

Brute Force & Divide Conquer (DC)

Teaching Team

Algorithm and Data Structure

2023/2024

Learning Outcome

- Students have to understand the basic concept of *brute force* and *divide conquer (DC)*
- Students must be able to create a flowchart based on the *brute force* and *divide conquer* algorithm

Outlines



Brute Force



Divide Conquer



Big O Notation

Pengantar

- Deciding the data structure algorithm to solve the problem, is related to the number of data or *instance*
- The correct data structure decided, the lower time of complexity and the lower cost will be
- 2 main approach of problem solving:
 - *Brute Force*
 - *Divide Conquer*

Brute Force

Just do it! (one by one?)

Definisi Brute Force #1

- **Brute force** adalah pendekatan yang lempang (*straightforward*)
- Dasar pemecahan dengan algoritma brute force didapatkan dari pernyataan pada persoalan (*problem statement*) dan definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma **brute force** lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil karena mudah diimplementasikan dan tata cara yang sederhana.

Definisi Brute Force #2

- Biasanya didasarkan pada:
 - pernyataan pada persoalan (*problem statement*)
 - definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma *brute force* memecahkan persoalan dengan
 - sangat sederhana,
 - langsung,
 - jelas (*obvious way*).
- *Just do it!* atau *Just Solve it!*

Karakteristik Algoritma Brute Force

- Kata “force” mengindikasikan “tenaga” ketimbang “otak”
- Kadang-kadang algoritma *brute force* disebut juga **algoritma naif** (*naïve algorithm*).

Algoritma *brute force* lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil.

- Sederhana,
- Implementasinya mudah

Algoritma *brute force* sering digunakan sebagai basis pembandingan dengan algoritma yang lebih mangkus/baik.

Meskipun bukan metode yang mangkus, hampir semua persoalan dapat diselesaikan dengan algoritma *brute force*.

- Sukar menunjukkan persoalan yang tidak dapat diselesaikan dengan metode *brute force*.
- Bahkan, ada persoalan yang hanya dapat diselesaikan dengan metode *brute force*.

Contoh #1 - Mencari elemen terbesar (terkecil)

Persoalan :

Diberikan sebuah senarai yang beranggotakan n buah bilangan bulat (a_1, a_2, \dots, a_n). Carilah elemen terbesar di dalam senarai tersebut.

Algoritma *brute force*:

Bandingkan setiap elemen senarai untuk menemukan elemen terbesar

```
procedure CariElemenTerbesar(input  $a_1, a_2, \dots, a_n$  : integer,  
                             output maks : integer)  
{ Mencari elemen terbesar di antara elemen  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Elemen  
  terbesar akan disimpan di dalam maks.  
Masukan:  $a_1, a_2, \dots, a_n$   
Keluaran: maks  
}  
Deklarasi  
  k : integer  
  
Algoritma:  
  maks  $\leftarrow a_1$   
  for k  $\leftarrow 2$  to n do  
    if  $a_k > maks$  then  
      maks  $\leftarrow a_k$   
    endif  
  endfor
```

Contoh #2 - Pencocokan String (*String Matching*)



Persoalan:

Diberikan

a) teks (*text*), yaitu (*long*) *string* dengan panjang n karakter

b) *pattern*, yaitu *string* dengan panjang m karakter (asumsi: $m < n$)

Carilah lokasi pertama di dalam teks yang bersesuaian dengan *pattern*.

Penyelesaian dengan Algoritma *brute force*:

- 1) Mula-mula *pattern* dicocokkan pada awal teks.
- 2) Dengan bergerak dari kiri ke kanan, bandingkan setiap karakter di dalam *pattern* dengan karakter yang bersesuaian di dalam teks sampai:
 - semua karakter yang dibandingkan cocok atau sama (pencarian berhasil), atau
 - dijumpai sebuah ketidakcocokan karakter (pencarian belum berhasil)
- 3) Bila *pattern* belum ditemukan kecocokannya dan teks belum habis, geser *pattern* satu karakter ke kanan dan ulangi langkah 2.

Ilustrasi Contoh #2



Pattern: NOT

Teks: NOBODY NOTICED HIM

NOBODY **NOT**ICED HIM

1 NOT
2 NOT
3 NOT
4 NOT
5 NOT
6 NOT
7 NOT
8 **NOT**

Pattern: 001011

Teks: 10010101**001011**1110101010001

10010101**001011**1110101010001
1 001011
2 001011
3 001011
4 001011
5 001011
6 001011
7 001011
8 001011
9 **001011**

Case Brute Force

Worst Case

- Pada setiap pergeseran pattern, semua karakter di *pattern* dibandingkan.
- Contoh:
 - T: "aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaab"
 - P: "aaab"

Best Case

- Terjadi bila karakter pertama *pattern P* sama dengan karakter teks *T*
- Atau terjadi bila karakter pertama *pattern P* tidak pernah sama dengan karakter teks *T* yang dicocokkan
- Jumlah perbandingan maksimal n kali:
- Contoh:
 - T: String ini berakhir dengan zzz
 - P: Str

Kelebihan dan Kelemahan Brute Force



Kelebihan

1. Metode *brute force* dapat digunakan untuk memecahkan hampir sebagian besar masalah (*wide applicability*).
2. Metode *brute force* sederhana dan mudah dimengerti.
3. Metode *brute force* menghasilkan algoritma yang layak untuk beberapa masalah penting seperti pencarian, pengurutan, pencocokan *string*, perkalian matriks.
4. Metode *brute force* menghasilkan algoritma baku (standard) untuk tugas-tugas komputasi seperti penjumlahan/perkalian n buah bilangan, menentukan elemen minimum atau maksimum di dalam tabel (*list*).

Kelemahan

1. Metode *brute force* jarang menghasilkan algoritma yang mangkus.
2. Beberapa algoritma *brute force* lambat sehingga tidak dapat diterima.
3. Tidak sekonstruktif/sekreatif teknik pemecahan masalah lainnya.

Penerapan Algoritma Brute Force



Sequential Search / Linear Search

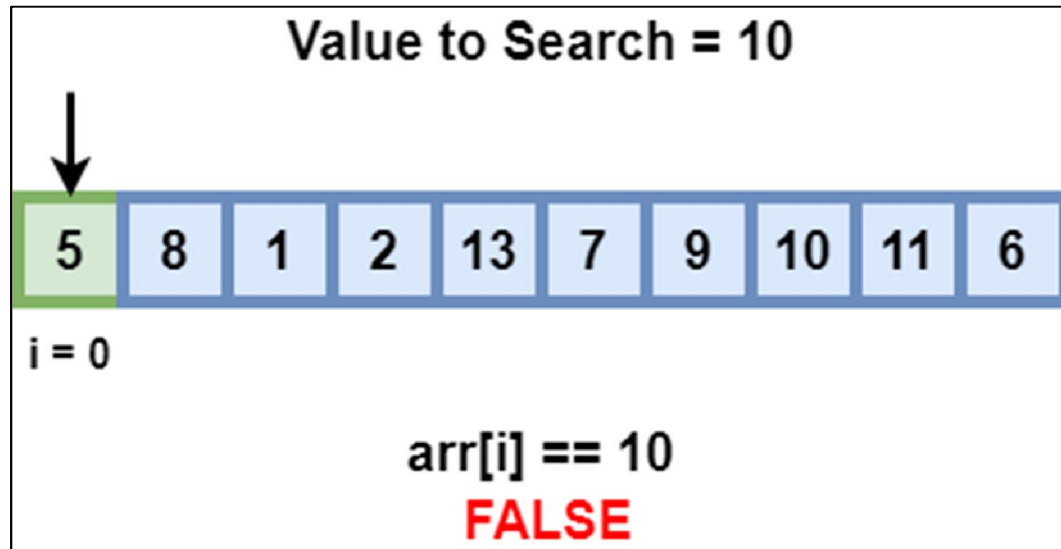
Bubble Sort

Selection Sort

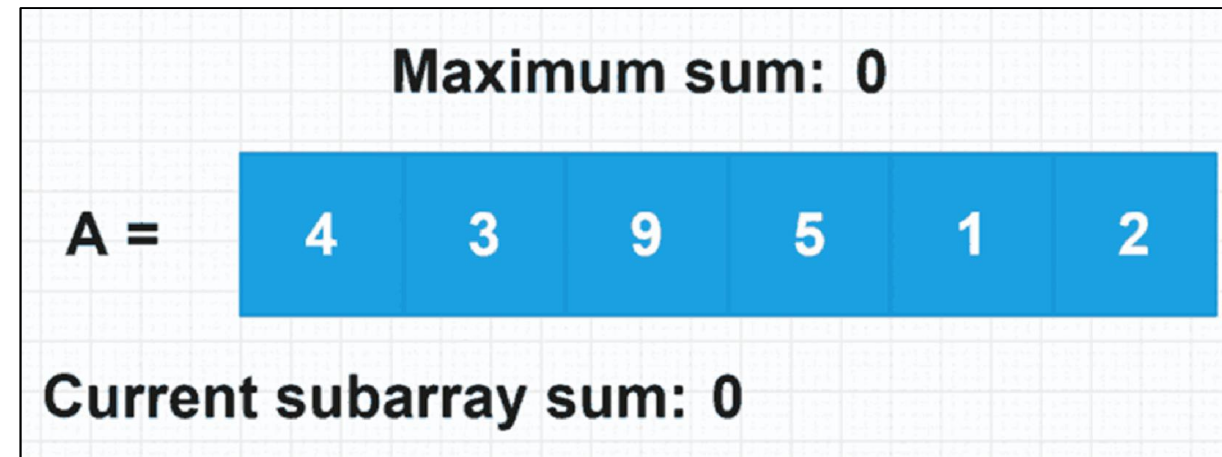
Ilustrasi Penerapan Pendekatan Brute Force



Searching



Highest Sum



Trivia: *Brute Force* Dunia Nyata

Actually also type of brute force

Dictionary Attacks vs. Brute Force Attacks

Dictionary Attacks

✓
Hackers generate a list of common passwords to try against vulnerable accounts

✓
Take less time

✓
Adaptable based on location

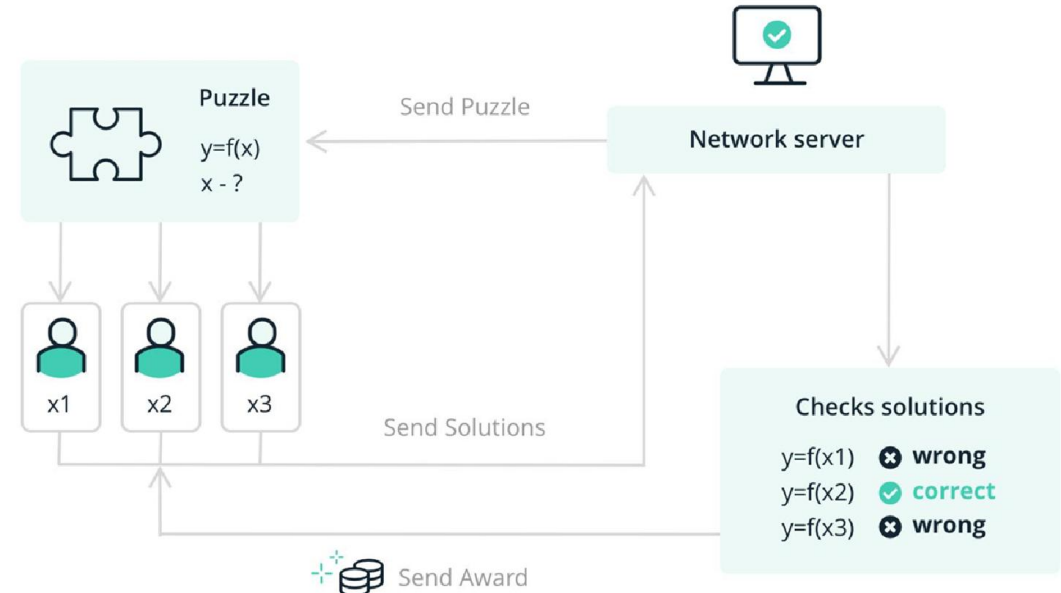
Brute Force Attacks

✓
Hackers generate a list of complex passwords to try against vulnerable accounts

✓
Take more time

✓
Require advanced password cracking software

Cybersecurity



Konsep Proof-of-Work

Blockchain

Divide Conquer

Pengenalan *Divide and Conquer*



- *Divide and Conquer* dulunya adalah strategi militer yang dikenal dengan nama *divide ut imperes*.
- Sekarang strategi tersebut menjadi strategi fundamental di dalam ilmu komputer dengan nama *Divide and Conquer*.

Definisi Divide Conquer #1

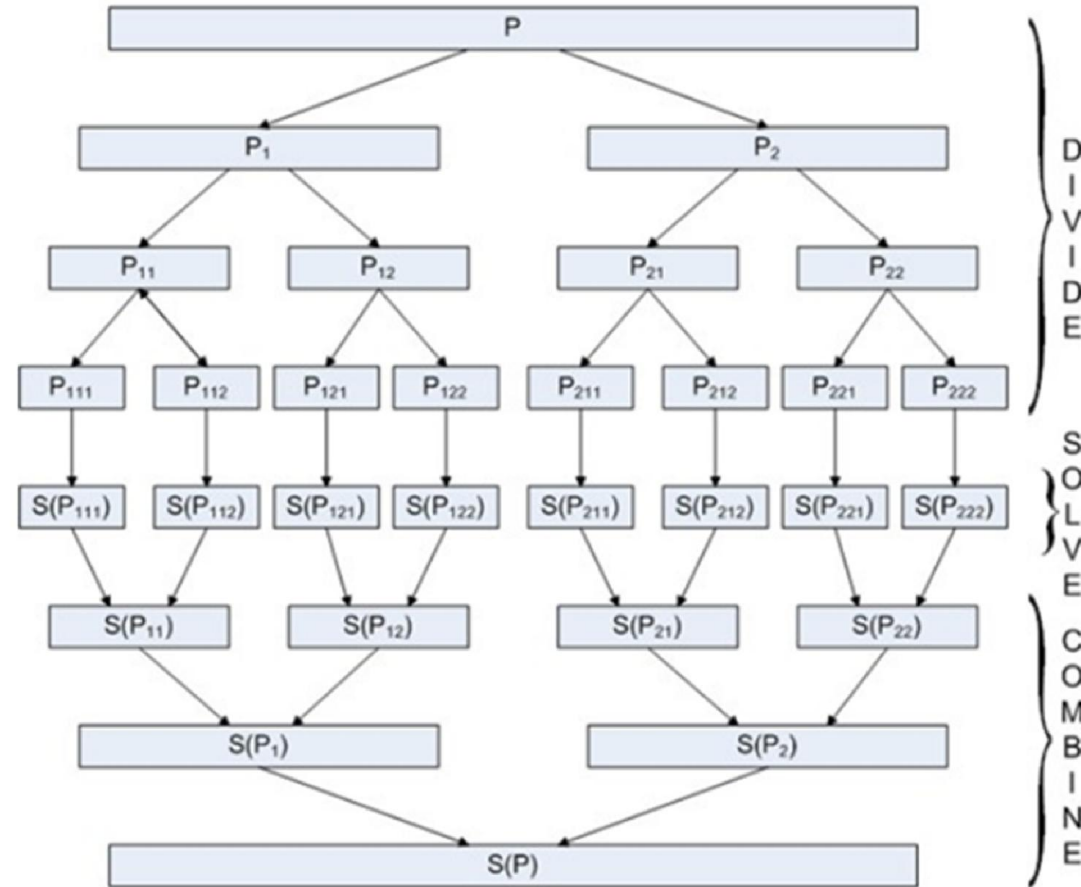


- **Divide**: membagi masalah menjadi beberapa bagian masalah yang memiliki kemiripan dengan masalah semula namun berukuran lebih kecil (idealnya berukuran hampir sama),
- **Conquer**: memecahkan (menyelesaikan) masing-masing bagian masalah (secara rekursif), dan
- **Combine**: menggabungkan solusi masing-masing bagian masalah sehingga membentuk solusi masalah semula.

Definisi Divide Conquer #2

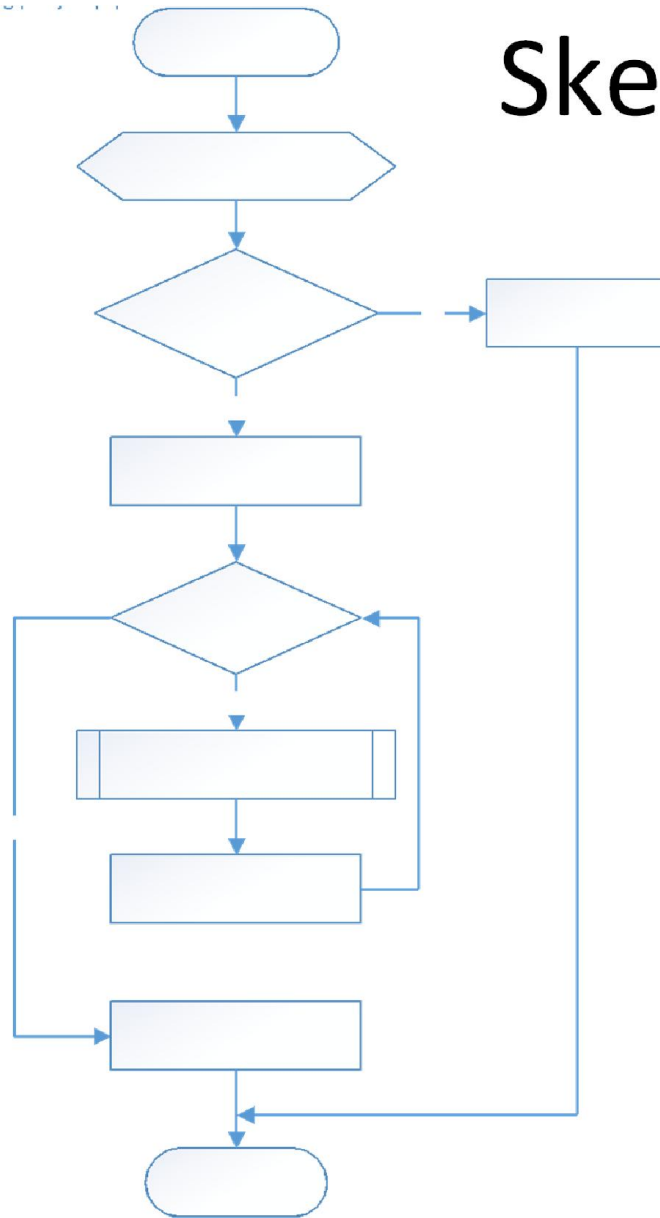
- Obyek persoalan yang dibagi : masukan (input) atau instances persoalan yang berukuran n seperti:
 - Tabel (larik),
 - Matriks,
 - Eksponen,
 - Dll, bergantung persoalannya.
- Tiap-tiap bagian masalah mempunyai karakteristik yang sama (*the same type*) dengan karakteristik masalah asal
- Sehingga metode *Divide and Conquer* lebih natural diungkapkan dengan skema rekursif.

Ilustrasi *Divide Conquer*



Keterangan:
 P = persoalan
 S = solusi

Skema Umum Divide Conquer



```
procedure DIVIDE_and_CONQUER(input n : integer)
{ Menyelesaikan masalah dengan algoritma D-and-C.
  Masukan: masukan yang berukuran n
  Keluaran: solusi dari masalah semula
}
Deklarasi
  r, k : integer
Algoritma
  if n ≤ n0 then {ukuran masalah sudah cukup kecil }
    SOLVE upa-masalah yang berukuran n ini
  else
    Bagi menjadi r upa-masalah, masing-masing berukuran n/k
    for masing-masing dari r upa-masalah do
      DIVIDE_and_CONQUER(n/k)
    endfor
    COMBINE solusi dari r upa-masalah menjadi solusi masalah semula }
  endif
```

Skema Jika Pembagian Menghasilkan Dua Bagian Masalah Berukuran Sama

```
procedure DIVIDE_and_CONQUER(input n : integer)  
{ Menyelesaikan masalah dengan algoritma D-and-C.  
  Masukan: masukan yang berukuran n  
  Keluaran: solusi dari masalah semula  
}
```

Deklarasi

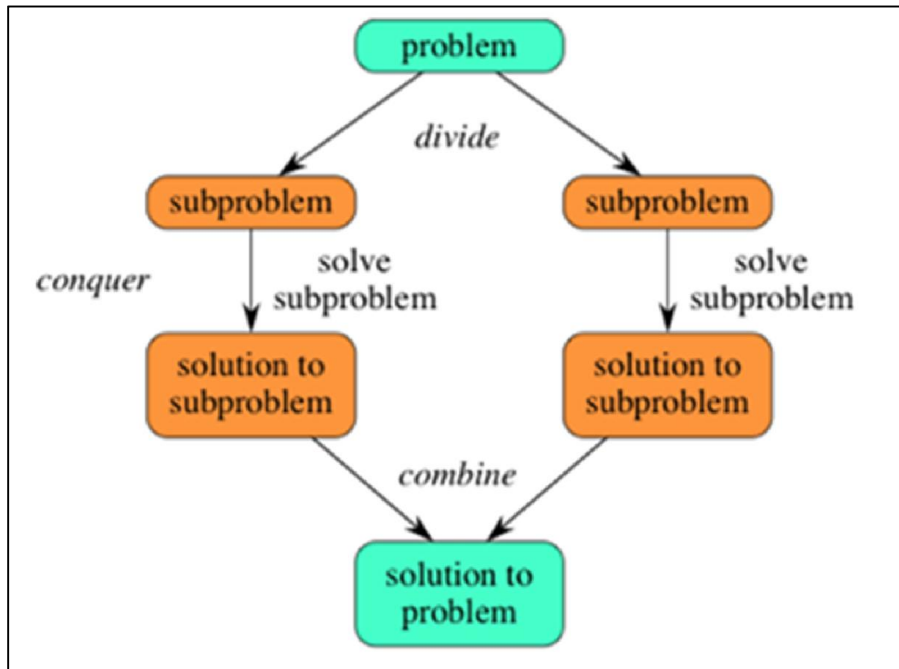
```
  r, k : integer
```

Algoritma

```
if n ≤ n0 then {ukuran masalah sudah cukup kecil }  
  SOLVE upa-masalah yang berukuran n ini  
else  
  Bagi menjadi 2 upa-masalah, masing-masing berukuran n/2  
  DIVIDE_and_CONQUER(upa-masalah pertama yang berukuran n/2)  
  DIVIDE_and_CONQUER(upa-masalah kedua yang berukuran n/2)  
  COMBINE solusi dari 2 upa-masalah  
endif
```


Ilustrasi Divide Conquer

1 Tahap Rekursif



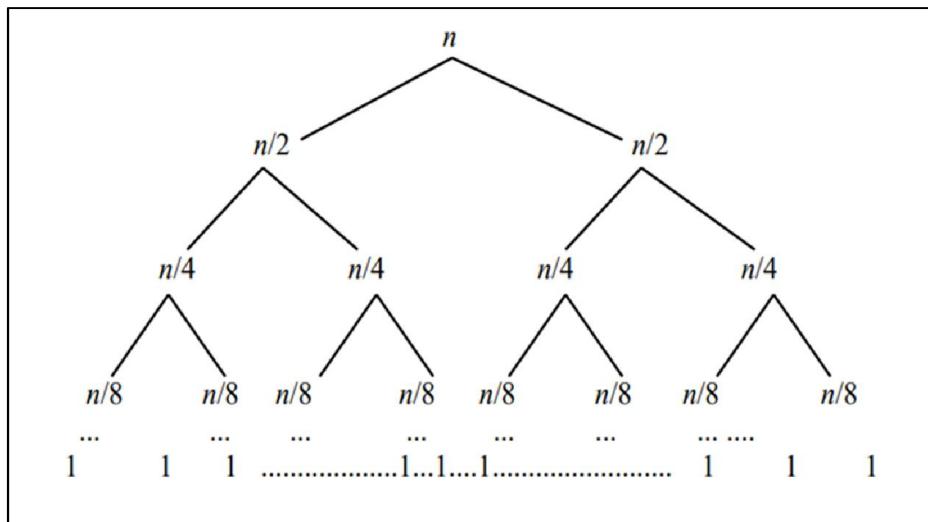
2 Tahap Rekursif



Case Divide Conquer

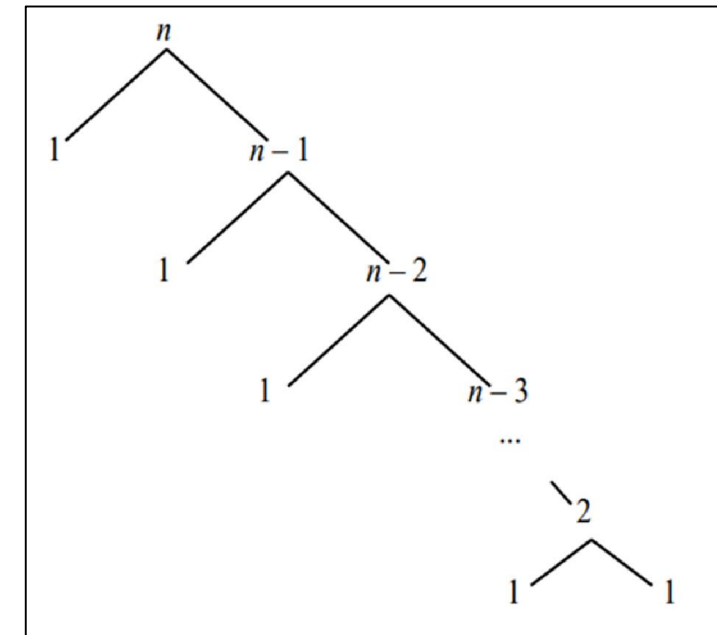
Best Case

Best case ditemukan saat elemen median bagian-tabel berukuran relatif sama setiap partisi

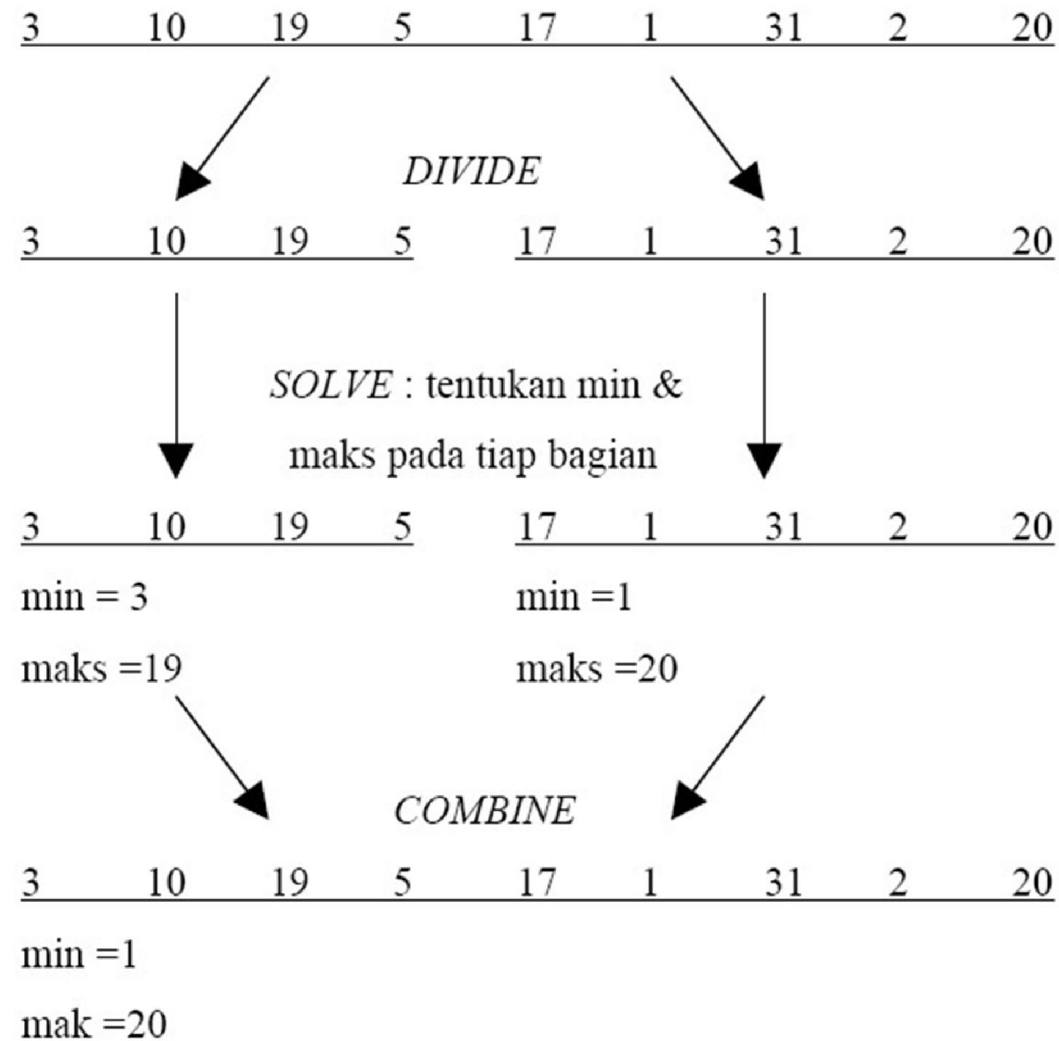


Worst Case

Worst Case ditemukan saat upa tabel selalu minimum atau maksimum (tidak berukuran sama) setiap partisi.



Contoh – Mencari Nilai Min dan Max



Kelebihan dan Kelemahan Divide Conquer



Kelebihan

- Dapat memecahkan masalah yang sulit (Efektif untuk masalah yang cukup rumit)
- Memiliki efisiensi algoritma yang tinggi. (Efisien menyelesaikan algoritma sorting)
- Bekerja secara paralel. Divide and Conquer didesain bekerja dalam mesin-mesin yang memiliki banyak prosesor (memiliki sistem pembagian memori)
- Akses memori yang cukup kecil, sehingga meningkatkan efisiensi memori

Kelemahan

- Lambatnya proses perulangan (Beban yang cukup signifikan pada prosesor, jadi lebih lambat prosesnya untuk masalah yang sederhana)
- Lebih rumit untuk masalah yang sederhana (Algoritma sekuensial terbukti lebih mudah dibuat daripada algoritma divide and conquer untuk masalah sederhana)

Penerapan Algoritma Divide Conquer



Merge Sort



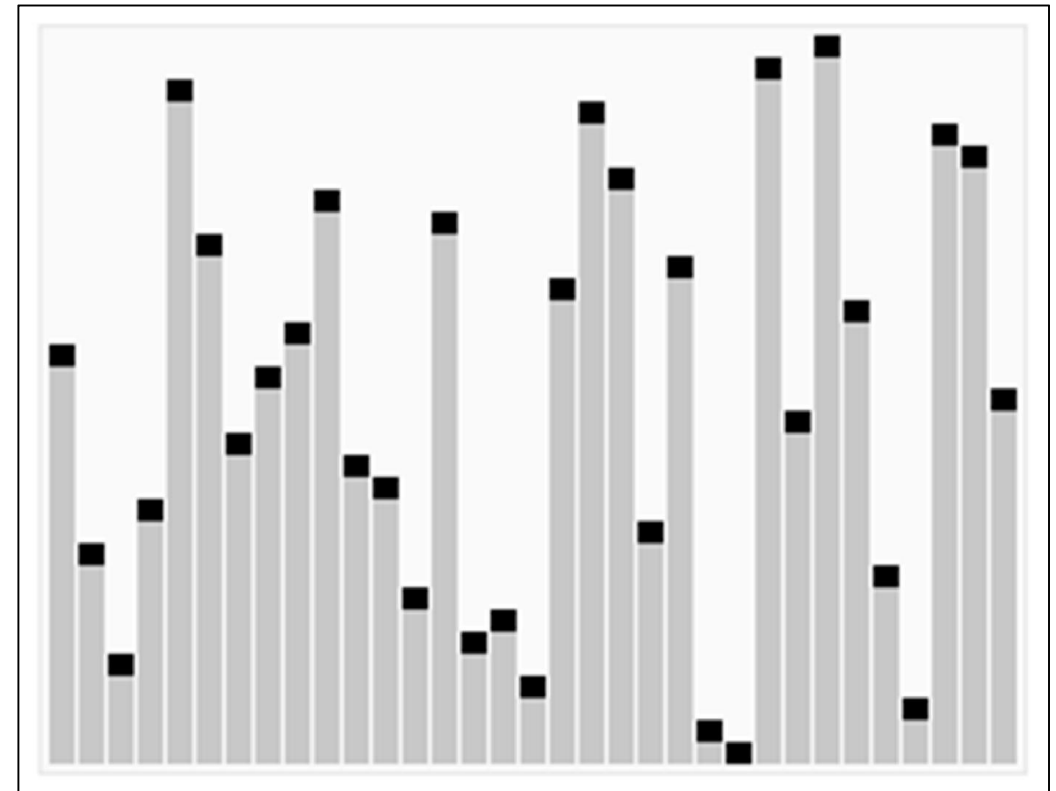
Quick Sort



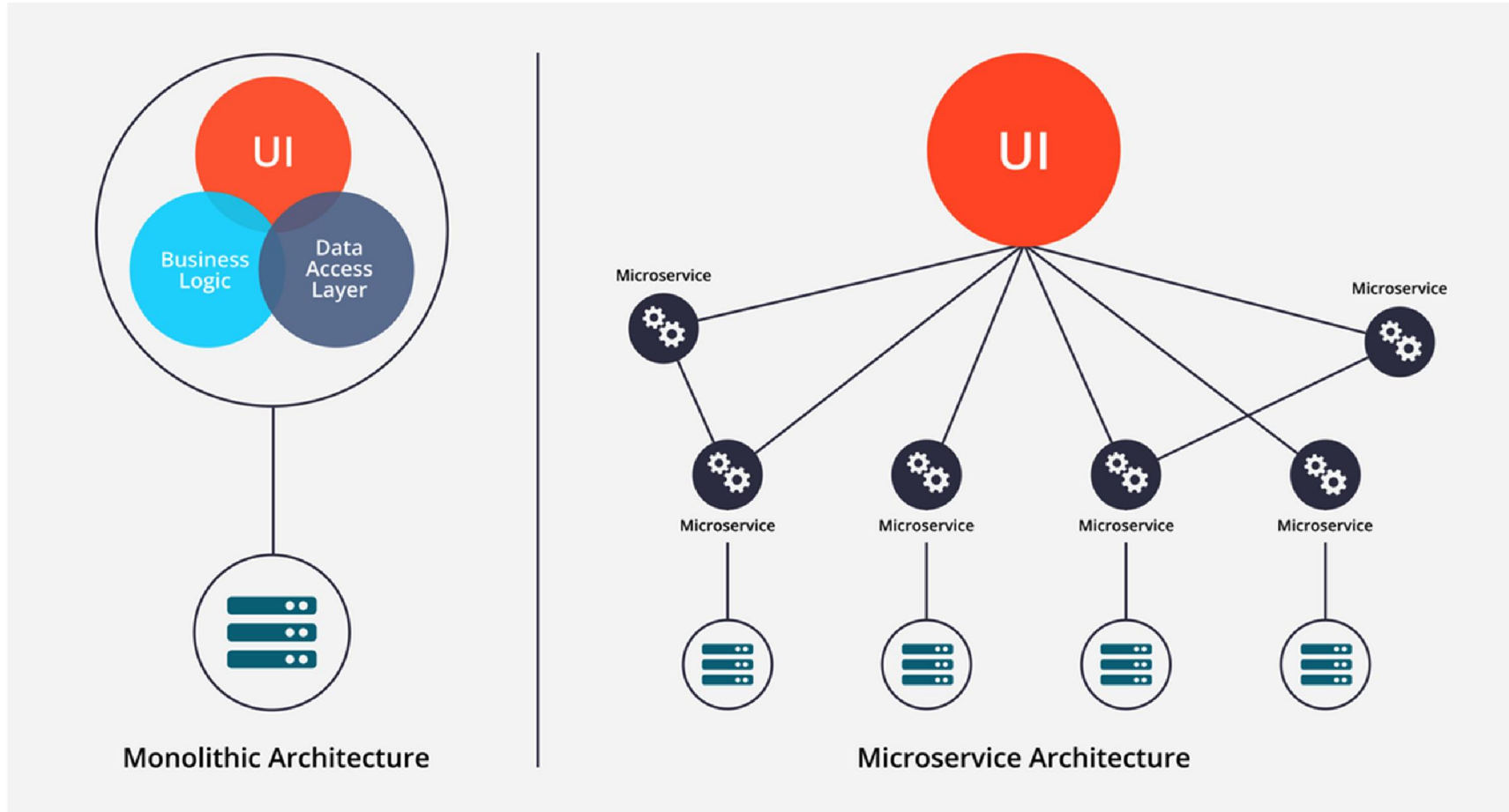
Binary Search

Ilustrasi Penerapan *Divide Conquer* Pada Kasus *Sorting*

MERGE SORT



Trivia: *Divide Conquer*



Arsitektur *Microservices*

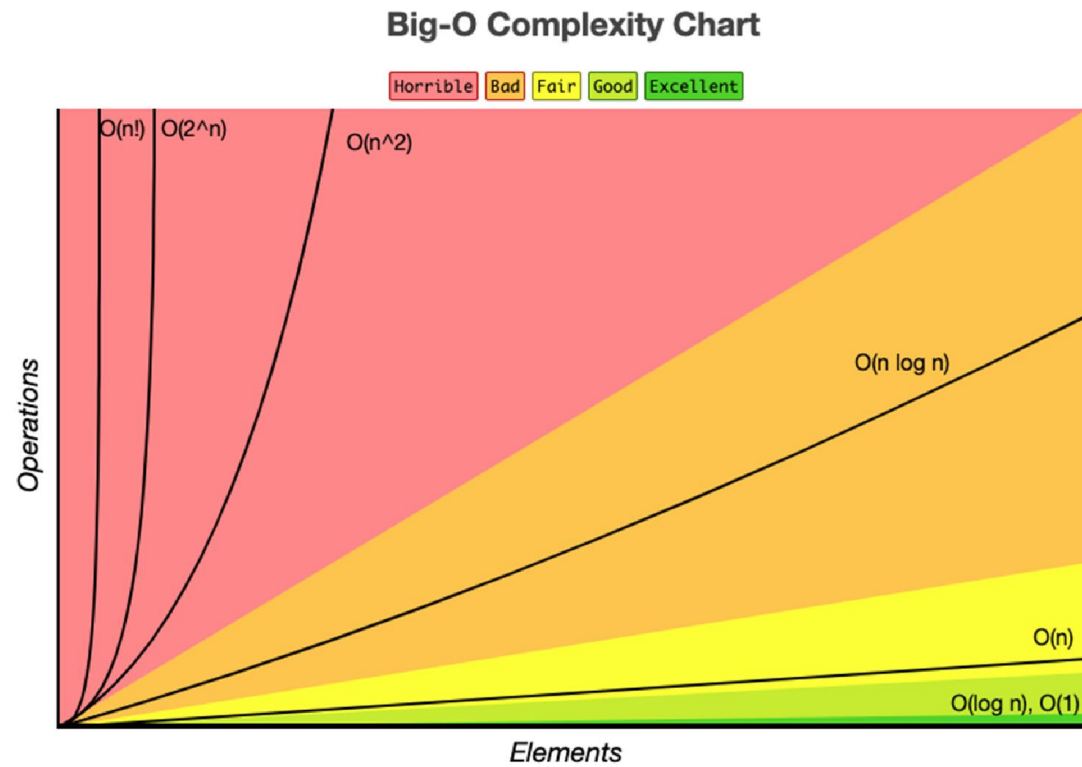
Notasi Big O

Apakah algoritma kita sudah efisien?

Notasi Big O



- Analisis algoritma untuk kompleksitas waktu atau ruang memori
- Dapat diukur atau dipandang berdasarkan worst-case, best-case, average-case.
- Dari tercepat hingga terlambat :
 1. $O(1)$
 2. $O(\log n)$
 3. $O(n)$
 4. $O(n \log n)$
 5. $O(n^p)$
 6. $O(k^n)$
 7. $O(n!)$



Notasi $O(1)$

Contoh Kode

```
int n = 1000;  
System.out.println("Hey - your input is: " + n);
```

```
int add(int a, int b) {  
    return a + b;  
}
```

Time complexity **$O(1)$** dikarenakan hanya menjalankan sekali instruksi return, berapapun input yang dimasukkan ke dalam fungsi

Notasi $O(\log n)$

```
for (int i = 1; i < n; i = i * 2)
{
    System.out.println("Hasil: " + i);
}
```

Jika $n = 8$, maka



Output

Hasil : 1
Hasil : 2
Hasil : 4

Algoritma ini berjalan $\log(8) = 3$ kali

Notasi $O(n)$

```
double average(double[] numbers) {  
    double sum = 0;  
    for(double number: numbers) {  
        sum += number;  
    }  
    return sum / numbers.length;  
}
```

- Fungsi diatas memiliki time complexity **$O(n)$** dikarenakan ia akan menjalankan looping untuk menjumlahkan bilangan-bilangan yang ada didalam array. Jumlah loopingnya bergantung pada panjang array yang dimasukkan kedalam fungsi.
- Jika numbers memiliki panjang array 3 dengan isi [2,3,4] , maka fungsi akan menjumlahkan secara urut 2, 3, dan 4, kemudian mengembalikan rata-ratanya. Sehingga, array yang memiliki panjang 3, fungsi akan melakukan looping sebanyak 3 untuk menjumlahkan bilangan-bilangannya, dan seterusnya.

Notasi $O(n \log n)$

```
for (int i = 1; i <= n; i++) {  
    for(int j = 1; j < 8; j = j * 2) {  
        System.out.println("Hasil: " + i + " dan " + j);  
    }  
}
```

Jika $n = 8$, maka algoritma akan berjalan
 $8 * \log(8) = 8 * 3 = 24$ kali.

Notasi $O(n^p)$



```
for (int i = 1; i <= n; i++) {  
    for(int j = 1; j <= n; j++) {  
        System.out.println("Hasil: " + i + " and " + j);  
    }  
}
```

Jika $n = 8$, maka $8^2 = 64$ kali

Notasi $O(n^p)$ – Contoh Lain

```
int func(int n) {  
    int count = 0;  
    for (int i = 1 ; i <= n ; i++) {  
        for (int j = 1 ; j <= i ; j++) {  
            count++;  
        }  
    }  
    return count;  
}
```

Berapa kali count++ dijalankan dengan nilai n sembarang?

- Ketika $i = 1$, maka akan dijalankan 1 kali.
- Ketika $i = 2$, maka akan dijalankan 2 kali.
- Ketika $i = 3$, maka akan dijalankan 3 kali.
- dan seterusnya...

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$$

time complexity **$O(n^2)$**

Notasi $O(k^n)$

```
for (int i = 1; i <= Math.pow(2, n); i++) {  
    System.out.println("Hasil : " + i);  
}
```

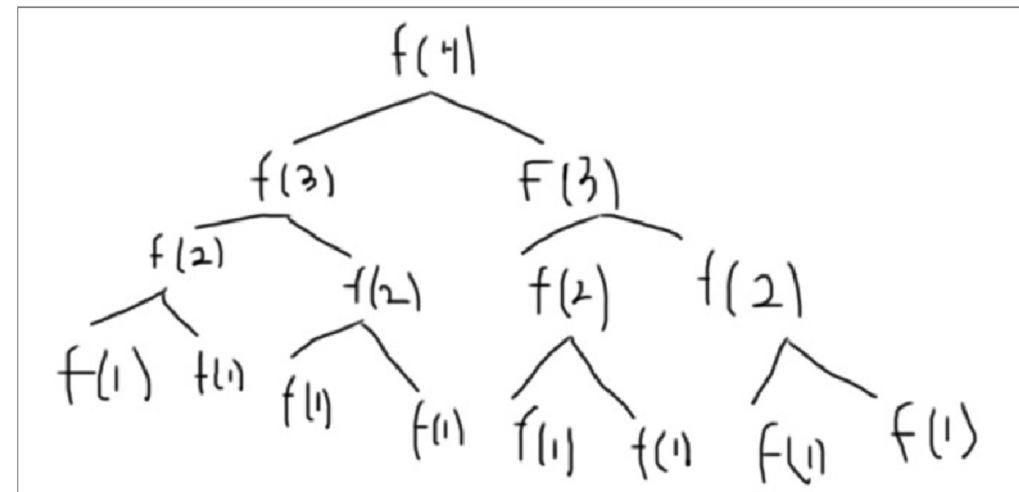
Muncul pada kasus atau factor yang terkspensial dengan ukuran input

Jika $n = 8$, maka $2^8 = 256$

Notasi $O(k^n)$ – Contoh Lain

```
int func(int n) {  
    if (n <= 1) {  
        return 1;  
    }  
  
    return func(n-1) + func(n-1);  
}
```

Misalkan dipanggil dengan func(4)



time complexity sebesar **$O(2^n)$**

Notasi $O(n!)$



```
for (int i = 1; i <= factorial(n); i++) {  
    System.out.println("Hasil: " + i);  
}
```

Jika $n = 8$ maka $8! = 40320$

Aturan Big O



- Cari notasi yang paling berkontribusi (biasanya yang bagian “+” atau notasi $O(1)$ ditiadakan)
- “If” umumnya bersifat “ + ”
- “for” umumnya bersifat “ * ”
- Konstanta dari notasi Big O dapat ditiadakan (cth: $2 O(n)$ menjadi $O(n)$)

Contoh Kasus



```
public class ContohBigO{
    public static void contohBigO(int[] angka){
        System.out.println("Pairs: ");
        int n = angka.length;

        for(int i =0; i < n; i++){
            for (int j =0; j < n; j++){
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);
            }
        }

        for(int i =0; i < n; i++){
            for (int j =0; j < n; j++){
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);
            }
        }
    }
}
```

Contoh Kasus

```
public class ContohBigO{  
    public static void contohBigO(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

2 instruksi

$n \times n \times 1$ instruksi

$n \times n \times 1$ instruksi

Contoh Kasus - Kesimpulan

$$\boxed{2} + \boxed{n * n * 1} + \boxed{n * n * 1} = 2 + n^2 + n^2 = 2 + 2 * (n^2)$$

Diagram illustrating the instruction count for the expression $2 + n * n * 1 + n * n * 1$:

- The constant 2 is associated with **2 instruksi** (2 instructions).
- The term $n * n * 1$ is associated with **$n * n * 1$ instruksi** (n^2 instructions).
- The term $n * n * 1$ is associated with **$n * n * 1$ instruksi** (n^2 instructions).

Contoh:

Jika $n = 10$ elemen maka instruksi yang dijalankan adalah $2 + 2 * (10^2) = 202$

Latihan



1. Buatlah flowchart untuk menghitung nilai akar dari suatu bilangan dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer! *Jika bilangan tersebut bukan merupakan kuadrat sempurna, bulatkan angka ke bawah.*
2. Buatlah flowchart untuk menghitung hasil pangkat dari inputan suatu bilangan dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer!

Latihan



3. Tentukan notasi Big O yang sesuai dari kode program berikut!

a.

```
public int countVowels(char[] word){
    char[] vowels = {'a', 'i', 'u', 'e', 'o'};
    int count = 0;

    for (int i = 0; i < word.length; i++) {
        for (int j = 0; j < vowels.length; j++) {
            if (word[i] == vowels[j]) {
                count++;
            }
        }
    }

    return count;
}
```

Latihan



3. Tentukan notasi Big O yang sesuai dari kode program berikut!

b.

```
public boolean checkItemInList(String item, String[] list) {  
    for (int i = 0; i < list.length; i++) {  
        if (list[i] == item) {  
            return true;  
        }  
    }  
  
    return false;  
}
```