

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Фізико-технічний інститут

Криптографія
Комп'ютерний практикум №4
Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного
підпису; ознайомлення з методами генерації параметрів для
асиметричних криптосистем

Виконали:

Студент гр. ФБ-11 Падик Володимир

Та

Студент гр. ФБ-11 Ахунов Михайло

Мета та основні завдання роботи

Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключ для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захис інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї систем засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється.

На цьому етапі було розроблено інтерфейс для генерації простих чисел шляхом генерування випадкових значення та проведення тестів чи є це число простим. Було написано функцію для проведення тесту Міллера-Рабіна попередньо перевіривши пробними діленнями на декілька перших простих чисел.

Ось приклад виконання коду:

Candidate:

2074852336265855348652512847316908475366853558977579792663261909982959163846
failed the test

Candidate:

103453682096013391350351115890902750869523248630699464414424703048482957764681
failed the test

Candidate:

82963224263629349351882622678469743703144581621632112919068729220792101970692
failed the test

Candidate:

105859173764934330644976275768237325077229882825385223950405747170349377573967
passed the test

Candidate:

84766016462898641323959772838769965435471103227525951738867170547815726884572
failed the test

Candidate:

92286699980552170297008651382769049124626067323702236260432042781432401214060
failed the test

Candidate:

107670865394889930775257991148688467125177750037201207245912979436681900707831
passed the test

2. За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел p, q p_1, q_1 довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб $pq \leq p_1q_1$ p, q – прості числа для побудови ключів абонента A p_1, q_1 – абонента B .

Було створено інтерфейс для перебору простими числами поки не буде досягнуто умови завдання $pq \leq p_1q_1$

$p=17785635007388085002987711792826431870533678094765922345939117727295465420411$
 ,
 $q=99612590179303655588295003437339023277785003226139407456443581842982818410139$
 $p1=4001490058328066690391210616538405971750447313440100998278569316435029751542$
 3
 $q2=1076708653948899307752579911486884671251777500372012072459129794366819007078$
 31

3. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ (d, p, q) та відкритий ключ (n, e) . За допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів A B – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі (e, n) $(e1, n1)$ та секретні d $d1$.

Було розроблено програмний інтерфейс для створення ключових пар для RSA.
 Відкриті та секретні ключі було збережено

Public A key: (

$n=17716731710696256560715995621499976751259828453188705003645512732993108891157$
 $16662694185614941140385120422000629882333279201861061478096065854390259947129,$
 $e = 65537)$

Private A key: (

$d=59143179633888139682216847308722781232595713398364662415087130563257890400950$
 $7312023021475529572810205239589391531970816064811472871832049492100673107993,$
 $p=17785635007388085002987711792826431870533678094765922345939117727295465420411$
 ,
 $q=99612590179303655588295003437339023277785003226139407456443581842982818410139$
)

Public B key: (

$n=43084389744923152646316215210465553397579149107234305319938276984146775261437$
 $68870844773917270252760246882895603387525656180058065648537932430384339377513,$
 $e= 65537)$

Private B key: (

$d=27270498426826101562086901130056793659129625452283343047159308571591261903884$
 $78172626739172734054010201632877898915623163831984459223824285155579070133833,$
 $p=$
 $40014900583280666903912106165384059717504473134401009982785693164350297515423,$
 $q=10767086539488993077525799114868846712517775003720120724591297943668190070783$
 1)

4. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів A B . Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання. За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення M і знайти криптограму для абонентів A B , перевірити правильність розшифрування. Скласти для A B повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.

На цьому етапі було створено функції **Encrypt**(msg, pubKey) **Decrypt**(msg, pubKey, privKey) **Sign**(Msg, pubKey, privKey) **Verify**(msg, signed, pubKey). Кожна функція ізольована і приймає лише необхідні їй аргументи.

Було теж написано код для демонстрації роботи цих функцій , а також було створено зручний інтерфейс для проведення тестів у тестувальному серидовищі. Тести доводять правильність виконання функцій

Ось приклад роботи :

RSA Testing Environment

Server Key

Encryption

Decryption

Signature

Verification

Send Key

Receive Key

Get server key

✖ Clear

Key size

256

Get key

Modulus

AE4A313AA336C804EDA22112F7C27B4328CA5685C1C91E581BF626121F27BBA1

Public exponent

10001

Oleh Chomyi © 2023

```
For RSA testing environment
Enter server public key modulus: AE4A313AA336C804EDA22112F7C27B4328CA5685C1C91E581BF626121F27BBA1
Enter server public exponent: 10001

Encryption:
Modulus: 195177135ff3d136d206161c616b1e4d31291bfcae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31
Public exponent: 10001
Message: 868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20
Expected answer: fd4f163c49a7f6de5ab0bbbf2cf2601aa364701182e268d2dfd03994c49e99b4d66f6624ae124df487b5c290a1613d73c868485f490815d6a07fb9951e2f5

Decryption:
Encrypted message with server public key: 2fae575548bcb46fb6e491d7f730c067162a5bef8104515a194df613e7133142
Expected answer: 868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20
```

Encryption

✖ Clear

Modulus

291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31

Public exponent

10001

Message

868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20

Bytes

Encrypt

Ciphertext

0FD4F163C49A7F6DE5AB0BBBF2CF2601AA364701182E268D2DFD03994C49E99B4D66F6624AE124DF487E

Шифрування вдале

Decryption

✖ Clear

Ciphertext

2fae575548bcb46fb6e491d7f730c067162a5bef8104515a194df613e7133142

Bytes

Decrypt

Message

0868E05ED4CAC06563E0110303837661055521190DB0317C22E5386FC7D77A20

Дешифрування вдале

Sign

✖ Clear

Message

868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20

Bytes

Sign

Signature

2BFBBADED0E3927C7F4E0B29391B27E9130C680657C5A055C6679B3548A0E5E8

Отримую сигнатуру для підпису

```
Signature:
Message to sign: 868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20
Enter server signature: 2BFBBADED0E3927C7F4E0B29391B27E9130C680657C5A055C6679B3548A0E5E8
Message verification succeed

Verification:
Message: 868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20
Signature: ec6bfb85e9d55bc9035e140de2738beaec8744c0b6a4437b0e60d3a9e67ac0f59fd408c9d5b64ab894657ab5fbb6698918d59eb9502806cc94b629e139799de
Modulus: 195177135ff3d136d206161c616b1e4d31291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31
Public exponent: 10001
```

Verify

✖ Clear

Message

868e05ed4cac06563e0110303837661055521190db0317c22e5386fc7d77a20

Bytes

Signature

:8744c0b6a4437b0e60d3a9e67ac0f59fd408c9d5b64ab894657ab5fbb6698918d59eb9502806cc94b629e139799de

Modulus

291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31

Public exponent

10001

Verify

Verification

true

Верифікація успішна

5. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання. Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа $0 < k < n$

На цьому етапі було створено функції `SendKey()` та `RecieveKey()`.

Спочатку генеруємо $0 < k < n$.

`SendKey` підписує ключ приватним ключем надсилаючого

Потім зашифровує оригінал та підпис публічним ключем одержувача і надсилає їх відкритим каналом зв'язку

`RecieveKey` отримує повідомлення та розшифровує ключ та підпис приватним ключем одержувача . Потім перевіряє чи отримане значення ключа було підписане саме надсилаючим.

Також було проведено тест на правильність виконання функції у тестувальному середовищі .

Send key

✖ Clear

Modulus

291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31

Public exponent

10001

Send

Key

0F8D473CC5B4D208664B4BA43A55FEB274BF3A0934E689A05EA5E465F9B754C429489456907ECD1A2A54C

Signature

164DED81F359DDCA2A8C9A5D7AABED963C8995E73F108A02B8D0608E0D282EEEB6E77CEB139CF9403810

Отримуємо ключ

```
Send key:
Modulus: 195177135ff3d136d206161c616b1e4d31291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31
Public exponent: 10001
Enter recieved key: 0F8D473CC5B4D208664B4BA43A55FEB274BF3A0934E689A05EA5E465F9B754C429489456907ECD1A2A54C
Enter recieved signature: 164DED81F359DDCA2A8C9A5D7AABED963C8995E73F108A02B8D0608E0D282EEEB6E77CEB139CF9403810
Authorization succeed. Key: 5be0f5efeca3685e
Recieve key:
Local key > server key. Increase server key length!!!
Enter server public key modulus:
```

Get server key

Key size

512

Modulus

B72D08C2379F09ACD1F91D632C2BCBD5F8017AC35C5ABA2CE02129C6639079140F5B1419FB94B376F8AB:

Public exponent

10001

Генеруємо ключ більшої довжини

```
Send key:
Modulus: 195177135ff3d136d206161c616b1e4d31291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31
Public exponent: 10001
Enter recieved key: afa9c1e55d6739ea04547a6232c36352220ad4a2eb8c85ac355cb5cdec805d52bd8e998eb32fb284216b7a67e2688
Enter recieved signature: ba9bc373726bcfe330204623af5698608379fcb64ba8723a5598d48a4d1364a490fa8a4f9d3a97e0488763ab84de37
Authorization succeed. Key: 5be0f5efeca3685e
Recieve key:
Local key > server key. Increase server key length!!!
Enter server public key modulus: 291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31
Enter server public exponent: 10001
Key: abb8175d245e5cc3d6515330eacec6f47daf49c1e55d6739ea04547a6232c36352220ad4a2eb8c85ac355cb5cdec805d52bd8e998eb32fb284216b7a67e2688
Signature: 9ef1e5b03a791ae5b907630dd3450d75aaba9bc373726bcfe330204623af5698608379fcb64ba8723a5598d48a4d1364a490fa8a4f9d3a97e0488763ab84de37
Modulus: 195177135ff3d136d206161c616b1e4d31291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31
Public exponent: 10001
Expected key value: 2f1d1a589dfa73c333ffa667a55a70e81f19b75763a5bf9a13ac0ee03de1a5f811245b1f1c8a0750c09bfa6171ac255a50d9530b9a412cf6e4daa965750d
```

Receive key

Key

afa9c1e55d6739ea04547a6232c36352220ad4a2eb8c85ac355cb5cdec805d52bd8e998eb32fb284216b7a67e2688

Signature

ba9bc373726bcfe330204623af5698608379fcb64ba8723a5598d48a4d1364a490fa8a4f9d3a97e0488763ab84de37

Modulus

291bfae09eeced5a54df213d6b7c443ebe5a3890ae2c48c5934604da7f8d57823504b08d515fe37de355318cf49e31

Public exponent

10001

Key

02F1D1A589DFA73C333FFA667A55A70E81F19B75763A5BF9A13AC0EE03DE1A5F811245B1F1C8A0750C09B

Verification

true

✓

Розсилка ключа пройшла вдало

Для коректної перевірки потрібно обирати довжину відкритого ключа сервера таким чином щоб ключ одержувача був не меншим ніж ключ надсилаючого .

Висновки:

Після виконання лабораторного практикуму було здобуто навички розроблення асиметричних криптосистем типу RSA . Здобуто практичні навички роботи з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів. Збудовано систему захищеного зв'язку.