$\boxed{№11}$

Т.к. $\xi \sim E(\lambda)$, то $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \end{cases}$

Найдём параметр λ:

$P(T > 3) = e^{-6}$

$P(T > 3) = 1 - P(T < 3) = 1 - F(3) = 1 - (1 - e^{-3\lambda}) = e^{-3\lambda}$

$e^{-3\lambda} = e^{-6} \Rightarrow \lambda = 2$

Для того, чтобы 100 лампочек хватило на 60 месяцев, каждая лампочка должна гореть $\frac{60}{100} = 0{,}6$ месяцев или больше

$P(\xi > 0{,}6) = 1 - P(\xi < 0{,}6) = 1 - F(0{,}6) = 1 - 1 + e^{-1{,}2} = e^{-1{,}2}$

Ответ: $e^{-1{,}2}$

$\boxed{№2}$

$x_1 \dots x_n$

$$P(\xi = i) = \frac{\beta^i}{(1+\beta)^{i+1}}, \ \beta > 0$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \ldots \cdot f(x_n) =$$

$$= \frac{\beta^{x_1}}{(1+\beta)^{x_1+1}} \cdot \ldots \cdot \frac{\beta^{x_n}}{(1+\beta)^{x_n+1}}$$

$$l(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \left(x \ln\beta - (x_i+1)\ln(1+\beta) \right) = \ln(1+\beta) +$$

$$\Rightarrow l(\beta) = -n\ln(1+\beta) + (\ln(\beta) - \ln(1+\beta)) \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$0 = -\frac{n}{1+\hat{\beta}} + \left(\frac{1}{\hat{\beta}} - \frac{1}{1+\hat{\beta}} \right) \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = -\hat{\beta} n + (1+\hat{\beta}) \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i - \hat{\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \overline{x}$$

Ответ: $\overline{x}$

$\boxed{№4}$

$\overline{X}_A = 20{,}1$ $n_A = 10$ $A \sim N(m_A, 1{,}75)$

$\overline{X}_Б = 19{,}8$ $n_Б = 20$ $B \sim N(m_Б, 1{,}38)$

$D_A = 1{,}75$

$\alpha = 0{,}1$ $D_Б = 1{,}38$

Алгоритм:

1). Формируем основную и альтернативную гипотезы
2). Выбираем уровень значимости
3). Выбираем статистику
4). Определяем распределение статистики, если основная гипотеза верна
5). Строим доверительную и критическую области
6). Вычисляем реализацию статистики от нашей выборки
7). Смотрим куда попали результаты и делаем выводы

Основная гипотеза $H_0: MX_A = MX_Б$

Альтернативная гипотеза $H_1: MX_A \neq MX_Б$

$$t = \frac{\overline{X}_A - \overline{X}_Б}{\sqrt{n_A D_A + n_Б D_Б}} \sqrt{\frac{n_A n_Б k}{n_A + n_Б}}, \quad k = n_A + n_Б - 2 = 28$$

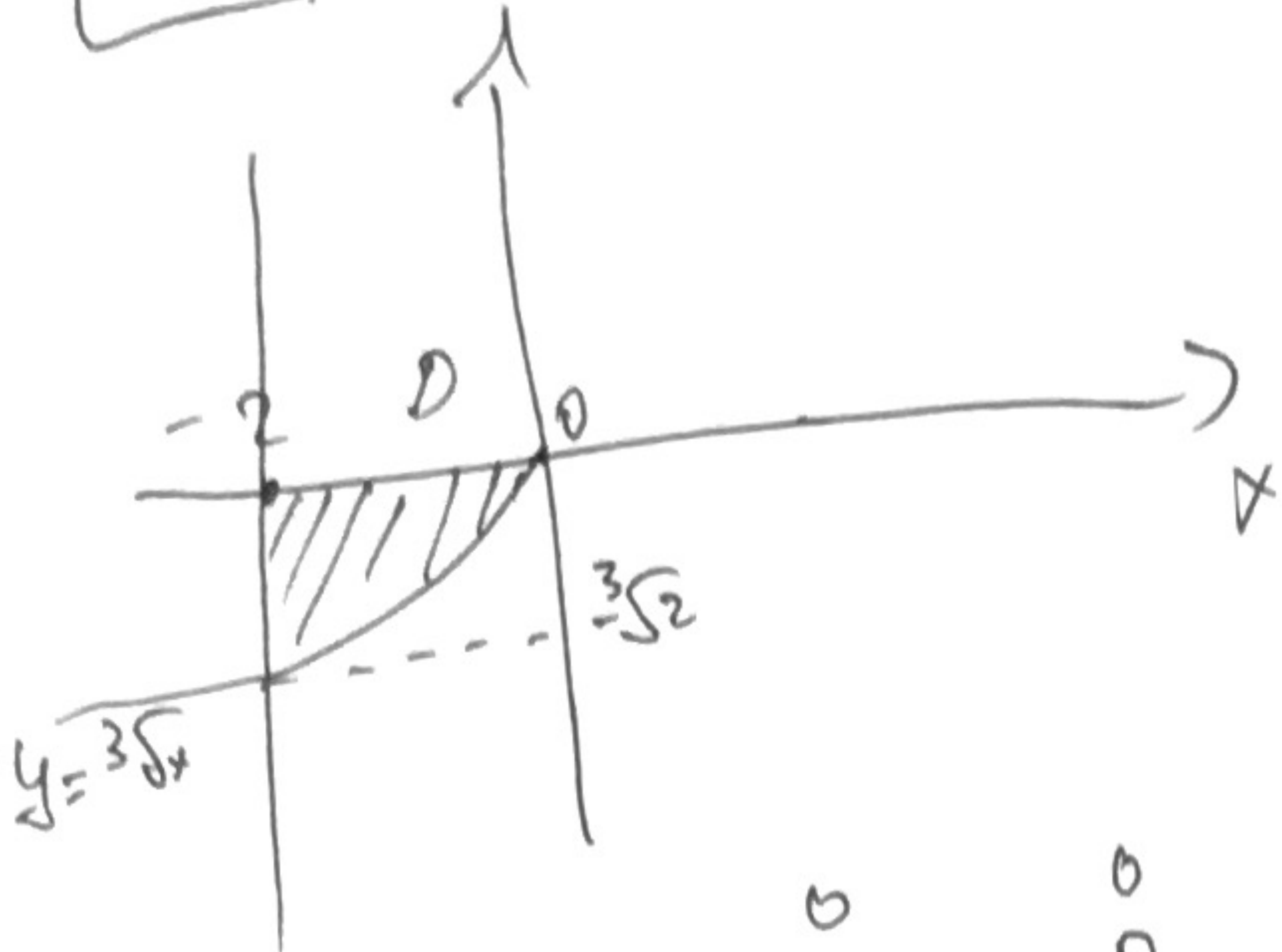
$$t = \frac{20{,}1 - 19{,}8}{\sqrt{17{,}5 + 27{,}6}} \sqrt{\frac{10 \cdot 20 \cdot 28}{30}} \approx 0{,}61$$

$t_{кр} = t(\alpha, k) = t(0{,}1; 28) = 1{,}701 \Rightarrow 0{,}61 < 1{,}701 \Rightarrow$

$\Rightarrow t < t_{кр}$, значит $H_0: MX_A = MX_Б$ подтверждена

Ответ: $MX_A = MX_Б$

$\boxed{№ 5}$



$$S_D=\int_{-2}^{0}dx\int_{\sqrt[3]{x}}^{0}dy==\int_{-2}^{0}(0-\sqrt[3]{x})\,dx=-\frac{3}{4}\left(\sqrt[3]{x^4}\right)\Big|_{-2}^{0}=$$

$$=-\frac{3}{4}\left(0-\sqrt[3]{16}\right)=\frac{3}{4}\cdot 2\cdot\sqrt[3]{2}=\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$$

$$p(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{S_D}, & (x,y)\in D\\ 0, & \text{иначе}\end{cases}$$

$$r=\frac{MXY-MX\cdot MY}{\sqrt{DX\cdot DY}}$$

$$\frac{1}{S_D}\approx 0{,}53$$

$$f(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)\,dy=0{,}53\int_{\sqrt[3]{x}}^{0}dy=0{,}53(0-\sqrt[3]{x})=-0{,}53\cdot\sqrt[3]{x}$$

$$MX=\int_{-\infty}^{+\infty}x\cdot f(x)\,dx=-0{,}53\cdot\int_{-2}^{0}x^{\frac{4}{3}}\,dx=-0{,}53\cdot\frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7}\Big|_{-2}^{0}=$$

$$=0{,}2267\cdot 2^{\frac{7}{3}}\approx -1{,}143$$

$$f(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,y)\,dx=0{,}53\int_{-2}^{y^3}dx=0{,}53(y^3+2)$$

$$MY=\int_{-\infty}^{+\infty}y\,f(y)\,dy=0{,}53\int_{-\sqrt[3]{2}}^{0}(y^4+2y)\,dy=0{,}53\left(\frac{y^5}{5}+y^2\right)\Big|_{-\sqrt[3]{2}}^{0}\approx$$

$$\approx -0{,}505$$

Ответ: $-0{,}505$