[Слайд 1] Здравствуйте.

Тема выпускной квалификационной работы – «ВЫРАЖЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ИДЕМПОТЕНТОВ НЕПРИВОДИМЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУПП КОКСТЕРА ЧЕРЕЗ YJM-ЭЛЕМЕНТЫ».

[Слайд 2] Целью данной работы являлось:

* Разработать ПО со выполняющее следующие функции: проведение вычислений в групповой алгебре, вычисление образа конкретного симметрического многочлена и построение по стандартному элементу центра его прообраза.
* При помощи разработанной программы эмпирически изучить свойства гомоморфизма из множества симметрических многочленов в центр групповой алгебры.

[Слайд 3] Рассмотрим основные определения, введенные в работе.

Пусть – такой элемент группы , что никакой элемент, сопряжённый с ним в этой группе не содержится ни в какой группе с меньшим номером. Символом (при ) обозначим сумму всех элементов в групповой алгебре группы , которые сопряжёны с и лежат в . Эти суммы будем называть YJM-элементами или элементами Юнга-Юциса-Мерфи или, для краткости, просто элементами Юнга.

[Слайд 4] В основном примере групповых алгебр симметрических групп – кокстеровские образующие симметрической группы. Тогда - классические элементы Юнга-Юциса-Мерфи.

[Слайд 5] Рассмотрим следствия из теоремы Фробениуса-Шура, которые являются важными частями теории:

1) Базис центра групповой алгебры образуют суммы классов сопряженных элементов.

2) Количество неизоморфных неприводимых представлений группы равно количеству классов сопряженных элементов.

В симметрической группе перестановки сопряжены тогда и только тогда, когда у них одинаковая циклическая структура.

[Слайд 6] Следующим важным пунктом теории является то обстоятельство, что элементы центра групповой алгебры оказываются симметрическими многочленами от YJM-элементов. Если говорить более формально, рассмотрим последовательность коммутативных алгебр симметрических многочленов с целыми коэффициентами от формальных переменных . Подстановка в переменные элементов индуцирует гомоморфизм алгебры в центр групповой алгебры -ой симметрической группы .

[Слайд 7] На данном слайде приведены примеры результата действия гомоморфизма на следующие многочлены: просто сумма переменных, сумма квадратов переменных и сумма попарных произведений. Эти результаты были вычислены вручную.

[Слайд 8] На данном слайде приведено описание работы программы.

[Слайд 9] Если суммарная степень многочлена равна , необходимо выбрать размер группы таким образом, чтобы не пропал ни один класс сопряженных элементов. В худшем случае имеется непересекающихся транспозиций, поэтому размер группы должен быть равен .

[Слайд 10] На данном слайде приведен алгоритм генерации всех неупорядоченных разбиений натурального числа в обратном лексикографическом порядке. Алгоритм взят из 4 тома «Искусства программирования» Дональда Кнута.

[Слайд 11] В таблице на экране приведен первый результат работы программы. Это определители матриц систем уравнений, получающихся при применении описанного ранее отображения к симметрическим многочленам. Так как полученные системы также оказываются целочисленными и невырожденными, то они являются целочисленно обратимыми. А из этого следует отсутствие ядра гомоморфизма.

[Слайд 12] На данном слайде приведена одна из полученных систем. Фигурными скобками выделены ее составные части, которые решаются по отдельности и полученные результаты подставляются в следующие части системы.

[Слайд 13] Размерность системы равна количеству разбиений суммарной степени симметрического многочлена. Это количество можно вычислить по формуле Харди-Рамануджана-Радемахера, которая приведена на слайде.

[Слайд 14] На данном слайде показано решение ранее описанной системы. Здесь перестановки левой части выражений обозначают суммы перестановок данного циклического типа, а - это -ый элементарный симметрический многочлен.

[Слайд 15] Для организации параллельных вычислений используются встроенные средства языка C#, а именно функция Parallel.ForEach. Реализовано два варианта параллельного алгоритма – с параллельным внешним циклом по всем разбиениям и с параллельным внутренним циклом перемножения многочленов, соответствующих разбиению.

[Слайд 16] Далее приведены графики зависимости времени работы алгоритма от суммарной степени многочлена. Первый график приведен для степеней 1, 2 и 3. Здесь видим, что параллельный внешний цикл работает даже медленнее, чем последовательный вариант.

[Слайд 17] Второй график приведен для степеней 3 и 4. Здесь параллельный внешний цикл работает быстрее, чем последовательный вариант примерно на 5%, а параллельный внутренний цикл быстрее еще на 50%.

[Слайд 18] Третий график приведен для степеней 4 и 5. Здесь тенденция также сохраняется.

[Слайд 19] В результате выполнения ВКР были получены следующие результаты:

* Построены и решены системы уравнений, определяющие параметры и свойства вложения симметрических многочленов в центр групповой алгебры.
* Для рассмотренных групповых алгебр продемонстрировано отсутствие ядра у вложения.
* Стандартные элементы центра выражены через симметрические многочлены, тем самым эмпирически подтверждена теорема о том, что элементы центра являются симметрическими многочленами от YJM-элементов, а также вычислены явные формулы.
* Распараллеливание реализованных алгоритмов дает выигрыш порядка 50%.

Спасибо за внимание.