N1

1). Рефлексивно, симметрично, не транзитивно

$R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1), (2,3), (3,2)\}$

2). Антисимметрично, транзитивно, не рефлексивно

$R = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$

3). Симметрично, транзитивно, не рефлексивно

Такого множества нет, т.к. если множество симметрично и транзитивно, то оно рефлексивно

N2

$\forall p \in P$ и $\forall q \in Q$: $\overline{pPp}$ и $\overline{qQq}$, т.к. P и Q - иррефлексивны

1. $P \cup Q = \{\{x,y\} \mid \{x,y\} \in P$ или $\{x,y\} \in Q\} \Rightarrow$
$\Rightarrow \exists \{x,x\} \in P \cup Q \Rightarrow x = y$ что не правда $\Rightarrow$ иррефлексивно

2. $P \wedge Q = \{\{x,y\} \mid \{x,y\} \in P \wedge \{x,y\} \in Q\} \Rightarrow$
$\Rightarrow P \wedge Q$ рефлексивно $\Leftrightarrow$ когда P рефлексивно и Q рефлексивно $\Rightarrow$

$\Rightarrow P \wedge Q$ - иррефлексивно

3.

$P = \{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \ldots, (a_n, b_n)\}$,

$P^{-1} = \{(b_1, a_1), (b_2, a_2), \ldots, (b_n, a_n)\} \mid \forall a \forall b:$
$: a \neq b \Rightarrow \nexists \{x, x\} \in P^{-1} \Rightarrow$ иррефлексивно

$\boxed{N3}$

$A = (A, \leq)$ - множество с нестрогим порядком

S - множество из множеств

Тогда рассмотрим изоморфизм $A \to S$, такой, что элемент $a \in A$ находится в элементе $s \in S$, а остальные элементы меньше $a \Rightarrow$ мы нашли нужный изоморфизм

$\boxed{N5}$

$\{(a_1, b_1), (a_2, b_2), \ldots, (a_n, b_n)\}$

Тогда сравнение элементов происходит след порядком

(a_n, b_n) (a_m, b_m), если $a_n \geq a_m$, то (a_n, b_n), иначе если $b_n \geq b_m$, то

(a_n, b_n), иначе (a_m, b_m), равных эл-тов не существует.

№9

Пусть ~~[illegible]~~ бинарное отношение рефлексивно, транзитивно, симметрично и антисимметрично => элементы не связанны => в этом бинарном отношении сравнимы только одинаковые элементы =>

если у каждого элемента есть петля (рефлексивно) и элементы не связанны (симметричность, транзитивность), а одинаковые элементы сравнимы (антисимметрично) => R является и частичным порядком и отношением эквивалентности одновременно, если R - нестрогое бинарное отношение, в котором сравнимы только одинаковые элементы

№10

1). Докажем симметричность, рефлексивность и транзитивность:

Если σ - тождественна, то $f = g$ (рефлексивность

$f E g, g E h \Rightarrow$ доказав, что $\exists\, f E h$

мы докажем транзитивность

$f = \sigma(g)$, $g = th$, $f = \sigma(th \Rightarrow \sigma th$ - нужная подстановка $\Rightarrow$ транзитивно

т.к. σ^{-1} справедливо $\Rightarrow$ симметрично ЧТД

2). $\frac{2^N}{E}$ изоморфно $N \Rightarrow \frac{2^N}{E}$ счётно $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $\frac{2N}{E}$ делит последовательность на длины, сопоставляем длину числа, т.к. класс эквиваленции для всех перестановок - это все перестановки ее длины $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это $\sigma g \Rightarrow$ разбивается по длинам $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ счётно ЧТД

$\boxed{N8}$ $(a,b)\, S(c,d) \Leftrightarrow (ad = bc, b \neq 0, d \neq 0) \vee (a = c \wedge b = d = 0)$, все пары $\mathbb{N}$ чисел $\in S$, тогда остаётся доказать рефлексивность, транзитивность, симметричность.

$\forall x \forall y:\ xy = yx$, $x = x$, если $y = 0 \Rightarrow$

=> Рефлексивно

Если $(a,b)\, S\, (c,d) \Rightarrow (c,d)\, S\, (a,b)$,
т.к. $(cb = ad) = (ad \cdot bc)$ => симметрично

Элементы связанны если выполняется
алгебраическое равенство =>
=> если $ad = bc \wedge bc = mn$, то
$ad = mn \Rightarrow S$ - отношение
эквиваленции

ч.т.д.