

最小重量机器设计问题

一. 问题分析:

此问题有一个约束条件,即要求所选的部件的总价值不超过 d 值,优化所选的零件的供应商,使得其总重量最低,对于此问题可以采用优先队列的分支限界法,其解空间为排列树。

优先等级的权重: 设定为到目前路径上的总重量,

剪枝条件: 当不满足约束条件 (即总的价值超过了 d), 或者目前的路径上的总重量大于当前最优的值。

二. 算法设计与分析:

N 为零件的总数目, m 为公司的个数, d 为最大花费。

HeapQueen 是一个二叉树的最小堆,类似于堆排序,可以向堆中添加组元 (no (编号), $weight$ (权重)),也可以返回权重最低组元的编号并删除相应的组元 ($popnode$)。

Node 存储节点, 包含有($weight$ (当前节点路径上的总重量), $cost$ (当前节点路径上的总花费), $parentno$ (父节点编号), $companyno$ (选择的公司), $lays$ (当前的部件的编号))属性。

Tree 是一个用 $c++$ 的 map 构成的树, 其中的键为节点的编号, 值为当前的节点。

Minweight 记录最优重量值。

1. 首先从 heapQueen 队列中取出最小的节点编号, 根据编号得到处理节点 (Node),
2. 如果扩展的子节点不是叶子节点时, 即 (处理节点的部件编号 $lays$ 不等于 $N-1$) 时, 对节点进行拓展 (子节点的重量=父节点的重量+当前编号所选择部件的重量, 子节点的花费=父节点的花费+当前编号所选择部件的花费), 有 m 个可以扩展的子节点, 当子节点的花费小于 d 且子节点的总的重量小于 Minweight 时, 则将此子节点的编号添加到 heapQueen 中, 并将此节点储存至 Tree 树中。

- 3 如果扩展节点是叶子节点时, 则将此叶子节点的总重量与最优重量值 进行比较, 如果总重量小于最优值, 则将最优重量值设置为当前子节点的总重量。用 MinNo 记录最优叶节点的编号

4. 重复上述过程直到队列为空为止。

5. 通过 MinNo 遍历其父节点, 得到选择的路径。

上述的最小堆, 其排序算法复杂度为 $n \lg n$, 对其解进行搜索时, 其空间复杂度和时间复杂度均和所构建的搜索树有关系, 搜索树节点数目大小为: $O(m^n)$, 故其算法的复杂度为: $O(m^n)$

三. 程序实现:

Input.txt 记录输入信息, 程序执行时会在屏幕上显示相关的信息, 在控制台上输出, 输出最小运行结果的对应叶节点的编号(no), 以及最小的重量值 ($min\ weight$)。最后一排显示相应的选择方案, 其运行结果如图下所示:

```
C:\Users\耀\Documents\Visual Studio 2015\Projects\ho...
m:3 n: 3 d: 4
weight:
1 2 3
3 2 1
2 2 2
cost:
1 2 3
3 2 1
2 2 2
min weight:4 no: 7
choose order:
1 3 1
```

输入另外一组数据，其结果如下：

```
C:\Users\耀\Documents\Visual Studio 2015\Projects\ho...
m:4 n: 4 d: 8
weight:
1 2 3 2
3 2 1 3
2 2 2 4
1 2 3 1
cost:
3 2 1 2
2 2 2 3
1 3 2 2
2 3 1 3
min weight:7 no: 37
1 3 3 3
```

四. 代码：

```
#include "stdafx.h"
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include <vector>
#include <map>
#include<queue>
```

```

using namespace std;
struct Node //节点
{
    int parentno;
    int companyno;
    int cost;
    int weight;
    int lays;
};

class HeapQueen //最小堆实现
{
private:
    vector< pair<int,int>> data; //存储数据:
    int length=0;
public:
    void addNode(int no,int cost) //添加节点:
    {
        pair<int, int> temp(no, cost);
        data.push_back(temp);
        length= data.size();
        int j =length;
        while(j>1)
        {
            int parent = j / 2;
            pair<int, int> tp0 = data[parent-1];
            pair<int, int> tp1 = data[j-1];
            if (tp0.second >= tp1.second)
            {
                swap(parent-1, j-1);
                j = j / 2;
            }
            else
                break;
        }
    }

    bool isempty() //是否为空
    {
        if (length > 0) return false;
        else return true;
    }

    int popnode() //返回最小权重的节点编号，删除相应的节点。
    {
        int result = -1;
        if (length > 0)

```

```

{
    pair<int, int> temp = data[0];
    result = temp.first;
    swap(0, length - 1);
    data.pop_back();
    int j = 1;
    length = data.size();
    while (j * 2 < (length-1))
    {
        int left = j * 2;
        int right = j * 2 + 1;
        int min = j;
        pair<int, int> tpl, tpr, tpn;
        tpn = data[j-1];
        tpl = data[left-1];
        tpr = data[right-1];
        if (tpl.second <= tpr.second)
        {
            min = left;
        }
        else
            min = right;
        if (data[min-1].second < tpn.second)
        {
            swap(j-1, min-1);
            j = min;
        }
        else
        {
            j = length;
            break;
        }
    }

}

return result;
}

```

```

bool swap(int i, int j)//交换数据中的两个元素
{
    if ((i < length) && (j < length))
    {
        pair<int, int> tpl;
        tpl = data[i];

```

```

        data[i] = data[j];
        data[j] = tpl;
        return true;
    }
    else return false;
}

void travel()
{

    for (int i = 0; i < length; i++)
    {
        cout << data[i].first << " : " << data[i].second<< "    ";
    }

}

};

void testf()
{
    HeapQueen hq = HeapQueen();
    for (int i = 0; i < 20; i++)
    {
        int cost = rand()%100;
        hq.addNode(i, cost);
    }
    hq.travel();
    cout << endl;
    for (int i = 0; i < 20; i++)
    {
        int temp = hq.popnode();
        cout << i<<" : " << temp << "    ";
    }

    hq.travel();

}

int main()
{
    string fileurl = "input.txt";//输入文件地址
    ifstream fin(fileurl);
    int m, n, d;
    vector<vector<int>> weight;//存储重量矩阵
    vector<vector<int>> cost;//存储花费矩阵
    map<int, Node> tree;//搜索树
    HeapQueen dataqueue = HeapQueen();//最小堆

```

```

vector<int> result;//结果
bool iscontinue = 1;//循环显示结果
int index = 1;//当前的编号
int minweight =100; //最优总重量
int threshholde = 0;
int minNo = -1;//最优叶子节点编号：
//读取文件信息：
if (fin.is_open())
{
    //读取参数信息
    fin >> n;
    fin >> m;
    fin >> d;
    //读取重量矩阵
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        vector<int> tv;
        for (int j = 0; j < m; j++)
        {
            int temp;
            fin >> temp;
            tv.push_back(temp);
        }
        weight.push_back(tv);
    }
    //读取花费：
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        vector<int> tv;
        for (int j = 0; j < m; j++)
        {
            int temp;
            fin >> temp;
            tv.push_back(temp);
        }
        cost.push_back(tv);
    }
}

cout << "m:" << m << " " << "n:" << n << " d:" << d<<endl;
//显示输入信息：
cout << "weight:" << endl;
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = 0; j < m; j++)

```

```

        {
            cout << weight[i][j] << " ";
        }
        cout << endl;
    }
    cout << "cost:" << endl;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < m; j++)
        {
            cout << cost[i][j]<<" ";
        }
        cout << endl;
    }
    fin.clear();
    fin.close();
    //初始化队列:
    Node tn = Node(); //根节点:
    tn.companyno = -1;
    tn.parentno = -1;
    tn.cost = 0;
    tn.weight = 0;
    tn.lays = -1;
    pair<int, Node> tp;
    tp.first = -1;
    tp.second = tn;
    tree.insert(tp);
    dataqueue.addNode(-1, 0);
    //进入循环
    while (iscontinue)
    {
        int no=dataqueue.popnode();
        Node mynode = tree.at(no);
        int tc = mynode.cost;
        int tw = mynode.weight;
        int layer = mynode.lays+1;
        //cout << "no:" << no<< " layer:" << layer << " weight" << tc << endl;

        for (int i = 0; i < m; i++) //拓展子 节点
        {
            int tcost = cost[layer][i] + tc;
            int tweight = tw + weight[layer][i];
            if ((tcost <= d)&&(tweight>=threshholde)) //剪枝函数

```

```

    {
        Node tnode = Node();
        tnode.companyno = i;
        tnode.weight = tweight;
        tnode.cost = tcost;
        tnode.lays = layer;
        tnode.parentno = no;
        // cout << "brand:" << index << "  layer:" << layer << " totalweight "
        << tweight<< endl;

        if(layer==(n-1))// 如果是叶子节点
        {
            if (minweight > tweight)
            {
                minweight = tweight;
                //cout << "tempminweight:" << minweight << " layer:" <<
                layer << endl;

                threshholde = minweight;
                minNo = index;
            }
        }
        else // 如果不是叶子节点
        {
            dataqueue.addNode(index, tweight);
        }
        pair<int, Node> myp;
        myp.first = index;
        myp.second = tnode;
        tree.insert(myp); //加入搜索树中
        index = index + 1;
    }
}

iscontinue = !dataqueue.isempty();
}

cout << "min weight:" << minweight << " no: " << minNo << endl;
//寻找解向量。
bool end = false;
{
    int tpno = minNo;
    while (!end)
    {
        if (tpno != -1)
        {
            Node tnode2 = tree.at(tpno);

```



```

        tpno = tnode2.parentno;
        result.push_back(tnode2.companyno + 1);
        //cout << "layer: " << tnode2.lays+1 << " choose:" << tnode2.companyno+1
    << endl;

    }
    else
    {
        end = true;
        break;
    }
}

}

//显示选择结果:
cout << "choose order:" << endl;
for (int j = result.size() - 1; j >= 0; j--)
{
    cout << result[j] << " ";
}

int wait;
cin >> wait;
return 0;
}

```