A KÍSÉRLETI MODÁLIS ELEMZÉS MÓDUSINDIKÁCIÓS ÉS PARAMÉTERBECSLÉSI ELJÁRÁSAI

Conference Paper · August 2011

Ferenc Pápai
Budapest University of Technology and Economics

XI. MAGYAR MECHANIKAI KONFERENCIA
MaMeK, 2011
Miskolc, 2011. augusztus 29-31.

A KÍSÉRLETI MODÁLIS ELEMZÉS MÓDUSINDIKÁCIÓS ÉS PARAMÉTERBECSLÉSI ELJÁRÁSAI

Dr. Pápai Ferenc, PhD

BME Közlekedésmérnöki Kar; Építőgépek, Anyagmozgatógépek és Üzemi Logisztika Tanszék
1111. Budapest, Bertalan L. u. 7-9.
papai_f@freemail.hu

Absztrakt: *A kísérleti modális elemzés (EMA) modellképzési fázisának egyik fontos feladata a szerkezeten a vizsgált frekvenciatartományban érvényesülő módusok számának meghatározása, majd a kísérleti mérések adatai alapján a sajátértékek becslése. Az előadás bevezeti az ún. „Relatív Nyquist Kerületi Sebesség Diagramot", melynek segítségével a lokálisan elvégzett mérések alapján olyan multireferenciás, globális összegző függvény képezhető, melynek maximumhelyei megbízhatóan kijelölik a vizsgált tartományba eső összes módust interferáló módusok esetén is, alkalmas a csillapítás közvetlen becslésére, továbbá komplex görbeillesztéssel alkalmas a sajátértékek iteratív meghatározására.*
Kulcsszavak*: Kísérleti modális elemzés, kísérleti modális elemzés, FRF, csillapítás, multireferenciás, módusindikáció*

1. BEVEZETÉS

A kísérleti modális elemzés gyakorlatában a vizsgált rendszerre vonatkozóan a nemzetközi szakirodalomban három alapvető feltételezés szokásos: a rendszer *lineáris*, *időinvariáns* és *megfigyelhető*. Számos egyéb feltételezés is tehető, ilyen például a szimmetricitás és az egyszeres multiplicitású sajátértékek jelenléte. Ezeket a feltételeket teljesítő lengőrendszerek mozgásegyenlete:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{K}\mathbf{x}=\mathbf{f} \tag{1}$$

ahol, ha n a rendszer szabadságfokainak a száma, $\mathbf{x}$ a lengőrendszer modelljének általánosított elmozdulás koordinátáiból alkotott n elemű oszlopvektor, mint az idő függvénye $\mathbf{x}=\mathbf{x}(t)$; $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}\in\mathbf{R}^{n\times n}$ rendre a tömeg-, csillapítási- és merevségi mátrix; $\mathbf{f}=\mathbf{f}(t)$ a rendszer mozgása által nem befolyásolt gerjesztő hatások n elemű oszlopvektora az idő függvényében.

$$\mathbf{Z}(\lambda)=\lambda^2\mathbf{M}+\lambda\mathbf{C}+\mathbf{K} \tag{2}$$

a **rendszermátrix**. A $\det\mathbf{Z}(\lambda)=0$ karakterisztikus egyenlet λ_i, $(i=1,2,\ldots,2n)$ gyökei a **sajátértékek**. A $\mathbf{Z}(\lambda_i)\mathbf{x}_i=\mathbf{0}$ és $\mathbf{y}_i^T\mathbf{Z}(\lambda_i)=\mathbf{0}^T$ homogén egyenletrendszerek megoldásai az $\mathbf{x}_i$ jobboldali és $\mathbf{y}_i^T$ baloldali sajátvektorok. A $\mathbf{Z}(\lambda)$ rendszer-mátrix inverze az **átviteli mátrix**, mely a $\lambda\neq\lambda_i$ helyeken az alábbi alakban írható [10]:

$$\mathbf{H}(\lambda)=\mathbf{Z}^{-1}(\lambda)=\mathbf{X}(\lambda\mathbf{E}-\mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{\Theta}^{-1}\mathbf{Y}^T=\sum_{i=1}^{2n}\frac{\vartheta_i^{-1}\mathbf{x}_i\mathbf{y}_i^T}{\lambda-\lambda_i}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\vartheta_i^{-1}\mathbf{x}_i\mathbf{y}_i^T}{\lambda-\lambda_i}+\frac{\left(\vartheta_i^*\right)^{-1}\mathbf{x}_i^*\mathbf{y}_i^H}{\lambda-\tilde{\lambda}_i}\right\}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\mathbf{P}_i}{\lambda-\lambda_i}+\frac{\mathbf{P}_i^*}{\lambda-\lambda_i^*}\right\} \tag{3}$$

ahol $\mathbf{\Lambda}=\langle\lambda_i\rangle$ a spektrálmátrix, $\mathbf{X}=[\mathbf{x}_i]$a jobboldali modálmátrix, $\mathbf{Y}^T=[\mathbf{y}_i]^T$ baloldali modálmátrix, $\mathbf{\Theta}=\langle\vartheta_i\rangle$ a sajátvektorok normáló tényezője, $\mathbf{P}_i=\vartheta_i^{-1}\mathbf{x}_i\mathbf{y}_i^T\in\mathbf{C}^{n\times n}$ az i-edik módushoz tartozó ún. *reziduum mátrix*. A spektrálmátrix diagonális, elemei a sajátértékek melyek a rendszer globális paraméterei, míg a reziduummátrixok elemei a rendszer lokális paraméterei. A λ_i komplex sajátértékeket valós és képzetes részre bontva: $\lambda_i=\delta_i+j\nu_i$. A λ_i sajátérték δ_i valós része a csillapítás, ν_i képzetes része, pedig a csillapított sajátkörfrekvencia.

(3)-ban $\lambda=j\omega$ helyettesítéssel a **frekvencia-függvény mátrixot** (továbbiakban *FRF* mátrix = **F**requency **R**esponse **F**unction) kapjuk. Az l-edik elmozdulás-koordináta mentén ható gerjesztés és a k-adik elmozdulás-koordináta válaszára vonatkozó *FRF* függvényt az EMA gyakorlatában a

$$H_{kl}(j\omega)=\frac{x_k(j\omega)}{f_l(j\omega)}=\frac{-1}{m_{kl}\omega^2}+\sum_{i=1}^{N_m}\left[\frac{P_{i\,kl}}{j\omega-\lambda_i}+\frac{P_{i\,kl}^*}{j\omega-\lambda_i^*}\right]+R_{kl}, \tag{4}$$

alakúra választják, ahol N_m a vizsgált körfrekvencia intervallumban detektált sajátfrekvenciák száma, m_{kl} effektív tömeg, R_{kl} maradó hajlékonyság. Az m_{kl}, R_{kl} tagokkal a vizsgált frekvenciatartományon kívül eső (ún. *outband*) módusoknak a vizsgált tartományban érvényesülő hatását veszik figyelembe.

A méréssel meghatározott *FRF* függvényeket a rezonanciahelyek detektálására, más néven módusindikációra, a modális paraméterek becslésére és a becsült paraméterek pontos értékének meghatározására használják.

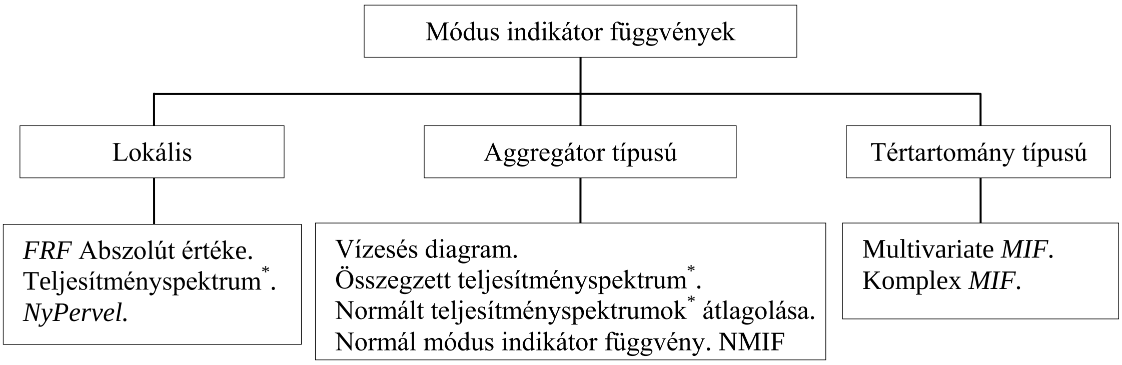
2. MODÁLIS PARAMÉTEREK BECSLÉSI MÓDSZEREI

A modális paraméterek ($\mathbf{\Lambda}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}$ ill. $\mathbf{P}_i$ elemeinek) becslésére az utóbbi 40 évben számos módszer került kifejlesztésre, a sokféleség okai a kísérleti mérési technikák különbözősége, a jelfelvétel lehetőségei, az *FRF* mátrix és az impulzus válasz mátrixának különböző analitikus alakjai. A paraméterbecslési módszerek osztályozását több szerző [1], … , [7], több szempont szerint is elvégezte, ezek a szempontok a következők:

SDOF / MDOF: Egy-szabadságfokú, vagy több-szabadságfokú paraméterbecslés. Elkülönült módusoknál az egyszabadságfokú rendszereknél alkalmazott paraméterbecslési módszerek alkalmazhatók, interferáló módusoknál az átlapolt módusok becslését szimultán kell elvégezni [8], [9].
Lokális / globális becslés (SO/MO): Lokális módszerek egy kiválasztott k,l lokációban a mért $\hat{H}_{kl}(j\omega)$, vagy a $\hat{h}_{kl}(t)$ impulzusválasz alapján végzik a becslést, a globális módszerek egyidejűleg több függvényen.
SI/MI Egypontos / Multireferenciás becslés: Egypontos input módszerek a paraméterbecslésbe a $\mathbf{H}(j\omega)$ *FRF* mátrixnak csak egy oszlopát veszik figyelembe, ilyenkor a lokációk indexpárjában l rögzített, a k pedig futóindex. Multireferenciás módszereknél a gerjesztési lokáció l indexe is változik.
Modális-model / Direkt-modell: Modális modell képző módszerek az $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ modálmátrixok és a $\mathbf{\Lambda}$ spektrálmátrix, míg a direkt modellt meghatározó módszerek közvetlenül az $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ becslését végzik.
Idő- / Frekvenciatartomány: Időtartománybeli módszerek a gerjesztési és válaszjelek időtartománybeli lefutását elemzik, a frekvenciatartománybeli módszerek a gerjesztési és válaszjelek spektrumát.
Sajátértékek / Módusok: A módszer a $\mathbf{\Lambda}$ sajátérték paramétereket, vagy pedig az $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$ lengéskép adatokat is meghatározza.
Valós / Komplex módusok: Klasszikus normál módusok esetén sajátvektorok valósak. Amennyiben a csillapítási mátrix nem elégíti ki a $\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$ feltételt, a sajátvektorok elemei komplexek.
Az előadáson összefoglaló táblázatban tekintjük át az ismert módszereket.

3. MÓDUSINDIKÁTOR FÜGGVÉNYEK OSZTÁLYOZÁSA

A kísérleti modális elemzés gyakorlatának fontos lépése a szerkezet - vizsgált frekvencia tartományban érvényesülő - módusai számának meghatározása, továbbá egy durva kezdeti becslés a sajátfrekvencia értékekre. Valamely módus detektálhatósága az *FRF* függvényben lokációtól függő. Ez olyan módus-indikátor függvény alkalmazását teszi szükségessé, amelyben az összes módus detektálható, felismerhető. A módusindikátor függvények, számítási módszerük alapján az **1. ábrán** láthatóan három osztályba sorolhatók [10].



1. ábra. Módusindikátor függvények osztályozása
* A teljesítményspektrum matematikailag pontos elnevezése: spektrális sűrűség fv.

Lokális módusindikátor függvények csoportjába azok a hagyományos függvények tartoznak, melyek segítségével a módusdetektálást egyetlen lokáció mért $\hat{H}_{kl}(j\omega)$ *FRF* függvényének diagramjai alapján végzik.
Aggregátor típusú módusindikátor függvények, melyek a mért lokális *FRF* függvények alapján valamilyen származtatott mennyiséget képeznek, majd ezek átlagát képezik, melynek eredménye egyetlen spektrum. Az 'összegzőképletek nem tartalmaznak lokációra vonatkozó információkat, globális rendszerjellemzőknek tekinthetők. Az aggregátor típusú módusindikátor függvények a globális becslések csoportjába tartoznak.
Tértartomány típusú módusindikátor függvények a mért *FRF* függvények lokációra vonatkozó információkat megtartják, az általánosított koordináták terében keresnek sajátfrekvenciára vonatkozó szélsőértéket, [1], [4].

Viszonylag kevéssé ismert a **Nyquist kerületi sebesség** (**Ny**quist **per**ipheral **vel**ocity) diagram, melynek alkalmazását ***Béliveau*** [9] vezette be a rezonanciák detektálására. Ezt egy kiválasztott lokációban a

$$NYPERVEL_{kl}(j\omega) := \frac{dH_{kl}(j\omega)}{d\omega} = \frac{d}{d\omega}\sum_{i=1}^{2n}\frac{P_{ikl}}{j\omega - \lambda_i} = \sum_{i=1}^{2n}\frac{-jP_{ikl}}{\left(j\omega - \lambda_i\right)^2} \tag{5}$$

kifejezéssel definiálta. *Béliveau* eredetileg abszolútérték képzéssel alkalmazta, abban a formában a diagram a lokális módszerek közé sorolandó. A **6. fejezetben** megvizsgáljuk, hogy milyen módosításokkal alkalmazható a

$NYPERVEL(j\omega)$ diagram aggregátor típusú módusindikátor függvényként.

4. PARAMÉTERBECSLÉS

A sajátérték és a reziduum paraméterek becslésének klasszikus módszerei mellett *Richardson* [11] differenciaformulákat publikált. Ezt továbbfejlesztve λ_i becslésére a

$$\lambda_i := \frac{-j}{2N_q+1}\sum_{q=-N_q}^{N_q}\frac{\omega_{i_D+q}\cdot\hat{H}(j\omega_{i_D+q})-(\omega_{i_D+q-1})\cdot\hat{H}(j\omega_{i_D+q-1})}{\hat{H}(j\omega_{i_D+q})-\hat{H}(j\omega_{i_D+q-1})}, \tag{6}$$

összefüggés alkalmazását javasoljuk, ahol ω_{i_D} detektált csillapított sajátkörfrekvencia, $\omega_{i_D}=i_D\cdot\Delta\omega$, $\Delta\omega$ körfrekvencia felbontás, $\hat{H}(j\omega_{i_D+q})$ az *FRF* mért értéke az $\omega_{i_D+q}=(i_D+q)\cdot\Delta\omega$ körfrekvencián, $2N_q+1$ a becslésnél figyelembevett pontok száma. A reziduumok kezdeti becslésére az alábbi összefüggés alkalmazható:

$$P_i := \frac{-j\cdot\Delta\omega}{2N_q+1}\sum_{q=-N_q}^{N_q}\frac{\hat{H}(j\omega_{i_D+q})\cdot\hat{H}(j\omega_{i_D+q-1})}{\hat{H}(j\omega_{i_D+q})-\hat{H}(j\omega_{i_D+q-1})}. \tag{7}$$

5. GÖRBEILLESZTÉS

A mért *FRF* függvényekre az *FRF* karakterisztikáját leíró (4) alakú analitikus függvényt illesztenek. A mért $\hat{H}_{kl}(j\omega_r)$ és az illesztett $H_{kl}(j\omega)$ *FRF* függvény négyzetes eltérését minimalizáló funkcionál általános alakja

$$\varepsilon_{kl}(\mathbf{p})=\sum_{r=1}^{\hat{N}}\left[\hat{H}_{kl}(j\omega_r)-H_{kl}(j\omega_r,\mathbf{p})\right]\cdot\left[\hat{H}^*_{kl}(j\omega_r)-H^*_{kl}(j\omega_r,\mathbf{p})\right], \tag{8}$$

Az $\varepsilon_{kl}(\mathbf{p})$ minimálása a $\mathbf{p}$ vektor elemeire nézve nemlineáris egyenletrendszerre vezet. Az egyenletrendszer lineárissá redukálódik, ha a rendszerre nézve globális λ_i sajátértékeket konstans értéken tartjuk, és a $\mathbf{p}$ vektorba csak a lokációtól függő $P_{i,kl}$, R_{kl} paramétereket, valamint az m_{kl} effektív tömeg reciprokát az $m'_{kl}=1/m_{kl}$ paramétereket vonjuk be. Ezt a görbeillesztést **komplex lineáris görbeillesztésnek** nevezzük. A **komplex nemlineáris görbeillesztés** eljárása a (8)-ből származtatott egyenletrendszerbe bevonja a λ_i paramétereket is.

6. ÚJ MÓDUSINDIKÁTOR FÜGGVÉNY KIFEJLESZTÉSE

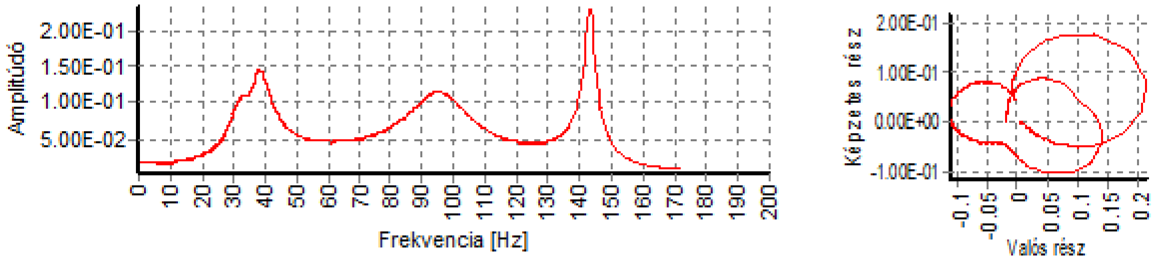
A **3. fejezetben** elemeztük a módusok detektálási problémáját. Numerikus kísérleti és gyakorlati mérési tapasztalatok alapján egy kifejlesztendő indikátorral szemben a következő kritériumok fogalmazhatók meg:

- Legyen globális, tehát az összes mért *FRF* függvényből képezhető valamely átlagképzéssel úgy, hogy tartalmazza a λ_i sajátértékekkel – mint globális jellemzőkkel – kapcsolatos információkat!
- Hordozza a (5) alatt definiált *Nyquist* kerületi sebesség diagram móduskiemelő tulajdonságait!
- Komplex alakú legyen, valamely módus modális kör formájában jelenjen meg, tehát alkalmazható legyen rá a komplex görbeillesztés eljárása!

A fenti szempontok teljesítésére a következőkben egy új, aggregátor típusú módusindikátort vezetünk be. Képezzük ehhez valamely k,l lokációra a $dH(j\omega)/d\omega$ *Nyquist* kerületi sebesség és a $H(j\omega)$ *FRF* függvény hányadosát úgy, hogy valamely i-edik módusra elhanyagoljuk a nem rezonáló módusokat és a rezonáló i-edik módusnak csak a főtagját tartjuk meg. Nevezzük emiatt „*Relatív Komplex Nyquist Kerületi Sebesség*” diagramnak (*RCNP* =***R****elative* ***C****omplex* ***N****yquist* ***P****eripheral Velocity*), mely az alábbi összefüggéssel definiálható:

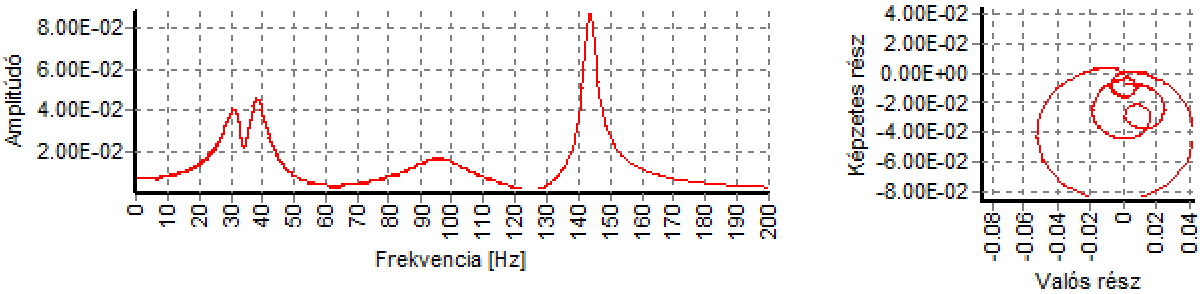
$$RCNP_i(j\omega):=\frac{\dfrac{dH_i(j\omega)}{d\omega}}{H_i(j\omega)}\approx\frac{\dfrac{-jP_i}{(j\omega-\lambda_i)^2}}{\dfrac{P_i}{j\omega-\lambda_i}}=\frac{-j}{j\omega-\lambda_i} \tag{9}$$

Az *RCNP* diagram képzésénél tehát egy adott frekvenciaponthoz tartozó komplex *Nyquist* kerületi sebességet osztjuk az *FRF* függvény ugyanazon frekvenciaponthoz tartozó komplex függvényértékével. Ez a módusok detektálásával és globális becslésével kapcsolatos fenti feltételeket kielégíti, ezen kívül pedig, azzal a tulajdonsággal is rendelkezik, hogy az összes módust (reziduumot) $P_i=-j$ -re normálja [10]. Az *RCNP* diagram módusindikátorként való alkalmazását számos analitikus függvényen teszteltük, és megállapítottuk, hogy az *RCNP* diagram módusok detektálására alkalmas. Illusztrációként egy tesztpélda adataival generált *FRF* függvényen való alkalmazást mutatjuk be. A példa adatait úgy választottuk, hogy átlapolt módusok $(i=1; i=2)$, kis csillapítású módus $(i=4)$ és nagy csillapítású módus $(i=3)$ is megtalálható legyen. A **2. ábrán** látható az analitikus *FRF* teszt függvényének grafikonjai, a **3. ábrán** pedig ennek *RCNP* diagramjai.



2. ábra. Analitikus *FRF* teszt függvény grafikonja

A két ábrát összehasonlítva megfigyelhető, hogy *RCNP* függvény amplitúdó-frekvencia diagramja jó móduskiemelő tulajdonságú, a *Nyquist* diagramján pedig látható, hogy az elkülönült módusok modal körei a (-90°) közelébe fordulnak. Megjegyezzük, hogy a maximális amplitúdó-hely (-90°)-tól való eltérésére ugyanazok a törvényszerűségek vonatkoznak, mint egy egy-szabadságfokú rendszer *Nyquist* diagramjánál.



3. ábra. Analitikus *RCNP* teszt függvény

A választott tesztpéldák görbeillesztései erősen interferáló módusokra is a gyakorlat számára elfogadható eredményeket adtak. Méréssel meghatározott, diszkrét frekvenciapontokon értelmezett *FRF* függvényen a (9) alatt definiált *RCNP* függvényt differenciahányadossal való közelítésként az

$$RCNP(j\omega_r) = \frac{\hat{H}_{r+1} - \hat{H}_r}{\hat{H}_r \cdot \Delta\omega} \qquad r = 0, \ldots, \hat{N} - 1 \qquad (10)$$

összefüggés alkalmazható, ahol $\Delta\omega$ körfrekvencia-felbontás, $\omega_r = r \cdot \Delta\omega$, diszkrét körfrekvencia értékek, $\hat{H}_r, \hat{H}_{r+1}$ az *FRF* függvény mért értéke az ω_r, ω_{r+1} körfrekvenciákon.

Csillapítás közvetlen becslése RCNP diagramon.

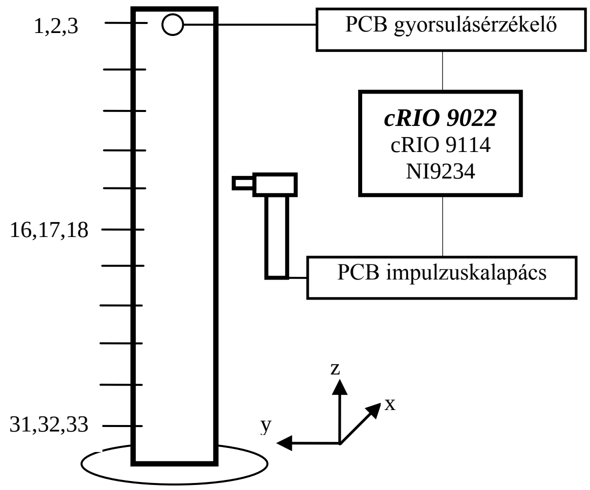
Az $RCNP(j\omega)$ függvény közvetlenül alkalmas a δ_i csillapítás közvetlen becslésére is, ugyanis, ha (9) összefüggésben az $\omega = \nu_i$ helyettesítéssel (a csillapított sajátfrekvencia kezdeti becslése)

$$RCNP_i(j\nu_i) = \frac{-j}{j\nu_i - \lambda_i} = \frac{j}{\delta_i}. \qquad (11)$$

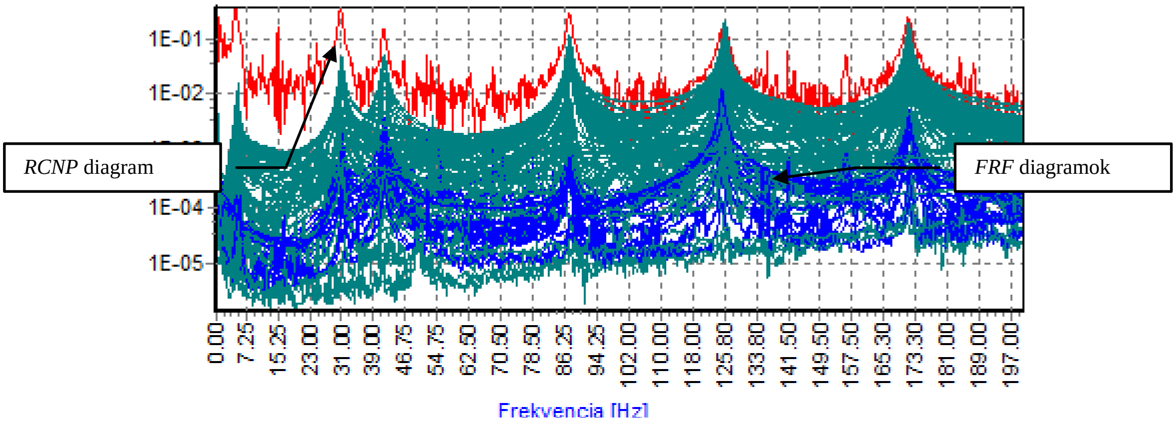
7. RCNP DIAGRAM MÓDUSINDIKÁTORKÉNT VALÓ ALKALMAZÁSA

A kísérleti vizsgálatok során a **4. ábrán** látható befogott rúdon végeztünk méréseket. A vizsgált prizmatikus rúd (10x97x1300mm) egyik végén befogott, másik végén szabad. Az alkalmazott műszer-összeállítás blokkvázlata az ábrán látható.

A gerjesztés és a válaszjel mérések (egyaránt) mindkét vízszintes (xy) irányban történtek. Mért lokációk összes száma 153. Az átlagolt *RCNP* diagram aggregátor típusú módusindikátorként való alkalmazását a befogott rúd *EMA* mérésein is ellenőriztük. A kísérleti mérések vízesés diagramja és az átlagolt *RCNP* diagram látható az **5. ábrán**.



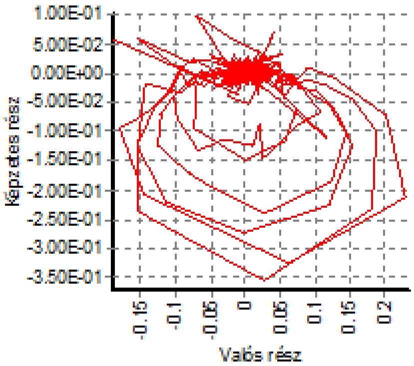
4. ábra. Klasszikus *EMA SISO FRF* mérési összeállítás



5. ábra. Befogott rúd méréseinek diagramja és átlagolt *RCNP* diagramja (Log. Amplitúdó- Frekv.)

Az *RCNP* diagram alkalmazása azért előnyös, mert a befogott rúd vizsgálatánál az *X* irányú gerjesztés és *X* irányú válaszmérési lokációk *FRF* diagramjain az *Y* irányú hajlítólengések módusai nem detektálhatók. Ugyanígy a szerkezet középvonalában *X* irányban gerjesztett és mért *FRF* diagramokon a $\sim 125.8Hz$-es (első torziós) módus sem detektálható. Az aggregált *RCNP* diagramon viszont ezek a módusok is megkülönböztethetőek.

A **6. ábrán** mutatjuk be a kísérleti mérések átlagolt *RCNP* diagramját a *Nyquist* síkon való ábrázolásban. Megfigyelhető, hogy mind a 6 módus modál köre a *Nyquist* síkon a $(-\pi/2)$ irányba fordult. A kísérleti mérések alapján származtatott *RCNP* diagram a rezonanciafrekvenciákon kívüli tartományokban zajosak.



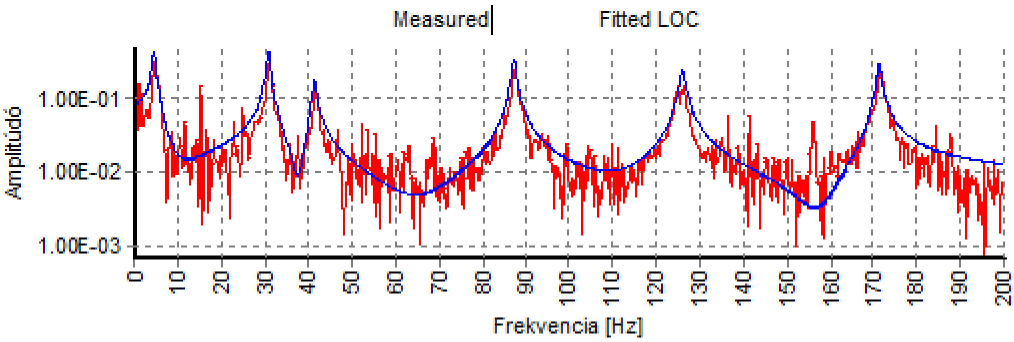
6. ábra. Befogott rúd átlagolt *RCNP* diagramja (*Nyquist-plot*)

Differenciaformulák aggregált RCNP függvényen

A sajátértékek kezdeti becslésére szolgáló (6),(7) differenciaformulák a lokális *FRF* függvények mellett a kifejlesztett *RCNP* módusindikátor függvényen is alkalmazhatók, akár valamely lokális *FRF* függvényből képezett, akár az aggregált globális *RCNP* függvényen. Ehhez (6) összefüggésben $\hat{H}(j\omega_{i_D+q})$ helyébe lokális esetben egyetlen mért *FRF* függvény alapján számított $RCNP$ függvényt, aggregált esetben pedig az átlagolt $RCNP$ függvényt kell helyettesíteni. Tehát a sajátérték becslés differenciaformulája *RCNP* diagramra:

$$\lambda_i := \frac{-j}{2N_q+1}\sum_{q=-N_q}^{N_q}\frac{\omega_{i_D+q}\cdot RCNP(j\omega_{i_D+q})-(\omega_{i_D+q-1})\cdot RCNP(j\omega_{i_D+q-1})}{RCNP(j\omega_{i_D+q})-RCNP(j\omega_{i_D+q-1})} \tag{13}$$

A **7. ábrán** a befogott rúd *EMA* mérései alapján képzett aggregált *RCNP* diagram differenciaformulákkal való sajátérték és reziduum-becslésének eredményei láthatók.

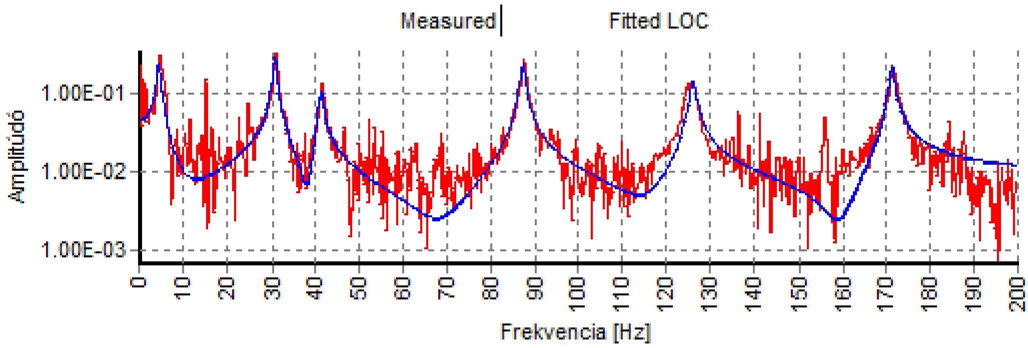


7. ábra. Kezdeti becslés differenciaformulákkal aggregált *RCNP* függvényen.

Az ábrát értékelve belátható, hogy az *RCNP* függvény maga is egy deriváltfüggvény, ezért a mérési zaj (logaritmikus ábrázolás) nagyobb hatású. Az *RCNP* diagram viszont aggregátorfüggvény, a zajt simítja, így segítségével az összes módust detektálható.

Komplex lineáris görbeillesztés RCNP függvényeken

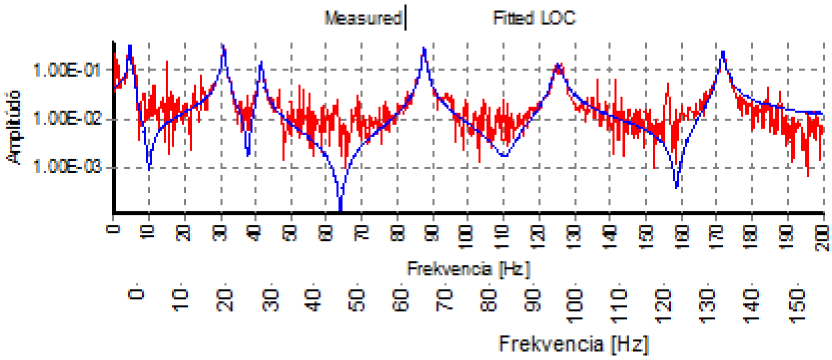
A komplex lineáris görbeillesztés lokális *FRF* függvények mellett aggregált *RCNP* függvényeken is alkalmazható. A **8. ábrán** az aggregált *RCNP* diagram alapján végzett komplex lineáris görbeillesztés eredményei láthatók.



8. ábra. Befogott rúd. Komplex lineáris görbeillesztés aggregált *RCNP* függvényen

Komplex nemlineáris görbeillesztés RCNP függvényeken

A komplex nemlineáris görbeillesztés alkalmazási példájaként tekintsük a **9. ábrát**, mely a befogott rúd aggregált *RCNP* görbeillesztésének eredményeit mutatják. Megállapítható, hogy a komplex nemlineáris görbeillesztés a kifejlesztett aggregált *RCNP* diagramon is konvergál.



9. ábra. Befogott rúd komplex nemlineáris görbeillesztése aggregált *RCNP* függvényen. *WINMOD*

Az aggregált *RCNP* diagramon a - lokális *FRF* függvényekkel szemben - valamennyi módus indikálható, azokra kezdeti becslés határozható meg, továbbá pontos komplex nemlineáris görbeillesztés végezhető el.

A görbeillesztések elvégzése után a modális modell képzésének további lépései a spektrálmátrix összeállítása, a rezídummátrixok elemei alapján a sajátvektorok szintetizálása, majd ezekből a modálmátrixok előállítása.

Köszönetnyilvánítás: A megvalósítást az ÚMFT TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-0002 programja támogatja

HIVATKOZÁSOK

1. R. J. Allemang. Modal Parameter Estimation, Overview/Review. *Structural Dynamics Research Laboratory University of Cincinnati*, 2002, 1-46.
2. M. S. Allen. Global and Multi-Input-Multi-Output (MIMO) Extensions of the Algorithm of Mode Isolation (AMI) *Ph.D. Dissertation (2005) Georgia Institute of Technology* p: 128.
3. D. Brown, G. Carbon, K. Ramsey. Survey of Excitation Techniques Applicable to the Testing of Automotive Structure. *International Automotive Engineering Congress and Exposion.* Detroit, II.28. – III. 4. 1977. SAE-Paper No: 770029,15, pp. 1977.
4. P. Sas, W. Heylen, S. Lammens. Modal Analysis Theory and Testing. *Katholieke Universiteit Leuven, Departement Werktuigkunde*, Belgium, 1998.
5. M. Lee, M. Richardson. Determining the Accuracy of Modal Parameter Estimation Methods. *IMAC X February 1992, 1-8.*
6. N. M.M. Maia, J.M.M. Silva. Modal analysis identification techniques. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* A (2001) 359, 29–40.
7. B. Schwarz, M. H. Richardson**.** Modal Parameter Estimation from Operating Data. *SOUND AND VIBRATION* JANUARY 2003 pp:1-8.
8. R. R. Craig, M.A. Blair. A Generalized Multiple-Input, Multiple Output Modal Parameter Estimation Algorithm. *AIAA Journal.* Vol. 23. No. 6, June 1985.
9. J. G. Béliveau. First Order Formulation of Resonance Testing. *Journal of Sound and Vibration* (1979)65(3), pp:319-327.
10. Pápai Ferenc. Építő és anyagmozgató gépek teherviselő elemeinek szerkezeti diagnosztikája a kísérleti modális elemzés alkalmazásával. *PhD értekezés.* 2007.
11. M. H. Richardson. Modal Analysis Using Digital Test Systems. *Hewlett-Packard Publication* 1975.