# Relatório de Atividade Mapeamento e Localização

## Débora Oliveira Prof Antonio Marcus, Automação Inteligente 20.3

8 de dezembro de 2020

Esse documento tem por objetivo descrever a implementação de um sistema de localização de um robô de tração diferencial (RTD) em relação à um sistema de coordenadas universal. Para tal, a pose do RTD Pioneer P3DX foi capturada da simulação no CoppeliaSim e adicionado à um ruído gaussiano. Os dados coletados pelo sensor ultrassônico do RTD simulado e o sinal ruidoso de posição foram fundidos por um filtro estendido de Kalman (FEK).

#### 1 Fundamentação Teórica

Para o desenvolvimento de uma ação de controle para a navegação de um RTD, a pose atual do robô deve ser um vetor conhecido. Essa aferição pode ser realizada por meio de sensores de odometria, aos quais são inerentes ruídos de saída. Uma alternativa é o uso de sensores ultrassônicos para mapeamento do ambiente. Entretanto, a interpretação desses sensores depende da disposição da cena, o que pode provocar erro de interpretação das medidas (JETTO el. al, 1999).

Para a produção de medidas com alta confiabilidade, o dado da pose com ruído e a distância medida pelo sonar podem ser combinadas utilizando um filtro de Kalman. Esse método de estimação utiliza o conhecimento da modelagem do ruído para corrigir o conjunto de medições.

O modelo utilizado no desenvolvimento desse trabalho foi o uniciclo caracterizado pelo seguinte espaço de estados contínuo:

$$\dot{x}(t) = \nu(t)\cos\theta(t)$$

$$\dot{y}(t) = \nu(t)\sin\theta(t)$$

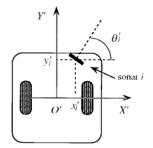
$$\dot{\theta}(t) = \omega(t)$$
(1)

para  $\nu(t)$  e  $\omega(t)$  a velocidade linear e angular do veículo, respectivamente. As coordenadas x(t) e y(t) são referentes ao sistema de coordenadas universal.

A posição do sonar i,  $\forall i \in \mathbb{Z}^+$ , pode ser relacionada ao sistema de coordenadas fixo no robô con-

forme a pose  $[x_i', y_i', \theta_i']$ , ilustrada na Fig. 1.

Fig. 1. Posicionamento do sensor ultrassônico em relação ao centro de coordenadas fixo no RTD.



Fonte: JETTO ET. AL. (1999)

A pose do sonar em relação ao sistema de coordenadas universal pode então ser calculado por

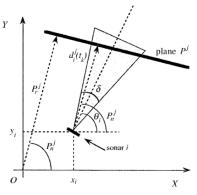
$$x_i(t) = x(t) + x_i' \sin \theta(t) + y_i' \cos \theta(t)$$
  

$$y_i(t) = y(t) + y_i' \sin \theta(t) + y_i' \cos \theta(t)$$
  

$$\theta_i(t) = \theta(t) + \theta_i'(t)$$
(2)

O plano  $P^j$ ,  $\forall j \in \mathbb{Z}^+$ , detectado pelo sensor i pode ser caracterizado conforme três parâmetros ilustrados na Fig. 2.

Fig. 2. Posicionamento do plano detectado pelo sensor em relação ao sistema de coordenadas universal.



Fonte: JETTO ET. AL. (1999)

- $P_r^j$ : a distância normal do plano à origem do sistema de coordenadas universal;
- $P_n^j$ : ângulo entre o vetor normal à superfície e o eixo x do sistema de coordenadas universal;
- $P_v^j$ : variável binária  $\{-1,1\}$  que indica qual face do plano está refletindo o ultrassom.

Dessa forma, a medição esperada da medida do sonar ao plano  $P^j$  é dada por

$$d_i^j(t) = P_v^j \left[ P_r^j - x_i(t) \cos P_n^j - y_i(t) \sin P_n^j \right]$$
 (3)

Para o vetor de estados  $X(t) = [x(y), y(t), \theta(t)]^T$ e o vetor de entrada do controle  $U(t) = [\nu(y), w(t)]^T$ , a equação diferencial do modelo cinemático é

$$\dot{X}(t) = F(X(t), U(t)) + \eta \tag{4}$$

para F(X(t), U(t)) determinado pela equação (1) e  $\eta$  a variância do ruído branco do processo. Dessa forma, a equação discreta associada a equação (4) é

$$Z((k+1)T) = G(X((k+1)T), M) + v(kT)$$
 (5)

para v a variância do ruído branco, T o período constante de amostragem e G(X,M) a concatenação do vetor X com o vetor de distâncias estimadas  $d_i^j$ .

Com o intuito de implementar o FEK como estimador de estados do modelo do uniciclo, é necessário linearizar o espaço de estados da equação (1) ao redor do vetor de estimativa atual dos estados  $\hat{X}(kT,kT)$  e de entrada U((k-1)T) (JETTO et. al., 1999).

A rejeição do ruído e fusão de sensores é realizada por meio da correção da estimativa do vetor de estados real atual conforme um ganho K(kT). Esse ganho não é constante e é escolhido de modo a minimizar a variância do erro entre o estado real e sua estimativa  $X(kT) - \hat{X}(k,k)$  a cada amostra k (OLI-VEIRA, 2020).

As equações que representam o filtro estendido de Kalman equivalente ao modelo do uniciclo para

• Estimação da saída y do sistema e correção do ganho de Kalman K são

$$y(k) = C(k)\hat{X}(k) \tag{6}$$

$$K(k+1) = P(k+1,k)C^{T}(k) \cdot [C(k)P(k+1,k)C^{T}(k) + R]^{-1}$$
 (7)

• Correção dos estados e da matriz de correlação de  $[X, M]^T$  em k são

$$\hat{X}(k,k) = \hat{X}(k,k-1) + K(k+1) \cdot [Z(k+1) - G(\hat{X}(k+1),M)]$$
(8)

$$P(k,k) = [I - K(k,k)C(k)]P(k,k-1)$$
 (9)

• Previsão dos estados e da matriz de correlação de  $[X, M]^T$  em k+1 são

$$\hat{X}(k+1,k) = \hat{X}(k,k) + L(k)U(k)$$
(10)

$$P(k+1,k) = A_d(k)P(k,k)A_d^T(k) + Q_d(k)$$
 (11)

para L(k),  $A_d(k)$ ,  $Q_d(k)$  dadas pelas equações (16)-(18) de Jetto et. al. (1999). A matriz R referente a correlação do vetor  $[X,M]^T$  foi considerada constante e diagonal, uma vez que a covariância entre os estados é nula. A matriz C foi corrigida de Jetto et. al (1999) como

$$C_{i+3}(k) = P_v^j [-\cos P_n^j - \sin P_n^j A]$$
$$A = x_i' \sin(\hat{\theta}(k) - P_n^j) - y_i' \cos(\hat{\theta}(k) - P_n^j)$$

#### 2 Desenvolvimento

Para a implementação do filtro de Kalman, o ganho escalar  $\sigma^2$  da equação (17) em Jetto et. al. (1999) foi considerado constante conforme o primeiro ensaio de Jetto et. al. (1999).

Foram realizadas duas medições de ultrassom  $d_1^j$  e  $d_2^j$ , respectivamente, com os sensores 2 e 7. Não foi utilizado sensor de odometria. A pose do robô foi recuperada diretamente do simulador.

Foi adicionado um ruído branco à pose  $[x, y, \theta]$  do robô e às medições dos sonares obtidas do simulador. As coordenadas  $[x'_1, y'_1]$  e  $[x'_2, y'_2]$  foram aferidas como [-0.12505, 0.15543] e [0.12524, 0.15543], nessa ordem.

Com o intuito de verificar o funcionamento do FEK, foram criadas 3 cenas do Coppeliasim. A primeira com um corredor vertical e as demais com o corredor a  $\pi/4$  radianos do eixo x.

As duas primeiras cenas foram testadas com um FEK offline com o vetor de dados da simulação para a alimentação de 1 rad/s para cada roda. A última cena foi testada com um FEK online com o controlador de lógica nebulosa.

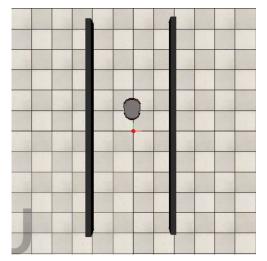
O controlador go to goal PID não foi optado pela má sintonia dos ganhos, uma vez que o espaço de estados simulado no MATLAB desconsidera a roda de apoio caster e tamanho do eixo entre as rodas. Dessa forma, as velocidades angulares características da trajetória ultrapassavam o limite de saturação e provocavam o deslizamento do veículo.

A variância dos estados foram determinadas em 0.0025 para os ensaios offline e 1 para os ensaios online. Para valores menores de covariância, o controlador fuzzy é capaz de rejeitar a pertubação dos sensores. Essa filtragem é justificada pela amplitude dos intervalos da transformação dos valores numéricos em variáveis linguísticas.

#### 3 Resultados e Discussão

O cenário do primeiro teste está ilustrado conforme a Fig. 3. O robô percorre a trajetória vertical para cima entre as duas paredes, posicionadas a  $P_r^j=1$  metro do centro do sistema de coordenadas universal e  $P_n^j=\pi$ . A face da superfície 1 (direita) é  $P_v^1=-1$  e para a superfície 2 (esquerda)  $P_v^2=1$ .

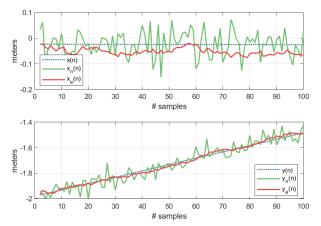
**Fig. 3.** Cena do teste *offline* 1 no CoppeliaSim com paredes paralelas verticais.



Fonte: Autoria própria.

Os estados estimados  $x_e(t)$  e  $y_e(t)$ , reais x(t), e y(t) e com ruído  $x_n(t)$  e  $y_n(t)$  para o experimento 1 estão apresentadas na Fig. 4. Fica claro que o filtro de Kalman é capaz de minimizar o ruído adicionado aos estados reais medidos diretamente do Coppeliasim. O erro entre a estimação  $x_e(t)$  e o valor real de x(t) aparenta maior que entre  $y_e(t)$  e y(t), tendo em vista a magnitude do eixo das ordenadas.

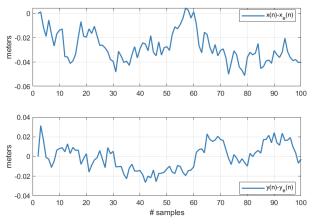
**Fig. 4.** Curvas dos estados x e y estimados, reais e com ruído para a cena simulada no experimento 1.



Fonte: Autoria própria.

Na Fig. 5 está ilustrado o erro entre a estimação  $x_e(t)$  e  $y_e(t)$  e o valor real de x(t) e y(t). O módulo é menor que o desvio padrão de 0.05 determinado para ambas as variáveis.

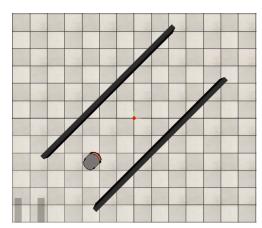
**Fig. 5.** Erro entre os estados estimados e reais de x e y para no experimento 1.



Fonte: Autoria própria.

Com o intuito de facilitar a comparação entre as curvas, o corredor foi rotacionado  $\pi/4$  radianos no sentido horário, conforme ilustração da Fig. 6.

 ${\bf Fig.~6.}$  Cena do teste  $of\!fline~2$  no Coppelia Sim com paredes paralelas verticais.

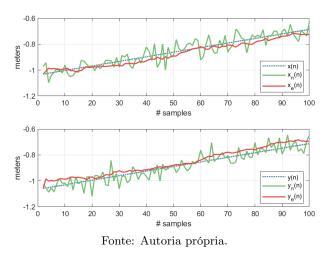


Fonte: Autoria própria.

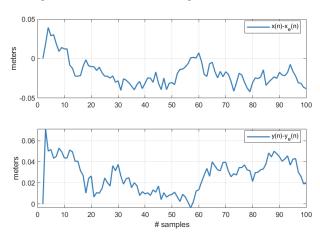
Os estados estimados  $x_e(t)$  e  $y_e(t)$ , reais x(t), e y(t) e com ruído  $x_n(t)$  e  $y_n(t)$  para o experimento 2 estão apresentadas na Fig. 7. Fica evidente que o FEK é capaz de minimizar o ruído adicionado aos estados reais medidos diretamente do Coppeliasim.

Na Fig. 8 está ilustrado o erro entre entre a estimação  $x_e(t)$  e  $y_e(t)$  e o valor real de x(t) e y(t). O módulo é menor que o desvio padrão de 0.05 para o eixo x, porém maior que 0.05 para o eixo y.

**Fig. 7.** Curvas dos estados x e y estimados, reais e com ruído para a cena simulada no experimento 2.



**Fig. 8.** Curvas dos estados x e y estimados, reais e com ruído para a cena simulada no experimento 2.



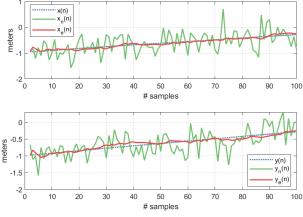
Fonte: Autoria própria.

Para o experimento online, foi utilizado o código desenvolvido para a Atividade 5 (Teoria de conjunto nebulosos). A cena simulada para o experimento 3 foi equivalente ao experimento 2 com a adição do alvo nas coordenadas [4,2.5]. Os estados estimados  $x_e(t)$  e  $y_e(t)$ , reais x(t), e y(t) e com ruído  $x_n(t)$  e  $y_n(t)$  para o experimento 3 estão apresentadas na Fig. 9.

Na Fig. 10 está ilustrado o erro entre entre a estimação  $x_e(t)$  e  $y_e(t)$  e o valor real de x(t) e y(t). O módulo dos erros são menores que o desvio padrão de 1 determinado para ambas as variáveis.

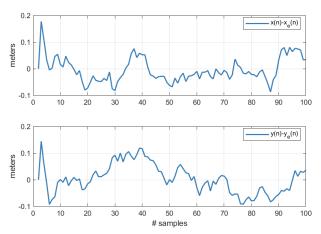
Observando a Fig. 10, é evidente que o módulo do ruído não rejeitado é menor que 10% do desvio médio do ruído branco. Dessa forma, é possível concluir que o FEK foi eficiente. Comparando a Fig. 9 com a Fig. 7, fica clara que a rejeição do ruído é maior para o sistema *online*, uma vez que os dados estimados são utilizados pela ação de controle para o próximo passo.

**Fig. 9.** Curvas dos estados x e y estimados, reais e com ruído para a cena simulada no experimento 3.



Fonte: Autoria própria.

Fig. 10. Curvas dos estados x e y estimados, reais e com ruído para a cena simulada no experimento 3.



Fonte: Autoria própria.

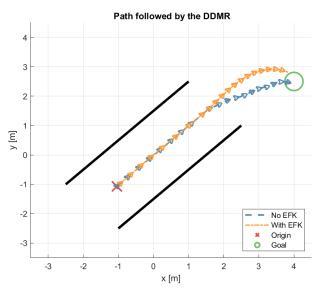
Por fim, na Fig. 11, está apresentada a trajetória percorrida pelo RTD controlador pela lógica difusa utilizando os dados ruidosos e filtrados pelo FEK.

Analisando a Fig. 11, é possível concluir que a trajetória com o FEK é suave em relação à trajetória com realimentação direta do sinal ruidoso ao controlador de lógica nebulosa. Observando o final da trajetória (próximo ao alvo) para a simulação sem o filtro de Kalman, são evidentes oscilações na orientação do robô.

#### 4 Conclusão

Esse estudo tem por objetivo o desenvolvimento de um filtro estendido de Kalman para o um RTD. Logo, foi necessário discretizar as equações diferenciais representantes do modelo uniciclo e linearizá-las para o vetor de estados estimados para o passo anterior.

 ${f Fig.~11.}$  Trajetória percorrida pelo RTD simulado no Coppeliasim com ação de controle fuzzy utilizando os estados ruidosos e filtrados com o FEK



Fonte: Autoria própria.

Os experimentos offline garantiram o funcionamento do FEK modelado para a fusão dos sensores de ultrassom e o espaço de estados do RTD. Por sua vez, o ensaio online permitiu ratificar a eficiência do filtro na rejeição de ruídos.

Esses ensaios poderiam ser otimizados utilizando a abordagem do ganho  $\sigma$  adaptativo (eq. (22) – Jetto et. al., 1999) a cada iteração, assim como o ganho K(n). Dessa forma, o modelo do ruído não precisaria ser conhecido e a solução produzida seria generalizada.

Uma otimização alternativa ao projeto é o uso de um controlador baseado unicamente na pose do robô (e.g. go to goal). Tendo em vista que essa ação de controle é fundamentada apenas em variáveis ruidosas, poderia-se concluir, com acurácia e confiabilidade, do funcionamento correto do FEK modelado.

### 5 Referências

[1] JETTO, Leopoldo; LONGHI, Sauro; VENTU-RINI, Giuseppe. **Development and Experimental Validation of an Adptive Extended Kalman filter for the Localization of Mobile Robots**. IEEE Transactions on robotics and Automation, 1999. DOI 1042/296X(99)01210-0

[2] OLIVEIRA, D. N. P.. Controle de um quadricóptero: Estimador de estados. In: OLIVEIRA, D. N. P.. Projeto Baseado em Modelo Aplicado no Desenvolvimento do Sistema de Controle de Voo de um Veículo Aéreo Não Tripulado: Mo-

delagem matemática de um quadricóptero. Orientador: Antonio Marcus Nogueira Lima. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2020.