№3

$$f(x) = \begin{cases} C/x, & x \in (1,3) \\ 0, & x \notin (1,3) \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C}{x}\,dx = 1 \Rightarrow \int_1^3 c x^{-1}\,dx = c\ln|x|\Big|_1^3 \Rightarrow$$

$$c\ln 3 = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\ln 3}$$

$$\Rightarrow E\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x)\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\,c\,dx}{x} = cx\Big|_1^3 = \frac{3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3}$$

$$= \int_1^3 \left(\frac{4}{\ln 3} - \frac{4}{(\ln 3)^2}x + \frac{c}{x}\right) = 4C - 0 - \frac{4C}{\ln 3} + 0 = \frac{4C(\ln 3 - 1)}{\ln 3} = \frac{4(\ln 3 - 1)}{(\ln 3)^2}$$

$$D\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - Ex)^2 f_x(x)\,dx$$

$$P(\xi > 2) = \int_2^3 \frac{c}{x}\,dx = c\ln(x)\Big|_2^3 = 1 - \frac{\ln 2}{\ln 3}$$

Ответ: $C = \frac{1}{\ln 3}$, $E\xi = \frac{2}{\ln 3}$, $P(\xi > 2) = 1 - \frac{\ln 2}{\ln 3}$, $D\xi = \frac{4(\ln 3 - 1)}{(\ln 3)^2}$

№4

Всего вариантов переложить 2 шара из второй урны в первую – 4 (Ч – черный шар, Б - белый шар)

Это следующие варианты -

B_1 - достали белый шар, затем достали черный

B_2 - достали чёрный шар, затем достали белый

B_3 - достали чёрный шар, затем достали черный

B_4 - достали белый шар, затем достали белый

Найдём вероятности всех событий (B_i - событие, где $i = \overline{1,4}$)

$P(B_1) = \frac{7}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{56}{210}$

$P(B_2) = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} = \frac{56}{210}$

$P(B_3) = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} = \frac{56}{210}$

$P(B_4) = \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{42}{210}$

тогда проверим, что $P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) + P(B_4) = 1$ (образуют полную группу)

$\frac{56+56+56+42}{210} = \frac{210}{210} = 1$

Нам необходимо определить какова вероятность, что два шара переложенные из 2 урны в 1 уно – разных цветов => нам подходят события $P(B_1)$ или $P(B_2)$

Найдём $P(B_1 + B_2) = B_1 + B_2 = \frac{112}{210} = \frac{56}{105} \approx 0{,}533$

Это и есть искомая вероятность

Ответ: 0,533

№51

Найдём число исходов в которых орёл выпадет 6 раз

$$C_{12}^{6} = \frac{\cancel{12!}^{(7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12)}}{\cancel{6!}\cdot 6!} = \frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6} = 3\cdot 2\cdot 2\cdot 11\cdot 7 = 924$$

Воспользуемся формулой Бернулли: $P_n^m = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$,

где $m=6$, $n=12$, $C_n^m = 924$, $p=\frac{1}{2}$ (вероятность орла), $q = 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ (вероятность решки)

$$P_{12}^{6} = 924\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{924}{2048} \approx 0,451$$

Ответ: 0,451