ପରିମିତି

(MENSURATION)

5.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ବିଭିନ୍ନ ଆବଦ୍ଧକ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କ ପରିମାପରୁ ପରିମିତି ବିଷୟଟିର ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିଲା । ଗଣିତର ଏହା ଏକ ଅତି ପ୍ରାଚୀନ ବିଷୟ ଭାବେ ପରିଚିତ । ପରିମିତି ବିଷୟଟି ଜ୍ୟାମିତିକ ଧାରଣା ଓ ତଥ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ଏଠାରେ ବିଭିନ୍ନ ଆକାରର କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ । ଏତଦ୍ ବ୍ୟତୀତ ଘନବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ଘନଫଳ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟ ନିରୂପଣ କରାଯାଇଥାଏ ।

ପରିମିତିରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ସମାଧାନ ବେଳେ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣମାନ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥାନ୍ତି । ଏହି ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକ ଏକଘାତୀ ବା ଦ୍ୱିଘାତୀ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

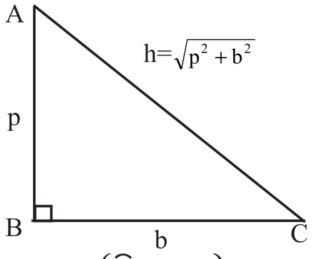
ଆମ ଆଲୋଚନା ଅନ୍ତର୍ଗତ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ର ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ । ସୁତରାଂ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ସାମତଳିକ କ୍ଷେତ୍ର କୁହାଯାଏ । ପୁନଶ୍ଚ କ୍ଷେତ୍ରମାନେ ସରଳରେଖାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ।

ଏଠାରେ ବାହୁ (ଭୁଜ) ସଂଖ୍ୟା $n \geq 3$ । $n = 3$ ହେଲେ କ୍ଷେତ୍ରଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଓ $n = 4$ ହେଲେ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଚତୁର୍ଭୁଜ ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟର ଶେଷ ଭାଗରେ ଆଲୋଚିତ ଘନବସ୍ତୁ ଆୟତଘନ ଏବଂ ସମଘନ, ଯାହାର ପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ଘନଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ପରିମିତିରେ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନରେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧଟି (ଯାହା ପିଥାଗୋରାସ୍ ଉପପାଦ୍ୟ ଭାବେ ପରିଚିତ) ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହେଲା ।

''ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ ଏହାର ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ।''



(ଚିତ୍ର 5.1)

ଚିତ୍ର 5.1 ରେ ΔABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ଏହାର $\angle ABC$ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ । ସମକୋଣ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁକୁ କର୍ଣ୍ଣ (Hypotenuse) ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{BC}$ ଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ଭୂମି (Base) ଓ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଲମ୍ବ (Perpendicular) କୁହାଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜର $\angle A$ କୋଣ ପାଇଁ $\overline{BC}$ କୁ ଲମ୍ବ ଏବଂ $\overline{AB}$ କୁ ଭୂମି କୁହାଯାଏ ।

କିନ୍ତୁ $\angle C$ କୋଣ ପାଇଁ $\overline{AB}$ କୁ ଲମ୍ବ ଓ $\overline{BC}$ କୁ ଭୂମି କୁହାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ସମକୋଣ ବ୍ୟତୀତ ଯେ କୌଣସି କୋଣପାଇଁ ତାହା ସହିତ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁକୁ ଭୂମି ଓ କୋଣର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁକୁ ଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ ।

ଲମ୍ବ, ଭୂମି ଓ କର୍ଣ୍ଣକୁ ଯଥାକ୍ରମେ p, b ଓ h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ତେଣୁ ପିଥାଗୋରାସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁସାରେ, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ଅର୍ଥାତ୍ $\mathbf{h^2 = p^2 + b^2}$ ।

ଏହି ଉପପାଦ୍ୟର ବିପରୀତ କଥନ ମଧ୍ୟ ସତ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ୍ **''କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗ ତାହାର ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମକୋଣୀ ।''**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ :

1. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣ ଏକ ସମକୋଣ; ତେଣୁ ଏହାର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟ a ଏକକ ଓ b ଏକକ ହେଲେ, **ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ =** $\sqrt{\mathbf{a^2 + b^2}}$ ଏକକ

2. ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ, **ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ =** $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}.a = a\sqrt{2}$ ଏକକ

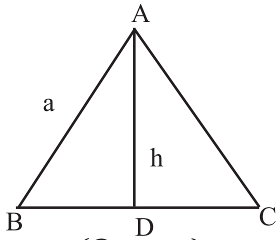
ଅର୍ଥାତ୍ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\mathbf{\sqrt{2}}$ **x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ**

3. ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର AB = BC = CA = a ଏକକ ହେଲେ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା AD = h ଏକକ ହେଲେ,

$$h^2 = AD^2 = AB^2 - BD^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ ଏକକ}$$

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା= $\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ **x ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ**



(ଚିତ୍ର 5.2)

5.2 ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Polygonal region and its area) :

ପରସ୍ପରର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଛେଦ କରୁ ନ ଥିବା ସସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ସଂଯୋଗକୁ ଏକ ବହୁଭୁଜାକାର ବା **ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର (Polygonal region and its area)** କୁହାଯାଏ । ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଅଂଶର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ବ୍ୟବହାରିକ ଜୀବନରେ ବହୁଳ ଭାବେ ଉପଲବ୍ଧ । ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଏହା ଏକ ଜଟିଳ ସମସ୍ୟା । ତେଣୁ ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଛି । ସୁବିଧା ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜାକାର (ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର) କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ତ୍ରିଭୁଜ (ଚତୁର୍ଭୁଜ)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟ (Area Postulates) :

(a) ଗୋଟିଏ ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ।

(b) ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଆବଦ୍ଧକ୍ଷେତ୍ର (ତ୍ରିଭୁଜ)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

(c) ଗୋଟିଏ ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏହାକୁ ଗଠନ କରୁଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ (ଯେଉଁଠାରେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ନୁହଁନ୍ତି) ମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

କେତେକ ବିଶେଷାକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ଓ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ଏଠାରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର, ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ସୂତ୍ର ଦିଆଗଲା । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ମନେରଖିବା ଆବଶ୍ୟକ । କାରଣ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଏଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯିବ ।

(i) ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ b ଏକକ ହେଲେ,

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ= ab ବର୍ଗ ଏକକ

(ii) ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ,

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବର୍ଗ ଏକକ ।

(iii) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ b ଏକକ ଓ ଉଚ୍ଚତା h ଏକକ ହେଲେ,

ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}bh$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

(iv) ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $\frac{1}{2}$ **(ସମକୋଣର ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ)**

(v) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ଓ ଉଚ୍ଚତା h ଏକକ ହେଲେ, ଆମେ ଜାଣୁ $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $\frac{1}{2}a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ

($\because$ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା)

$\therefore$ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 ବର୍ଗ ଏକକ ।

(vi) ଆମେ ଜାଣୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା h ଏକକ ଓ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ,

$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ଏକକ ଅର୍ଥାତ୍ $a = \frac{2h}{\sqrt{3}}$ ଏକକ

$\therefore$ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{2h}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}h^2$ ବର୍ଗ ଏକକ

($\because$ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$)

$\therefore$ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ଉଚ୍ଚତା)^2 ବର୍ଗଏକକ ।

(vii) Δ ABC ଯେକୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ । ମନେକର BC = a ଏକକ,
AC = b ଏକକ ଓ AB = c ଏକକ । ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା 2s = a + b + c ।

ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ବର୍ଗ ଏକକ । ଏହାକୁ **Herronଙ୍କ ସୂତ୍ର** କୁହାଯାଏ । ଏହି ସୂତ୍ରଟି କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇଛି ତାହା ପରେ ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ସ୍ତରରେ ପଢ଼ିବ । ବର୍ତ୍ତମାନ କେବଳ ଏହାକୁ ମନେରଖ ।

ଉଦାହରଣ - 1:

ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 80 ମିଟର ଓ ପ୍ରସ୍ଥ 45 ମି ହେଲେ ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ = (80 × 45) = 3600 ବର୍ଗମିଟର ।

ମନେକର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ମିଟର । ∴ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = x^2 ବର୍ଗମିଟର ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $x^2 = 3600 \Rightarrow x = \sqrt{3600} = \sqrt{60^2} = 60$ ।

∴ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 60 ମିଟର ।

ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) × $\sqrt{2}$ ମିଟର = $60\sqrt{2}$ ମିଟର ।

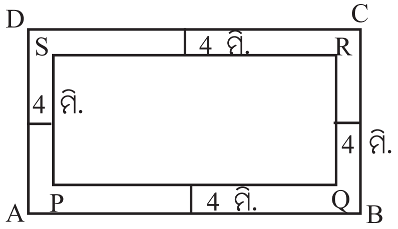
ଉଦାହରଣ - 2 :

ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର ପଡିଆର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 60 ମିଟର ଓ 48 ମିଟର । ଏହାର ଭିତର ଧାରକୁ ଲାଗି ଚାରିପାଖରେ 4 ମିଟର ଓସାର ରାସ୍ତାରେ ଘାସ ବିଛାଇବାକୁ ଏକ ବର୍ଗମିଟରକୁ 3 ଟଙ୍କା 50 ପଇସା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ABCD ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର ପଡିଆ; ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AB =60ମି ଓ ପ୍ରସ୍ଥ BC= 48ମି । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର ଭିତର ଧାରକୁ ଲାଗି 4 ମିଟର । ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରାସ୍ତା ଅଛି ।

∴ PQ = (60 − 2 × 4) ମିଟର = (60 – 8) ମି.= 52 ମିଟର ।

QR = (48 – 2 × 4) ମି = (48 –8) ମି = 40 ମିଟର ।



(ଚିତ୍ର 5.3)

ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (60 × 48) ବର୍ଗ.ମି = 2880 ବର୍ଗମିଟର ।

ପୁନଶ୍ଚ PQRS ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (52 × 40) ବର୍ଗ.ମି = 2080 ବର୍ଗମିଟର ।

∴ ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ABCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ − PQRS ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 800 ବର୍ଗମିଟର ।

ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟର ପାଇଁ 3 ଟଙ୍କା 50 ପଇସା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଉଥିଲେ 800 ବର୍ଗମିଟର ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ

= 3 ଟଙ୍କା 50 ପଇସା × 800 = $(\frac{7}{2} \times 800)$ ଟଙ୍କା = 2800 ଟଙ୍କା

∴ ରାସ୍ତାରେ ଘାସ ବିଛାଇବା ପାଇଁ 2800 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24 ସେ.ମି ଓ 32 ସେ.ମି ହେଲେ ସମକୋଣରୁ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସମକୋଣର ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ସେ.ମି ଓ 32 ସେ.ମି ।

∴ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{24^2 + 32^2}$ ସେ.ମି = $\sqrt{1600}$ ସେ.ମି = 40 ସେ.ମି

ମନେକର ସମକୋଣରୁ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ସେ.ମି

ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା = $\frac{1}{2} \times 40 \times x = 20x$ ବର୍ଗ ସେ.ମି

ପୁନଶ୍ଚ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × ସମକୋଣର ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ

= $\frac{1}{2} \times 24 \times 32$ ବର୍ଗ ସେ.ମି = 384 ବର୍ଗ ସେ.ମି

∴ $20x = 384 \Rightarrow x = \frac{384}{20} = 19.2$ ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 4: ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 4 ସେ.ମି କମାଇଦେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $24\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି କମିଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ସେ.ମି ।

$\therefore$ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\frac{\sqrt{3}}{4}(a-4)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - 24\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(a-4)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 - 24 \text{ x } 4)$

$\Rightarrow (a-4)^2 = a^2 - 96 \Rightarrow a^2 - 8a + 16 = a^2 - 96 \Rightarrow 8a = 112 \Rightarrow a = 14$

$\therefore$ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 14 ସେ.ମି

ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 14 = 7\sqrt{3}$ ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

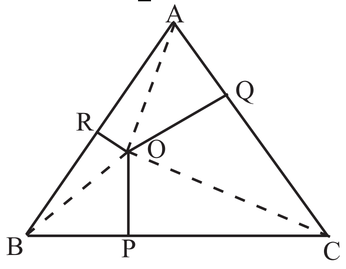
ଉଦାହରଣ - 5 : ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ତାହାର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ତିନୋଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି, 7 ସେ.ମି ଓ 8 ସେ.ମି ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜରେ O ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ । $\overline{OP}$, $\overline{OQ}$ ଓ $\overline{OR}$ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{BC}$, $\angle$ ଓ $\overline{AB}$ ବାହୁପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

$\therefore$ OP = 6 ସେ.ମି, OQ = 7 ସେ.ମି, OR = 8 ସେ.ମି ।

ମନେକର ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ସେ.ମି. ।

$\overline{OA}$ ଓ $\overline{OB}$ ଓ $\overline{OC}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ OBC ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BC . OP



(ଚିତ୍ର 5.4)

= $\frac{1}{2}$ a × 6 ବର୍ଗ ସେ.ମି = 3a ବର୍ଗ ସେ.ମି ।

Δ OCA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ AC . OQ

= $\frac{1}{2}$ × a × 7 ବର୍ଗ ସେ.ମି = $\frac{7a}{2}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି

Δ OAB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ a × 8 = $\frac{1}{2}$ 8a = 4a ବର୍ଗ ସେ.ମି

Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = Δ OBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + Δ OCA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + Δ OAB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= $(3a + \frac{7a}{2} + 4a)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି = $\frac{21a}{2}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{21a}{2}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. $\Rightarrow a = 14\sqrt{3}$

$\therefore$ ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{21}{2}a = 147\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 6 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 15 ସେ.ମି., 28 ସେ.ମି. ଓ 41 ସେ.ମି. । ଏହାର ମଧ୍ୟମବାହୁ ଉପରେ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ତ୍ରିଭୁଜର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା = $s = \frac{15+28+41}{2} = \frac{84}{2}$ = 42 ସେ.ମି

ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ସେ.ମି, b ସେ.ମି ଓ c ସେ.ମି ହେଲେ,

a = 15, b = 28 ଓ c = 41

ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{42(42-15)(42-28)(42-41)}$

$\sqrt{42x27x14x1} = \sqrt{14x3x3x9x14} = 14 \times 3 \times 3 = 126$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 28 ସେ.ମି

ମନେକର ଏହାପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ସେ.ମି

ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 28 \times x = 14x$ ବର୍ଗ ସେ.ମି

$\therefore 14x = 126 \Rightarrow x = \frac{126}{14} = 9$ ସେ.ମି

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 9 ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

ପ୍ରଶ୍ନମାଳା - 5 (a)

1. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(i) Δ ABC ର ବାହୁତ୍ରୟ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଓ 13 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(ii) Δ ABC ରେ ଉଚ୍ଚତା AD = 12 ସେ.ମି. ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 96 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଭୂମି BC କେତେ ?

(iii) ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $25\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ଏକକ । ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(iv) ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $25\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

(v) ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁରୁ ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

(vi) ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବାରୁ ଏହା ଦୁଇଗୋଟି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ ହେଲା । ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁମାନଙ୍କ ଅନୁପାତ କେତେ ?

(vii) ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥକୁ 3 ଗୁଣ କଲେ, ଲବ୍ଧ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦତ୍ତ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର କେତେ ଗୁଣ ?

(viii) ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁ 4 ମିଟର ଓ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ମିଟର । କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(ix) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହେଲେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(x) ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ସେମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କେତେ ?

(xi) ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହେଲେ ସମକୋଣରୁ କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(i) ABCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ BC – AB = 20 ମିଟର ଓ AB : BC = 4 : 5 । ABCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା କେତେ ?

(ii) ABCD ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ବୃଦ୍ଧି କଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ 60 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ବୃଦ୍ଧି ହୁଏ । ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(iii) ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା 18 ସେ.ମି. । ଭୂମି ଓ ଏକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ ୫ : 5 ହେଲେ Δ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅଧା । ଏହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ 12 ମିଟର ବେଶୀ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମିଟର କମ୍ ହେଲେ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଗୋଟିଏ ଘରର ଚାରିକାନ୍ଥର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 540 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ କାନ୍ଥର ଉଚ୍ଚତା 10 ମିଟର । ଘରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଅନୁପାତ 5 : 4 ହେଲେ, ଚଟାଣର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକାର ଜମିର ବାହାର ଧାରକୁ ଲାଗି 2 ମିଟର ଚଉଡ଼ା ର ଏକ ରାସ୍ତା ଅଛି । ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 416 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଜମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 44 ମିଟର, ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ୫୫ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. କୌଣସି ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 45 ସେ.ମି. ଓ 60 ସେ.ମି. ହେଲେ ସମକୋଣରୁ କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ମିଟର ବଢ଼ାଇଦେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $6\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ମିଟର ବଢ଼ିଯାଏ । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ସେ.ମି. କମାଇଦେଲେ ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $16\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. କମିଯାଏ । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 96 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ସମକୋଣରୁ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର 3.5 ଗୁଣ । ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମିଟର ହେଲେ ତ୍ରିଭଜର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $\left(\sqrt{3} \approx 1\frac{3}{4}\right)$

12. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ୫4 ସେ.ମି.; ଏହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 30 ସେ.ମି. ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 336 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 25 ସେ.ମି., 29 ସେ.ମି. ଓ 36 ସେ.ମି ହେଲେ, ଏହାର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁ ଉପରେ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3 : 5 : 7 ଓ ପରିସୀମା 300 ମିଟର ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

16. ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା 30 ସେ.ମି. ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.3 ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର :

ଜ୍ୟାମିତିରେ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆମେ ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା କରିଛେ ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ର ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକର ଯୁକ୍ତିମୂଳକ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇଛି । ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଆଲୋଚନା ସମୟରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ କେତୋଟି ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହେଲା ।

ଯେକୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର

(i) ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ;

(ii) ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣମାନ ପରସ୍ପର ସର୍ବସମ;

(iii) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି;

(iv) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ;

(v) ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ; ତେଣୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ଏବଂ

(vi) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଯେଉଁ ଚାରୋଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରନ୍ତି ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପରସ୍ପର ସମାନ ।

ଉପରୋକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସାହାଯ୍ୟରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରସ୍ଥିତିରେ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ ତାହା ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

(A) ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚତା ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

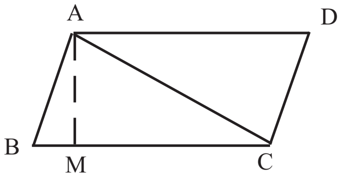
ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{BC}$ ଭୂମି ଏବଂ ଏହି ଭୂମି ପ୍ରତି A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AM}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ତେଣୁ AM ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା ଅଟେ । $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଟି ଦୁଇ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହେଲା ।

$\therefore$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦୁଇଗୁଣ

= $2\times(\frac{1}{2}BC \times AM) = BC \times AM$ = ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା

$\therefore$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା



ଚିତ୍ର 5.5

(B) ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଯେ କୌଣସି ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ସମ୍ମୁଖୀନ ଶୀର୍ଷ D ରୁ $\overline{DE}$ ଲମ୍ବ ଟଣାଯାଇଛି ।

$\because$ ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ଣ୍ଣ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇ ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ।

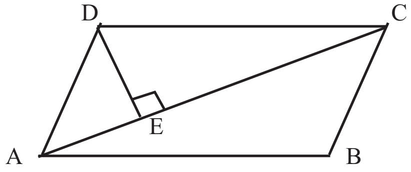
$\therefore$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 × ADC ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2 \times \frac{1}{2}\ AC \times DE = AC \times DE$

= କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

$\therefore$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ସେହି କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଯେ କୌଣସି ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।



(ଚିତ୍ର 5.6)

(C) ଦୁଇଟି ସନ୍ନହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ମନେକର ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ସନ୍ନିହିତ ବାହୁଦ୍ୱୟ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି ।

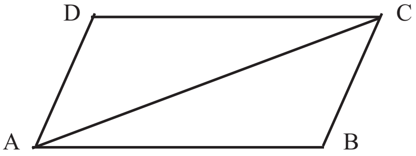
ମନେକର AB = c ଏକକ, BC = a ଏକକ ଓ AC = b ଏକକ ।

Δ ABC ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା $= s = \frac{a+b+c}{2}$

$\therefore$ ABCD ସମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 2 × ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ବର୍ଗ ଏକକ ।



(ଚିତ୍ର 5.7)

(D) କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ମନେକର ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଏବଂ $\overline{AB}$ ବାହୁ ଦତ୍ତ ଅଛି । ମନେକର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

$\because$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଚାରିଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ବିଭକ୍ତ କରନ୍ତି ।

ତେଣୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 x Δ AOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

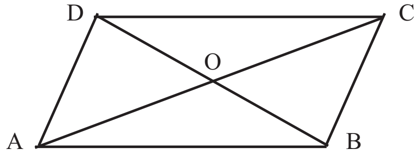
ମନେକର AC = d_1 ଏକକ, BD = d_2 ଏକକ ଓ AB = a ଏକକ ।

$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = \frac{d_1}{2}$ ଏକକ ଏବଂ $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{d_2}{2}$ ଏକକ ।

$\therefore$ Δ AOB ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା= $s = \dfrac{a+\frac{d_1}{2}+\frac{d_2}{2}}{2}$ ଏକକ ।

ତେଣୁ $\sqrt{s(s-a)(s-\frac{d_1}{2})(s-\frac{d_2}{2})}$ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି

Δ AOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

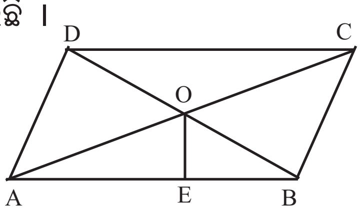


(ଚିତ୍ର 5.8)

$\therefore$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇ କର୍ଣ୍ଣର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଚାରିଗୁଣ ।

(E) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି; ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AB}$ ବାହୁ ପ୍ରତି $\overline{OE}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 5.9)

ମନେକର AB = a ଏକକ ଓ OE = p ଏକକ ।

$\therefore \Delta$ AOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times$ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\times$ ଉଚ୍ଚତା

$= \frac{1}{2} \times a \times p$ ବର୍ଗଏକକ $= \frac{1}{2}ap$ ବର୍ଗ ଏକକ

$\therefore$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 $\times \Delta$ AOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 4 \times \frac{1}{2}$ ap ବର୍ଗ ଏକକ = 2ap ବର୍ଗ ଏକକ ।

$\therefore$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏଥି ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳର ଦୁଇଗୁଣ ।

ଉଦାହରଣ - 7

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଡେସି.ମି. 5 ସେ.ମି. ଓ ଏହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ଡେସି.ମି. 4 ସେ.ମି. ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4 ଡେସି.ମି. 5 ସେ.ମି = 45 ସେ.ମି ।

ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 2 ଡେସି.ମି. 4 ସେ.ମି = 24 ସେ.ମି ।

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (45 × 24) ବର୍ଗ ସେ.ମି = 1080 ବର୍ଗ ସେ.ମି

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1080 ବର୍ଗ ସେ.ମି ।

ଉଦାହରଣ - 8 :

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 52 ସେ.ମି. ଓ 56 ସେ.ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 60 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 52 ସେ.ମି., 56 ସେ.ମି. ଓ 60 ସେ.ମି. ।

ମନେକର a = 52 ସେ.ମି., b = 56 ସେ.ମି. ଓ c = 60 ସେ.ମି.

ତ୍ରିଭୁଜର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା = $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{52+56+60}{2} = \frac{168}{2} = 84$ ସେ.ମି.

କର୍ଣ୍ଣ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ।

$\therefore$ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 × ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 2\sqrt{84(84-52)(84-56)(84-60)}$

$= 2\sqrt{84 x 32 x 28 x 24}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. $= 2\sqrt{12 x 7 x 16 x 2 x 7 x 4 x 24}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$= 2 \times 24 \times 7 \times 8 = 2688$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଯେହେତୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 52 ସେ.ମି. ଓ 56 ସେ.ମି.

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଉଚ୍ଚତା = $\dfrac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \dfrac{2688}{52}$ ବା $\dfrac{2688}{56}$ ସେ.ମି.

ଅର୍ଥାତ୍ ଉଚ୍ଚତା $= 59\dfrac{5}{13}$ ସେ.ମି. ବା 48 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

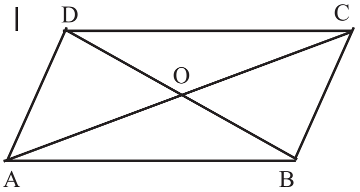
ଉଦାହରଣ - 9 :

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 50 ସେ.ମି. ଓ 58 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ AC = 58 ସେ.ମି., BD = 50 ସେ.ମି. ଏବଂ AB = 36 ସେ.ମି. ।

ମନେକର $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ।



ଚିତ୍ର 5.10

ବର୍ତ୍ତମାନ AO = $\dfrac{1}{2}$ AC = $\dfrac{1}{2} \times 58 = 29$ ସେ.ମି.

BO = $\dfrac{1}{2}$ BD = = $\dfrac{1}{2} \times 50 = 25$ ସେ.ମି. ଏବଂ AB = 36 ସେ.ମି.

ମନେକର a = AO = 29 ସେ.ମି., b = BO = 25 ସେ.ମି. ଓ c = AB = 36 ସେ.ମି.

ΔAOB ର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା = $s = \dfrac{a+b+c}{2} = \dfrac{29+25+36}{2} = 45$ ସେ.ମି.

= ΔAOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{45(45-29)(45-25)(45-36)}$

$= \sqrt{45 x 16 x 20 x 9}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 360 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 × ΔAOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 × 360 = 1440 ବର୍ଗ ସେ.ମି

ପୁନଶ୍ଚ ଉଚ୍ଚତା = $\dfrac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \dfrac{1440}{36} = 40$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1440 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 40 ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 10 :

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ମିଟର ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 336 ବର୍ଗ ମି. । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା 2 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ AB = 13 ମିଟର । ମନେକର $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ AC > BD (ଚିତ୍ର 5.10 ଦେଖ)

ମନେକର BD = 2x ମିଟର । $\therefore$ AC = (2x + 2) ମିଟର

ବର୍ତ୍ତମାନ AO = $\dfrac{1}{2}$ AC = $\dfrac{1}{2}(2x+2) = (x+1)$ ମିଟର

$BO = \frac{1}{2}\ BD = \frac{1}{2}\ (2x)$ ମି. = x ମି. ଏବଂ   AB = 13 ମି.

$\therefore\ \Delta AOB$ ର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା = $s = \frac{x+1+x+13}{2} = (x+7)$ ମି.

$\therefore\ \Delta AOB$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{(x+7)\{(x+7)-(x+1)\}\{(x+7)-x\}(x+7-13)}$

$= \sqrt{(x+7) x 6 x 7 x (x-6)} = \sqrt{(x+7)(x-6) x 42}$ ବର୍ଗ ମିଟର

$\therefore$ ସାମନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 × ΔAOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 4 \times \sqrt{(x+7)(x-6) x 42}$ ବର୍ଗ ମିଟର

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $4 \times \sqrt{(x+7)(x-6) x 42} = 336 \Rightarrow \sqrt{(x+7)(x-6) x 42} = 84$

$\Rightarrow (x+7)(x-6)\, 42 = 84 \times 84 \Rightarrow (x+7)(x-6) = 84 \times 2 = 168$

$\Rightarrow x^2 + 7x - 6x - 42 = 168 \Rightarrow x^2 + x = 210 \Rightarrow x^2 + x - 210 = 0$

$\Rightarrow (x+15)(x-14) = 0 \qquad \therefore x = -15$ ବା $x = 14$

କିନ୍ତୁ x = –15 ଗ୍ରହଣୀୟ ନୁହେଁ । ସୁତରାଂ x = 14 ମିଟର

ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 2x ମିଟର = 2 × 14 = 28 ମିଟର ଏବଂ

ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (2x + 2) ମିଟର = 28 + 2 = 30 ମିଟର ।

$\therefore$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 28 ମିଟର ଓ 30 ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 11 :

ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା 2 ସେ.ମି ଅଧିକ ଏବଂ ବୃହତ୍ତର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ 2 ସେ.ମି. କମ୍ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 140 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ସନ୍ନିହିତ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ ବୃହତ୍ତର ବାହୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{AE}$ ଲମ୍ବ । ମନେକର କ୍ଷୁଦ୍ରତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = AB = x ସେ.ମି. । $\therefore$ ବୃହତ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ BC = (x + 2) ସେ.ମି.

ବୃହତ୍ତର ବାହୁ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BC}$ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ = AE = (x – 2) ସେ.ମି.

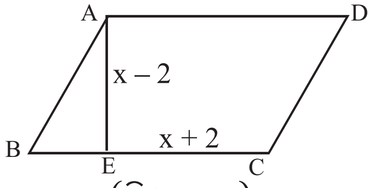
$\therefore$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା = BC × AE

= (x + 2) (x – 2) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = $(x^2 - 4)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଦତ୍ତ ଅଛି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 140 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$\therefore x^2 - 4 = 140 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$

$\therefore$ x = 12 ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.11)

$\therefore$ AB = 12 ସେ.ମି., BC = (x + 2) ସେ.ମି. = 14 ସେ.ମି. ଓ

ଉଚ୍ଚତା AE = (x – 2) ସେ.ମି.= 12 – 2 = 10 ସେ.ମି. ।   (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (b)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ଉତ୍ତର ସଂକ୍ଷେପରେ ଦିଅ ।
   (i) ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6 ସେ.ମି.ଓ ଉଚ୍ଚତା= 3 ସେ.ମି., ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
   (ii) ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 10 ସେ.ମି ଓ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
   (iii) ABCD ସାମନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $AB + BD + AD = 2s$ ଏକକ । $s(s - AB)(s - BD)(s - AD) = 64$ ହେଲେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?
   (iv) ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 96 ବର୍ଗ ଏକକ ଓ ଏହାର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 8 ଏକକ ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମିପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
   (v) ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 144 ବର୍ଗ ଏକକ ଓ ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ଏକକ ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣର ସମ୍ମୁଖୀନ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?
2. ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2.5 ଡେସିମିଟର ଓ ଉଚ୍ଚତା 4.8 ଡେସିମିଟର ବିଶିଷ୍ଟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. କୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଡେ.ମି. 6 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 22 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 50 ସେ.ମି. ଓ 58 ସେ.ମି.; ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 26 ମି. ଓ 28 ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 30 ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହି ବାହୁ ଉପରେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁରୁ ପତିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି. ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
7. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 2:3 ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 726 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\frac{3}{4}$ ଅଂଶ ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 300 ବର୍ଗମିଟର । କ୍ଷେତ୍ରଟିର ଉଚ୍ଚତା ଓ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
9. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତା'ର ଉଚ୍ଚତା ଅପେକ୍ଷା 4 ମିଟର ଅଧିକ । କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 285 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ, ଉଚ୍ଚତା ଓ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
10. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 420 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ଗୋଟିଏ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏକ କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 14 ସେ.ମି. ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
11. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 25 ମିଟର, 29 ମି. ଓ 36 ମି. । ଏହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଗୋଟିଏ 40 ସେ.ମି. କର୍ଣ୍ଣ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ । ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 40 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ମିଟର ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 336 ବର୍ଗମିଟର । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା 2 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

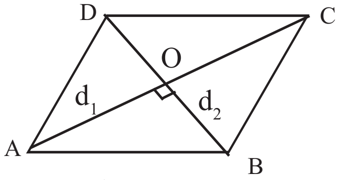
14. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ସନ୍ନିହିତ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 16 ସେ.ମି. ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 48 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର 8 ମିଟର ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ମିଟର । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 192 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ, ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

16. ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ମିଟର ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 21 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 168 ବର୍ଗମିଟର । ମିଟରକୁ 12 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ ଏହାର ଚାରିପାଖରେ ତାର ବାଡ ଦେବାକୁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ଲାଗିବ ?

5.4 ରମ୍ବସ୍ (Rhombus)

ଯେଉଁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରୋଟିଯାକ ବାହୁ ସର୍ବସମ, ତାହାକୁ ରମ୍ବସ୍ କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ସାମନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ତ ସୂତ୍ର ରମ୍ବସ୍ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ରମ୍ବସ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହେଲା ।



(ଚିତ୍ର 5.12)

(i) ରମ୍ବସ୍‌ର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

(ii) ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

(iii) ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ଓ ଏମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

(iv) ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ରମ୍ବସ୍‌ଟି ଚାରିଗୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥାଏ ।

5.4.1 ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

(A) ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (a) ଓ ଉଚ୍ଚତା (h) ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା = ah ବର୍ଗ ଏକକ ।

$\therefore$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\dfrac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}}$ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = $\dfrac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$

(B) ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_1 ଏକକ ଓ d_2 ଏକକ) ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ମନେକର ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି (ଚିତ୍ର 5.12) । ଯେହେତୁ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ତେଣୁ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 (Δ AOB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

$= 4 \times \frac{1}{2} \times OA \times OB = 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2} = \frac{1}{2} d_1 d_2$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

($AC = d_1$ ଏକକ ଓ $BD = d_2$ ଏକକ)

$\therefore$ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ x କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ

5.4.2 ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

Δ AOB ରେ $m\angle AOB = 90^0$ $AB^2 = AO^2 + BO^2$ (ଚିତ୍ର 5.12)

$$\left(AO = \frac{1}{2}AC = \frac{d_1}{2} \text{ ଏବଂ } BO = \frac{1}{2}BD = \frac{d_2}{2}\right)$$

$\Rightarrow AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{(\frac{1}{2}d_1)^2 + (\frac{1}{2}d_2)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(d_1^2 + d_2^2)} = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ ଏକକ

$\therefore$ ରମ୍ବସ୍‌ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$ ବା $\frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$ ଏକକ

ଉଦାହରଣ - 12 :

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 64 ସେ.ମି. ଓ 48 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ପରିସୀମା ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ (କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ) = $\frac{1}{2}$ (64 x 48) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 1536 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$

= $\sqrt{32^2 + 24^2}$ = $\sqrt{1024 + 576}$ = $\sqrt{1600}$ = 40 ସେ.ମି.

$\therefore$ ପରିସୀମା = 4 × ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4 × 40 = 160 ସେ.ମି. ।

ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$ = $\frac{1536}{40}$ = 38.4 ସେ.ମି.

$\therefore$ ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1536 ବର୍ଗ ସେ.ମି., ପରିସୀମା 160 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 38.4 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 13 :

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ମିଟର । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 60 ମିଟର ହେଲେ ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ମିଟର, ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = d_1 = 60 ମିଟର

ମନେକର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = d_2 = 2x ମିଟର ।

$\therefore$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{60}{2}\right)^2 + \left(\frac{2x}{2}\right)^2} = \sqrt{30^2 + x^2}$

$\therefore 50 = \sqrt{30^2 + x^2} \Rightarrow 50^2 = 30^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 50^2 - 30^2 = 40^2$

$\Rightarrow x = 40$ $\therefore$ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = d_2 = 2x = 2 x 40 = 80 ମିଟର

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ (କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ) = $\frac{1}{2}$ (80 x 60) = 2400 ବର୍ଗ ମିଟର ।

ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}$ = $\frac{2400}{50}$ = 48 ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 14 :

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 5 : 12 ହେଲେ ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_1)= 5x ସେ.ମି । ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ(d_2) = 12x ସେ.ମି.

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{5x}{2}\right)^2+\left(\frac{12x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{169x^2}{4}} = \frac{13x}{2}$

କିନ୍ତୁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 13 ସେ.ମି. $\Rightarrow \frac{13x}{2} = 13 \Rightarrow x = 2$ ସେ.ମି.

ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ(d_1) = 5 x 2 = 10 ସେ.ମି., ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ(d_2) = 12x = 12 x 2 = 24 ସେ.ମି.

$\therefore$ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times d_1 . d_2 = \frac{1}{2}$ x 24 x 10 = 120 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 15 :

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 864 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3 : 4 ହେଲେ, ଏହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_1) = 3x ସେ.ମି. ଏବଂ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ(d_2)=4x ସେ.ମି.

$\therefore$ ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}\times$(କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ)=$\frac{1}{2}\times 3x \times 4x$ ବ.ସେ.ମି.= $6x^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $6x^2 = 864 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$

ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_1) = 12 x 3 = 36 ସେ.ମି., ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_2) = 12 x 4 = 48 ସେ.ମି.

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{36}{2}\right)^2+\left(\frac{48}{2}\right)^2} = \sqrt{18^2+24^2}$

$= \sqrt{6^2(3^2+4^2)} = \sqrt{6^2 x 5^2} = 30$ ସେ.ମି.

ପରିସୀମା = 4 × ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4 × 30 ସେ.ମି. = 120 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 16 :

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ 34 ମିଟର ଅଧିକ । ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 336 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ମିଟର $\therefore$ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (x + 34) ମିଟର

$\therefore$ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}\times$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ = $\frac{1}{2}\times x(x+34)$ ବର୍ଗ ମିଟର

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\frac{1}{2}\times(x+34) = 336$

$\Rightarrow x^2 + 34x = 672 \Rightarrow x^2 + 2\times 17\times x + 17^2 = 762 + 17^2$

$\Rightarrow (x + 17)^2 = 672 + 289 = 961 = 31^2 \Rightarrow x + 17 = 31 \Rightarrow x = 14$

$\therefore$ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_1) = 14 ମିଟର, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (d_2) = 34 + 14 = 48 ମିଟର

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{14}{2}\right)^2 + \left(\frac{48}{2}\right)^2} = \sqrt{7^2 + 24^2}$ = 25 ମିଟର

ଉଚ୍ଚତା = $\frac{\text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{336}{25}$ = 13.44 ମିଟର

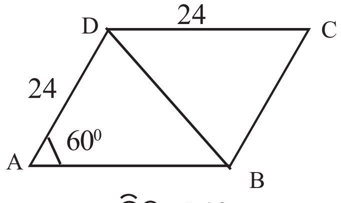
$\therefore$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 13.44 ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 17 :

ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ଏବଂ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର AB = 24 ସେ.ମି. ଓ $m\angle BAD = 60^0$

$\therefore \Delta$ ABD ଓ Δ DBC ଦ୍ୱୟ ସମବାହୁ ।



ଚିତ୍ର 5.13

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times$ (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2

$= \frac{\sqrt{3}}{4} (24)^2 = 144\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 × Δ ABD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 × $144\sqrt{3}$ = $288\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (c)

1 ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(i) ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 288 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ମିଟର ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 196 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 28 ସେ.ମି.ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଦୁଇକର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ମିଟର ଓ 10 ମିଟର ହେଲେ, ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

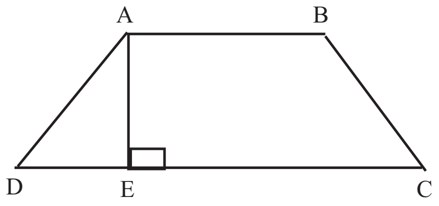
(iv) ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ଏବଂ AO = 3 ସେ.ମି ଓ OB = 4 ସେ.ମି ହେଲେ ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(v) ABCD ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ଓ AO = 6 ସେ.ମି ଓ AB = 10 ସେ.ମି ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

2. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ବାହୁର ଦେର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ପରିସୀମା 52 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର ବୃହତ୍ତମ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ମିଟର ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 144 ବର୍ଗ ସେ.ମି ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଟିର 2 ଗୁଣ ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ସେ.ମି. ଏବଂ ବିପରୀତ ବାହୁଠାରୁ ଏହାର ଦୂରତା 14 ସେ.ମି. ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଏକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 80 ପ୍ରତିଶତ (ଶତକଡା 80 ଭାଗ) ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବୃହତ୍ତମ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ବର୍ଗର କେତେ ଗୁଣ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
7. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍ ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଦଣ୍ଡାୟମାନ । ତେବେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ନର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 560 ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 7 : 5 ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
9. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଡେସିମିଟର 8 ସେଣ୍ଟିମିଟର ଓ 6 ଡେସିମିଟର 4 ସେଣ୍ଟି ମିଟର ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
10. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1320 ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 22 ମିଟର ହେଲେ, ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
11. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 3456 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଅନୁପାତ 3 : 4 ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
12. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 867 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଟିର $\frac{2}{3}$ ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
13. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 240 ବର୍ଗ ସେ.ମି । ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ 14 ସେ.ମି. ବେଶୀ ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
14. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ମିଟର ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ମିଟର । ଏହାର ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
15. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 17 ସେ.ମି. ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 8 : 15 ହେଲେ, ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
16. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 15 ମିଟର ଏବଂ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ 6 ମିଟର ବେଶୀ । ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
17. 720 ବର୍ଗ ମିଟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 41 ମିଟର ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
18. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.5 ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ (Trapezium) :



(ଚିତ୍ର 5.14)

ସଂଜ୍ଞା : **ଯେଉଁ ଚତୁର୍ଭୁଜର କେବଳ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ବାହୁ ସମାନ୍ତର (ଅନ୍ୟ ବିପରୀତ ବାହୁ ଯୋଡ଼ା ଅସମାନ୍ତର) ତାହାକୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ କୁହାଯାଏ ।** ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ । A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{CD}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overline{AE}$ ହେଲେ, $\overline{AE}$ କୁ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କୁହାଯାଏ । ଉକ୍ତ ବ୍ୟବଧାନକୁ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ ।

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହେଲା ଓ ଏହି ତଥ୍ୟମାନ ଆମ ଆଲୋଚନା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ :

(a) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ସରଳରେଖା ଖଣ୍ଡ (i) ସମାନ୍ତର ବାହୁମାନଙ୍କ ସହ ସମାନ୍ତର ଓ ସମାନ୍ତର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଏବଂ (ii) ଉଚ୍ଚତାକୁ ଦୁଇ ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ।

(b) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେଲେ (i) ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ଓ (ii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ।

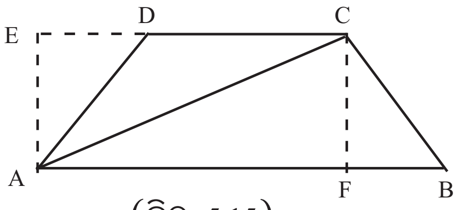
(c) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଦୁଇ କର୍ଣ୍ଣର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତରଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ସହ ସମାନ ।

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣ :

(A) ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ବାହୁଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର । A ରୁ $\overrightarrow{CD}$ ପ୍ରତି $\overline{AE}$ ଓ C ରୁ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି $\overline{CF}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

ତେଣୁ AE ବା CF ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ $\overline{AC}$ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ । ମନେକର AB = a ଏକକ, CD = b ଏକକ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା AE = CF = h ଏକକ ।



(ଚିତ୍ର 5.15)

ଅତଏବ ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

= Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + Δ ACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}\ AB \times CF + \frac{1}{2}\ CD \times AE$

$= \frac{1}{2}\ ah + \frac{1}{2}\ bh = \frac{1}{2}\ (a+b) \times h$

$\therefore$ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ

(B) ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟିର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ।

∴ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ

ଉଦାହରଣ - 18 :

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 34 ସେ.ମି ଓ 26 ସେ.ମି ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 14 ସେ.ମି ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ନିର୍ଣ୍ଣେୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}\times$(ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି) × ଉଚ୍ଚତା

= $\frac{1}{2}\times(34+26)\times14$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = (30×14) ବର୍ଗ ସେ.ମି.= 420 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 19 :

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 42 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 924 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = h ମିଟର ।

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା

= 42h ବର୍ଗ ମିଟର $\Rightarrow 42h = 924 \Rightarrow h = \frac{924}{42} = 22$

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଉଚ୍ଚତା = 22 ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 20 :

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 320 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହାର ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 17 ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଓ ଅନ୍ୟ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 4 : 3 ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଓ b ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ସେ.ମି,

ଦତ୍ତ ଅଛି a = 17 ସେ.ମି. ।

ମନେକର ଅନ୍ୟ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3x ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = 4x ସେ.ମି.

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}\times h\,(a+b) = \frac{1}{2}\times 4x\,(17+3x) = 2x\,(17+3x)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $2x\,(3x+17) = 320 \Rightarrow x\,(3x+17) = 160$

$\Rightarrow 3x^2 + 17x = 160 \Rightarrow 3x^2 + 17x - 160 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 15x + 32x - 160 = 0$

$\Rightarrow 3x\,(x-5) + 32\,(x-5) = 0 \Rightarrow (x-5)\,(3x+32) = 0$

$\Rightarrow x - 5 = 0$ ବା $3x + 32 = 0 \Rightarrow x = 5$ ବା $x = \frac{-32}{3}$ ∴ $x = 5$

∴ ଉଚ୍ଚତା = $4x = 4\times5 = 20$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 21 :

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 36 ମିଟର ଓ 21 ମିଟର । ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 17 ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ସମାନ୍ତର ଏବଂ $\overline{AD}$, $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ମନେକର AB = 36 ମିଟର ଓ CD = 21 ମିଟର । C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି $\overline{CE}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

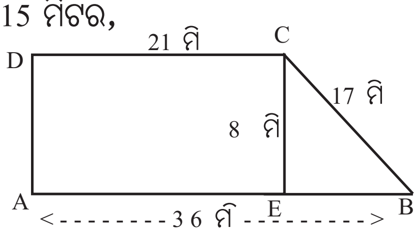
ବର୍ତ୍ତମାନ AE CD ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ।

$\therefore$ AE = CD = 21 ମିଟର ତେଣୁ EB = AB – AE = 36 – 21= 15 ମିଟର,

BCE ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ CE = $\sqrt{(BC^2 - EB^2)}$ ମିଟର

= $\sqrt{17^2 - 15^2}$ = 8 ମିଟର

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = 8 ମିଟର



(ଚିତ୍ର 5.16)

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × ଉଚ୍ଚତା × ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

= $\frac{1}{2}$ × 8 × (36 + 21) = 4 × 57 = 228 ବର୍ଗ ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 22 :

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 54 ସେ.ମି. ଓ 40 ସେ.ମି. । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ସେ.ମି. ହୁଏ , ତେବେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ଏବଂ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BC}$ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁ ।

ମନେକର AB = 54 ସେ.ମି., CD = 40 ସେ.ମି. ଓ AD = BC = 25 ସେ.ମି.

ମନେକର $\overline{CE}$, $\overline{AD}$ ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ $\overline{CF}$, $\overline{BE}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ବର୍ତ୍ତମାନ AECD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ।

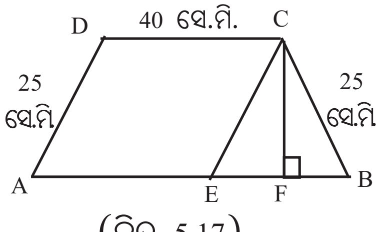
$\therefore$ CE = AD = BC = 25 ସେ.ମି. ଏବଂ AE = CD = 40 ସେ.ମି.,

$\therefore$ EB = AB – AE = 54 – 40 = 14 ସେ.ମି.,

$\therefore$ ΔBCE ରେ BC = CE

$\therefore$ Δ BCE ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

C ବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମି $\overline{EB}$ ପ୍ରତି $\overline{CF}$ ଲମ୍ବ ।



(ଚିତ୍ର 5.17)

ତେଣୁ EF = FB = $\frac{1}{2}$ EB = $\frac{1}{2}$ × 14 = 7 ସେ.ମି.

$\therefore$ ΔBCF ରେ CF = $\sqrt{BC^2 - BF^2}$ = $\sqrt{25^2 - 7^2}$ = 24 ସେ.ମି.

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = 24 ସେ.ମି.

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × ଉଚ୍ଚତା × ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

$= \frac{1}{2} \times 24\,(54 + 40)$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.= $12 \times 94 = 1128$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

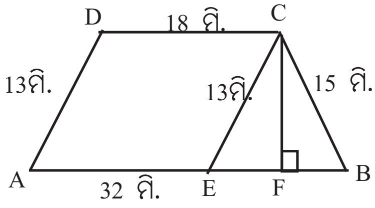
ଉଦାହରଣ - 23 :

ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 32 ମିଟର ଓ 18 ମିଟର ଏବଂ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ମିଟର ଓ 15 ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ବାହୁଦ୍ୱୟର ସାମନ୍ତର ।

ମନେକର AB = 32 ମିଟର, CD = 18 ମିଟର ଏବଂ AD = 13 ମିଟର ଓ BC = 15 ମିଟର ।

C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AD}$ ସହିତ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overline{AB}$ କୁ E ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରୁ ଏବଂ C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି $\overline{CF}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।



(ଚିତ୍ର 5.18)

ବର୍ତ୍ତମାନ AECD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ।

∴ AE = DC = 18 ମିଟର ଓ CE = AD = 13 ମିଟର

EB = AB – AE = 32 – 18 = 14 ମିଟର

ବର୍ତ୍ତମାନ ΔBCE ର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ମି., 14 ମି. ଓ 15 ମି. ।

ଏହାର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା = $s = \frac{13+14+15}{2}$ ମିଟର = 21 ମିଟର ।

∴ ΔBCE ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$ ବ.ମି.

$= \sqrt{21 x 8 x 7 x 6}$ ବ.ମି. = $\sqrt{7^2 x 3^2 x 4^2}$ ବ.ମି. = 7 x 3 x 4 = 84 ବର୍ଗ ମିଟର

∴ ΔBCE ର ଉଚ୍ଚତା CF = $\frac{2 \times \text{କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{2 \times 84}{14}$ ମିଟର = 12 ମିଟର ।

ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × ଉଚ୍ଚତା × ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

$= \frac{1}{2} \times 12\,(32 + 18) = 6 \times 50 = 300$ ବର୍ଗ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (d)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(ii) ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 18 ସେ.ମି ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 36 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ?

(iii) ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ । ଯଦି AB = 6 ସେ.ମି., ବ୍ୟବଧାନ AE = 4 ସେ.ମି.ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 28 ବର୍ଗ ସେ.ମି, ହୁଏ । ତେବେ CD କେତେ ?

(iv) ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ସରଳରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି. ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 40 ବର୍ଗ ସେ.ମି ହେଲେ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ?

(v) ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ଓ 2AB = CD । ଯଦି ସମାନ୍ତର ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବ୍ୟବଧାନ 4 ସେ.ମି ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 42 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ CD କେତେ ?

2. (i) ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 12 ସେ.ମି. ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 96 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

(ii) ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ମିଟର ଓ 7 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 6 ମିଟର ହେଲେ, ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଏବଂ AB = 2 CD । ଯଦି ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି, ତେବେ ΔAOB ଓ ΔCOD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 384 ବର୍ଗ ସେ.ମି । ଯଦି ଏହାର ସାମନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3 : 5 ହୁଏ,ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 12 ସେ.ମି ହୁଏ ତେବେ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 58 ମିଟର ଓ 72 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା 15 ମିଟର ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 55 ମିଟର ଓ 35 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 810 ବର୍ଗ ମି. ହେଲେ, ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଠାରୁ 20 ସେ.ମି. ବେଶୀ ଓ ଏହି ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 25 ସେ.ମି. । ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1250 ବର୍ଗ ସେ.ମି ହେଲେ, ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 30 ମିଟର ଏବଂ ସେହି ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 2 : 3 ଅଟେ । ଗୋଟିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଠାରୁ 10 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 960 ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହାର ଉଚ୍ଚତା 6 ମିଟର ଓ ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର 20 ମିଟର ହେଲେ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଏକ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 44 ମିଟର ଓ ଅନ୍ୟ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଉଚ୍ଚତାର ଅର୍ଦ୍ଧେକ । ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 885 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଛେଦକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 39 ସେ.ମି । ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୂରତା 12 ସେ.ମି ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24 ମିଟର ଓ 50 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 12 ମିଟର । ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌କୁ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ, ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 35 ମିଟର ଓ 50 ମିଟର । ଏହାର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ ଅନ୍ୟଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 17 ମିଟର ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 210 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହାର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 17 ସେ.ମି. ଓ ଅନ୍ୟଟି ସମାନ୍ତର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଠାରୁ ୫ ସେ.ମି. ଅଧିକ ହୁଏ, ତେବେ ବାହୁ ତିନୋଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 54 ସେ.ମି. ଓ 30 ସେ.ମି. ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ସେ.ମି. ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ଅଟେ । ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ସେ.ମି. ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $336\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

16. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $550\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମିଟର । ଏହାର ବୃହତ୍ତର ସମାନ୍ତର ବାହୁ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ 60^0 ହେଲେ, ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

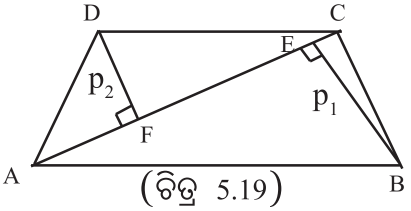
17. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 42 ମିଟର ଓ 30 ମିଟର । ଏହାର ବୃହତ୍ତର ସମାନ୍ତର ବାହୁର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ 90^0 ଓ 45^0 ହେଲେ, ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.6. ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଦୁଇଗୋଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ ଏବଂ ଏହି ଦୁଇ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ର ସମଷ୍ଟି ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସ୍ୱୀକାର୍ଯ୍ୟରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ।

ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

(A) ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ସେହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (p_1 ଓ p_2) ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :



(ଚିତ୍ର 5.19)

ABCD ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2} \times AC \times BE \times + \frac{1}{2} \times AC \times DF = \frac{1}{2} \times AC \times (p_1 + p_2)$

∴ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ।

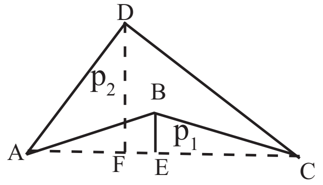
(B) ଉତ୍ତଳ ହୋଇନଥବା ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏଥି ପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (p_1 ଓ p_2) ଦତ୍ତ ଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ମନେକର ABCD ଏକ ଉତ୍ତଳ ହୋଇନଥିବା ଚତୁର୍ଭୁଜ । ତେଣୁ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣଟି ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ ହେବ ।

∴ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ΔADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}$ AC x DF – $\frac{1}{2}$ AC x BE = $\frac{1}{2}$ AC ($p_2 - p_1$)



(ଚିତ୍ର 5.20)

∴ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରର ବହିଃସ୍ଥ ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$=\frac{1}{2}$ × ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏଥିପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର ।

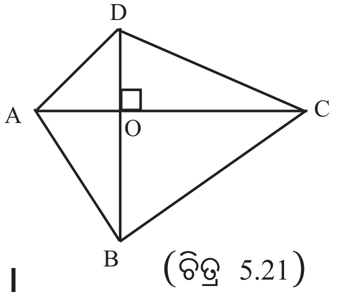
(C) ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରୁଥିଲେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ମନେକର ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

∴ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}$ AC × BO + $\frac{1}{2}$ AC × OD

$= \frac{1}{2}$ AC (BO + OD) = $\frac{1}{2}$ × AC× BD



(ଚିତ୍ର 5.21)

∴ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରୁଥିଲେ

ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ।

(D) ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ ହୋଇଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ଭବ; କାରଣ ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟର ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଏହି ଦୁଇ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ - 24 :

ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 68 ସେ.ମି.ଓ 59 ସେ.ମି. ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ନିର୍ଣ୍ଣେୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ

$= \frac{1}{2}$ × 68 × 59 ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 2006 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 25 :

ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1210 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 55 ମିଟର । ଯଦି ଉକ୍ତ କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ତାହାର ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଗୋଟିଏ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପରଠାରୁ 4 ମିଟର ଅଧିକ ହୁଏ, ତେବେ ଲମ୍ବ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଗୋଟିଏ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ମିଟର ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x + 4 ମିଟର

ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଏହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି

$= \frac{1}{2} \times 55\,(x + x + 4)$ ବର୍ଗ ମିଟର $= 55\,(x + 2)$ ବର୍ଗ ମିଟର ।

ଅତଏବ $55\,(x + 2) = 1210 \Rightarrow x + 2 = \frac{1210}{55} = 22$

$\Rightarrow x = 22 - 2 = 20$ ମିଟର ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି $x + 4 = 20 + 4 = 24$

$\therefore$ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମିଟର ଓ 24 ମିଟର । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 26 :

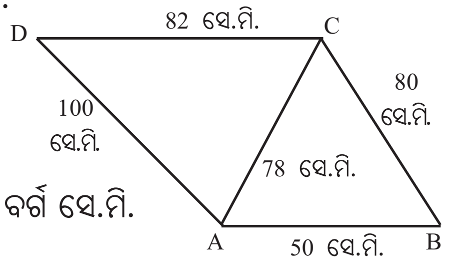
ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 50 ସେ.ମି., BC = 80 ସେ.ମି., CD = 82 ସେ.ମି. ଓ DA = 100 ସେ.ମି. । $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 78 ସେ.ମି ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜ ।

ଦତ୍ତ AB = 50 ସେ.ମି., BC = 80 ସେ.ମି., CD = 82 ସେ.ମି., DA = 100 ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ AC = 78 ସେ.ମି.

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱାରା ΔABC ଓ ΔACD ରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି ।

ΔABC ର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା $= s = \frac{50 + 80 + 78}{2} = 104$ ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.22)

$\therefore \Delta ABC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{104(104-50)(104-80)(104-78)}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$= \sqrt{104 \text{ x } 54 \text{ x } 24 \text{ x } 26}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.= $\sqrt{26^2 \text{x}4\text{x}9\text{x}6\text{x}6\text{x}4}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= (26 x 6 x 4 x 3) ବର୍ଗ ସେ.ମି.= 1872 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ପୁନଶ୍ଚ ΔACD ର ଅର୍ଦ୍ଧପରିସୀମା $= s = \frac{82 + 100 + 78}{2}$ ସେ.ମି.= 130 ସେ.ମି.

$\therefore \Delta ACD$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{130(130-32)(130-100)(130-78)}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$= \sqrt{130 \text{ x } 48 \text{ x } 30 \text{ x } 52}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. = $\sqrt{13 \text{ x } 10 \text{ x } 16 \text{ x } 3 \text{ x } 3 \text{ x}10 \text{ x } 13 \text{ x } 4}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= (13 x 8 x 3 x 10) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 3120 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

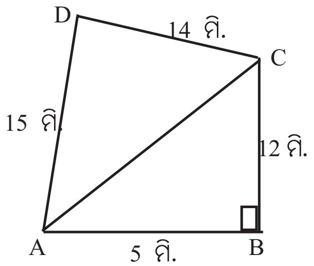
$\therefore$ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (1872 + 3120) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 4992 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 27 :

ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ମି., 12 ମି., 14 ମି. ଓ 15 ମି । ପ୍ରଥମ ଦୁଇ ବାହୁର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ AB = 5 ମି., BC = 12 ମି., CD = 14 ମି., AD = 15 ମି. $m\angle B = 90^0$



(ଚିତ୍ର 5.23)

ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା

= $\frac{1}{2}$ × 5 × 12 ବର୍ଗ.ମିଟର = 30 ବର୍ଗ ମିଟର ।

ପୁନଶ୍ଚ ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ AC = $\sqrt{AB^2 + BC^2}$

= $\sqrt{5^2 + 12^2}$ = 13 ମିଟର

ADC ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ମିଟର, 14 ମିଟର ଓ 15 ମିଟର

ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା = s = $\frac{13+14+15}{2} = \frac{42}{2}$ = 21 ମିଟର

$\therefore \Delta ADC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$

= $\sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{7 \times 3 \times 7 \times 8 \times 2 \times 3}$ = 7 x 3 x 4 = 84 ବର୍ଗମିଟର

$\therefore$ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (30 + 84) ବର୍ଗ ମିଟର = 114 ବର୍ଗ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 28 :

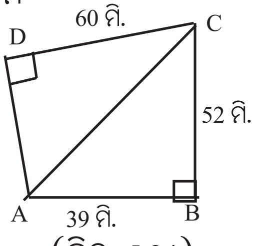
ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\angle ABC$ ଓ $\angle ADC$ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମକୋଣ । ଏହାର $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CD}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 39 ମି, 52 ମି ଓ 60 ମି ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ AB = 39 ମି, BC = 52 ମି ଏବଂCD = 60 ମି.; $m\angle ABC = m\angle ADC = 90^0$

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ × 39 × 52 ବର୍ଗ ମି. = 1014 ବର୍ଗ ମିଟର

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ AC = $\sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{39^2 + 52^2}$ = 13 x 5 = 65 ମି

ADC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ AD = $\sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{65^2 - 60^2} = \sqrt{625}$ = 25 ମି



(ଚିତ୍ର 5.24)

$\therefore \Delta ADC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times AD \times CD = \frac{1}{2} \times 25 \times 60$ ବ.ମି. = 750 ବ.ମି.

$\therefore$ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ΔADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (1014 + 750) = 1764 ବର୍ଗ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 29 :

ABC ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ D ଏପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଯେ $m\angle BDC = 90^0$ ଓ $CD : BD = 3 : 4$ ହେଲେ ABDC ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\sqrt{3} = 1.732$)

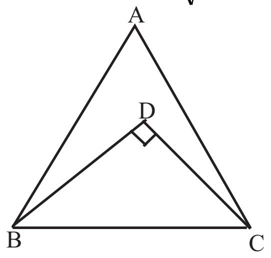
ସମାଧାନ : ମନେକର CD = 3x ସେ.ମି.ଓ BD = 4x ସେ.ମି. ସୁତରାଂ

Δ BDCରୁ $(4x)^2 + (3x)^2 = 50^2 \Rightarrow 25x^2 = 2500 \Rightarrow x = 10$

$\therefore$ BD = 40 ସେ.ମି. ଓ CD = 30 ସେ.ମି.

$\therefore$ BCD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times 40 \times 30$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= 600 ବର୍ଗ ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.25)

ପୁନଶ୍ଚ ΔABC ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ $(50)^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= $625\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.= 625 x 1.732 = 1082.5 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$\therefore$ ABDC ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ΔBCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (1082.5 – 600) ବର୍ଗ ସେ.ମି. = 482.5 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (e)

(ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ $\sqrt{3}$ ର ମାନ 1.732 ନିଅ)

1. (a) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 25 ମିଟର ଏବଂ ଏହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ସେ.ମି. ଓ 11 ସେ.ମି ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(b) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 560 ବର୍ଗ ସେ.ମି ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 28 ସେ.ମି. ହେଲେ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(c) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ମିଟର ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 270 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

(d) ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ସେ.ମି. ଏବଂ କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ସେ.ମି. ଓ 16 ସେ.ମି. ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(e) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24 ମିଟର ଓ 15 ମିଟର ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(f) ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର 10 ସେ.ମି ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 180 ବର୍ଗ ସେ.ମି ହେଲେ, ଉକ୍ତ ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(g) ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଯଦି ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 32 ମିଟର ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 640 ବର୍ଗ ମିଟର ହୁଏ, ତେବେ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

2. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 48 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1296ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 4 : 5 ହେଲେ, ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 28 ମିଟର ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 336 ବର୍ଗ ମିଟର । ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟଠାରୁ 6 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ, ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 70 ସେ.ମି । ଏହି କର୍ଣ୍ଣପ୍ରତି ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଦତ୍ତ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର $\frac{3}{5}$ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 192 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଏହାର ବହିଃସ୍ଥ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 32 ମିଟର । ଏହି କର୍ଣ୍ଣ ଉପରେ ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 26 ମିଟର ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 864 ବର୍ଗ ମିଟର ଓ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3 : 4 ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 400 ବର୍ଗ ମିଟର । ଯଦି ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଟି ଅପେକ୍ଷା 7 ମିଟର ବେଶୀ ହୁଏ, ତେବେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 90 ବର୍ଗ ମିଟର । ଯଦି କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 28 ମିଟର ହୁଏ, ତେବେ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 396 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମକୋଣରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 2 ଗୁଣରୁ 8 ମିଟର ବେଶୀ ହେଲେ, କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ ଏବଂ $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 29 ସେ.ମି., 39 ସେ.ମି., 40 ସେ.ମି., 36 ସେ.ମି. ଏବଂ 25 ସେ.ମି ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 15 ସେ.ମି, 36 ସେ.ମି., 52 ସେ.ମି. ଓ 65 ସେ.ମି. ଏବଂ ପ୍ରଥମ ଦୁଇବାହୁର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 ଅଟେ । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ମିଟର ଓ 15 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ଗୋଟିଏ ସମକୋଣ । ଯଦି ଅନ୍ୟ ବାହୁ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ 17 ମିଟର ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ସେ.ମି., 20 ସେ.ମି., 16 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି ଏବଂ ପ୍ରଥମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = BC = 50 ସେ.ମି ଏବଂ $m\angle ABC = 60^0$; AD = 30 ସେ.ମି. ଓ $m\angle ADC = 90^0$ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = 36 ସେ.ମି., BC = 48 ସେ.ମି., CD = DA = 50 ସେ.ମି., ଏହାର $m\angle ABC = 90^0$ ହେଲେ, ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.7 ଘନବସ୍ତୁ (Solids) :

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କଲେ ସେ ସମସ୍ତ ସାମତଳିକ ଚିତ୍ର । ତେଣୁ ଏହି ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ (Two Dimensional) କହିଥାଉ । କିନ୍ତୁ ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଯେଉଁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁ ଦେଖୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱିମାତ୍ରିକ ନୁହନ୍ତି । ଖଣ୍ଡିଏ ଇଟାକୁ ଘରର ଚଟାଣ (ଯାହାକି ଏକ ସମତଳ) ଉପରେ ରଖିଲେ ଇଟାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଛାଡ଼ିଦେଲେ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଅଂଶ ଚଟାଣରେ ରହିବ ନାହିଁ । ଏହି ପ୍ରକାର ବସ୍ତୁ ଯଥା ଇଟା, ବହି, ବାକ୍ସ, ଗୋଲକ, କୋନ୍ ଇତ୍ୟାଦି ଘନବସ୍ତୁ (Solids) ଅଟନ୍ତି । ଏହି ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ (Three Dimensional)

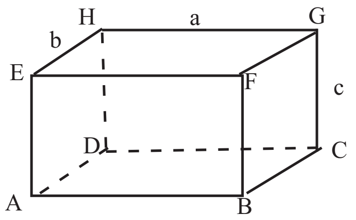
ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁ ପାଇଁ ପରିମିତିରେ ଘନଫଳ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଥାଏ । ଆମେ ଯେଉଁ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବସ୍ତୁଦ୍ୱୟର ଆଲୋଚନା କରିବା ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ଆୟତଘନ (Cuboid) ଓ ସମଘନ (Cube) । ଇଟା ଖଣ୍ଡ ଆୟତଘନର ଉଦାହରଣ ଓ ଲୁଡୁ ଗୋଟି ସମଘନର ଉଦାହରଣ ।

ଏଠାରେ ଉଲ୍ଲେଖ ଯୋଗ୍ୟ ଯେ ଚଟାଣରେ ରଖାଯାଇଥିବା ଇଟାଖଣ୍ଡକୁ ଚଟାଣ ସହ ସମାନ୍ତର ଏକ ସମତଳ ଦ୍ୱାରା ଛେଦ କଲେ ସମତଳସ୍ଥ ଛେଦଟି ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଓ ସେହିପରି ଲୁଡୁ ଗୋଟି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମତଳସ୍ଥ ଛେଦଟି ଏକ ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ର ହେବ ।

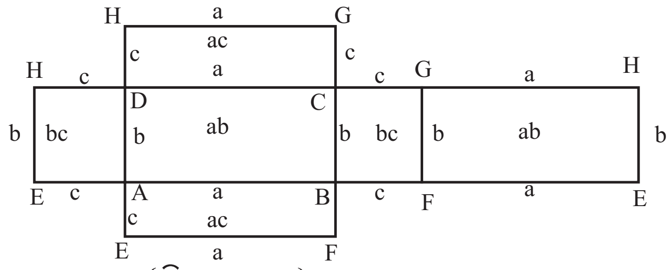
ଘନାକାର ବସ୍ତୁର ଜ୍ୟାମିତି ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ହେତୁ ଆମକୁ କଳ୍ପନା ମାଧ୍ୟମରେ ଆନୁସଙ୍ଗିକ ଚିତ୍ରକୁ ବୁଝିବାକୁ ହେବ କାରଣ ସମତଳରେ ଘନାକାର ବସ୍ତୁର ଚିତ୍ରର ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ ।

5.8. ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନର ଘନଫଳ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ଆୟତଘନ : ଆୟତଘନ ଛଅଗୋଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଘନବସ୍ତୁ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୃଷ୍ଠତଳ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ସମ୍ମୁଖୀନ ପୃଷ୍ଠତଳଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ ସର୍ବସମ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଟନ୍ତି ।



(ଚିତ୍ର - 5.26)



(ଚିତ୍ର - 5.27)

ଆୟତଘନର $\overline{EF}, \overline{EH}, \overline{GH}, \overline{AE}, \overline{DH}, \overline{BF}$ ଓ $\overline{CG}$ ଧାରକୁ କାଟି ଯଦି ଚିତ୍ରଟିକୁ ଖୋଲି କରି ସମତଳ ଉପରେ ରଖିବା ତେବେ ଏହା ଯେପରି ଦେଖାଯିବ ତାହା ଚିତ୍ର - 5.27 ରେ ଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।

ଚିତ୍ର - 5.27 ଏହା ରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ

ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (bc + ab + bc + ab + ac + ac) ବର୍ଗ ଏକକ

$\therefore$ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 (ab + bc + ac) ବର୍ଗ ଏକକ

ଓ ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ ଦୁଇଟି ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅର୍ଥାତ୍ (ab + ab) = 2ab କୁ ବାଦ୍ ଦେବାକୁ ହେବ । କାରଣ ଏ ଦୁଇଟି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଓ ଉପରିସ୍ଥ ପୃଷ୍ଠତଳ ।

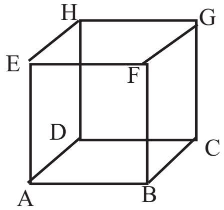
$\therefore$ ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 (a + b) c ବର୍ଗ ଏକକ

ଚିତ୍ର - 5.26 ରେ ଦର୍ଶିତ **ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଯେ କୌଣସି ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ସେହି ପୃଷ୍ଠତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଭାବେ ଅବସ୍ଥିତ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ**

$\therefore$ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = (ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା) ଘନ ଏକକ

ସମଘନ : ସମଘନରେ ସମସ୍ତ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ହେଉ । ଏହାକୁ ଚିତ୍ର - 5.28 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଆୟତଘନ ପାଇଁ ନିରୁପିତ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଘନଫଳ ସୂତ୍ରରେ b = c = a ଲେଖିଲେ



(ଚିତ୍ର - 5.28)

ସମଘନର **ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ,**

ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ ଏବଂ

ଘନଫଳ = a^3 ଘନ ଏକକ

ସୂଚନା : ଯଦି ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକକ ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ ଘନଫଳରେ ଘନ ଏକକକୁ $(\text{ସେ.ମି.})^3$ ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 30 :

ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 22 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି. ଓ 7.5 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଆୟତନ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a = 22 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ = b = 12 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା = c = 7.5 ସେ.ମି.

ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 (ab + bc + ca) = 2 (22 x 12 + 12 x 7. 5 + 22 x 7.5) ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= 2 (264 + 90 + 165) = 2 x 519 = 1038 ବର୍ଗ ସେ.ମି

ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 (a + b) x c = 2 (22 + 12) x 7.5 = 285 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଆୟତନ = a x b x c = (22 x 12 x 7.5) ଘନ ସେ.ମି. = 1980 ଘନ ସେ.ମି.

$\therefore$ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1038 ସେ.ମି., ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 285 ସେ.ମି. ଏବଂ ଆୟତନ 1980 ଘନ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 31 :

ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ,ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 5 : 3 : 2 ଏବଂ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 992 ବର୍ଗ ସେ.ମି ହେଲେ, ଏହାର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ= a = 5x ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ b = 3x ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା c = 2x ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 (ab + bc + ca) ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= $2 (5x \times 3x + 3x \times 2x + 5x \times 2x) = 2 \times 31x^2 = 62x^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $62x^2 = 992 \Rightarrow x^2 = \dfrac{992}{62} = 16 \Rightarrow x = 4$

ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 5x ସେ.ମି.= 5 x 4 = 20 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ = 3x ସେ.ମି.= 3 x 4 = 12 ସେ.ମି.

ଓ ଉଚ୍ଚତା = 2x ସେ.ମି.= 2 x 4 = 8 ସେ.ମି.

ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ପ୍ରସ୍ଥ x ଉଚ୍ଚତା = (20 x 12 x 8) ଘ.ସେ.ମି. = 1920 ଘ.ସେ.ମି.

$\therefore$ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ 1920 ଘ.ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 32 :

ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 492 ବର୍ଗ.ମି । ଯଦି ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 90 ବର୍ଗ.ମି ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 60 ବର୍ଗ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ a ମି, b ମି, c ମି. । ଦତ୍ତ ଅଛି ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ab = 90 ବର୍ଗ ମି., ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = bc = 60 ବର୍ଗ.ମି. ଓ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $2(ab + bc + ca) = 492 \Rightarrow 2(90 + 60 + ca) = 492 \Rightarrow 150 + ca = 246$

$\Rightarrow ca = 96$ ବର୍ଗ ମି.

$\therefore$ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ca = 96 ବର୍ଗ.ମି

ବର୍ତ୍ତମାନ $ab \times bc \times ca = 90 \times 60 \times 96 \Rightarrow a^2b^2c^2 = 9 \times 6 \times 6 \times 1600$

$\Rightarrow abc = (3 \times 6 \times 4 \times 10) = 720;$

$\therefore a = \frac{abc}{bc} = \frac{720}{60} = 12,\ b = \frac{abc}{ca} = \frac{720}{96} = 7.5,\ c = \frac{abc}{ab} = \frac{720}{90} = 8$

$\therefore$ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 12 ମି, 7.5 ମି ଓ 8 ମି. । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 33 :

ଗୋଟିଏ କୋଠରିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ମି, 4 ମି ଏବଂ 3 ମି । ପ୍ରତି ବର୍ଗ ମିଟରକୁ ଟ 7.50 ପଇସା ହିସାବରେ କୋଠରିର କାନ୍ଥ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏବଂ ଛାତକୁ ରଙ୍ଗ ଲଗାଇବାରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ a = 5 ମି, ପ୍ରସ୍ଥ b = 4 ମି ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା c = 3 ମି

ରଙ୍ଗ ହେବା ପାଇଁ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $2bc+2ca+ ab = 2 \times 4 \times 3 + 2 \times 5 \times 3 + 5 \times 4 = 74$ ବର୍ଗ ମି.

ପ୍ରତି ବର୍ଗ ମି.କୁ 7.50 ପଇସା ହିସାବରେ 74 ବର୍ଗ ମି. କାନ୍ଥ ଓ ଛାତକୁ ରଂଗ କରିବାକୁ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ

$74 \times 7.50 = 555$ ଟଙ୍କା

$\therefore$ ଟ 555 . 00 ରଂଗ କରିବାକୁ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 34 :

ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ଖୋଲା ଟିଣ କୁଣ୍ଡର ଭିତର ପାଖ କଳଙ୍କି ସଫା କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ମିଟରକୁ 5.50 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 440 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । କୁଣ୍ଡଟିର ଗଭୀରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସମଘନାକାର ଖୋଲା କୁଣ୍ଡର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା = a ମି

ଏହାର ଭିତରର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = a^2 ବର୍ଗ.ମି

ଯେହେତୁ ସମଘନାକାର କୁଣ୍ଡଟିର ଉପର ଖୋଲା, ଏହାର ପାଞ୍ଚଗୋଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ସଫା କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏହି ପାଞ୍ଚଗୋଟି ତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି = $5a^2$ ବର୍ଗ.ମି

କଳଙ୍କି ସଫା ନିମିତ୍ତ ପ୍ରତି ବ.ମି କୁ ଟ 5.50 ହିସାବରେ 440 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହୋଇଛି ।

$\therefore$ କୁଣ୍ଡଟିର ଭିତର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{440.00}{5.50} = 80$ ବର୍ଗ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $5a^2 = 80 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$ ମି.

$\therefore$ କୁଣ୍ଡଟର ଗଭୀରତା 4 ମି (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 35 :

ଦୁଇଟି ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି 1464 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ସମଘନ ଦୁଇଟିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 5 : 6 ହେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 5 : 6 ଅଟେ । ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5x ସେ.ମି.ଓ ଅନ୍ୟଟିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6x ସେ.ମି

ପ୍ରଥମ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $6 \times (5x)^2 = 150x^2$ ବର୍ଗ. ସେ.ମି.

ଦ୍ୱିତୀୟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6 \times (6x)^2 = 216x^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଉଭୟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି $150x^2 + 216x^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.$\Rightarrow 366x^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$\therefore 366x^2 = 1464$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. $\Rightarrow x^2 = 4 \;\Rightarrow x = 2$

$\therefore$ ସମଘନଦ୍ୱୟର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $5x = 10$ ସେ.ମି. ଓ $6x = 12$ ସେ.ମି.

ପ୍ରଥମ ସମଘନର ଘନଫଳ = $(10)^3$ ଘନ.ସେ.ମି. = 1000 ଘ.ସେ.ମି.

ଦ୍ୱିତୀୟ ସମଘନର ଘନଫଳ = $(12)^3$ ଘନ.ସେ.ମି. = 1728 ଘ.ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଘନଦ୍ୱୟର ଘନଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 1000 ଘ.ସେ.ମି. ଓ 1728 ଘ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 36 :

ଗୋଟିଏ ବନ୍ଦ ଥିବା କାଠ ବାକ୍ସର ବାହାର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 30 ସେ.ମି., 22 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି. । ବାକ୍ସଟି ଯେଉଁ କାଠରେ ନିର୍ମିତ ତାହା ଯଦି 2 ସେ.ମି. ମୋଟା ହୁଏ, ତେବେ ବାକ୍ସରେ ବ୍ୟବହୃତ କାଠର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ବାକ୍ସଟିର ବାହାର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 30 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 22 ସେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା 12 ସେ.ମି.

କାଠର ବେଧ = 2 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= 30 - 2 \times 2 = 26$ ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ $= 22 - 2 \times 2 = 18$ ସେ.ମି. ଏବଂ

ଉଚ୍ଚତା $= 12 - 2 \times 2 = 8$ ସେ.ମି.

କାଠର ଆୟତନ = ସମୁଦାୟ ବାକ୍ସର ଆୟତନ – ଭିତର ଫମ୍ପା ଅଂଶର ଆୟତନ

= $(30 \times 22 \times 12)$ ଘ. ସେ.ମି. – $(26 \times 18 \times 8)$ ଘ. ସେ.ମି.

= 7920 ଘ. ସେ.ମି. – 3744 ଘ. ସେ.ମି. = 4176 ଘ. ସେ.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5 (f)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର ବସ୍ତୁର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉଚ୍ଚତା ଓ ଉଚ୍ଚତାକୁ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ?

(b) କାର୍ଡ ବୋର୍ଡରେ ନିର୍ମିତ ଢାଙ୍କୁଣି ନଥିବା ଏକ ସମଘନାକୃତି ବାକ୍ସର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ 6 ସେ.ମି. ହେଲେ ବାକ୍ସରେ ବ୍ୟବହୃତ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(c) ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଭୂମିର ପରିସୀମା 22 ସେ.ମି ଓ ଉଚ୍ଚତା 15 ସେ.ମି ହେଲେ, ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(d) ଗୋଟିଏ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 216 ବର୍ଗ ମି. ହେଲେ, ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(e) ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 336 ବର୍ଗ.ମି.ଏବଂ ଭୂମିର ପରିସୀମା 24 ମିଟର ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

(f) a ଏକକ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନିଗୋଟି ସମଘନକୁ ଏପରି ଭାବେ ସଜାଇ ପାଖାପାଖି ରଖାଗଲା ଯେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ଘନବସ୍ତୁଟି ଏକ ଆୟତଘନ । ତେବେ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(g) ଦୁଇଟି ସମଘନର ଆୟତନର ଅନୁପାତ 8 : 1 ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ବାହୁମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ କେତେ ?

(h) ତିନୋଟି ଧାତବ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ସେ.ମି, 4 ସେ.ମି ଓ 3 ସେ.ମି. । ଏହି ତିନୋଟି ଧାତବ ସମଘନକୁ ତରଳାଇ ଗୋଟିଏ ନୂତନ ସମଘନ ତିଆରି କଲେ ତାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(i) ଗୋଟିଏ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦୁଇଗୁଣ ବଢିଗଲେ ଏହାର ଆୟତନ ପୂର୍ବାପେକ୍ଷା କେତେ ଗୁଣ ବଢିବ ?

(j) ଦୁଇଟି ସମଘନର ଆୟତନର ଅନୁପାତ 1 : 27 ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କେତେ ?

(k) ଗୋଟିଏ ଆୟତାକାର ପୋଖରୀର ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 6500 ବର୍ଗ.ସେ.ମି. ଏବଂ ଏଥିରେ ଥିବା ପାଣିର ଆୟତନ 2.6 ଘନମିଟର ହେଲେ, ଜଳର ଗଭୀରତା କେତେ ?

(l) 40 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 16 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 2 ମିଟର ଗଭୀରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଖାତ ଖୋଳିଲେ ଖୋଳାଯାଇଥିବା ମାଟିର ଆୟତନ କେତେ ?

(m) P ଓ Q, $\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଘନ ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, PQ ଦୂରତାର ସର୍ବାଧିକ ମାନ କେତେ ?

2. (a) ଗୋଟିଏ ଇଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 21 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି.ଓ 8 ସେ.ମି. ଅଟେ । 9 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 1 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ଓ 7 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ କାନ୍ଥ ନିର୍ମାଣ କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ଇଟା ଲାଗିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) ଗୋଟିଏ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁକୁ 50 ପ୍ରତିଶତ ବଢାଇଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ପ୍ରତିଶତ ବଢିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) 2 ମିଟର ଗଭୀର ଏବଂ 45 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ନଦୀର ଜଳ ଘଣ୍ଟାକୁ 3 କି.ମି.ହିସାବରେ ପ୍ରବାହିତ ହେଉଛି । ପ୍ରତି ମିନିଟ୍‌ରେ ସମୁଦ୍ରକୁ ପ୍ରବାହିତ ହେଉଥିବା ଜଳର ପରିମାଣ ନିରୂପଣ କର ।

(d) 12 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 8 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବେଦି ତିଆରି କରିବାକୁ ପ୍ରତି ଘନମିଟରକୁ 10 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 480 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା, ବେଦିର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(e) (i) 1 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର କର୍ଣ୍ଣକୁ ବାହୁ ଭାବେ ନେଇ ଗଠିତ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(ii) ଦତ୍ତ ସମଘନ ଓ ଉତ୍ପନ୍ନ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କେତେ ?

3. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 12 ମିଟର, 8 ମିଟର ଓ 5 ମିଟର ହେଲେ (i) ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ii) ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ (iii) ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣ ଓ ଉଚ୍ଚତାର 3 ଗୁଣ । ଉଚ୍ଚତା 6 ସେ.ମି ହେଲେ, ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ ବନ୍ଦଥିବା ବାକ୍ସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 18 ସେ.ମି., 12 ସେ.ମି.ଓ 8 ସେ.ମି ହେଲେ, ଏହାର ବାହାର ପାଖକୁ ରଙ୍ଗ କରିବାରେ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 50 ପଇସା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

6. ଏକ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 264 ବର୍ଗ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

7. ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର ଖୋଲା ପାଣି ଟାଙ୍କିର ଭିତର ପାଖ ରଂଗ କରିବାରେ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 50 ପଇସା ହିସାବରେ 90 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । ପାଣି ଟାଙ୍କିର ଭିତର ପାଖର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

8. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 6 : 5 : 4 ଏବଂ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 5328 ବର୍ଗ.ମି. ହେଲେ, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ଆୟତନ କେତେ ?

9. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1168 ବର୍ଗ ମିଟର, ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 720 ବର୍ଗ.ମିଟର ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 12 ମି ହେଲେ, ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର ପାଣିକୁଣ୍ଡର ଭିତର ପାଖର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ମି, ପ୍ରସ୍ଥ 8 ମି ଏବଂ ଗଭୀରତା 3 ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଭିତର ପାଖରେ ସିମେଣ୍ଟ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ ବର୍ଗ ମିଟରକୁ ଟ 2.50 ଦରରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 700 ବର୍ଗ ସେ.ମି., ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣ ଓ ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରସ୍ଥର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେଲେ ଆୟତଘନର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଗୋଟିଏ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ଯଦି ଏହି ଦୁଇ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 24 ମି ଓ 32 ମି ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରଥମ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଦୁଇଟି ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର 1050 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ସମଘନ ଦ୍ୱୟର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 4 : 3 ହେଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 6 : 5 : 4 ଏବଂ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 33300 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. 20 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 16 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 12 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ କୋଠରୀରେ ରଖାଯାଇଥିବା ଦୀର୍ଘତମ ଲୁହାଛଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? (ସୂଚନା : ରଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $=\sqrt{l^2+b^2+h^2}$)

ମନେରଖ :

(i) ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ a, b ଓ c ଏକକ ହେଲେ, ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ ଏକକ

(ii) ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ଏକକ ହେଲେ, ସମଘନର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{3}a$ ଏକକ

16. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ସମଷ୍ଟି 19 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ $5\sqrt{5}$ ସେ.ମି., ହେଲେ, ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

17. ଦୁଇଟି ସମଘନର ଘନଫଳର ସମଷ୍ଟି 5824 ଘ.ସେ.ମି. । ସେମାନଙ୍କର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 3:4 ହେଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

18. ତିନୋଟି ସମଘନର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 9 ବ.ମି., 16 ବ.ମି. ଓ 25 ବ.ମି. । ଏହି ସମଘନତ୍ରୟର ଘନଫଳର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।