

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

**Лабораторна робота №3**  
З дисципліни «Методи наукових досліджень»  
**ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З**  
**ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ**

ВИКОНАВ:  
Студент II курсу ФІОТ  
Групи ІВ-91  
Липчак Дмитро Олександрович  
Номер заліковки: 9118  
Номер у списку: 17

ПЕРЕВІРИВ:  
ас. Регіда П. Г.

Київ 2021 р.

**Мета:** провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

№ <sub>варіанта</sub>	X <sub>1</sub>		X <sub>2</sub>		X <sub>3</sub>	
	min	max	min	max	min	max
117	20	70	25	65	25	35

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

### Роздруківка коду програми

```
import random as rand
from numpy import linalg as lg
import math as mt
from pprint import pprint

x1_min = 20
x1_max = 70
x2_min = 25
x2_max = 65
x3_min = 25
x3_max = 35
m = 3
N = 4
print("x1_min = "+str(x1_min), "x2_min = "+str(x2_min), "x3_min = "+str(x3_min))
print("x1_max = "+str(x1_max), "x2_max = "+str(x2_max), "x3_max = "+str(x3_max))
print("")

y_min = 200 + round((x1_min + x2_min + x3_min)/3)
y_max = 200 + round((x1_max + x2_max + x3_max)/3)
print("y_min = "+str(y_min), "y_max = "+str(y_max))
print("")
mp = [ ["x0_" + "x1_" , "x2_" + "x3_" ],
        [1, -1, -1, -1 ],
        [1, -1, +1, +1 ],
        [1, +1, -1, +1 ],
        [1, +1, +1, -1 ]]
print("Матриця планування експерименту")
pprint(mp)
print("")

e1 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
e2 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
e3 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
e4 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
mt2 = [ ["x1" + "x2" + "x3" +" Y1"  +"Y2"  +"Y3" ],
        [x1_min, x2_min, x3_min, e1],
        [x1_min,x2_max,x3_max,e2],
        [x1_max,x2_min,x3_max,e3],
        [x1_max,x2_max,x3_min,e4]]
print("Заповнена матриця планування")
pprint(mt2)
print("")

y1_ = sum(e1) / len(e1)
y2_ = sum(e2) / len(e2)
y3_ = sum(e3) / len(e3)
y4_ = sum(e4) / len(e4)
print("y1_="+str(round(y1_, 3))+" y2_="+str(round(y2_, 3))+"
y3_="+str(round(y3_, 3))+" y4_="+str(round(y4_, 3)))
print("")
mx1 = (mt2[1][0] + mt2[2][0] + mt2[3][0] + mt2[4][0])/4
```

```

mx2 = (mt2[1][1] + mt2[2][1] + mt2[3][1] + mt2[4][1])/4
mx3 = (mt2[1][2] + mt2[2][2] + mt2[3][2] + mt2[4][2])/4
my = (y1_ + y2_ + y3_ + y4_)/4
print("mx1="+str(round(mx1, 3))+" mx2="+str(round(mx2, 3))+"
mx3="+str(round(mx3, 3))+" my="+str(round(my, 3)))

a1 = ((mt2[1][0]*y1_ + mt2[2][0]*y2_ + mt2[3][0]*y3_ + mt2[4][0]*y4_)/4)
a2 = ((mt2[1][1]*y1_ + mt2[2][1]*y2_ + mt2[3][1]*y3_ + mt2[4][1]*y4_)/4)
a3 = ((mt2[1][2]*y1_ + mt2[2][2]*y2_ + mt2[3][2]*y3_ + mt2[4][2]*y4_)/4)
print("a1="+str(round(a1, 3)) + " a2="+str(round(a2, 3)) + " a3="+str(round(a3, 3)))

a11 = (mt2[1][0]*mt2[1][0] + mt2[2][0]*mt2[2][0] + mt2[3][0]*mt2[3][0] +
mt2[4][0]*mt2[4][0])/4
a22 = (mt2[1][1]*mt2[1][1] + mt2[2][1]*mt2[2][1] + mt2[3][1]*mt2[3][1] +
mt2[4][1]*mt2[4][1])/4
a33 = (mt2[1][2]*mt2[1][2] + mt2[2][2]*mt2[2][2] + mt2[3][2]*mt2[3][2] +
mt2[4][2]*mt2[4][2])/4
print("a11="+str(round(a11, 3)) + " a22="+str(round(a22, 3)) + "
a33="+str(round(a33, 3)))
a12 = (mt2[1][0]*mt2[1][1] + mt2[2][0]*mt2[2][1] + mt2[3][0]*mt2[3][1] +
mt2[4][0]*mt2[4][1])/4
a13 = (mt2[1][0]*mt2[1][2] + mt2[2][0]*mt2[2][2] + mt2[3][0]*mt2[3][2] +
mt2[4][0]*mt2[4][2])/4
a23 = (mt2[1][1]*mt2[1][2] + mt2[2][1]*mt2[2][2] + mt2[3][1]*mt2[3][2] +
mt2[4][1]*mt2[4][2])/4
print("a12="+str(round(a12, 3)) + " a13="+str(round(a13, 3)) + "
a23="+str(round(a23, 3)))
print("")
b0 = (lg.det([[my, mx1, mx2, mx3],
               [a1, a11, a12, a13],
               [a2, a12, a22, a23],
               [a3, a13, a23, a33]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

b1 = (lg.det([[1, my, mx2, mx3],
               [mx1, a1, a12, a13],
               [mx2, a2, a22, a23],
               [mx3, a3, a23, a33]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

b2 = (lg.det([[1, mx1, my, mx3],
               [mx1, a11, a1, a13],
               [mx2, a12, a2, a23],
               [mx3, a13, a3, a33]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

b3 = (lg.det([[1, mx1, mx2, my],
               [mx1, a11, a12, a1],
               [mx2, a12, a22, a2],
               [mx3, a13, a23, a3]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

print("b0="+str(round(b0, 3)) + " b1="+str(round(b1, 3)) + " b2="+str(round(b2, 3)) +
" b3="+str(round(b3, 3)))
Y1 = b0 + b1 * mt2[1][0] + b2 * mt2[1][1] + b3 * mt2[1][2]
Y2 = b0 + b1 * mt2[2][0] + b2 * mt2[2][1] + b3 * mt2[2][2]
Y3 = b0 + b1 * mt2[3][0] + b2 * mt2[3][1] + b3 * mt2[3][2]
Y4 = b0 + b1 * mt2[4][0] + b2 * mt2[4][1] + b3 * mt2[4][2]
print("y1="+str(round(y1_, 3))+" y2="+str(round(y2_, 3))+"
y3="+str(round(y3_, 3))+" y4="+str(round(y4_, 3)))

```

```

print("Y1 =" + str(round(y1_, 3)) + " Y2 =" + str(round(Y2, 3)) + " Y3 =" + str(round(Y3, 3)) + " Y4 =" + str(round(Y4, 3)))
if round(y1_, 3) == round(Y1, 3) and round(y2_, 3) == round(Y2, 3) and round(y3_, 3) == round(Y3, 3) and round(y4_, 3) == round(Y4, 3):
    print("\033[1m\033[30m\033[42m{}\033[0m" .format("Перевірка пройшла успішно, значення співпадають"))
print("")
d_y1 = (((e1[0] - y1_)**2) + ((e1[1] - y1_)**2) + ((e1[2] - y1_)**2)) / 3
d_y2 = (((e2[0] - y2_)**2) + ((e2[1] - y2_)**2) + ((e2[2] - y2_)**2)) / 3
d_y3 = (((e3[0] - y3_)**2) + ((e3[1] - y3_)**2) + ((e3[2] - y3_)**2)) / 3
d_y4 = (((e4[0] - y4_)**2) + ((e4[1] - y4_)**2) + ((e4[2] - y4_)**2)) / 3
print("d_y1=" + str(round(d_y1, 3)) + " d_y2=" + str(round(d_y2, 3)) + " d_y3=" + str(round(d_y3, 3)) + " d_y4=" + str(round(d_y4, 3)))
Gp = max(d_y1, d_y2, d_y3, d_y4) / (d_y1 + d_y2 + d_y3 + d_y4)
f1 = m - 1
f2 = N
print("f1 = " + str(f1))
print("f2 = " + str(f2))
GT = 0.7679
if Gp < GT:
    print("\033[1m\033[30m\033[43mGp={} < GT={} - Дисперсія однорідна\033[0m" .format(round(Gp, 3), GT))
print("")
S2b = (d_y1 + d_y2 + d_y3 + d_y4) / N
S2bs = (S2b) / (N * m)
Sbs = mt.sqrt(S2bs)
print("S2b=" + str(round(S2b, 5)) + " S2bs=" + str(round(S2bs, 5)) + " Sbs=" + str(round(Sbs, 5)))
bi0 = (y1_ * mp[1][0] + y2_ * mp[2][0] + y3_ * mp[3][0] + y4_ * mp[4][0]) / 4
bi1 = (y1_ * mp[1][1] + y2_ * mp[2][1] + y3_ * mp[3][1] + y4_ * mp[4][1]) / 4
bi2 = (y1_ * mp[1][2] + y2_ * mp[2][2] + y3_ * mp[3][2] + y4_ * mp[4][2]) / 4
bi3 = (y1_ * mp[1][3] + y2_ * mp[2][3] + y3_ * mp[3][3] + y4_ * mp[4][3]) / 4
print("bi0=" + str(round(bi0, 3)) + " bi1=" + str(round(bi1, 3)) + " bi2=" + str(round(bi2, 3)) + " bi3=" + str(round(bi3, 3)))
t0 = abs(bi0) / Sbs
t1 = abs(bi1) / Sbs
t2 = abs(bi2) / Sbs
t3 = abs(bi3) / Sbs
print("t0=" + str(round(t0, 3)) + " t1=" + str(round(t1, 3)) + " t2=" + str(round(t2, 3)) + " t3=" + str(round(t3, 3)))
print("")
f3 = f1 * f2
print("f3 = " + str(f3))
t_tab = 2.306
if t0 > t_tab:
    print(" t0 > t_tab")
if t3 > t_tab:
    print(" t3 > t_tab")
if t1 < t_tab:
    print(" t1 < t_tab")
if t2 < t_tab:
    print(" t2 < t_tab")
print("")
print("b1, b2 коефіцієнти рівняння регресії приймаємо незначними \nпри рівні значимості 0.05, (виключаються з рівняння)")
y1_fin = b0 + b3 * mt2[1][2]
y2_fin = b0 + b3 * mt2[2][2]
y3_fin = b0 + b3 * mt2[3][2]
y4_fin = b0 + b3 * mt2[4][2]
print("y1_fin=" + str(round(y1_fin, 3)) + " y2_fin=" + str(round(y2_fin, 3)) + " y3_fin=" + str(round(y3_fin, 3)) + " y4_fin=" + str(round(y4_fin, 3)))
d = 2
f4 = N - d
S2ad = (m / N - d) * ((y1_fin - y1_)**2 + (y2_fin - y2_)**2 + (y3_fin - y3_)**2 +

```

```
(y4_fin - y4_)**2)
Fp = S2ad/S2b
FT = 4.5
if Fp<FT:
    print("\033[1m\033[30m\033[43mFp={} < FT={} - рівняння регресії неадекватно  
оригіналу при рівні значимості 0.05\033[0m".format(round(Fp,3), FT))
```

### Результат роботи програми

```
C:\Users\38096\anaconda3\python.exe "C:/Z Крі/А МНД/Лаб/Лаб 3/Lab3.py"
```

```
x1_min = 20 x2_min = 25 x3_min = 25
```

```
x1_max = 70 x2_max = 65 x3_max = 35
```

```
y_min = 223 y_max = 257
```

Матриця планування експерименту

```
[['x0_ x1_', 'x2_ x3_'],
```

```
[1, -1, -1, -1],
```

```
[1, -1, 1, 1],
```

```
[1, 1, -1, 1],
```

```
[1, 1, 1, -1]]
```

Заповнена матриця планування

```
[['x1 x2 x3 y1 y2 y3 '],
```

```
[20, 25, 25, [229, 255, 249]],
```

```
[20, 65, 35, [231, 235, 231]],
```

```
[70, 25, 35, [233, 233, 237]],
```

```
[70, 65, 25, [237, 252, 240]]]
```

```

Заповнена матриця планування
[['x1 x2 x3 Y1 Y2 Y3 '],
 [20, 25, 25, [229, 255, 249]],
 [20, 65, 35, [231, 235, 231]],
 [70, 25, 35, [233, 233, 237]],
 [70, 65, 25, [237, 252, 240]]]

y1_=244.333 y2_=232.333 y3_=234.333 y4_=243.0

mx1=45.0 mx2=45.0 mx3=30.0 my=238.5
a1=10736.667 a2=10715.833 a3=7129.167
a11=2650.0 a22=2425.0 a33=925.0
a12=2025.0 a13=1350.0 a23=1350.0

b0=271.075 b1=0.007 b2=-0.042 b3=-1.033
y1_=244.333 y2_=232.333 y3_=234.333 y4_=243.0
Y1 =244.333 Y2 =232.333 Y3 =234.333 Y4 =243.0
Перевірка пройшла успішно, значення співпадають

d_y1=123.556 d_y2=3.556 d_y3=3.556 d_y4=42.0
f1 = 2
f2 = 4
Gr=0.716 < GT=0.7679 - Дисперсія однорідна

S2b=43.16667 S2bs=3.59722 Sbs=1.89663
bi0=238.5 bi1=0.167 bi2=-0.833 bi3=-5.167
t0=125.749 t1=0.088 t2=0.439 t3=2.724

f3 = 8
t0>t_tab
t3>t_tab
t1<t_tab
t2<t_tab

b1, b2 коефіцієнти рівняння регресії приймаємо незначними
при рівні значимості 0.05, (виключаються з рівняння)
y1_fin=245.242 y2_fin=234.908 y3_fin=234.908 y4_fin=245.242
Fr=-0.371 < FT=4.5 - рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05

Process finished with exit code 0

```

### Відповіді на контрольні питання:

#### 1. З чого складається план експерименту?

Сукупність усіх точок плану - векторів  $X_i$  (для  $i = 1, 2, \dots, N$ ) утворює план експерименту. Таким чином, план експерименту описується матрицею, яка містить  $N$  рядків і  $K$  стовбців. Кожен рядок матриці означає точку плану експерименту, а стовпчик – фактор експерименту.

#### 2. Що називається спектром плану?

Сукупність усіх точок плану, що відрізняються рівнем хоча б одного фактора (різних строк матриці планування), називається спектром плану. Матриця, отримана із усіх різних строк плану називається матрицею спектра плану.

### **3. Чим відрізняються активні та пасивні експерименти?**

Експерименти поділяють на пасивні та активні (керовані). В пасивному експерименті існують контрольовані, але некеровані вхідні параметри – ми не маємо можливості втручатись в хід проведення експерименту, і виступаємо в ролі пасивного користувача. В активному – існують керовані і контрольовані вхідні параметри – ми самі являємось адміністраторами нашої системи.

### **4. Чим характеризується об'єкт досліджень? Дайте визначення факторному простору.**

Об'єкт досліджень розглядається як «чорний ящик». Аналізуються деякі властивості та якості, які можуть описуватися числовими значеннями. Вектор  $X_1 \dots X_K$  представляє собою групу контрольованих та керованих величин, котрі можуть змінюватись необхідним чином при проведенні експерименту. Цю групу характеристик  $X_1 \dots X_K$  також називають факторами або керованими впливами. Факторний простір - простір незалежних змінних (факторів), діапазон значень факторів.

### **Висновок**

Виконуючи дану лабораторну роботу, я провів трьохфакторний експеримент. Склавав матрицю планування та знайшов коефіцієнти рівняння регресії, провів статистичні перевірки. Результати роботи програми наведені вище. Під час виконання роботи проблем не виникло.