

Лекция А1

Языки, автоматы

Вадим Пузаренко

15 сентября 2023 г.

Содержание

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

- 1 Языки: основные сведения.
- 2 ДКА и НКА: основные сведения.
- 3 ДКА и НКА: эквивалентность.

Основные понятия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Алфавит. Фиксируем произвольное множество Σ , которое будем называть **алфавитом**.

Основные понятия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Алфавит. Фиксируем произвольное множество Σ , которое будем называть **алфавитом**.

Слово непустое. Любая конечная непустая последовательность называется **непустой цепочкой** (**непустым словом**). Другими словами, все непустые слова составляют множество $\Sigma^+ \Leftarrow \bigcup_{n \in \omega \setminus \{0\}} \Sigma^n$. В

дальнейшем слово $(w_1, w_2, \dots, w_n) (\in \Sigma^n)$ будем записывать как $w_1 w_2 \dots w_n$, $n \geq 1$. Часто слова будем обозначать строчными греческими буквами (возможно, с индексами).

Основные понятия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Алфавит. Фиксируем произвольное множество Σ , которое будем называть **алфавитом**.

Слово непустое. Любая конечная непустая последовательность называется **непустой цепочкой (непустым словом)**. Другими словами, все непустые слова составляют множество $\Sigma^+ \Leftarrow \bigcup_{n \in \omega \setminus \{0\}} \Sigma^n$. В

дальнейшем слово $(w_1, w_2, \dots, w_n) (\in \Sigma^n)$ будем записывать как $w_1 w_2 \dots w_n$, $n \geq 1$. Часто слова будем обозначать строчными греческими буквами (возможно, с индексами).

Слово пустое. Последовательность (единственная) длины нуль называется **пустой цепочкой (пустым словом)** и обозначается как ε . В этом случае $\Sigma^* \Leftarrow \{\varepsilon\} \cup \Sigma^+$.

Основные понятия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Алфавит. Фиксируем произвольное множество Σ , которое будем называть **алфавитом**.

Слово непустое. Любая конечная непустая последовательность называется **непустой цепочкой (непустым словом)**. Другими словами, все непустые слова составляют множество $\Sigma^+ \Leftarrow \bigcup_{n \in \omega \setminus \{0\}} \Sigma^n$. В

дальнейшем слово $(w_1, w_2, \dots, w_n) (\in \Sigma^n)$ будем записывать как $w_1 w_2 \dots w_n$, $n \geq 1$. Часто слова будем обозначать строчными греческими буквами (возможно, с индексами).

Слово пустое. Последовательность (единственная) длины нуль называется **пустой цепочкой (пустым словом)** и обозначается как ε . В этом случае $\Sigma^* \Leftarrow \{\varepsilon\} \cup \Sigma^+$.

Язык. $L \subseteq \Sigma^*$ называется **языком алфавита Σ** .

Структурные свойства, примеры

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

- 1 Если $\Sigma = \emptyset$, то $\Sigma^* = \{\varepsilon\}$; в частности, любой язык пустого алфавита либо пуст, либо состоит из пустого слова.
- 2 Если $\Sigma \neq \emptyset$ — конечный алфавит, то Σ^* счётно; в частности, любой язык непустого конечного алфавита не более, чем счётен;
- 3 Если Σ — бесконечный алфавит, то $\text{card}(\Sigma^*) = \text{card}(\Sigma)$ (такие языки нас интересовать в курсе не будут).

Структурные свойства, примеры

Лекция A1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

- 1 Если $\Sigma = \emptyset$, то $\Sigma^* = \{\varepsilon\}$; в частности, любой язык пустого алфавита либо пуст, либо состоит из пустого слова.
- 2 Если $\Sigma \neq \emptyset$ — конечный алфавит, то Σ^* счётно; в частности, любой язык непустого конечного алфавита не более, чем счётен;
- 3 Если Σ — бесконечный алфавит, то $\text{card}(\Sigma^*) = \text{card}(\Sigma)$ (такие языки нас интересовать в курсе не будут).

Пример A1.1.

Пусть $\Sigma = \{0\}$. Тогда все слова языка Σ^* имеют вид $0^n \Leftrightarrow \underbrace{00 \dots 0}_n$ для подходящего $n \in \omega$.

Слова: конкатенация

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Пример А1.2.

Пусть $\Sigma = \{0, 1\}$. Тогда все слова языка Σ^* имеют вид $0^{n_1}1^{m_1}0^{n_2}1^{m_2} \dots 0^{n_k}1^{m_k}$ для подходящих $k \in \omega$ и $n_1, m_1, n_2, m_2, \dots, n_k, m_k \in \omega$.

Слова: конкатенация

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Пример А1.2.

Пусть $\Sigma = \{0, 1\}$. Тогда все слова языка Σ^* имеют вид $0^{n_1}1^{m_1}0^{n_2}1^{m_2} \dots 0^{n_k}1^{m_k}$ для подходящих $k \in \omega$ и $n_1, m_1, n_2, m_2, \dots, n_k, m_k \in \omega$.

Определение А1.1.

Определим операцию **конкатенации** (приписывания) на словах следующим образом: если $\alpha = w_1w_2 \dots w_p$, $\beta = s_1s_2 \dots s_q$, то $\alpha\hat{\beta} \Leftarrow w_1w_2 \dots w_ps_1s_2 \dots s_q$ ($p, q \in \omega$).

Слова: конкатенация

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Пример А1.2.

Пусть $\Sigma = \{0, 1\}$. Тогда все слова языка Σ^* имеют вид $0^{n_1}1^{m_1}0^{n_2}1^{m_2} \dots 0^{n_k}1^{m_k}$ для подходящих $k \in \omega$ и $n_1, m_1, n_2, m_2, \dots, n_k, m_k \in \omega$.

Определение А1.1.

Определим операцию **конкатенации** (приписывания) на словах следующим образом: если $\alpha = w_1w_2 \dots w_p$, $\beta = s_1s_2 \dots s_q$, то $\alpha\hat{\beta} \Leftarrow w_1w_2 \dots w_ps_1s_2 \dots s_q$ ($p, q \in \omega$).

Определение А1.2.

Говорят, слово β является (**собственным; начальным; собственным начальным**) **подсловом** слова α и записывают как $\beta \sqsubseteq \alpha$ ($\beta \sqsubset \alpha$; $\beta \sqsubseteq_{\text{beg}} \alpha$; $\beta \sqsubset_{\text{beg}} \alpha$), если найдутся слова γ и δ такие, что $\alpha = (\gamma\hat{\beta})\hat{\delta}$ (причём $\gamma\hat{\delta} \neq \varepsilon$; $\gamma = \varepsilon$; $\gamma = \varepsilon$ и $\delta \neq \varepsilon$).

Слова: конкатенация

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Предложение A1.1.

Пусть $\Sigma \neq \emptyset$. Тогда выполняется следующее:

- $\alpha\hat{\varepsilon} = \varepsilon\hat{\alpha} = \alpha$ ($\alpha \in \Sigma^*$);
- $\alpha\hat{(\beta\gamma)} = (\alpha\hat{\beta})\hat{\gamma}$ ($\alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^*$);
- если $\Sigma = \{0\}$, то $\alpha\hat{\beta} = \beta\hat{\alpha}$ для всех $\alpha, \beta \in \Sigma^*$;
- если $\Sigma = \{0, 1\}$, то $\alpha\hat{\beta} \neq \beta\hat{\alpha}$ в общем случае (например, для $\alpha = 0$ и $\beta = 1$ имеет место $01 \neq 10$).

Слова: конкатенация

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Предложение A1.1.

Пусть $\Sigma \neq \emptyset$. Тогда выполняется следующее:

- $\alpha\hat{\varepsilon} = \varepsilon\hat{\alpha} = \alpha$ ($\alpha \in \Sigma^*$);
- $\alpha\hat{(\beta\gamma)} = (\alpha\hat{\beta})\hat{\gamma}$ ($\alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^*$);
- если $\Sigma = \{0\}$, то $\alpha\hat{\beta} = \beta\hat{\alpha}$ для всех $\alpha, \beta \in \Sigma^*$;
- если $\Sigma = \{0, 1\}$, то $\alpha\hat{\beta} \neq \beta\hat{\alpha}$ в общем случае (например, для $\alpha = 0$ и $\beta = 1$ имеет место $01 \neq 10$).

Примеры A1.3.

- 1 $\alpha_1 = 00, \beta_1 = 10 \mapsto \alpha_1\hat{\beta}_1 = 0010$;
- 2 $\alpha_2 = 001, \beta_2 = 0 \mapsto \alpha_2\hat{\beta}_2 = 0010$;
- 3 $\alpha_3 = 01, \beta_3 = 10 \mapsto \alpha_3\hat{\beta}_3 = 0110$;
- 4 $\alpha_4 = 0, \beta_4 = 110 \mapsto \alpha_4\hat{\beta}_4 = 0110$.

Слова: длина

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Определение А1.3.

Пусть Σ — алфавит. Определим операцию **длины** lh на словах из Σ^* следующим образом: $\text{lh}(\alpha) \Leftarrow n$, если $\alpha \in \Sigma^n$ ($n \in \omega \setminus \{0\}$); $\text{lh}(\varepsilon) = 0$. Фактически данная операция выдаёт количество символов в слове.

Слова: длина

Лекция A1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Определение A1.3.

Пусть Σ — алфавит. Определим операцию **длины** lh на словах из Σ^* следующим образом: $\text{lh}(\alpha) \Leftarrow n$, если $\alpha \in \Sigma^n$ ($n \in \omega \setminus \{0\}$); $\text{lh}(\varepsilon) = 0$. Фактически данная операция выдаёт количество символов в слове.

Замечание A1.1.

Отметим, что имеет место равенство $\text{lh}(\alpha_1 \hat{\ } \alpha_2) = \text{lh}(\alpha_1) + \text{lh}(\alpha_2)$ для любых слов $\alpha_1, \alpha_2 \in \Sigma^*$. В частности, если $\alpha \sqsubseteq \beta$, то $\text{lh}(\alpha) \leq \text{lh}(\beta)$; если же $\alpha \sqsubset \beta$, то $\text{lh}(\alpha) < \text{lh}(\beta)$, как только $\alpha, \beta \in \Sigma^*$.

Слова: обращение, инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Определение A1.4.

Определим операцию **обращения** на Σ^* следующим образом: если $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n$, то $\alpha^R \Leftarrow w_n \dots w_2 w_1$.

Слова: обращение, инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Определение A1.4.

Определим операцию **обращения** на Σ^* следующим образом: если $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n$, то $\alpha^R \Leftarrow w_n \dots w_2 w_1$.

Определение A1.5.

Пусть $\Sigma = \{0, 1\}$ и пусть $w \in \Sigma$; тогда положим

$$\overline{w} = \begin{cases} 0, & \text{если } w = 1; \\ 1, & \text{если } w = 0. \end{cases}$$

Определим теперь операцию **инверсии** на словах из Σ^* следующим образом: если $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n (\in \{0, 1\}^*)$, то $\overline{\alpha} = \overline{w_1} \overline{w_2} \dots \overline{w_n}$.

Слова: обращение, инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Определение A1.4.

Определим операцию **обращения** на Σ^* следующим образом: если $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n$, то $\alpha^R \Leftarrow w_n \dots w_2 w_1$.

Определение A1.5.

Пусть $\Sigma = \{0, 1\}$ и пусть $w \in \Sigma$; тогда положим

$$\overline{w} = \begin{cases} 0, & \text{если } w = 1; \\ 1, & \text{если } w = 0. \end{cases}$$

Определим теперь операцию **инверсии** на словах из Σ^* следующим образом: если $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n (\in \{0; 1\}^*)$, то $\overline{\alpha} = \overline{w_1} \overline{w_2} \dots \overline{w_n}$.

Примеры A1.4.

- ❶ $\alpha_1 = abc \mapsto \alpha_1^R = cba$;
- ❷ $\alpha_2 = abba \mapsto \alpha_2^R = abba = \alpha_2$;
- ❸ $\alpha_3 = abab \mapsto \alpha_3^R = baba$.

Слова: обращение, инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Примеры А1.5.

❶ $\beta_1 = 1010 \mapsto \beta_1^R = 0101;$

❷ $\beta_1 = 1010 \mapsto \overline{\beta_1} = 0101;$

❸ $\beta_2 = 101 \mapsto \beta_2^R = 101;$

❹ $\beta_2 = 101 \mapsto \overline{\beta_2} = 010;$

❺ $\beta_3 = 110 \mapsto \beta_3^R = 011;$

❻ $\beta_3 = 110 \mapsto \overline{\beta_3} = 001.$

Слова: обращение, инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Примеры А1.5.

❶ $\beta_1 = 1010 \mapsto \beta_1^R = 0101;$

❷ $\beta_1 = 1010 \mapsto \overline{\beta_1} = 0101;$

❸ $\beta_2 = 101 \mapsto \beta_2^R = 101;$

❹ $\beta_2 = 101 \mapsto \overline{\beta_2} = 010;$

❺ $\beta_3 = 110 \mapsto \beta_3^R = 011;$

❻ $\beta_3 = 110 \mapsto \overline{\beta_3} = 001.$

Сокращение.

Пусть a — буква; тогда через a^n будем обозначать слово $\underbrace{aa \dots a}_n$
($n \in \omega$).

Слова: обращение, инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Предложение A1.2.

Пусть $\Sigma \neq \emptyset$. Тогда выполняется следующее:

- $a^R = a$ ($a \in \Sigma$);
- $(\alpha^R)^R = \alpha$ ($\alpha \in \Sigma^*$);
- $(\alpha \hat{\ } \beta)^R = \beta^R \hat{\ } \alpha^R$ ($\alpha, \beta \in \Sigma^*$);
- если $\Sigma = \{0\}$, то $\alpha^R = \alpha$ для всех $\alpha \in \Sigma$;
- если $\Sigma = \{0, 1\}$, то $\alpha^R \neq \alpha$ в общем случае (например, для $\alpha = 01$ имеет место $\alpha^R = 10 \neq 01 = \alpha$);
- $\overline{\alpha \hat{\ } \beta} = \overline{\alpha} \hat{\ } \overline{\beta}$ ($\alpha, \beta \in \{0, 1\}^*$);
- $\overline{\alpha^R} = \overline{\alpha}^R$ ($\alpha \in \{0, 1\}^*$).

Языки: операции

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Будем считать, что заранее зафиксирован алфавит Σ , и все рассматриваемые языки L_1 , L_2 и L являются языками данного алфавита.

Языки: операции

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Будем считать, что заранее зафиксирован алфавит Σ , и все рассматриваемые языки L_1 , L_2 и L являются языками данного алфавита.

Теоретико-множественные.

- 1 $L_1, L_2 \mapsto L_1 \cup L_2$ (**объединение**);
- 2 $L_1, L_2 \mapsto L_1 \cap L_2$ (**пересечение**);
- 3 $L_1, L_2 \mapsto L_1 \setminus L_2$ (**разность**);
- 4 $L \mapsto \Sigma^* \setminus L$ (**дополнение**).

Языки: операции

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Будем считать, что заранее зафиксирован алфавит Σ , и все рассматриваемые языки L_1 , L_2 и L являются языками данного алфавита.

Теоретико-множественные.

- 1 $L_1, L_2 \mapsto L_1 \cup L_2$ (**объединение**);
- 2 $L_1, L_2 \mapsto L_1 \cap L_2$ (**пересечение**);
- 3 $L_1, L_2 \mapsto L_1 \setminus L_2$ (**разность**);
- 4 $L \mapsto \Sigma^* \setminus L$ (**дополнение**).

Структурные (основные).

- 1 $L_1, L_2 \mapsto L_1 L_2 = \{\alpha_1 \hat{\ } \alpha_2 \mid \alpha_1 \in L_1, \alpha_2 \in L_2\}$ (**конкатенация языков**);
- 2 $L \mapsto L^* = \{\alpha_1 \hat{\ } \alpha_2 \hat{\ } \dots \hat{\ } \alpha_n \mid \alpha_i \in L, 1 \leq i \leq n, n \in \omega\}$ (**звездочка Клини**);
- 3 $L \mapsto L^+ = \{\alpha_1 \hat{\ } \alpha_2 \hat{\ } \dots \hat{\ } \alpha_n \mid \alpha_i \in L, 1 \leq i \leq n, n \in \omega \setminus \{0\}\}$ (**плюс Клини**).

Языки: операции

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Структурные (доп.)

- 1 $L \mapsto L^R = \{\alpha^R \mid \alpha \in L\}$ (**обращение языка**);
- 2 $L \mapsto \bar{L} = \{\bar{\alpha} \mid \alpha \in L\}$ (**инверсия языка**; только при $\Sigma = \{0; 1\}$).

Языки: операции

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Структурные (доп.)

- 1 $L \mapsto L^R = \{\alpha^R \mid \alpha \in L\}$ (**обращение языка**);
- 2 $L \mapsto \bar{L} = \{\bar{\alpha} \mid \alpha \in L\}$ (**инверсия языка**; только при $\Sigma = \{0; 1\}$).

Примеры А1.6.

Пусть $\Sigma = \{0; 1\}$, $L_1 = \{\underbrace{00 \dots 0}_n \mid n \in \omega\}$, $L_2 = \{0^n \underbrace{11 \dots 1}_n \mid n \in \omega\}$;

тогда

- $L_1 \cap L_2 = \{0\}$;
- $L_1 L_2 = \{0^n 1^m \mid n \in \omega \setminus \{0\}, m \in \omega\}$;
- $L_1^R = L_1$, $L_2^R = \{1^n 0 \mid n \in \omega\}$;
- $\bar{L}_1 = \{1^n \mid n \in \omega\}$, $\bar{L}_2 = \{1^n 0 \mid n \in \omega\}$.

Языки: операции

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Предложение А1.3.

Пусть $\Sigma \neq \emptyset$ — конечный алфавит (при рассмотрении инверсии $\Sigma = \{0, 1\}$) и пусть $L_1, L_2, L \subseteq \Sigma^*$. Тогда выполняется следующее:

- $L\emptyset = \emptyset L = \emptyset$;
- $(L_1 L_2)^R = L_2^R L_1^R$;
- $(L^R)^R = L$;
- $(L^*)^* = L^* = (L^*)^+$;
- $(L^+)^+ = L^+$;
- если $L_1 \subseteq L_2$, то $L_1^* \subseteq L_2^*$;
- $\overline{\overline{L}} = L$;
- $\overline{L_1 L_2} = \overline{L_1} \overline{L_2}$.

ДКА: определение

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Определение А1.6.

Двухосновная структура $\mathfrak{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$ называется **детерминированным конечным автоматом (ДКА)**, если она удовлетворяет следующим условиям:

- $Q \neq \emptyset$ — конечное множество состояний;
- $\Sigma \neq \emptyset$ — конечный алфавит;
- $Q \cap \Sigma = \emptyset$;
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ — функция перехода;
- $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
- $F \subseteq Q$ — множество конечных состояний.

Способы задания ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Графический.

Самый наглядный, но не всегда удобный для практических целей. Любой ДКА может быть представлен в виде конечного ориентированного помеченного графа, возможно, с петлями, в котором из каждой вершины, обозначающей состояние, исходит ровно одна стрелка, помеченная буквой алфавита Σ , согласно его функции перехода. При этом помечаются также и вершины этого графа для того, чтобы можно было отличить начальное, а также конечные состояния от остальных.

Способы задания ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Графический.

Самый наглядный, но не всегда удобный для практических целей. Любой ДКА может быть представлен в виде конечного ориентированного помеченного графа, возможно, с петлями, в котором из каждой вершины, обозначающей состояние, исходит ровно одна стрелка, помеченная буквой алфавита Σ , согласно его функции перехода. При этом помечаются также и вершины этого графа для того, чтобы можно было отличить начальное, а также конечные состояния от остальных.

Табличный.

Любой ДКА однозначно задаётся таблицей, описывающей функцию перехода, в которой определённым образом выделяются начальное состояние, а также конечные состояния.

ДКА: пример

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Пример А1.7.

	0	1
$\triangleright q_0^*$	q_0	q_1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_2	q_0

Как работает ДКА?

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Пусть заданы детерминированный конечный автомат $\mathcal{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$ и слово $\alpha = a_1 a_2 \dots a_n$, где $n \in \omega$. Для того, чтобы переработать данное слово на заданном автомате, необходимо проделать следующую процедуру:

$t = 0$: в момент $t = 0$ находимся в состоянии q_0 (в частности, если $\alpha = \varepsilon$, то в состоянии q_0 завершаем работу);

$t \mapsto t + 1$: предположим, что в момент времени t находимся в состоянии $q(t)$; тогда в момент $t + 1$ мы попадаем в состояние $q(t + 1) = \delta(q(t), a_{t+1})$;

Завершение. Если после полной переработки слова α мы попадаем в конечное состояние, а именно, $q(n) \in F$, то слово α распознается автоматом \mathcal{A} ; в противном случае слово α им не распознается.

ДКА: функция перехода

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Определение А1.7.

Определим **обобщённую функцию перехода** $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$, расширяющую $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$, индукцией по длине слова α следующим образом:

- $\delta^*(q, \varepsilon) = q$;
- $\delta^*(q, \alpha \hat{a}) = \delta(\delta^*(q, \alpha), a)$.

ДКА: функция перехода

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Определение A1.7.

Определим **обобщённую функцию перехода** $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$, расширяющую $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$, индукцией по длине слова α следующим образом:

- $\delta^*(q, \varepsilon) = q$;
- $\delta^*(q, \alpha \hat{a}) = \delta(\delta^*(q, \alpha), a)$.

Определение A1.8.

Язык, распознаваемый ДКА \mathfrak{A} , — это
 $L(\mathfrak{A}) = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \delta^*(q_0, \alpha) \in F\}$.

Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Будем считать, что все рассматриваемые языки в конечном алфавите $\Sigma \neq \emptyset$.

Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ϵ -НКА:
основные
сведения

Будем считать, что все рассматриваемые языки в конечном алфавите $\Sigma \neq \emptyset$.

Предложение А1.2.

- 1) Пустой язык распознаваем некоторым ДКА.
- 2) Язык Σ^* распознаваем некоторым ДКА.

Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Будем считать, что все рассматриваемые языки в конечном алфавите $\Sigma \neq \emptyset$.

Предложение А1.2.

- 1) Пустой язык распознаваем некоторым ДКА.
- 2) Язык Σ^* распознаваем некоторым ДКА.

Доказательство.

- 1) Покажем, что автомат $\mathcal{A}_1 = (\{q_0\}; \Sigma; \{((q_0, a), q_0) \mid a \in \Sigma\}, q_0, \emptyset)$ распознаёт пустой язык. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\delta^*(q_0, \alpha) = q_0 \notin \emptyset = F$.

Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Будем считать, что все рассматриваемые языки в конечном алфавите $\Sigma \neq \emptyset$.

Предложение А1.2.

- 1) Пустой язык распознаваем некоторым ДКА.
- 2) Язык Σ^* распознаваем некоторым ДКА.

Доказательство.

- 1) Покажем, что автомат $\mathcal{A}_1 = (\{q_0\}; \Sigma; \{((q_0, a), q_0) \mid a \in \Sigma\}, q_0, \emptyset)$ распознаёт пустой язык. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\delta^*(q_0, \alpha) = q_0 \notin \emptyset = F$.
- 2) Покажем, что автомат $\mathcal{A}_2 = (\{q_0\}; \Sigma; \{((q_0, a), q_0) \mid a \in \Sigma\}, q_0, \{q_0\})$ распознаёт Σ^* . В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\delta^*(q_0, \alpha) = q_0 \in \{q_0\} = F$.



Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Предложение А1.3.

- 1) Язык $\{\varepsilon\}$ распознаваем некоторым ДКА.
- 2) Для любого $a \in \Sigma$ язык $\{a\}$ распознаваем некоторым ДКА.

Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Предложение А1.3.

- 1) Язык $\{\varepsilon\}$ распознаваем некоторым ДКА.
- 2) Для любого $a \in \Sigma$ язык $\{a\}$ распознаваем некоторым ДКА.

Доказательство.

- 1) Покажем, что автомат

$\mathcal{A}_3 = (\{q_0, q_1\}; \Sigma; \{((q, a), q_1) \mid q \in Q, a \in \Sigma\}, q_0, \{q_0\})$ распознаёт язык $\{\varepsilon\}$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^+$ имеем $\delta^*(q_0, \alpha) = q_1 \notin \{q_0\} = F$, а $\delta^*(q_0, \varepsilon) = q_0 \in \{q_0\} = F$.

Языки, распознаваемые ДКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Предложение А1.3.

- 1) Язык $\{\varepsilon\}$ распознаваем некоторым ДКА.
- 2) Для любого $a \in \Sigma$ язык $\{a\}$ распознаваем некоторым ДКА.

Доказательство.

- 1) Покажем, что автомат

$\mathcal{A}_3 = (\{q_0, q_1\}; \Sigma; \{((q, a), q_1) \mid q \in Q, a \in \Sigma\}, q_0, \{q_0\})$ распознаёт язык $\{\varepsilon\}$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^+$ имеем $\delta^*(q_0, \alpha) = q_1 \notin \{q_0\} = F$, а $\delta^*(q_0, \varepsilon) = q_0 \in \{q_0\} = F$.

- 2) Покажем, что автомат

$\mathcal{A}_4 = (\{q_0, q_1, q_2\}; \Sigma; \{((q_0, a), q_1), ((q_1, a), q_2), ((q_2, a), q_2)\} \cup \{((q, b), q_2) \mid a \neq b \in \Sigma, q \in Q\}, q_0, \{q_1\})$ распознаёт $\{a\}$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^+$ ($\alpha \neq a$) имеем

$\delta^*(q_0, \alpha) = q_2 \notin \{q_1\} = F$; кроме того,

$\delta^*(q_0, a) = \delta(q_0, a) = q_1 \in \{q_1\} = F$ и

$\delta^*(q_0, \varepsilon) = q_0 \notin \{q_1\} = F$.



Теорема А1.1.

Если язык L конечного алфавита $\Sigma \neq \emptyset$ распознаётся некоторым ДКА, то и его дополнение $\Sigma^* \setminus L$ также распознаётся некоторым ДКА.

Дополнение

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Теорема А1.1.

Если язык L конечного алфавита $\Sigma \neq \emptyset$ распознаётся некоторым ДКА, то и его дополнение $\Sigma^* \setminus L$ также распознаётся некоторым ДКА.

Доказательство.

Пусть ДКА $\mathcal{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$ таков, что $L = L(\mathcal{A})$. Покажем, что его дополнение распознаётся автоматом $\mathcal{A}' = (Q; \Sigma; \delta, q_0, Q \setminus F)$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\alpha \in L(\mathcal{A}') \Leftrightarrow \delta^*(q_0, \alpha) \in Q \setminus F \Leftrightarrow \delta^*(q_0, \alpha) \notin F \Leftrightarrow \alpha \notin L(\mathcal{A})$. \square

Дополнение

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Теорема A1.1.

Если язык L конечного алфавита $\Sigma \neq \emptyset$ распознаётся некоторым ДКА, то и его дополнение $\Sigma^* \setminus L$ также распознаётся некоторым ДКА.

Доказательство.

Пусть ДКА $\mathcal{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$ таков, что $L = L(\mathcal{A})$. Покажем, что его дополнение распознаётся автоматом $\mathcal{A}' = (Q; \Sigma; \delta, q_0, Q \setminus F)$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\alpha \in L(\mathcal{A}') \Leftrightarrow \delta^*(q_0, \alpha) \in Q \setminus F \Leftrightarrow \delta^*(q_0, \alpha) \notin F \Leftrightarrow \alpha \notin L(\mathcal{A})$. \square

Замечание A1.2.

Отметим, что все атрибуты (количество состояний и, следовательно, переходов) остаются неизменными при переходе от автомата \mathcal{A} к автомату \mathcal{A}' в теореме A1.1.

Инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Теорема А1.2.

Если язык L алфавита $\Sigma = \{0; 1\}$ распознаётся некоторым ДКА, то и его инверсия \bar{L} также распознаётся некоторым ДКА.

Инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Теорема А1.2.

Если язык L алфавита $\Sigma = \{0; 1\}$ распознаётся некоторым ДКА, то и его инверсия \bar{L} также распознаётся некоторым ДКА.

Доказательство.

Пусть ДКА $\mathfrak{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$ таков, что $L = L(\mathfrak{A})$. Покажем, что его инверсия распознаётся автоматом $\mathfrak{A}' = (Q; \Sigma; \tau, q_0, F)$, где $\tau = \{((q, \bar{a}), q') \mid ((q, a), q') \in \delta\}$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\tau^*(q, \bar{\alpha}) \in F \Leftrightarrow \delta^*(q, \alpha) \in F$, что нетрудно доказывается индукцией по длине слова α . Таким образом, $L(\mathfrak{A}') = \bar{L}(\mathfrak{A})$. □

Инверсия

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε-НКА:
основные
сведения

Теорема A1.2.

Если язык L алфавита $\Sigma = \{0; 1\}$ распознаётся некоторым ДКА, то и его инверсия \bar{L} также распознаётся некоторым ДКА.

Доказательство.

Пусть ДКА $\mathcal{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$ таков, что $L = L(\mathcal{A})$. Покажем, что его инверсия распознаётся автоматом $\mathcal{A}' = (Q; \Sigma; \tau, q_0, F)$, где $\tau = \{((q, \bar{a}), q') \mid ((q, a), q') \in \delta\}$. В самом деле, для любого $\alpha \in \Sigma^*$ имеем $\tau^*(q, \bar{\alpha}) \in F \Leftrightarrow \delta^*(q, \alpha) \in F$, что нетрудно доказывается индукцией по длине слова α . Таким образом, $L(\mathcal{A}') = \bar{L}(\mathcal{A})$. □

Замечание A1.3.

Отметим, что все атрибуты (количество состояний и, следовательно, переходов) остаются неизменными при переходе от автомата \mathcal{A} к автомату \mathcal{A}' в теореме A1.2.

ϵ -НКА: определение

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ϵ -НКА:
основные
сведения

Определение А1.9.

Двухосновная структура $\mathfrak{A} = (Q; \Sigma; \delta, Q_0, F)$ называется **недетерминированным конечным автоматом с ϵ -переходами (ϵ -НКА)**, если она удовлетворяет следующим условиям:

- $Q \neq \emptyset$ — конечное множество состояний;
- $\Sigma \neq \emptyset$ — конечный алфавит;
- $Q \cap \Sigma = \emptyset$;
- $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow \mathcal{P}(Q)$ — функция перехода;
- $\emptyset \neq Q_0 \subseteq Q$ — множество начальных состояний;
- $F \subseteq Q$ — множество конечных состояний.

Способы задания ε -НКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Графический.

Самый наглядный, но не всегда удобный для практических целей. Любой ε -НКА может быть представлен в виде конечного ориентированного помеченного графа, возможно, с петлями, в котором из вершины, обозначающей состояние, исходит стрелка, помеченная буквой алфавита $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$, согласно его функции перехода. В отличие от ДКА, количество стрелок, помеченных буквой из $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$, не обязано равняться единице (оно может равняться и нулю). При этом помечаются также и вершины этого графа для того, чтобы можно было отличить начальные (ещё одно отличие!!!), а также конечные состояния от остальных.

Способы задания ε -НКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Графический.

Самый наглядный, но не всегда удобный для практических целей. Любой ε -НКА может быть представлен в виде конечного ориентированного помеченного графа, возможно, с петлями, в котором из вершины, обозначающей состояние, исходит стрелка, помеченная буквой алфавита $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$, согласно его функции перехода. В отличие от ДКА, количество стрелок, помеченных буквой из $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$, не обязано равняться единице (оно может равняться и нулю). При этом помечаются также и вершины этого графа для того, чтобы можно было отличить начальные (ещё одно отличие!!!), а также конечные состояния от остальных.

Табличный.

Любой ε -НКА однозначно задаётся таблицей, описывающей функцию перехода, в которой определенным образом выделяются начальные, а также конечные состояния.

ε -НКА: пример

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Пример А1.8.

	0	1	ε
$\triangleright q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$	\emptyset
q_1	$\{q_2\}$	\emptyset	\emptyset
q_2^*	$\{q_3\}$	$\{q_2\}$	$\{q_0\}$
q_3^*	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Как работает ε -НКА?

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Пусть заданы недетерминированный конечный автомат с ε -переходами $\mathcal{A} = (Q; \Sigma; \delta, Q_0, F)$ и слово $\alpha = a_1 a_2 \dots a_n$, где $n \in \omega$. Для того, чтобы переработать данное слово на заданном автомате, необходимо проделать следующую процедуру:

$t = 0$: в момент $t = 0$ находимся в одном из состояний из Q_0 ;

$t \mapsto t + 1$: предположим, что в момент времени t находимся в состоянии $q(t)$; при этом переработано слово $a_1 a_2 \dots a_t$; тогда в момент $t + 1$ мы попадаем в состояние $q(t + 1) \in \delta(q(t), a_{t+1}) \cup \delta(q(t), \varepsilon)$;

Завершение. Если после полной переработки слова α , а также возможно некоторого количества ε -переходов после этого, мы попадаем в конечное состояние, а именно, $q(n') \in F$ ($n' \geq n$), то слово α распознается автоматом \mathcal{A} ; если никакая последовательность не приводит в конечное состояние, то слово α им не распознается.

ε -НКА: распознаваемые слова

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Определение А1.10.

Пусть задан ε -НКА $\mathfrak{A} = (Q; \Sigma; \delta, Q_0, F)$. Пусть также $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$ ($n \in \omega$). Будем говорить, что слово α **распознаётся ε -НКА \mathfrak{A}** , если найдутся состояния $r_0^0, r_0^1, \dots, r_0^{k_0}, r_1^0, r_1^1, \dots, r_1^{k_1}, \dots, r_n^0, r_n^1, \dots, r_n^{k_n} \in Q$, удовлетворяющие следующим условиям:

- $r_0^0 \in Q_0$;
- $r_i^{j+1} \in \delta(r_i^j, \varepsilon)$, $0 \leq j < k_i$, $0 \leq i \leq n+1$;
- $r_{i+1}^0 \in \delta(r_i^{k_i}, w_{i+1})$, $0 \leq i < n$;
- $r_n^{k_n} \in F$.

ε -НКА: распознаваемые слова

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Определение A1.10.

Пусть задан ε -НКА $\mathfrak{A} = (Q; \Sigma; \delta, Q_0, F)$. Пусть также $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$ ($n \in \omega$). Будем говорить, что слово α **распознаётся ε -НКА \mathfrak{A}** , если найдутся состояния $r_0^0, r_0^1, \dots, r_0^{k_0}, r_1^0, r_1^1, \dots, r_1^{k_1}, \dots, r_n^0, r_n^1, \dots, r_n^{k_n} \in Q$, удовлетворяющие следующим условиям:

- $r_0^0 \in Q_0$;
- $r_i^{j+1} \in \delta(r_i^j, \varepsilon)$, $0 \leq j < k_i$, $0 \leq i \leq n+1$;
- $r_{i+1}^0 \in \delta(r_i^{k_i}, w_{i+1})$, $0 \leq i < n$;
- $r_n^{k_n} \in F$.

Определение A1.11.

Язык, распознаваемый ε -НКА \mathfrak{A} , — это $L(\mathfrak{A}) = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha \text{ распознаётся } \mathfrak{A}\}$.

ДКА \Rightarrow ε -НКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Теорема А1.3.

Для любого ДКА \mathcal{A} существует ε -НКА \mathcal{A}' такой, что $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}')$.

ДКА \Rightarrow ε -НКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Теорема А1.3.

Для любого ДКА \mathfrak{A} существует ε -НКА \mathfrak{A}' такой, что $L(\mathfrak{A}) = L(\mathfrak{A}')$.

Доказательство.

Пусть задан ДКА $\mathfrak{A} = (Q; \Sigma; \delta, q_0, F)$. Определим ε -НКА $\mathfrak{A}' = (Q; \Sigma; \tau, \{q_0\}, F)$ так, что $\tau = \{((q, a), \{\delta(q, a)\}) \mid q \in Q, a \in \Sigma\} \cup \{((q, \varepsilon), \emptyset) \mid q \in Q\}$, и покажем, что $L(\mathfrak{A}) = L(\mathfrak{A}')$.
 $L(\mathfrak{A}) \subseteq L(\mathfrak{A}')$. Пусть $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$ таково, что имеет место $\alpha \in L(\mathfrak{A})$, т. е. $\delta^*(q_0, \alpha) \in F$. Рассмотрим последовательность состояний; она удовлетворяет определению распознаваемости слова α автоматом \mathfrak{A}' , поскольку $r_0 \in \{q_0\}$,
 $r_{i+1} = \delta(r_i, w_{i+1}) \in \{\delta(r_i, w_{i+1})\} = \tau(r_i, w_{i+1})$ и $r_n \in F$; таким образом, $\alpha \in L(\mathfrak{A}')$.

ДКА \Rightarrow ε -НКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Доказательство (окончание).

$L(\mathfrak{A}') \subseteq L(\mathfrak{A})$. Пусть теперь $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n \in L(\mathfrak{A}')$; так как \mathfrak{A}' не содержит ε -переходов, найдётся последовательность состояний $r_0 = q_0, r_1, r_2, \dots, r_n \in F$, для которой справедливы условия $r_{i+1} \in \tau(r_i, w_{i+1}) = \{\delta(r_i, w_{i+1})\}$. Далее, индукцией по длине слова доказывается, что $r_0 = \delta^*(q_0, \varepsilon)$,
 $r_i = \delta^*(q_0, w_1 w_2 \dots w_i)$, $1 \leq i \leq n$; в частности,
 $r_n = \delta^*(q_0, w_1 w_2 \dots w_n) = \delta^*(q_0, \alpha) \in F$; тем самым, $\alpha \in L(\mathfrak{A})$. \square

ДКА \Rightarrow ε -НКА

Лекция А1
Языки,
автоматы

Вадим
Пузаренко

Языки:
основные
сведения

ДКА:
основные
сведения

ε -НКА:
основные
сведения

Доказательство (окончание).

$L(\mathfrak{A}') \subseteq L(\mathfrak{A})$. Пусть теперь $\alpha = w_1 w_2 \dots w_n \in L(\mathfrak{A}')$; так как \mathfrak{A}' не содержит ε -переходов, найдётся последовательность состояний $r_0 = q_0, r_1, r_2, \dots, r_n \in F$, для которой справедливы условия $r_{i+1} \in \tau(r_i, w_{i+1}) = \{\delta(r_i, w_{i+1})\}$. Далее, индукцией по длине слова доказывается, что $r_0 = \delta^*(q_0, \varepsilon)$,
 $r_i = \delta^*(q_0, w_1 w_2 \dots w_i)$, $1 \leq i \leq n$; в частности,
 $r_n = \delta^*(q_0, w_1 w_2 \dots w_n) = \delta^*(q_0, \alpha) \in F$; тем самым, $\alpha \in L(\mathfrak{A})$. \square

Замечание А1.4.

Теорема А1.3 носит чисто теоретический характер и демонстрирует, что любой детерминированный конечный автомат может рассматриваться, как частный случай недетерминированного конечного автомата.

Спасибо за внимание.