

Задача 5

Текст задания:

ЗАДАЧА 5. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием (μ_1, μ_2) и ковариационной матрицей:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{\xi}^2 & \text{cov}(\xi; \eta) \\ \text{cov}(\eta; \xi) & \sigma_{\eta}^2 \end{pmatrix}.$$

Найти: $P\{\eta + 1 > \xi\}$, $(\mu_1, \mu_2) = (5; 0)$, $\Sigma = \begin{pmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$

Решение:

$$\xi \sim \text{Norm}(5, 4^2)$$

$$\eta \sim \text{Norm}(0; 4^2) \Rightarrow -\eta \sim \text{Norm}(0; 4^2)$$

$$\xi - \eta \sim \text{Norm}(M_1 + M_2; \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\text{cov}(\xi, \eta)) =$$

$$\text{Norm}(5 + 0; 4^2 + 4^2 + 2 * (-2)) = \text{Norm}(5; (2\sqrt{7})^2)$$

$$\begin{aligned} P(\eta + 1 > \xi) &= P(\xi - \eta > 1) = F_{\xi - \eta}(1) = \Phi\left(\frac{1 - 5}{2\sqrt{7}}\right) - \Phi(-\infty) = \Phi(-0,76) - \Phi(-\infty) \\ &= -0,2763 + 0,5 = 0,2237 \end{aligned}$$

Ответ: 0,2237