорема А5.2.

Для любых грамматики $\mathfrak{G} = (V, \Sigma, P, S)$, $A \in V$ и $\alpha \in \Sigma^*$ слово α имеет два различных дерева разбора с корнем, помеченным A, если и только если α имеет два различных левых порождения из A.

Доказательство.

$(\Rightarrow)$Если два дерева разбора различны, то выберем первое различие в их левом обходе. Таким образом, данные деревья разбора индуцируют различные левые порождения.

Неоднозначные грамматики

Теорема А5.2.

Для любых грамматики $\mathfrak{G} = (V, \Sigma, P, S)$, $A \in V$ и $\alpha \in \Sigma^*$ слово α имеет два различных дерева разбора с корнем, помеченным A, если и только если α имеет два различных левых порождения из A.

Доказательство.

($\Rightarrow$)Если два дерева разбора различны, то выберем первое различие в их левом обходе. Таким образом, данные деревья разбора индуцируют различные левые порождения.

($\Leftarrow$)Начнём построение дерева с корня, отмеченного A. На каждом шаге заменяется нетерминал, соответствующий самому левому узлу дерева, не имеющему потомков, отмеченному этим нетерминалом. По продукции, использованной на этом шаге левого порождения, определим, какие сыновья должны быть у этого узла. Если существуют два разных порождения, то на первом шаге, где они различаются, построенные узлы получат разные списки потомков, что гарантирует различие деревьев разбора. $\square$

Существенная неоднозначность

Определение A5.8.

КС-язык L называется **существенно неоднозначным**, если любая грамматика, порождающая L, является неоднозначной. Если хотя бы одна грамматика, порождающая L, однозначна, то язык L называется **однозначным**.

Существенная неоднозначность

Определение А5.8.

КС-язык L называется **существенно неоднозначным**, если любая грамматика, порождающая L, является неоднозначной. Если хотя бы одна грамматика, порождающая L, однозначна, то язык L называется **однозначным**.

Пример А5.4.

Пусть $\mathbf{\Sigma} = \{+, *, (,), a, b, 0, 1\}$. Тогда следующие грамматики порождают один и тот же язык:

1. $\mathfrak{G}_1 = (\{E, I\}, \Sigma, P_1, E)$, где $P_1 = \{E \longrightarrow I|E+E|E*E|(E), I \longrightarrow a|b|Ia|Ib|I0|I1\}$ (неоднозначная);
2. $\mathfrak{G}_2 = (\{E, I, T, F\}, \Sigma, P_2, E)$, где $P_2 = \{I \longrightarrow a|b|Ia|Ib|I0|I1, F \longrightarrow I|(E), T \longrightarrow F|T*F, E \longrightarrow T|E+T\}$ (однозначная).

Существенная неоднозначность

Пример А5.5.

$$L = \{a^n b^n c^m d^m \mid n \geqslant 1, m \geqslant 1\} \cup \{a^n b^m c^m d^n \mid n \geqslant 1, m \geqslant 1\}$$

является существенно неоднозначным языком.

Спасибо за внимание.