

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Фізико-технічний інститут

Криптографія
Комп'ютерний практикум №4
Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного
підпису; ознайомлення з методами генерації параметрів для
асиметричних криптосистем

Виконали:
Студенти гр. ФБ-11
Поліщук Олександра
Маленко Сергій
3 варіант

Мета роботи: Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї системи засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.

Порядок виконання роботи:

Увесь код даного практикума міститься у `main.py`

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється.

Створена ф-ція `generate_prime()` та її допоміжна `check_prime()`. У випадку, що згенероване число не просте, повертається `False`. Інакше – `True`. If `True` -> використовуємо сгенероване число як ключ. Для наглядності, можна вивести у консоль.

```
def generate_prime(length=256):
    lower = 1 << (length - 1)
    higher = (1 << length) - 1
    while True:
        p = randint(lower, higher)
        print(p, check_prime(p))
        if check_prime(p):
            return p
```

```
71554311055429602073760833965297375545353824661155561129362565250007590386354 False
110572254191462229461124328449646121403591111979441892274193709497830297904911 False
64381308849859393511933244227961272419253437444842237539217123252310265860842 False
59872041996062284193561856578748894748557217806939480493262247919249383032527 False
98947025967417534540488187439851793556073926565175620504932790838991027414954 False
60979286943093859150055517532330194070751599548708668546985611428227733469779 False
11212168503710304975458400550584552023609811865621586015049555691849564872713 False
90488679834900862684079819107770584084185875489607860278825118190274408198673 False
90245993835000135854172790730323238163606463528602342618568762833685986725774 False
91804923893029858208003347978110544253884875044686151605829129252132765822277 False
94840963542390483676044564782272084705479446884001428191545672123475564483987 True
```

2. За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел p, q і $1 < p, q$ довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб $p \cdot q \leq p_1 \cdot q_1$; p і q – прості числа для побудови ключів абонента А, p_1 і q_1 – абонента В. 3. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ (d, p, q) та відкритий ключ (n, e) . За допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів А і В – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі (e, n) , $(,)$ і n_1 та секретні d і d_1 .

Створили функцію `generate_key_pair()`, яка за допомогою `generate_prime()` генерує ключі та повертає публічний та секретний ключ користувача. У консолі це виглядає наступним чином.

```
==== User A ====
Public Key:
n = 73007294090281206167659155803552848010676415892702987607538144683726848824449502405414660856844552452594303692
31137536943644053566968038406110491879256567
e = 65537
Private Key:
p = 76978650746889115892163798700087176044989529659192903162778770374964650291341
q = 94840963542390483676044564782272004705479446884001428191545672123475564483987
d = 16475851497554954288717501782726499871490977479180877774623329720193479929102380768956916697742569735522082345
64371648614270133025538654950971546517504273

==== User B ====
Public Key:
n = 77082425276099654119663942281315104621661114106252281756876824048233073971569803208981927160652974984537660950
35189120677874953023132015019090443778759097
e = 65537
Private Key:
p = 66881187326627380521330119260323297250123273199958619401281478915292106614927
q = 115252776389349264421737018886783630405846018651626551177972609437167860198711
d = 66795672884858560158533880801656562042338775519297089174890393434597319131472561428535921465496032547850117941
56200546261862048670435385294071148185974253
```

3. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів А і В. Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання. За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення М і знайти криптограму для абонентів А и В, перевірити правильність розшифрування. Скласти для А і В повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.

Створили функції encrypt(), decrypt(), sign_message() та verify()

```
===== Шифрування повідомлення =====
Початкове повідомлення: 5562733123944907460578726803413975193364360952745786546969341033116808423541768613230249052018
640004996940394038848180733031364806882807761901910695282522
Зашифроване повідомлення: 51673356348565790858331114653764671519471128699327192473931005457342523670829843716950097209
23891075394227546196409695294370615168202983022142517303871207
Розшифроване повідомлення: 5562733123944907460578726803413975193364360952745786546969341033116808423541768613230249052
018640004996940394038848180733031364806882807761901910695282522
Підпис повідомлення: 9152162514925643622397149630151419336998188322177938967615586212533324540040553703127606701071612
91162817407960196195082764616844308412534326909937545263
Підпис підтверджено

===== Відправка ключа =====
Початкове повідомлення: 5562733123944907460578726803413975193364360952745786546969341033116808423541768613230249052018
640004996940394038848180733031364806882807761901910695282522
Зашифроване повідомлення: 46921567871439164060584100530680419222194538461580111115062240852342455116300821462763015385
72563553437089862336576110020426916645093351147348305289482760
Підпис повідомлення: 1905805972665605163681604702826557977729058109192010136065831742497385526001463913166090779982930
987938416306340533999419472433137453942107693948333070759
Підпис підтверджено
```

4. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання. Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа $0 < k < n$.

Візьмемо одну із робіт нашої програми. Для прикладу одразу переведемо початкове повідомлення та n у hex-формат, оскільки сайт приймає саме його.

```
===== User B =====
Generating p, q....
Calculating n....
Calculating Oylar...
Calculating secret key for deciphering...
Public Key:
n = 93433250596468572349417336770170537885875989612567405898005299446791947586919
e = 65537
Private Key:
p = 281741437300853566664245993702325635337
q = 331627649420618278513089844949435739887
d = 91970527018764729402219537244311939355115078699709279516639223039271427631761
Generating message...
```

Hex n(USER A) 8EE094C52F44745494D859DAFBEDC45694B7A7611A157080FE40E33DBDB2A7B7

```
===== Шифрування повідомлення =====
Початкове повідомлення: 46810976908401580423917001754300244020311396732946737790142259530938850937194
Started in hex: 677E12F2AECEBEEB7135B21C727FD056460EC91082D423A5D888672C36A7096A
Зашифроване повідомлення: 54292186047115289303294179100872918282463868657425397028193599815612209202778
Cyphered in hex 780849D033C7334A08295D343A9C429B1A25AFF8E0D5D0D30E1E3CDAB15A865A
Розшифроване повідомлення: 46810976908401580423917001754300244020311396732946737790142259530938850937194
Підпис повідомлення: 56135133090719465055634418641957015075783285166301923600646157597665493627371
Підпис підтверджено
```

Перевіряємо за допомогою онлайн сервісу.

Encryption

Clear

Modulus

8EE094C52F44745494D859DAFBEDC45694B7A7611A157080FE

Public exponent

10001

Message

677E12F2AEECBEEB7135B21C727FD056460t

Bytes

Encrypt

Ciphertext

780849D033C7334A08295D343A9C429B1A25AFF8E0D5D0D30E

Шифрування повністю вірно працює

Висновки: під час виконання комп'ютерного практикуму, ми детальніше розглянули алгоритм RSAб його особливості, переваги та захист інформації.