



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO

RELATÓRIO DA 3ª EXPERIÊNCIA

**Controle de Sistemas Dinâmicos: Sistema de Segunda
Ordem.**

LABORATÓRIO DE SISTEMAS DE CONTROLE

ANDOUGLAS GONÇALVES DA SILVA JÚNIOR

CHRISTIAN RAPHAEL FRANCELINO BARI

DAVI FREIRE MAIA BOMFIM

DEÂNGELI GOMES NEVES

DEÂNGELO GOMES NEVES

NATAL

MARÇO / 2013

ANDOUGLAS GONÇALVES DA SILVA JÚNIOR

CHRISTIAN RAPHAEL FRANCELINO BARI

DAVI FREIRE MAIA BOMFIM

DEÂNGELI GOMES NEVES

DEÂNGELO GOMES NEVES

RELATÓRIO DA 3º EXPERIÊNCIA

Segundo Relatório Parcial apresentado à disciplina de Laboratório de Sistemas de Controle, correspondente à avaliação da 2º unidade do semestre 2013.1 do 8º período do curso de Engenharia de Computação e Automação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof. Fábio Meneghetti Ugolino de Araújo**.

NATAL

MARÇO / 2013

RESUMO

O presente trabalho descreve a análise teórica e prática dos sistemas de segunda ordem utilizados nos diversos projetos de controle. Aborda também a implementação das variáveis nesses projetos, como: tempo de acomodação, tempo de subida, tempo de pico e sobressinal. Além disso, apresenta comportamentos e conclusões a respeito de definições como fator de amortecimento e frequência natural de oscilação.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Tipos de sistemas de 2ª Ordem	5
Figura 2 Dados obtidos para o teste 1.....	10
Figura 3 Dados obtidos para o teste 2.....	11
Figura 4 Dados obtidos para o teste 3.....	12
Figura 5 Dados obtidos para o teste 4.....	13
Figura 6 Dados obtidos para o teste 5.....	14
Figura 7 Dados obtidos para o teste 6.....	15
Figura 8 Dados obtidos para o teste 7.....	16
Figura 9 Dados obtidos para o teste 8.....	17
Figura 10 Dados obtidos para o teste 9.....	18
Figura 11 Dados obtidos para o teste 10.....	19
Figura 12 Dados obtidos para o teste 11.....	20
Figura 13 Dados obtidos para o teste 12.....	21
 Gráfico 1 Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 1.....	 10
Gráfico 2. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 2.....	11
Gráfico 3. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 3.....	12
Gráfico 4. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 4.....	13
Gráfico 5. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 5.....	14
Gráfico 6. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 6.....	15
Gráfico 7. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 7.....	16
Gráfico 8. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 8.....	17

Gráfico 9. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 9.....	18
Gráfico 10. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 10.....	19
Gráfico 11. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 11.....	20
Gráfico 12. Nível do tanque 2 ao longo do tempo, teste 12.....	21

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	6
DESENVOLVIMENTO.....	10
CONCLUSÃO.....	22

INTRODUÇÃO TEÓRICA

Nas análises em sistemas de controle, além dos controladores projetados para determinadas ações, também se está interessado em alguns valores na saída desse sistema. O projeto de controladores está diretamente relacionado com fatores como tempo de acomodação e de subida, sobressinal e outras grandezas que afetam diretamente no comportamento de uma determinada planta.

Para que se possa entender a influência dessas informações é necessário conhecer o significado de cada uma, onde são aplicadas e como serão afetadas na utilização de cada controlador.

Inicialmente analisa-se um sistema de segunda ordem, dado por:

$$\ddot{y} + \left(\frac{b}{a}\right)\dot{y} + \left(\frac{c}{a}\right)y = \left(\frac{d}{a}\right)r(t)$$

Definem-se três grandezas importantes em sistemas de controle:

- 1) Fator de Amortecimento (ξ)
- 2) Frequência Natural de Oscilação (ω_n)
- 3) Ganho (K)

Tem-se que:

$$\frac{b}{a} = 2\xi\omega_n; \quad \frac{c}{a} = \omega_n^2; \quad \frac{d}{a} = K$$

Portanto:

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = Kr(t)$$

Aplicando Laplace na equação acima e considerando $K = \omega_n^2$:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Essa equação é uma generalização aos sistemas de segunda ordem cujo pólos serão:

$$s = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

De acordo com valores do fator de amortecimento é possível dividir os sistemas de segunda ordem em três grupos característicos:

1) Sistema Subamortecido

Neste caso o sistema tem dois pólos complexos conjugados e tem como intervalo de valores para o fator de amortecimento: $0 < \xi < 1$. Este sistema apresenta oscilação.

2) Sistema Criticamente Amortecido

Os pólos desse sistema são reais e iguais. Com relação ao fator de amortecimento, seu valor é igual a 1(um).

3) Sistema Sobreamortecido

Por fim, neste sistema os pólos são reais e diferentes. O valor do fator de amortecimento é maior que 1(um). A medida que esse valor aumenta, o sistema fica mais parecido com um sistema de primeira ordem.

A figura 1 apresenta quatro gráficos para exemplificar cada um dos sistemas apresentado, além de mostrar, no caso do sobreamortecido, a aproximação do sistema a um caso de primeira ordem com o aumento do fator de amortecimento.

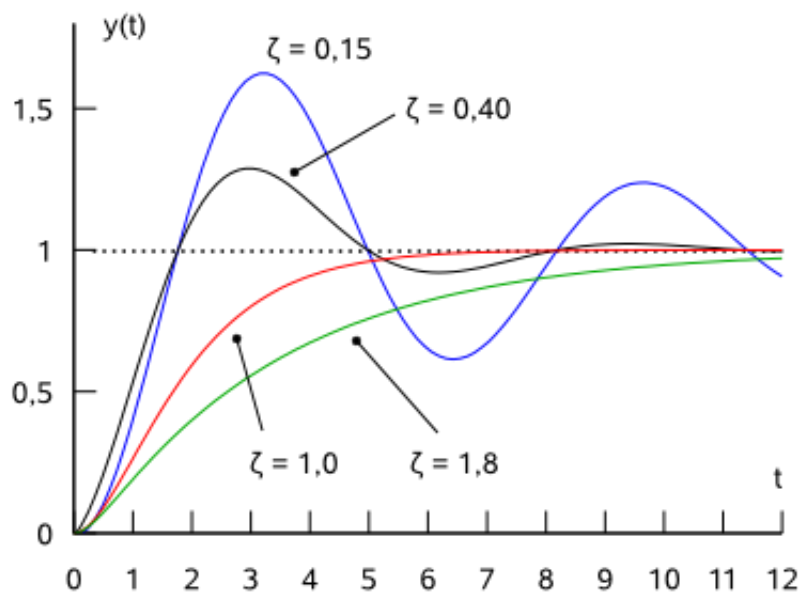


Figura 1 - Exemplo dos três tipos de sistemas

Sabendo os tipos de sistema de segunda ordem existente, a influência do valor de amortecimento em cada um e a existência de um ganho K e uma frequência natural, é possível, no ponto de vista de controle, analisar pontos específicos da saída de um sistema e relaciona-los com as ações proporcionais, integrais e derivativas usadas para projetar os controladores.

Alguns pontos importantes da resposta de um sistema são definidos abaixo.

- 1) Tempo de Subida – Corresponde ao tempo necessário para que o valor final seja atingido pela primeira vez. Esse tempo pode ser calculado da seguinte forma:

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

Onde: $\beta = \arctg\left(\sqrt{\frac{1-\xi^2}{\xi}}\right)$ e $\omega_d = \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$

- 2) Tempo de Acomodação – Corresponde ao tempo que leva para que o sistema entre em uma faixa de valores estabelecidos em torno do valor final. Em outras palavras, é o tempo que leva para o sistema estabilizar. Essa faixa, geralmente, é dada em porcentagem. Existem duas faixas de valores mais comuns utilizados para determinar o tempo de acomodação:

- 2%

Calculado da seguinte forma:

$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n}$$

- 5%

Calculado da seguinte forma:

$$t_s = \frac{3}{\xi \omega_n}$$

- 3) Tempo de Pico – Corresponde ao tempo em que o sistema atingiu o primeiro valor de pico do Sobressinal. Ele pode ser obtido por:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

Onde: $\omega_d = \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$

- 4) Sobressinal (Overshoot) – Corresponde ao maior valor de pico da curva de resposta tendo como referência o valor final. Calcula-se da seguinte forma:

$$M_p(\%) = 100 e^{-\left(\frac{\xi \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)}$$

Por fim, cada ação (proporcional, integral e derivativa) influenciará de uma forma distinta em cada ponto apresentado.

Ação Proporcional - A ação proporcional apenas aplica um ganho no sistema, não modificando de forma direta, nenhum ponto definido anteriormente.

Ação Integrativa – A ação integrativa não modifica os pontos relacionados ao regime transitório. Porém, influencia no regime permanente modificando o tempo de acomodação do sistema.

Ação Derivativa – A ação derivativa atua no regime transitório, influenciando nos valores de sobressinal, tempo de subida e tempo de pico. Não atua no regime permanente.

2. Desenvolvimento

O sistema agora utiliza o sensor que mede o nível do tanque 2, pois o controle de seu sistema, equivale a um controle de sistema de segunda ordem, porém é possível ainda realizar o controle do tanque 1. Os parâmetros de saída fornecidos pelo programa, para ambos os sistemas, são: tempo de subida (para os intervalos de 0%-100%, 10%-90% e 20%-80%), tempo de pico, overshoot, undershoot e tempo de acomodação (para intervalos de 10%, 5% e 2%).

Diversos testes foram realizados variando os valores de k_p , k_i e k_d , os resultados obtidos podem ser visto a seguir:

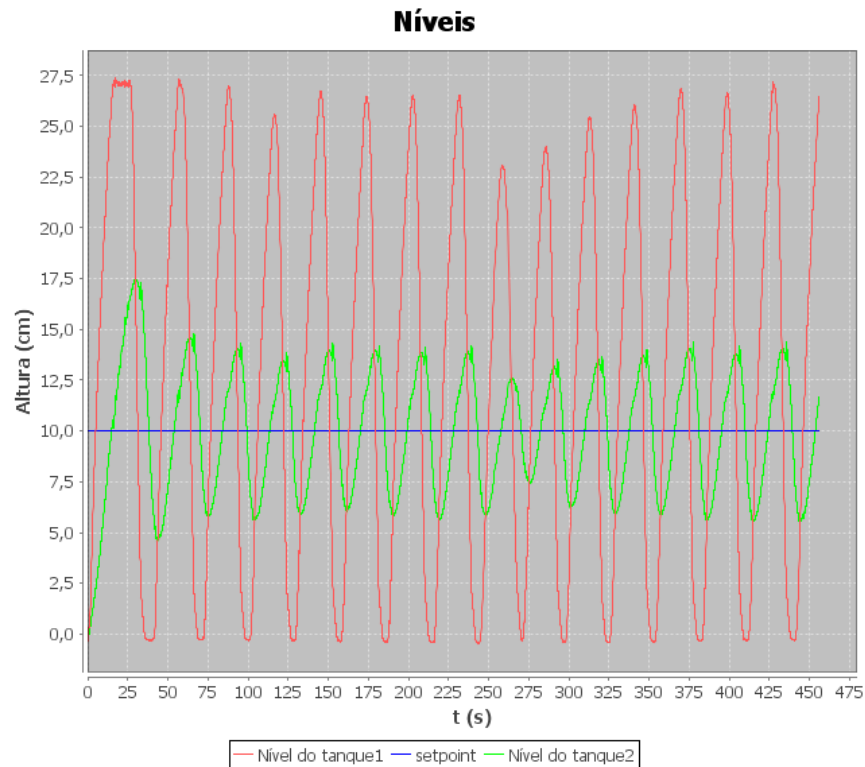


Gráfico 1: níveis dos tanques, para $k_p = 1$, $k_i = 0,1$ e $k_d = 1$

Geral	Tanque 1	Tanque 2		
Tempo de subida 0-100	14.419	s	Undershoot	54.441 %
Tempo de subida 10-90	10.836	s	Tempo de acomodação 10%	s
Tempo de subida 20-80	7.8862	s	Tempo de acomodação 5%	s
Tempo de pico	29.783	s	Tempo de acomodação 2%	s
Overshoot	74.526	%		

Figura 2: Dados obtidos do gráfico 1

Pelo gráfico 1 e seu conjunto de valores, percebemos que sua convergência ocorre de maneira muito lenta. Isso, normalmente, ocorre quando o valor do k_i é grande para o sistema.

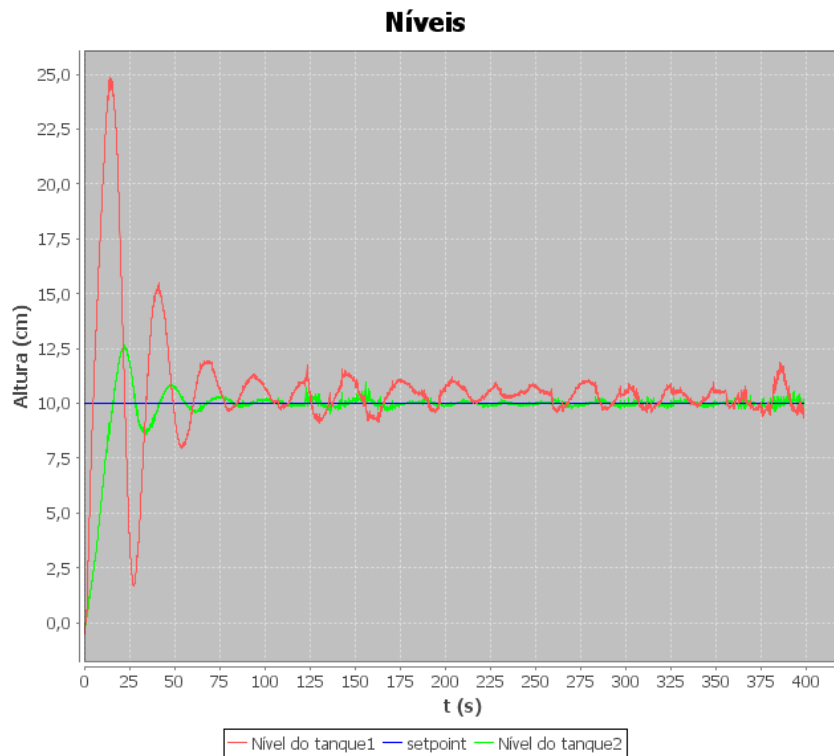


Gráfico 2: níveis dos tanques, para $k_p = 0,8$, $k_i = 0,01$ e $k_d = 0,5$

Geral	Tanque 1	Tanque 2
Tempo de subida 0-100	15.000 s	Undershoot 15.293 %
Tempo de subida 10-90	11.120 s	Tempo de acomodação 10% 155.94 s
Tempo de subida 20-80	8.1038 s	Tempo de acomodação 5% 158.19 s
Tempo de pico	22.352 s	Tempo de acomodação 2% s
Overshoot	26.449 %	

Figura 3: Dados obtidos do gráfico 2

Para os parâmetros do gráfico 2, o sistema conseguiu atingir o tempo acomodação para 10% e 5%, mas não pra 2%. A estabilidade do sistema se deve a redução de k_i , porem o aumento de k_d intensificou o ruído do sinal que causou a não estabilidade do sistema para u, tempo de acomodação de 2%. Além disso, os parâmetros causam uma maior velocidade de subida.

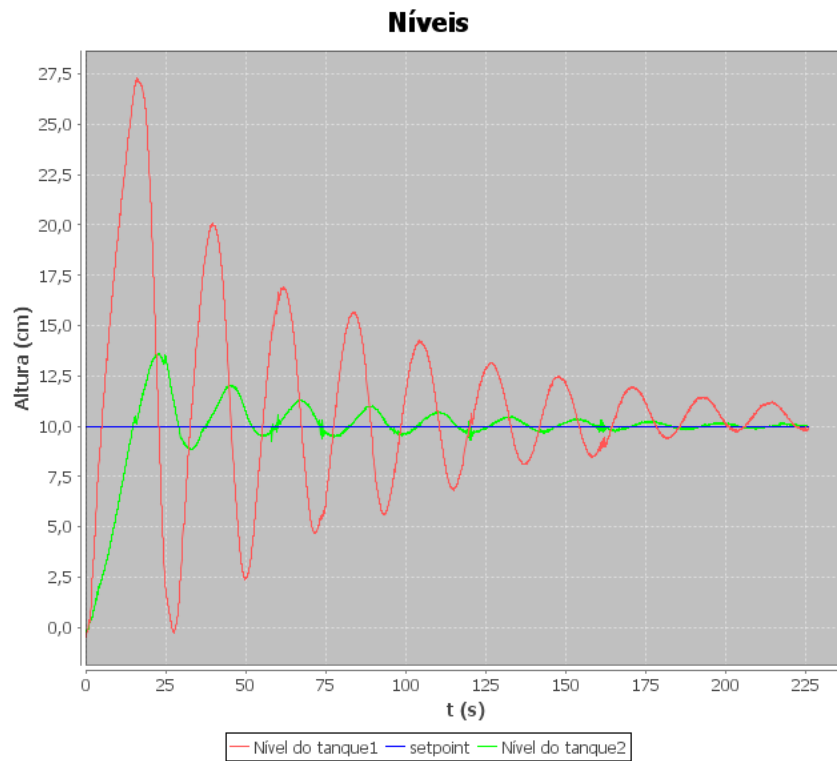


Gráfico 3: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 0,025$ e $k_d = 0,25$

Geral	Tanque 1	Tanque 2		
Tempo de subida 0-100	14.020	s	Undershoot	11.286 %
Tempo de subida 10-90	10.865	s	Tempo de acomodação 10%	89.679 s
Tempo de subida 20-80	8.3375	s	Tempo de acomodação 5%	120.75 s
Tempo de pico	22.546	s	Tempo de acomodação 2%	178.40 s
Overshoot	36.065	%		

Figura 4: Dados obtidos do gráfico 3

Para os parâmetros do gráfico 3, o sistema conseguiu atingir todos os tipos de tempo de acomodação além de convergir mais rápido, porém ele produz um overshoot maior que a do gráfico 2. Isso ocorreu com a redução dos parâmetros k_i e k_d .

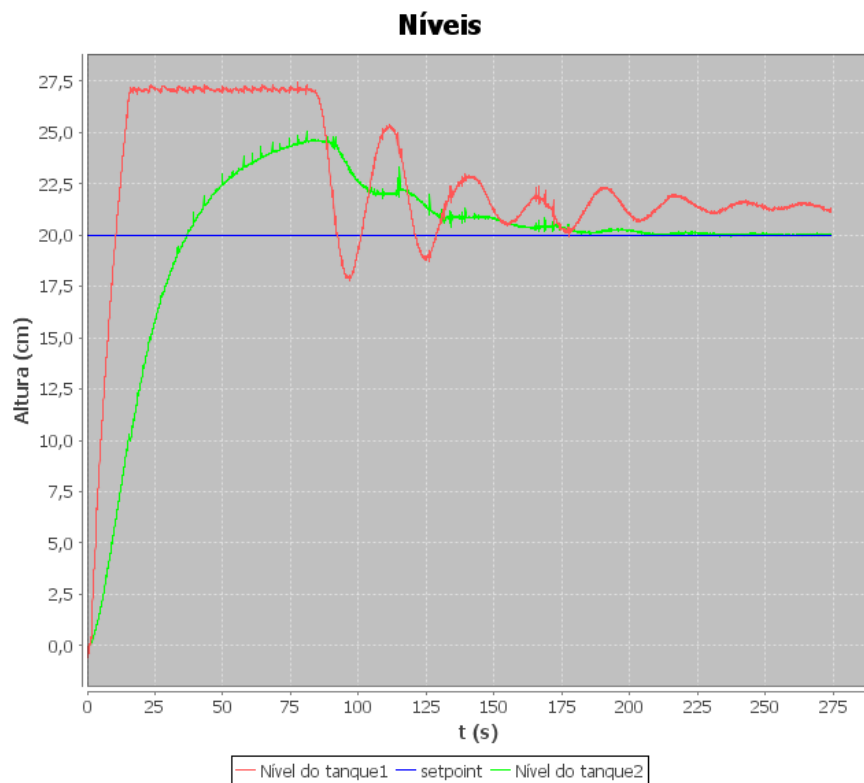


Gráfico 4: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 0,025$ e $k_d = 0,25$

Geral	Tanque 1	Tanque 2
Tempo de subida 0-100	35.915 s	Undershoot 0.2403 %
Tempo de subida 10-90	24.962 s	Tempo de acomodação 10% 126.39 s
Tempo de subida 20-80	17.426 s	Tempo de acomodação 5% 142.99 s
Tempo de pico	80.874 s	Tempo de acomodação 2% 177.43 s
Overshoot	25.190 %	

Figura 5: Dados obtidos do gráfico 4

Os mesmo parâmetros do gráfico 3 foram utilizados no sistema de 1ª ordem e obteve-se um resultado bem satisfatório.

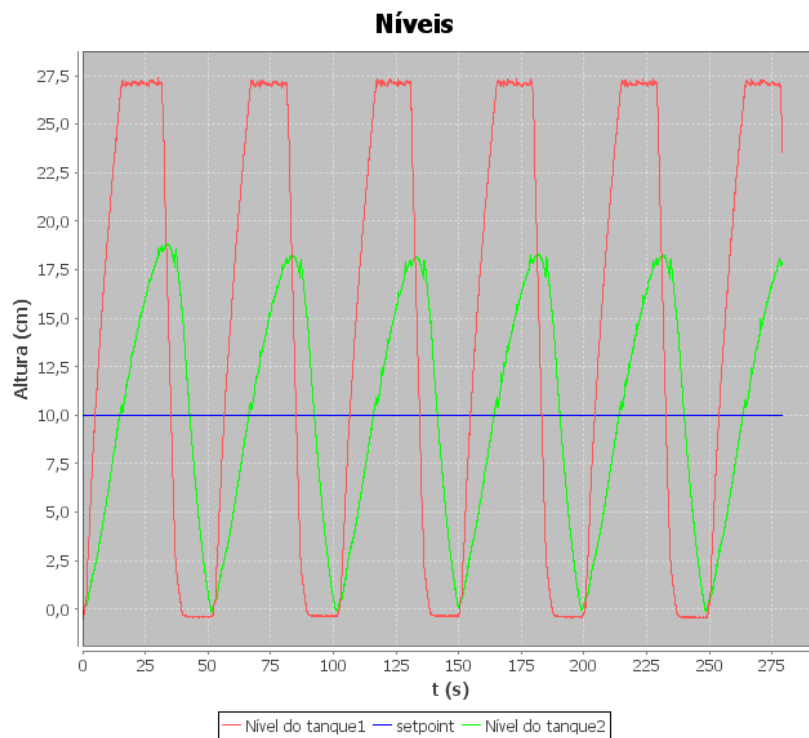


Gráfico 5: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 1$ e $k_d = 0,25$

Geral Tanque 1 Tanque 2			
Tempo de subida 0-100	13.875 s	Undershoot	100.83 %
Tempo de subida 10-90	10.791 s	Tempo de acomodação 10%	s
Tempo de subida 20-80	7.8118 s	Tempo de acomodação 5%	s
Tempo de pico	33.354 s	Tempo de acomodação 2%	s
Overshoot	88.034 %		

Figura 6: Dados obtidos do gráfico 5

Novamente, o sistema não conseguiu estabilizar devido ao grande valor da variável k_i .

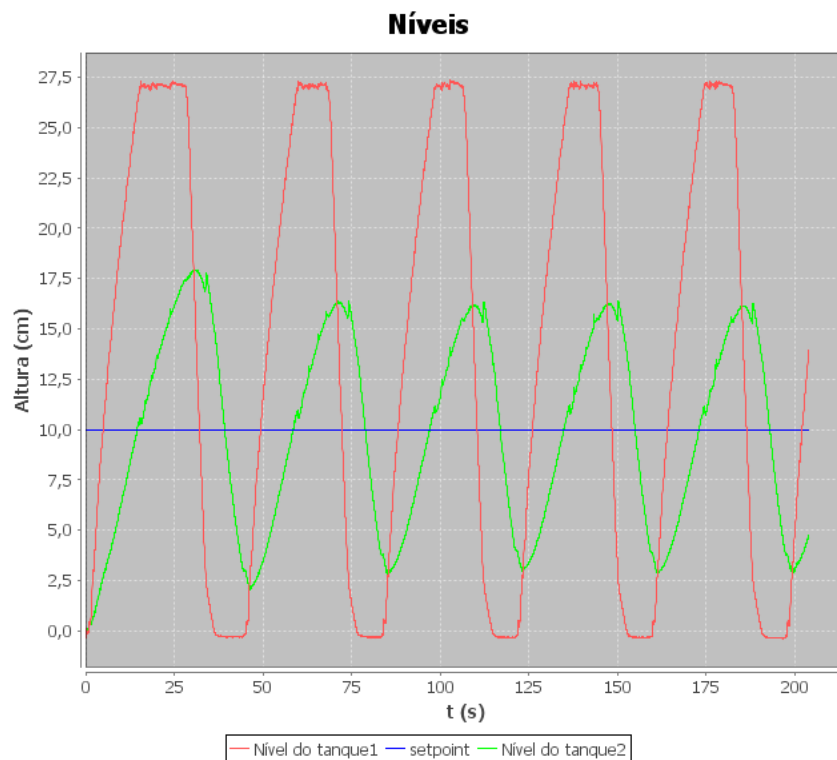


Gráfico 6: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 0,25$ e $k_d = 0,25$

Geral	Tanque 1	Tanque 2
Tempo de subida 0-100	14.341 s	Undershoot 79.357 %
Tempo de subida 10-90	10.673 s	Tempo de acomodação 10% s
Tempo de subida 20-80	8.0953 s	Tempo de acomodação 5% s
Tempo de pico	30.845 s	Tempo de acomodação 2% s
Overshoot	79.334 %	

Figura 7: Dados obtidos do gráfico 6

Resultados, definitivamente, não esperados, que podem ter sido ocasionado por uma duplicação de imagem.

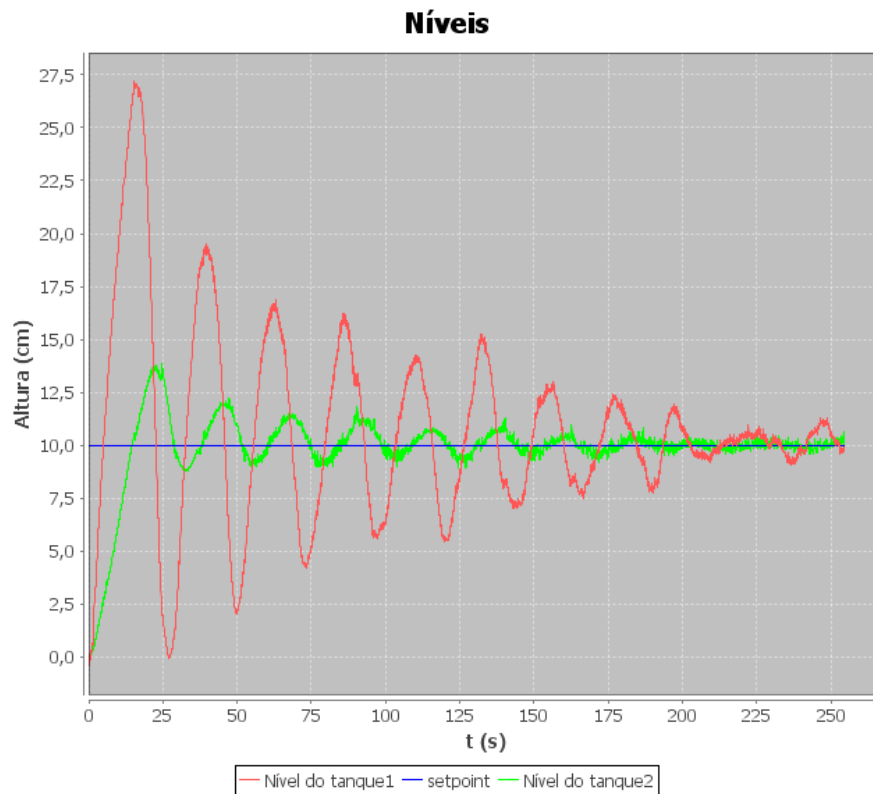


Gráfico 7: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 0,25$ e $k_d = 1$

Geral Tanque 1 Tanque 2				
Tempo de subida 0-100	14.145	s	Undershoot	11.248 %
Tempo de subida 10-90	10.639	s	Tempo de acomodação 10%	70.143 s
Tempo de subida 20-80	8.0719	s	Tempo de acomodação 5%	112.62 s
Tempo de pico	24.863	s	Tempo de acomodação 2%	329.17 s
Overshoot	36.904	%		

Figura 8: Dados obtidos do gráfico 7

O sistema conseguiu atingir todos os tempos de acomodação e obteve-se um undershoot e overshoot baixo, porém o ruído está sendo intensificado, ocasionado pelo aumento do k_d .

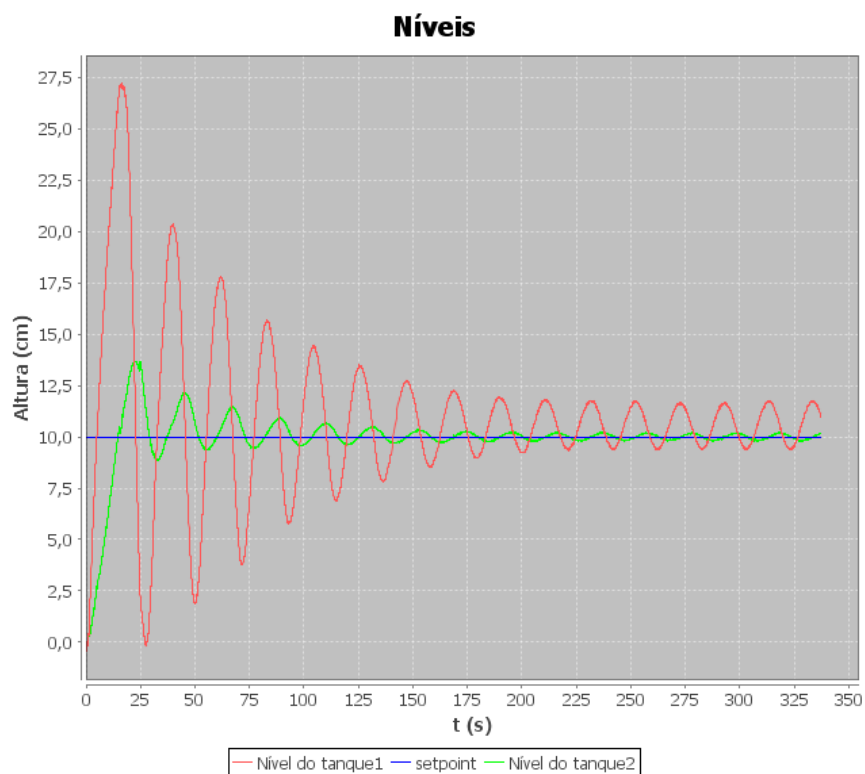


Gráfico 8: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 0,25$ e $k_d = 0,25$

Geral	Tanque 1	Tanque 2		
Tempo de subida 0-100	13.996	s	Undershoot	11.362 %
Tempo de subida 10-90	10.765	s	Tempo de acomodação 10%	140.35 s
Tempo de subida 20-80	8.1759	s	Tempo de acomodação 5%	254.25 s
Tempo de pico	24.591	s	Tempo de acomodação 2%	254.36 s
Overshoot	38.507	%		

Figura 9: Dados obtidos do gráfico 8

Os parâmetros k_p , k_i e k_d escolhidos foram bons, pois todos os tempos de acomodação foram atingidos, além de gerar baixo overshoot e undershoot, entretanto o sistema não possui um tempo de subida alto e os tempos de acomodação de 5% e 2% são altos.

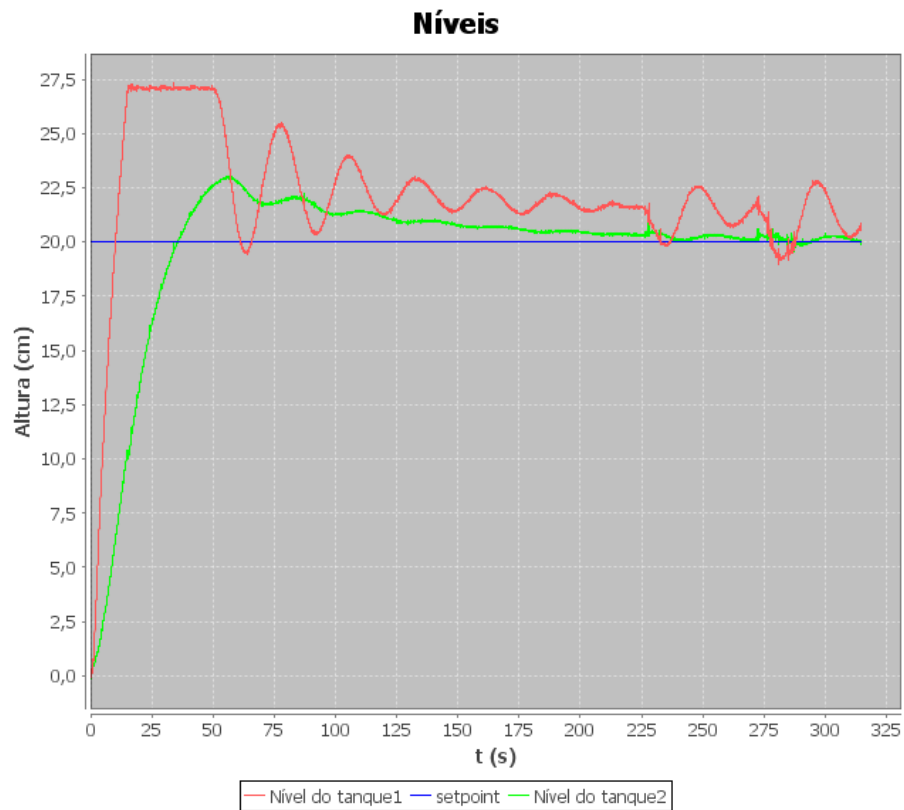


Gráfico 9: níveis dos tanques, para $k_p = 1,5$, $k_i = 0,01$ e $k_d = 1$

Geral	Tanque 1	Tanque 2
Tempo de subida 0-100	33.817 s	Undershoot 0.9462 %
Tempo de subida 10-90	24.098 s	Tempo de acomodação 10% 88.358 s
Tempo de subida 20-80	16.516 s	Tempo de acomodação 5% 140.63 s
Tempo de pico	57.741 s	Tempo de acomodação 2% 287.53 s
Overshoot	15.193 %	

Figura 10: Dados obtidos do gráfico 9

Para o sistema do gráfico 9 possui bons parâmetros, porém o k_d gerou ruídos intensos.

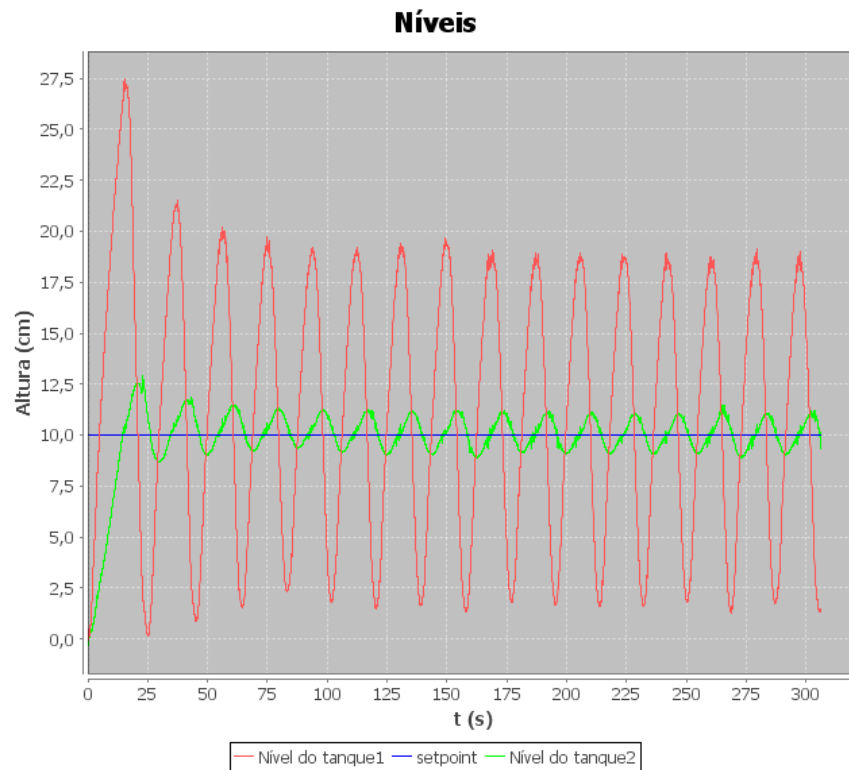


Gráfico 10: níveis dos tanques, para $k_p = 3$, $k_i = 0,025$ e $k_d = 0,5$

Geral	Tanque 1	Tanque 2		
Tempo de subida 0-100	14.118 s	Undershoot	13.194 %	
Tempo de subida 10-90	10.527 s	Tempo de acomodação 10%	303.96 s	
Tempo de subida 20-80	8.2089 s	Tempo de acomodação 5%		s
Tempo de pico	22.928 s	Tempo de acomodação 2%		s
Overshoot	29.120 %			

Figura 11: Dados obtidos do gráfico 10

O aumento do k_p gerou rápidas oscilações ao sistema, impedindo o tempo de acomodação de 5% e 2% do sistema.

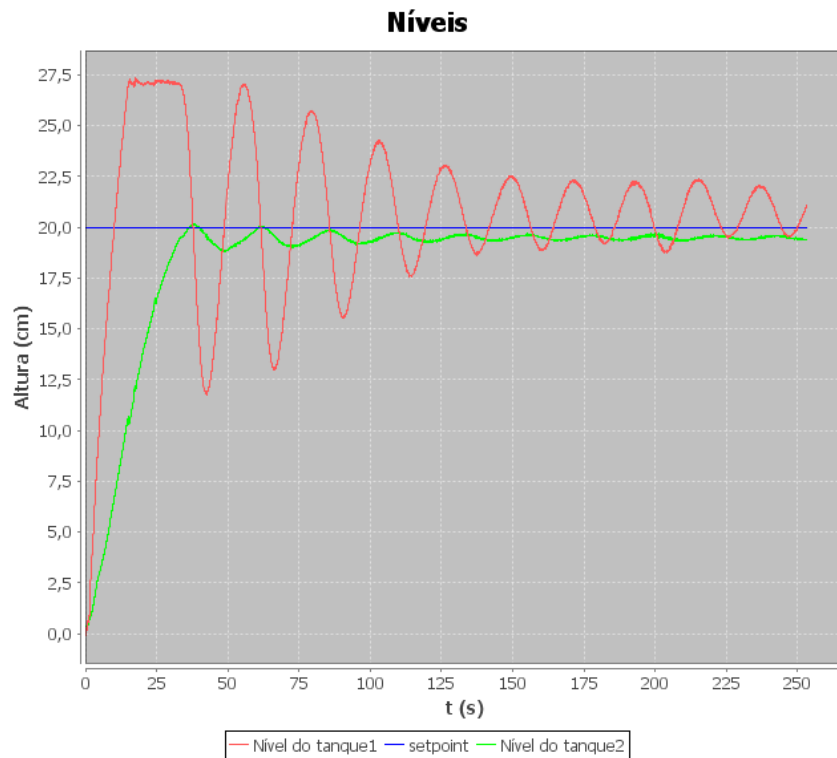


Gráfico 11: níveis dos tanques, para $k_p = 3$, $k_i = 0$ e $k_d = 0$

Geral	Tanque 1	Tanque 2
Tempo de subida 0-100	36.406 s	Undershoot 5.7158 %
Tempo de subida 10-90	25.284 s	Tempo de acomodação 10% 36.410 s
Tempo de subida 20-80	17.431 s	Tempo de acomodação 5% 50.838 s
Tempo de pico	38.034 s	Tempo de acomodação 2% s
Overshoot	0.8089 %	

Figura 12: Dados obtidos do gráfico 11

No sistema de primeira ordem, que possui ganho proporcional apenas, não consegui se estabilizar em um tempo de acomodação de 2%, porém, o sistema conseguiu atingir o valor de pico rapidamente.

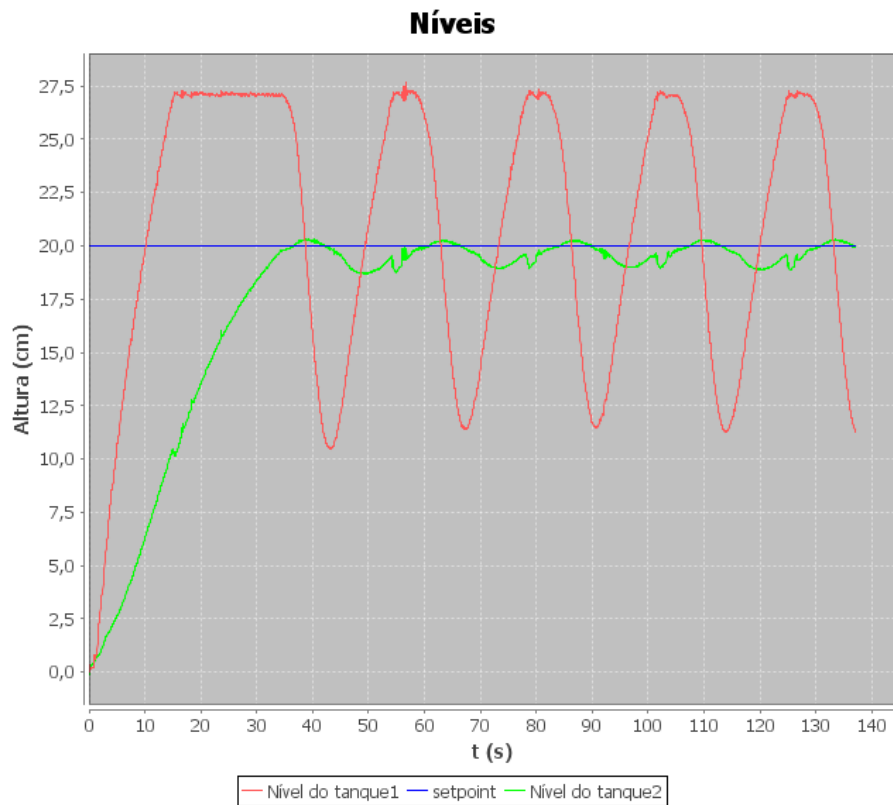


Gráfico 12: níveis dos tanques, para $k_p = 5$, $k_i = 0,001$ e $k_d = 0$

Geral	Tanque 1	Tanque 2		
Tempo de subida 0-100	36.460	s	Undershoot	6.4407 %
Tempo de subida 10-90	24.728	s	Tempo de acomodação 10%	36.464 s
Tempo de subida 20-80	16.475	s	Tempo de acomodação 5%	125.95 s
Tempo de pico	38.569	s	Tempo de acomodação 2%	127.86 s
Overshoot	1.5720	%		

Figura 13: Dados obtidos do gráfico 12

Para o sistema com k_p alto, um k_i muito pequeno e sem ganho derivativo, o tanque 1 (sistema de primeira ordem) não conseguiu reagir de forma rápida as mudanças, devido a seu baixo k_p .

3.CONCLUSÃO

A partir dos vários testes realizados, pode-se perceber que o controle PID não converge bem quando temos um ganho integrativo em torno de 0,1. Podemos perceber que aumentando o ganho derivativo o sistema converge mais para a região de acomodação de 10%, porém as regiões de acomodação de 5% e de 2% são muito difíceis de conseguir. Os melhores resultados foram obtidos quando o $k_p = 1,5$; $k_i = 0,025$; e $k_d = 0,25$, com estes ganhos o sistema conseguiu entrar em todas as regiões de acomodação e gerou um overshoot e undershoot menor que os demais testes realizados.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, F. M. U, *Sistemas de controle*, 2007.