§ 16. Дискретные случайные величины (ДСВ)

- Определение. Случайная величина X называется дискретной случайной величиной, если все её значения можно пронумеровать, т.е. $X = \{x_i\}, \ (i=1, 2, 3\ldots)$
- Определение. Законом распределения дискретной случайной величины (распределением) называется соответствие между ее возможными значениями и их вероятностями, то есть совокупность $\{x_i, p_i\}, \ (i=1, 2, 3\ldots)$

Закон распределения ДСВ может быть задан:

а) в виде таблицы - ряда распределения ДСВ;

б) в виде формулы;

в) названием распределения.

а) закон распределения может быть задан в виде ряда распределения ДСВ

- Определение. Рядом распределения ДСВ называется таблица, первая строка которой содержит все возможные значения ДСВ, расположенные в порядке возрастания, а вторая строка соответствующие этим значениям вероятности.

Пример 1. Из урны, содержащей 4 белых и 6 черных шаров, извлекается 3 шара. Написать *закон распределения (ряд распределения) для числа белых шаров среди извлеченных.*

X= {число белых шаров среди извлеченных}

x_i	0	1	2	3
p_i	1/6	1/2	3/10	1/30

$\sum p_i=1$

$$F_X(x) = P(X<x) = \sum_{x_i<x} p_i = \sum_{x_i<x} p\,(X = x_i)$$

Алгоритм построения графика функции распределения ДСВ по ряду распределения.

1.Строим декартову систему координат;

2. На оси x отмечаем возможные значения случайной величины x_i;

3. Слева от минимального значения (x_1) $F_X(x)$=0, справа от максимального - $F_X(x)$=1;

4. В точках x_i, соответствующих возможным значениям случайной величины, $F_X(x)$ претерпевает скачок, величина которого равна вероятности этого значения p_i;

5. Для дискретной случайной величины график $F_X(x)$-«лесенка»;

6.Устраняем неоднозначность функции в точках разрыва (стрелки).

б) закон распределения может быть задан *в виде формулы*

Пример 2. Из урны, содержащей 4 белых и 6 черных шаров, извлекается 3 шара по схеме выборки с возвращением. Записать закон распределения для числа X белых шаров среди извлеченных.

X= {число белых шаров среди извлеченных}

X= m, где m =0, 1, 2, 3.

$P(X=m) = P_3(m) = C_3^m 0{,}4^m 0{,}6^{3-m}$

в) закон распределения может быть задан *с помощью названия*

- Биномиальное распределение
- Распределение Пуассона (закон редких явлений)
- Геометрическое распределение
- Гипергеометрическое распределение

Биномиальное распределение

- Определение. ДСВ X называется распределенной по биномиальному закону $B(n,p)$ (имеет биномиальное распределение с параметрами n, p), если ее возможные значения X=0, 1, 2… n, а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=\mathrm{m}) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$$

В примере 2 случайная величина X имеет биномиальное распределение с параметрами (3;0,4).

x_i	0	1	2	3
p_i	0,216	0,432	0,288	0,064

Распределение Пуассона (закон редких явлений)

- Определение. ДСВ X называется распределенной по закону Пуассона (имеет распределение Пуассона) с параметром λ>0, если ее возможные значения X=0,1,2…, а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=\mathrm{m}) = \frac{\lambda^m}{\mathrm{m}!} e^{-\lambda}$$

Пример 3. ДСВ X имеет распределение Пуассона с параметром λ =2. Построить ряд и функцию распределения вероятностей X.

x_i	0	1	…	m	…
p_i	0,135	0,271	…	$\frac{2^m e^{-2}}{m!}$	…

$F_X(x)$ - ?

Геометрическое распределение

- Определение. ДСВ X называется распределенной по геометрическому закону (имеет геометрическое распределение) с параметром p, если она принимает значения X=1,2,3…, а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=m) = p(1-p)^{m-1}$$

Пример 4. Производится стрельба по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Считая боезапас неограниченным, найти закон распределения числа израсходованных патронов.

x_i	1	2	…	m	…
p_i	0,8	0,16	…	$(0,2)^{m-1}0,8$	…

Гипергеометрическое распределение

- Определение. ДСВ *X* называется распределенной по гипергеометрическому закону (имеет гипергеометрическое распределение) с параметрами n_1, n_2, n, если она принимает значения $X = m_1, m_1+1, \ldots, m_2$, а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=m) = \frac{C_{n_1}^{m} C_{n_2}^{n-m}}{C_{n_1+n_2}^{n}}$$

$$m = m_1, m_1+1 \ldots m_2, \qquad m_1 = \max(0; n-n_2), \qquad m_2 = \min(n_1; n)$$

См. пример 1. Гипергеометрическое распределение с параметрами $n_1 = 4, n_2 = 6, n = 3$.