N11

Вероятность, что отдадут голос за $A = 0,7$
за $B = 0,3$

Всего голосов $= 5000$

Найти вероятность, что A опередит B не менее чем на 1900 голосов.

Тогда посчитаем сколько нужно набрать голосов A для отрыва ровно в 1900 голосов

$$2500 + \frac{1900}{2} = 3450$$

проверим так ли это

$5000 - 3450 = 1550$ - отдали за B,

тогда разница $3450 - 1550 = 1900$, да все верно

теперь воспользуемся интегральной теоремой Лапласа

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_1) - \Phi(x_2), \text{ где } x_i = \frac{k_i - np}{\sqrt{npq}}, \Rightarrow$$

$n = 5000 \quad p = 0,7, \quad q = 0,3$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{3450 - 5000 \cdot 0,7}{\sqrt{5000 \cdot 0,7 \cdot 0,3}} = -1,54$$

$$x_2 = \frac{5000 - 5000 \cdot 0,7}{\sqrt{5000 \cdot 0,7 \cdot 0,3}} = 46,29, \text{ а т.к.}$$

Функция Лапласа нечётная (т.е. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$)

получаем, что:

$$P_{5000}(3450 < x < 500\!0) = \Phi(46,29) - \Phi(1,54) \approx 0,499 +$$

$$+ 0,439 \approx 0,939$$

Ответ: 0,939

$\boxed{№2}$ $\qquad\qquad \hat{\Theta}$ - ?

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\Theta^3}{2}x^2e^{-\Theta x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

$$\ln(\theta)=\int_0^{+\infty}\ln\left(\frac{\theta^3}{2}x^2\right)\cdot e^{-\theta x}\,dx=\int_0^{+\infty}e^{-x}\left(\ln\frac{\theta^3}{2}+\ln x^2\right)dx=$$

$$=e^{-\Theta}\cdot\ln\frac{\theta^3}{2}\int_0^{+\infty}e^{-x}\,dx+e^{\Theta}\int_0^{+\infty}e^{-x}\ln x^2\,dx$$

$$\frac{\ln(\Theta)}{e^{-\Theta}}\ \ln\frac{\Theta^3}{2}\int_0^{+\infty}e^{-x}\,dx+\int e^{-x}\ln dx=0$$

$$=0$$

$$\frac{\frac{1}{\hat{\Theta}\cdot e^{-\hat{\Theta}}}}{\ln(\theta)}=\frac{\ln\hat{\Theta}}{e^{\Theta}}-\frac{3}{2}\cdot\hat{\Theta}\ \frac{1}{\frac{\hat{\Theta}^3}{2}}$$

$$\cdot e^{\Theta}-\ln\frac{\Theta^3}{2}\int_0^{+\infty}e^{-x}\,dx-\int e^{-x}\ln x^2\,dx=0$$

$$\frac{1}{\hat{\Theta}}\cdot e^{\hat{\Theta}}+\ln\Theta\cdot e^{\Theta}-\frac{3}{2}\Theta^2\cdot\frac{1}{\frac{\Theta^3}{2}}\cdot(1)=0$$

$$\frac{e^{\hat{\Theta}}}{\hat{\Theta}}+(\ln\hat{\Theta})e^{\hat{\Theta}}-\frac{3}{\hat{\Theta}}=0$$

$$\frac{e^{\hat{\Theta}}+\ln\hat{\Theta}\cdot e^{\hat{\Theta}}\cdot\hat{\Theta}-3}{\hat{\Theta}}=0,\quad \hat{\Theta}\neq 0\Rightarrow\hat{\Theta}\approx 1{,}049$$

Ответ: 1,049

$\boxed{N3}$

$\xi = (\xi_1, \xi_2)$ $\quad E\xi = (5, -4)$

$Cov = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

$P(\eta > 12)$ – ?

$corr(\eta, \xi_2)$ – ?

$\eta = 2\xi_1 - \xi_2$

$E(y) = E(2\xi_1 - \xi_2) = 2E(\xi_1) - E(\xi_2) = 10 + 4 = 14$

$P(n >= 12) = 0,8$

$\boxed{N4}$

$\xi = (\xi_1, \xi_2)$

$\xi_1 \backslash \xi_2$	-2	2
-1	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$
1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

$$M(\xi_1) = M(\xi_1), M(\xi_2))^T$$

$$M(\xi_1) = -1\left(\frac{2}{15} + \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = -\frac{1}{3} + \frac{3}{10} = -\frac{1}{30}$$

$$M(\xi_2) = -2\left(\frac{2}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10}\right) = -2\cdot\frac{2}{5} +$$

$$+ 2\frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$M(\xi) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{30} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{corr}(\xi_1, \xi_2) = \frac{E((\xi_1 - E(\xi_1))(\xi - E(\xi)))}{\sqrt{D(\xi_1)} \cdot \sqrt{D(\xi_2)}} =$$

$$= \frac{E(\xi_1, \xi_2) - E(\xi_1)E(\xi_2)}{\sqrt{D(\xi_1)} \cdot \sqrt{D(\xi_2)}} = \frac{-\frac{1}{3} + \frac{1}{30}\cdot\frac{2}{5}}{2\cdot\sqrt{\frac{19}{30}}} = -\frac{12}{15\sqrt{\frac{19}{30}}}$$

$$E(\xi_1\xi_2) = 2\cdot\frac{2}{15} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} + \frac{2}{10} = \frac{4}{15} - \frac{3}{5} = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$$

$$D(\xi_1) = 1\cdot\frac{2}{15} + 1\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{19}{30}$$

$$D(\xi_2) = 4\left(\frac{2}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{5}\right) + 4\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10}\right) = 4\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{10}\right) =$$

$= 4 \Rightarrow \xi_1$ и ξ_2 линейно зависимы

$$\operatorname{Cov}(\xi) \begin{pmatrix} \frac{4}{15} - \frac{2}{15}\cdot\frac{4}{15} & -\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\cdot\frac{2}{5} \\ 0 & 0 \\ -\frac{2}{5} + \frac{2}{25} & \frac{2}{10} - \frac{2}{100} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{15}\left(1 - \frac{2}{15}\right) & \frac{2}{5}\left(\frac{1}{5} - 1\right) \\ 0 & 0 \\ -\frac{8}{25} & \frac{18}{100} \end{pmatrix}$$

Ответ: $M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{30} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$ $\operatorname{Cov} = \begin{pmatrix} \frac{4}{15}\left(1 - \frac{2}{15}\right) & \frac{2}{5}\left(\frac{1}{15} - 1\right) \\ 0 & 0 \\ -\frac{8}{25} & \frac{18}{100} \end{pmatrix}$ ξ_1 и ξ_2 линейно зависимы, некоррелир.