Принцип геометрической вероятности

Предположим:

1. Множество Ω есть непрерывное ограниченное множество с бесконечным числом элементов, например, отрезок, многоугольник, шар и т.д. (вид множества определяется условиями задачи);

Принцип геометрической вероятности

Предположим:

1. Множество Ω есть непрерывное ограниченное множество с бесконечным числом элементов, например, отрезок, многоугольник, шар и т.д. (вид множества определяется условиями задачи);
2. Опыт состоит в бросании идеальной точки (не имеет ни размера, ни веса) в множество Ω;

Принцип геометрической вероятности

Предположим:

1. Множество Ω есть непрерывное ограниченное множество с бесконечным числом элементов, например, отрезок, многоугольник, шар и т.д. (вид множества определяется условиями задачи);
2. Опыт состоит в бросании идеальной точки (не имеет ни размера, ни веса) в множество Ω;
3. Вероятность попадания ее в какую-нибудь область $A \subset \Omega$ пропорциональна мере этой области $\mu(A)$.

Принцип геометрической вероятности

Предположим:

1. Множество Ω есть непрерывное ограниченное множество с бесконечным числом элементов, например, отрезок, многоугольник, шар и т.д. (вид множества определяется условиями задачи);
2. Опыт состоит в бросании идеальной точки (не имеет ни размера, ни веса) в множество Ω;
3. Вероятность попадания ее в какую-нибудь область $A \subset \Omega$ пропорциональна мере этой области $\mu(A)$.

Тогда вероятность наступления события A

$$P(A) = \mu(A) / \mu(\Omega)$$

Принцип геометрической вероятности

Предположим:

1. Множество Ω есть непрерывное ограниченное множество с бесконечным числом элементов, например, отрезок, многоугольник, шар и т.д. (вид множества определяется условиями задачи);
2. Опыт состоит в бросании идеальной точки (не имеет ни размера, ни веса) в множество Ω;
3. Вероятность попадания ее в какую-нибудь область $A \subset \Omega$ пропорциональна мере этой области $\mu(A)$.

Тогда вероятность наступления события А

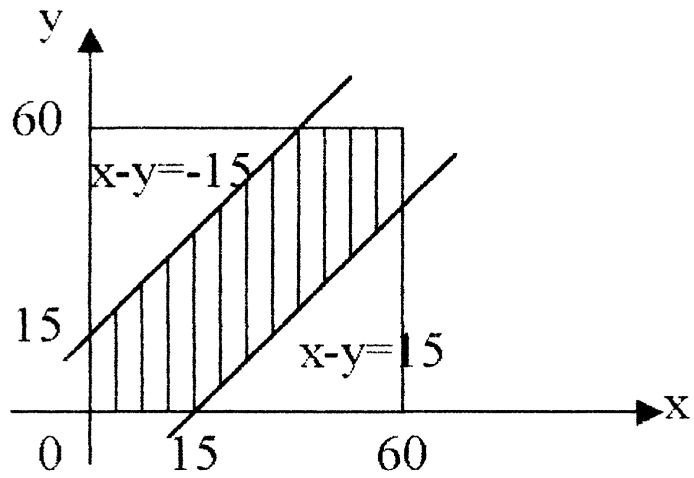
$$P(A) = \mu(A) / \mu(\Omega)$$

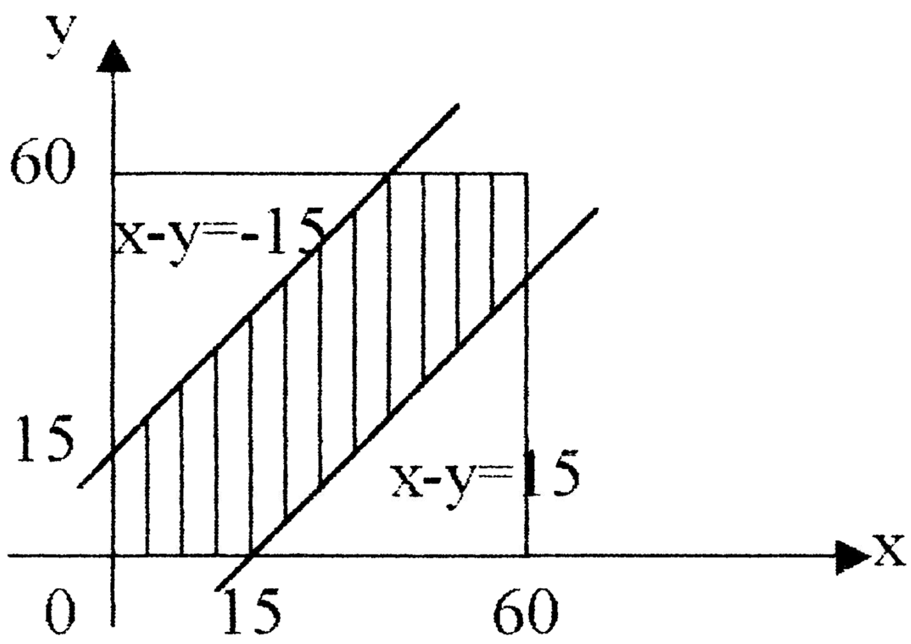
Принцип геометрической вероятности позволяет утверждать, что выбор любой точки из Ω – **равновозможен**.

Пример. Два студента условились встретиться в определенном месте между 18 и 19 часами. Пришедший первым ждет 15 мин и уходит. Определить вероятность встречи, если время прихода каждого независимо и равновозможно в течение указанного часа.

Пример. Два студента условились встретиться в определенном месте между 18 и 19 часами. Пришедший первым ждет 15 мин и уходит. Определить вероятность встречи, если время прихода каждого независимо и равновозможно в течение указанного часа.

Решение. Пусть x - время прихода одного студента, y - время прихода второго. Чтобы встреча состоялась, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось:
$\mathbf{-15 \le x - y \le 15}$. Область возможных значений - квадрат со стороной, равной 60.





Область A - часть квадрата между прямыми
$x - y = -15$ и $x - y = 15$. Следовательно,

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{60^2 - 45^2}{60^2} = \frac{7}{16}$$

Недостатки геометрического подхода к определению вероятности:

- иногда требуется рассматривать как конечные, так и континуальные множества элементарных исходов;

- требование равновозможности элементарных событий не всегда может быть выполнено.

Колмогоровские аксиомы теории вероятностей

Алгебра и σ – алгебра событий

Идея: в качестве событий должны рассматриваться только такие подмножества множества Ω, операции над которыми приводят снова к событиям.

Колмогоровские аксиомы теории вероятностей

Алгебра и σ – алгебра событий

Идея: в качестве событий должны рассматриваться только такие подмножества множества Ω, операции над которыми приводят снова к событиям.

Определение. Алгеброй F называют непустой класс подмножеств множества Ω, которые удовлетворяют следующим условиям:

1) $\Omega \in F$;

2) из того, что $A \in F$ следует, что $\overline{A} \in F$

3) из условия, что $A_1 \in F$, ..., $A_n \in F$ следует, что $A_1 \cup ... \cup A_n \in F$.

Справедливы следующие свойства.

1) $\varnothing \in F$ (так как $\varnothing = \overline{\Omega}$);

2) Если $A, B \in F$, то $A \bigcap B \in F$ (так как $A \bigcap B = \overline{\left(\overline{A} \bigcup \overline{B}\right)} \in F$.

Справедливы следующие свойства.

1) $\varnothing \in F$ (так как $\varnothing = \overline{\Omega}$);

2) Если $A, B \in F$, то $A \bigcap B \in F$ (так как $A \bigcap B = \overline{\left(\overline{A} \bigcup \overline{B}\right)} \in F$.

Можно доказать, что если некоторые события A и B принадлежат алгебре F, то события

$$\overline{A}\overline{B},\ \overline{A}B,\ A\overline{B},\ \overline{A} \bigcup \overline{B} \text{ и т.д.}$$

также принадлежат F (аналогично и для случая $n>2$ событий: $A_1 \bigcap A_2 \bigcap .. \bigcap A_n \in F$).

В определении алгебры событий конечное число событий

$$A_1, A_2, ..., A_n$$

заменим на счетное число слагаемых

$$A_1, A_2, ..., A_n, \dots \ .$$

В определении алгебры событий конечное число событий

$$A_1, A_2, ..., A_n$$

заменим на счетное число слагаемых

$$A_1, A_2, ..., A_n, \ldots \; .$$

Определение. σ-алгеброй F называют непустой класс подмножеств множества Ω, которые удовлетворяют следующим условиям:

1) $\Omega \in F$;

2) из того, что $A \in F$ следует, что $\bar{A} \in F$

3) из условия, что $A_1, A_2, ... \in F$ следует, что $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i \in F$.

Вероятностное пространство

Назовем вероятностным пространством тройку $<\Omega, S, P>$, где Ω - множество элементарных событий,
S - σ-алгебра событий над Ω,
P - функция, которая каждому событию $A \in S$ сопоставляет число, называемое вероятностью этого события.

Вероятностное пространство

Назовем вероятностным пространством тройку $<\Omega, S, P>$, где Ω - множество элементарных событий,
S - σ-алгебра событий над Ω,
P - функция, которая каждому событию $A \in S$ сопоставляет число, называемое вероятностью этого события.

Аксиомы вероятности:

1. $0 \le P(A)$;

Вероятностное пространство

Назовем вероятностным пространством тройку $<\Omega, S, P>$, где Ω - множество элементарных событий, S - σ-алгебра событий над Ω, P - функция, которая каждому событию $A \in S$ сопоставляет число, называемое вероятностью этого события.

Аксиомы вероятности:

1. $0 \le P(A)$;
2. $P(\Omega) = 1$;

Вероятностное пространство

Назовем вероятностным пространством тройку $<\Omega, S, P>$, где Ω - множество элементарных событий, S - σ-алгебра событий над Ω, P - функция, которая каждому событию $A \in S$ сопоставляет число, называемое вероятностью этого события.

Аксиомы вероятности:

1. $0 \le P(A)$;
2. $P(\Omega) = 1$;
3. Если $A_1, A_2, \ldots$ попарно несовместны ($A_i A_j = \varnothing$ $(i \neq j)$), то $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ (счетная аддитивность).

Свойства вероятности

1. Вероятность невозможного события равна 0, т.е. $P(\varnothing) = 0$.

Свойства вероятности

1. Вероятность невозможного события равна 0, т.е. $P(\varnothing)=0$.

Доказательство. Представим событие A в виде

$$A = A \cup \varnothing \cup \varnothing \cup \ldots.$$

Тогда по аксиоме 3

$$P(A) = P(A) + P(\varnothing) + P(\varnothing) + \ldots,$$

что возможно только при $P(\varnothing)=0$.

Свойства вероятности

1. Вероятность невозможного события равна 0, т.е. $P(\varnothing) = 0.$

Доказательство. Представим событие А в виде

$$A = A \cup \varnothing \cup \varnothing \cup \ldots.$$

Тогда по аксиоме 3

$$P(A) = P(A) + P(\varnothing) + P(\varnothing) + \ldots,$$

что возможно только при $P(\varnothing) = 0.$

2. Аддитивность вероятности: для всякого конечного набора попарно несовместных событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$$

Свойства вероятности

1. Вероятность невозможного события равна 0, т.е. $P\left(\varnothing\right)=0.$

Доказательство. Представим событие А в виде

$$A=A\cup\varnothing\cup\varnothing\cup....$$

Тогда по аксиоме 3

$$P(A)=P(A)+P(\varnothing)+P(\varnothing)+...,$$

что возможно только при $P\left(\varnothing\right)=0.$

2. Аддитивность вероятности: для всякого конечного набора попарно несовместных событий $A_1, A_2, ..., A_n$

$$P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i).$$

Доказательство. Представим $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$ в виде

$A_1\cup A_2\cup...\cup A_n\cup\varnothing\cup\varnothing...$ и воспользуемся счетной аддитивностью.

3. Вероятности случайного события A и противоположного события $\overline{A}$ в сумме составляют единицу, т.е.

$$P(A)+P(\overline{A})=1.$$

3. Вероятности случайного события A и противоположного события $\overline{A}$ в сумме составляют единицу, т.е.

$$P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1.$$

Доказательство. Из 2-й аксиомы $P(\Omega)=1$. Но $P(\Omega)=P(A\cup\overline{A})=P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)$ из предыдущего свойства.

4. Правило сложения вероятностей. Для произвольных событий A и B

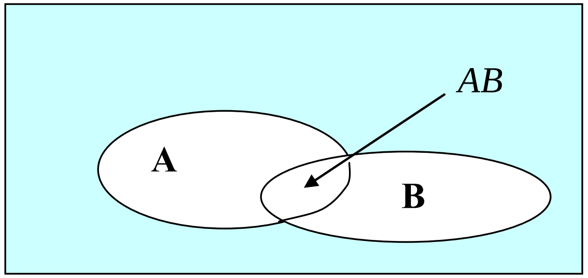
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

4. Правило сложения вероятностей. Для произвольных событий A и B

$$P\left(A\bigcup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right).$$

Доказательство. Событие $A\bigcup B$ можно представить в виде суммы 2-х несовместных событий:

$$A\bigcup \mathrm{B} \ = \ \mathrm{A}+(\mathrm{B}\setminus \mathrm{A}),$$



событие B – также в виде суммы двух несовместных событий:

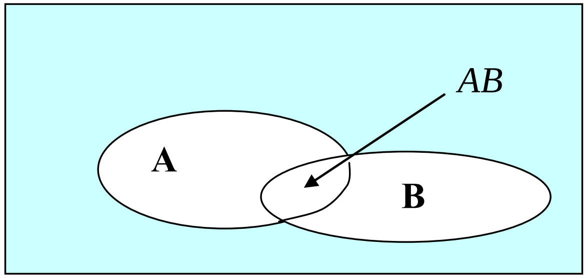
$$B=B\setminus A \ + \ AB$$

4. Правило сложения вероятностей. Для произвольных событий A и B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Доказательство. Событие $A \cup B$ можно представить в виде суммы 2-х несовместных событий:

$$A \cup \mathrm{B} = \mathrm{A} + (\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}),$$



событие B – также в виде суммы двух несовместных событий:

$$B = B \setminus A + AB$$

так как слагаемые в правых частях обоих равенств несовместные события, то

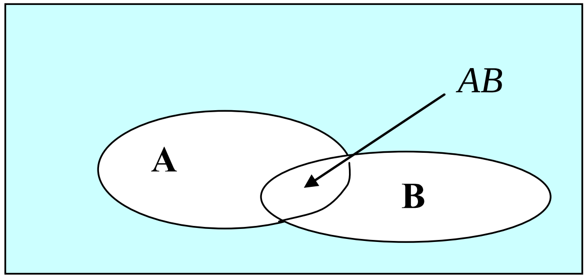
$$P(A \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P(A)} + \mathrm{P(B \setminus A)}$$

4. Правило сложения вероятностей. Для произвольных событий A и B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Доказательство. Событие $A \cup B$ можно представить в виде суммы 2-х несовместных событий:

$$A \cup \mathrm{B} = \mathrm{A} + (\mathrm{B} \setminus \mathrm{A}),$$



событие B – также в виде суммы двух несовместных событий:

$$B = B \setminus A + AB$$

так как слагаемые в правых частях обоих равенств несовместные события, то

$$P(A \cup \mathrm{B}) = \mathrm{P(A)} + \mathrm{P(B \setminus A)} \text{ и}$$

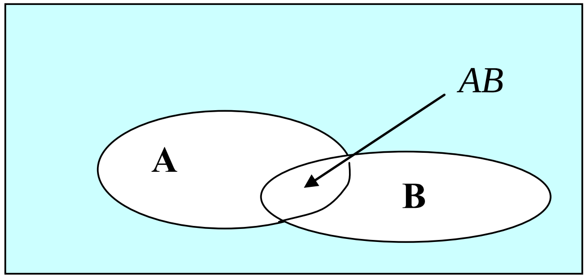
$$P(B) = P(B \setminus A) + P(AB) \text{ или } P(B \setminus A) = P(B) - P(AB).$$

4. Правило сложения вероятностей. Для произвольных событий A и B

$$P\left(A\bigcup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right).$$

Доказательство. Событие $A\bigcup B$ можно представить в виде суммы 2-х несовместных событий:

$$A\bigcup \mathrm{B} \ = \ \mathrm{A}+(\mathrm{B}\setminus \mathrm{A}),$$



событие B – также в виде суммы двух несовместных событий:

$$B=B\setminus A \ + \ AB$$

так как слагаемые в правых частях обоих равенств несовместные события, то

$$P(A\bigcup \mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A}) \ + \ \mathrm{P}(\mathrm{B}\setminus \mathrm{A}) \text{ и}$$

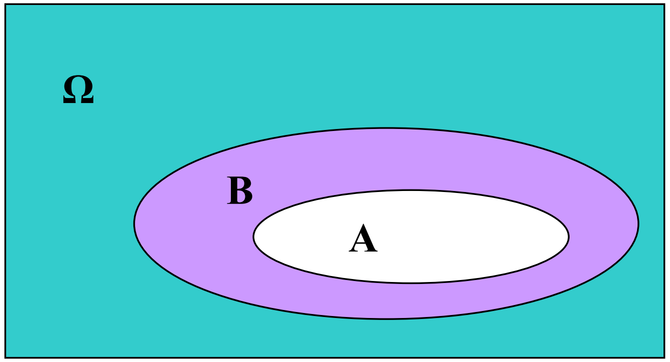
$$P\left(B\right)=P\left(B\setminus A\right) \ + \ P\left(AB\right) \text{ или } P\left(B\setminus A\right)=P\left(B\right) \ - \ P\left(AB\right).$$

Подставим выражение для $P\left(B\setminus A\right)$ в выражение для $P(A\bigcup \mathrm{B})$, получим: $P(A\bigcup \mathrm{B})= \ \mathrm{P}(\mathrm{A})+ \ P\left(B\right) \ -P\left(AB\right).$

5. Если $A \subset B$, то $P(A) \leq P(B)$.

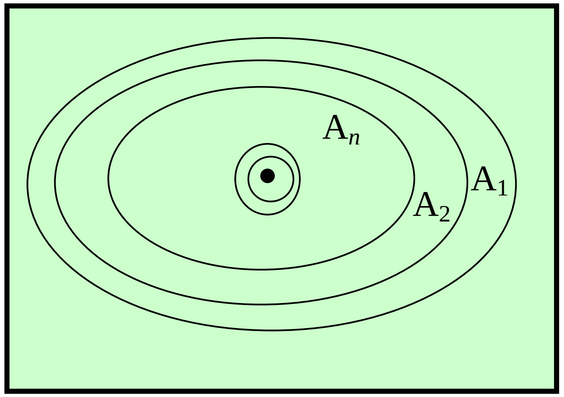
5. Если $A \subset B$, то $P(A) \leq P(B)$.

Доказательство. Так как $B = A \bigcup (B \setminus A)$, то получим $P(B) = P(A) + P(B \setminus A) \geq P(A)$.



6. Свойство непрерывности вероятности.

Если последовательность событий $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ такова, что $A_1 \supset A_2 \supset ... \supset A_n \supset ...$ и $\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k = \varnothing$, то $\lim_{n \to \infty} P(A_n) = 0$.



Условная вероятность

Определение. Условной вероятностью события A, вычисленной в предположении, что произошло событие B, называется величина

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Условная вероятность

Определение. Условной вероятностью события A, вычисленной в предположении, что произошло событие B, называется величина

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Обоснование формулы с помощью геометрической вероятности: $P(A \mid B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{\mu(AB)/\mu(\Omega)}{\mu(B)/\mu(\Omega)} = \dfrac{\mu(AB)}{\mu(B)}.$

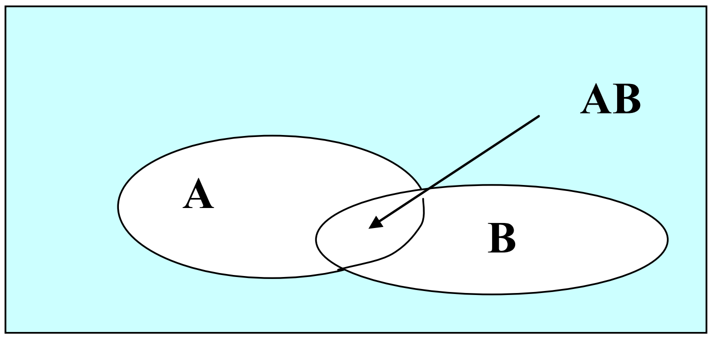
Условная вероятность

Определение. Условной вероятностью события A, вычисленной в предположении, что произошло событие B, называется величина

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Обоснование формулы с помощью геометрической вероятности: $P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{\mu(AB)/\mu(\Omega)}{\mu(B)/\mu(\Omega)} = \dfrac{\mu(AB)}{\mu(B)}.$

То есть получили отношение площадей; роль пространства Ω выполняет B.



Правило умножения вероятностей

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A) = P(B)P(A \mid B)$$

- следует из формулы условной вероятности.

Правило умножения вероятностей

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A) = P(B)P(A \mid B)$$

- следует из формулы условной вероятности.

Замечание. Условная вероятность $P(A \mid B)$ не имеет смысла, если $P(B) = 0$.

Правило умножения вероятностей

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

- следует из формулы условной вероятности.

Замечание. Условная вероятность $P(A|B)$ не имеет смысла, если $P(B)=0$.

Правило умножения можно обобщить на любое конечное число событий:

$$P(A_1A_2A_3\cdot\ldots\cdot A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdot\ldots\cdot$$

$$\cdot P(A_n|A_1A_2\ldots A_{n-1})$$

Независимость событий

Событие A называют **независимым** от события B, если появление события B не изменяет вероятности появления события A, т.е. если условная вероятность $P(A/B)$ равна вероятности $P(A)$:

$$P(A|B)=P(A).$$

Независимость событий

Событие A называют **независимым** от события B, если появление события B не изменяет вероятности появления события A, т.е. если условная вероятность $P(A/B)$ равна вероятности $P(A)$:

$$P(A|B)=P(A).$$

Для независимых событий правило умножения вероятностей имеет вид:

$$P(AB)=P(A)P(B).$$

Независимость событий

Событие A называют **независимым** от события B, если появление события B не изменяет вероятности появления события A, т.е. если условная вероятность $P(A/B)$ равна вероятности $P(A)$:

$$P(A|B) = P(A).$$

Для независимых событий правило умножения вероятностей имеет вид:

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

Свойства независимых событий.

1. Если событие A не зависит от события B, то и событие B не зависит от события A, т.е. $P(B|A) = P(B)$.

Независимость событий

Событие A называют **независимым** от события B, если появление события B не изменяет вероятности появления события A, т.е. если условная вероятность $P(A/B)$ равна вероятности $P(A)$:

$$P(A|B)=P(A).$$

Для независимых событий правило умножения вероятностей имеет вид:

$$P(AB)=P(A)P(B).$$

Свойства независимых событий.

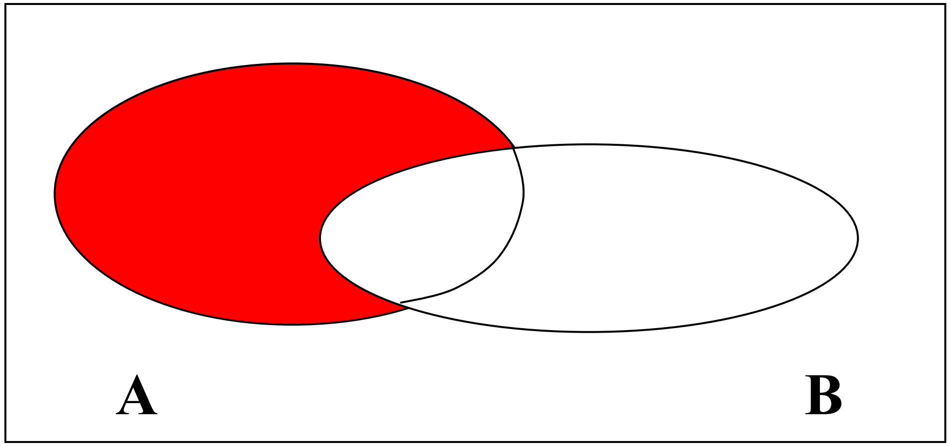
1. Если событие A не зависит от события B, то и событие B не зависит от события A, т.е. $P(B|A)=P(B)$.

Доказательство. $P(B|A)=\dfrac{P(BA)}{P(A)}=\dfrac{P(B)P(A)}{P(A)}=P(B)$.

2. Если события А и В независимы, то независимы также события A $и$ $\overline{B}$, $\overline{A}$ $и$ B, $\overline{A}$ $и$ $\overline{B}$.

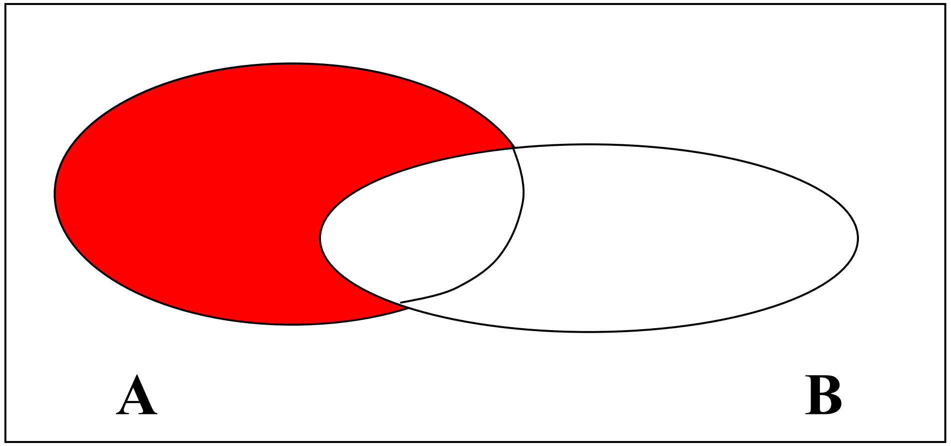
2. Если события А и В независимы, то независимы также события A и $\overline{B}$, $\overline{A}$ и B, $\overline{A}$ и $\overline{B}$.

Докажем независимость A и $\overline{B}$:



2. Если события A и B независимы, то независимы также события A $и$ $\overline{B}$, $\overline{A}$ $и$ B, $\overline{A}$ $и$ $\overline{B}$.

Докажем независимость A $и$ $\overline{B}$:



$$P(A\overline{B}) = P(A \setminus AB) \Rightarrow P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) =$$
$$P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B)) = P(A)P(\overline{B}).$$

Остальные случаи рассматриваются аналогично.

Несколько событий $A_1, A_2, ..., A_n$ **называются независимыми в совокупности**, если условная вероятность появления любого события из них, вычисленная в предположении, что наступили какие-либо другие события из числа остальных, равна его безусловной вероятности:

$$P(A_{i_1} \mid A_{i_2}, ..., A_{i_k}) = P(A_{i_1})$$

для любых индексов $i_1, ..., i_k$.

Несколько событий $A_1, A_2, ..., A_n$ **называются независимыми в совокупности**, если условная вероятность появления любого события из них, вычисленная в предположении, что наступили какие-либо другие события из числа остальных, равна его безусловной вероятности:

$$P(A_{i_1} \mid A_{i_2}, ..., A_{i_k}) = P(A_{i_1})$$

для любых индексов $i_1, ..., i_k$.

Для независимых в совокупности событий выполняется:

$$P\left(A_1 A_2 A_3 \cdot ... \cdot A_n\right) = P\left(A_1\right) P\left(A_2\right) P\left(A_3\right) \cdot ... \cdot P\left(A_n\right).$$

Пример. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Пример. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Решение. Вероятность, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие А) равна $P(A) = {}^{8}\!/_{10}$.

Пример. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Решение. Вероятность, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие А) равна $P(A) = {}^{8}\!/_{10}$.

Вероятность, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие В) равна $P(B) = {}^{7}\!/_{10}$.

Пример. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Решение. Вероятность, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие А) равна $P(A) = {}^{8}\!/_{10}$.

Вероятность, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие В) равна $P(B) = {}^{7}\!/_{10}$.

Вероятность, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С) равна $P(C) = {}^{9}\!/_{10}$.

Пример. Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Решение. Вероятность, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие А) равна $P(A) = {}^{8}\!/_{10}$.

Вероятность, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие В) равна $P(B) = {}^{7}\!/_{10}$.

Вероятность, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С) равна $P(C) = {}^{9}\!/_{10}$.

Так как события А, В и С независимы в совокупности, то искомая вероятность

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) = 0.8 \cdot 0.7 \cdot 0.9 = 0.504.$$

Полная группа событий

Определение. События $H_1, H_2, ..., H_n$ образуют полную группу событий, если выполнены следующие условия:

Полная группа событий

Определение. События $H_1, H_2, ..., H_n$ образуют полную группу событий, если выполнены следующие условия:

1) события $H_k,\ k = 1, 2, ..., n$ попарно несовместны, т.е для любых $i, j = 1, 2,\ \ldots, n$:

$$H_i H_j = \varnothing;$$

Полная группа событий

Определение. События $H_1, H_2, ..., H_n$ образуют полную группу событий, если выполнены следующие условия:

1) события H_k, $k = 1, 2, ..., n$ попарно несовместны, т.е для любых $i, j = 1, 2, \ \dots, n$:
$$H_i H_j = \varnothing;$$

2) $\sum\limits_{k=1}^{n} H_k = \Omega.$

Полная группа событий

Определение. События $H_1, H_2, ..., H_n$ образуют полную группу событий, если выполнены следующие условия:

1) события $H_k,\ k = 1, 2, ..., n$ попарно несовместны, т.е для любых $i, j = 1, 2,\ \ldots, n$:

$$H_i H_j = \varnothing;$$

2) $\sum_{k=1}^{n} H_k = \Omega.$

Очевидно, что

$$P(H_1 + H_2 + ... + H_n) = P(H_1) + P(H_2) + ... + P(H_n) = 1.$$

Формула полной вероятности

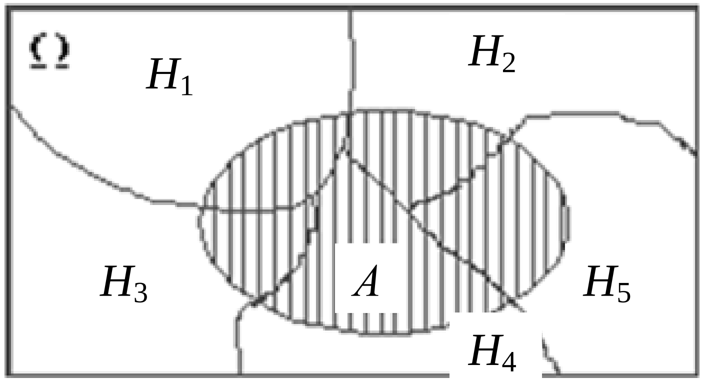
Пусть событие A может наступить при условии наступления событий $H_1, H_2, ..., H_n$, которые образуют полную группу. Пусть известны вероятности этих событий $P(H_k), \ k = 1, ..., n$ и условные вероятности $P(A/H_k), \ k = 1, ..., n.$

Формула полной вероятности

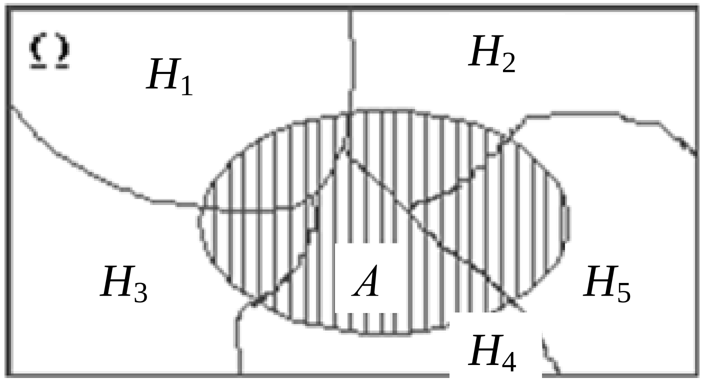
Пусть событие A может наступить при условии наступления событий $H_1, H_2, \dots, H_n$, которые образуют полную группу. Пусть известны вероятности этих событий $P(H_k),\ k=1,\dots,n$ и условные вероятности $P(A/H_k),\ k=1,\dots,n.$ Тогда справедлива **формула полной вероятности:**

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A|H_i).$$

Доказательство. Событие A может наступить, если наступит одно из несовместных событий $H_1, H_2, ..., H_n$. Другими словами, появление события А означает осуществление одного, безразлично какого, из несовместных событий $H_1 A,\ H_2 A, ..., H_n A$.



Доказательство. Событие A может наступить, если наступит одно из несовместных событий $H_1, H_2, ..., H_n$. Другими словами, появление события А означает осуществление одного, безразлично какого, из несовместных событий $H_1A,\ H_2A, ..., H_nA$.



Значит

$$P(A) = P(H_1A) + ... + P(H_nA) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P(A|H_i).$$

Пример. Имеется два совпадающих по количеству набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0.8, а второго – 0.9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная (событие А).

Пример. Имеется два совпадающих по количеству набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0.8, а второго – 0.9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная (событие А).

Решение. Деталь может быть извлечена либо из первого набора – событие H_1, либо из второго – событие H_2.

Пример. Имеется два совпадающих по количеству набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0.8, а второго – 0.9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная (событие А).

Решение. Деталь может быть извлечена либо из первого набора – событие H_1, либо из второго – событие H_2. Вероятности этих событий равны между собой и равны 0.5.

Пример. Имеется два совпадающих по количеству набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0.8, а второго – 0.9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная (событие А).

Решение. Деталь может быть извлечена либо из первого набора – событие H_1, либо из второго – событие H_2. Вероятности этих событий равны между собой и равны 0.5. Условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь, равна $P(A/H_1) = 0.8.$

Пример. Имеется два совпадающих по количеству набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0.8, а второго – 0.9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная (событие А).

Решение. Деталь может быть извлечена либо из первого набора – событие H_1, либо из второго – событие H_2. Вероятности этих событий равны между собой и равны 0.5. Условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь, равна $P\left(A/H_1\right)=0.8$. Условная вероятность того, что из второго набора будет извлечена стандартная деталь, равна $P\left(A/H_2\right)=0.9$.

Пример. Имеется два совпадающих по количеству набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0.8, а второго – 0.9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная (событие A).

Решение. Деталь может быть извлечена либо из первого набора – событие H_1, либо из второго – событие H_2. Вероятности этих событий равны между собой и равны 0.5. Условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь, равна $P(A/H_1)=0.8$. Условная вероятность того, что из второго набора будет извлечена стандартная деталь, равна $P(A/H_2)=0.9$. Искомая вероятность

$$P(A)=P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)=0.5\cdot 0.8+0.5\cdot 0.9$$

$$=0.85.$$