

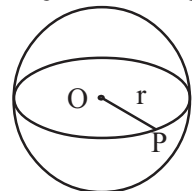
- 4.(i) ଗୋଟିଏ କୋନ୍ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 550 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଏବଂ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 7 ସେ.ମି. ହେଲେ କୋନ୍‌ଟିର ଆୟତନ ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
- (ii) ଗୋଟିଏ କୋନ୍ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 4070 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଏବଂ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା 37 ସେ.ମି. ହେଲେ ତାହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିରୂପଣ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
5. ଯେଉଁ କୋନ୍ର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2816 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 14 ସେ.ମି. ତାହାର ଆୟତନ ଓ ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
6. ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1386 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଏବଂ ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 770 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୋଇଥିବା କୋନ୍‌ଟିର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
7. (i) ଆୟତନ 12936 ଘନସେ.ମି. ଏବଂ  $r : h = 3:4$  ହୋଇଥିବା ଏକ କୋନ୍ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
- (ii) ଆୟତନ 17248 ଘନ ମିଟର ଏବଂ  $r : l = 4:5$  ଥିବା ଗୋଟିଏ କୋନ୍ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  
( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
- 8.(i) ଦୁଇଟି କୋନ୍ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅନୁପାତ 3:5 ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 1:3 ହେଲେ ସେ ଦୁଇଟିର ଆୟତନର ଅନୁପାତ ସ୍ଥିର କର ।
- (ii) ଦୁଇଟି କୋନ୍ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅନୁପାତ 2:7 ଓ ବକ୍ରଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 3:8 ହେଲେ ଉକ୍ତ କୋନ୍‌ଦ୍ୱୟର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- (iii) ଦୁଇଟି କୋନ୍ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ 1:9 ଏବଂ ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ 5:21 ହେଲେ ସେ ଦୁଇଟିର ବକ୍ରଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ ସ୍ଥିର କର ।
9. (i) ଏକ କୋନ୍ର ଉଚ୍ଚତା ଏହାର ବକ୍ରଉଚ୍ଚତାର ଅଧା । କୋନ୍‌ଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $5\sqrt{3}$  ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi = 3.14$ )
- (ii) ଏକ କୋନ୍ର ଉଚ୍ଚତା ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅଧା । କୋନ୍‌ଟିର ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା 50 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi = 3.14$ )
- (iii) ଏକ କୋନ୍ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ଏହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ 2:3 ଏବଂ ଏହାର ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା 20 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi = \sqrt{10}$ )
10. ଏକ ସମଘନାକାର କାଠଖଣ୍ଡର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 21 ସେ.ମି. । ଏଥିରୁ କଟା ଯାଇ ମିଳିଥିବା ବୃହତ୍ତମ ଆୟତନ ବିଶିଷ୍ଟ କୋନ୍ର ଘନଫଳ ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
11. ବୃତ୍ତକଳା ଆକୃତିର ଗୋଟିଏ ଟିଣପତ୍ରକୁ ମୋଡ଼ି ତା'ର ଦୁଇ ପାଖର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଯୋଡ଼ି ଝଳାଇ କରି କୋନ୍ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପାତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଗଲା । ଟିଣପତ୍ରଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 12 ସେ.ମି. ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ପରିମାଣ  $120^\circ$  ହେଲେ ପ୍ରସ୍ତୁତ ପାତ୍ରଟିରେ କେତେ ପାଣି ରହି ପାରିବ ? ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
12. ଗୋଟିଏ ନିଦା କୋନ୍ର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 6 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 8 ସେ.ମି. । ଏହାକୁ ଆଂଶିକ ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାରର ପାତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବୁଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ସିଲିଣ୍ଡରର ଭିତରର ବ୍ୟାସ 8 ସେ.ମି. ହେଲେ ସେଥିରେ ଥିବାଜଳଖଣ୍ଡର କେତେ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ ?

13. ଗୋଟିଏ ତମ୍ବୁର ନିମ୍ନ ଅଂଶ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 35 ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 8 ମି. ଏବଂ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱାଂଶ 35 ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ 12 ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ କୋନ୍ ଆକାରର । ତମ୍ବୁଟିକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ କେତେ ବର୍ଗମିଟର କପଡ଼ା ଲାଗିଥିବ ସ୍ଥିର କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
14. ଏକ ତମ୍ବୁର ନିମ୍ନ ଅଂଶ 30 ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର ଓ ଉପର ଅଂଶ କୋନ୍ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ । ଏହାର ଭୂମିକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ମି. ଏବଂ ଭୂପୃଷ୍ଠରୁ ତମ୍ବୁଶୀର୍ଷର ଉଚ୍ଚତା 58 ମି. ହେଲେ ତମ୍ବୁରେ ବ୍ୟବହୃତ କ୍ୟାନ୍ଥାସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )
15. ଗୋଟିଏ ଜଳ ପୂର୍ଣ୍ଣ କୋନ୍ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପାତ୍ରର ଉପର ବୃତ୍ତାକାର ଧାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 2.5 ସେ.ମି. ଏବଂ ଗଭୀରତା 11 ସେ.ମି. । 0.25 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ କେତେଗୋଟି ସୀସା ଗୋଲି ଏହା ମଧ୍ୟକୁ ପକାଇଲେ ଏଥିରେ ଥିବା ଜଳର  $\frac{2}{5}$  ଅଂଶ ବାହାରକୁ ଅପସାରିତ ହୋଇଯିବ, ସ୍ଥିର କର ।
16. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣୀ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. । ଏହାର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁକୁ ସ୍ଥିର ରଖି, ତା'ର ଚାରିପାଖରେ ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ ଘୂରାଇଲେ ଯେଉଁ ଘନବସ୍ତୁ ହେବ, ତା'ର ଘନଫଳ ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ' $\pi$ ' ମାଧ୍ୟମରେ ସ୍ଥିର କର ।

#### 5.10. ଗୋଲକ (Sphere) :

ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ନଥିବା, କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଆକାର ଓ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରିଜିମ୍ ଓ ସିଲିଣ୍ଡର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଗୋଲକ ମଧ୍ୟ ଏକ ଜ୍ୟାମିତିକ ବସ୍ତୁ ଅଟେ । ଯେଣୁ ବା ଗୋଲି ପ୍ରଭୃତି ଗୋଲକାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବସ୍ତୁର ଉଦାହରଣ ।

**ସଂଜ୍ଞା** - ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁ 'O' ଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା 'r' ରେ ଅବସ୍ଥିତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ସେଟ୍‌କୁ ଏକ ଗୋଲକ କୁହାଯାଏ । 'O' ଏବଂ 'r' କୁ ଯଥାକ୍ରମେ ଗୋଲକର କେନ୍ଦ୍ର ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ । 'O' ଏବଂ ଗୋଲକର ଏକ ବିନ୍ଦୁ P କୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ  $\overline{OP}$  କୁ ଗୋଲକର ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ ।



(ଚିତ୍ର 5.28)

ଗୋଲକର ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏକ ଜ୍ୟା ଓ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ଜ୍ୟାକୁ ଗୋଲକର ଏକ ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ । ଏକ ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ( $2r$ ) କୁ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସ କୁହାଯାଏ ।

#### (A) ନିଦା ଗୋଲକ (Solid Sphere)

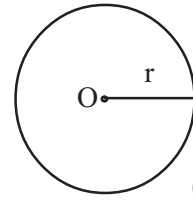
ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ P' ଏବଂ O ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା 'r' ଠାରୁ କମ୍ ହେଲେ P' କୁ ଗୋଲକର ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ କହନ୍ତି ଓ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସେଟ୍ କୁ ଗୋଲକର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ କୁହାଯାଏ । ଗୋଲକ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ ଏକ ନିଦା ଗୋଲକ (Solid Sphere) କହନ୍ତି । ନିଦା ଗୋଲକ ପରିବର୍ତ୍ତେ କେବଳ 'ଗୋଲକ' ଶବ୍ଦର ବ୍ୟବହାର ଅନେକ ସମୟରେ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ, ଗୋଲକର ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ ଅଛି ।

(i) ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 'r' ଏକକ ହେଲେ :

ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $4\pi r^2$  ବର୍ଗ ଏକକ ।

(ii)  $\text{ଘନଫଳ} = \frac{4}{3} \pi r^3$  ଘନ ଏକକ ।



(ଚିତ୍ର 5.29)

(B) ଫମ୍ପା ଗୋଲକ (Hollow Sphere) :

ଦୁଇଟି ଗୋଲକ ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ହେଲେ ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଅଂଶ ଓ ଗୋଲକଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ ଏକ ଫମ୍ପା ଗୋଲକ (Hollow Sphere) ର ସୃଷ୍ଟି ।

ଫମ୍ପା ଗୋଲକର ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ଥାଏ । ବାହାରକୁ ଦୃଶ୍ୟମାନ ପୃଷ୍ଠତଳଟିକୁ ବାହ୍ୟପୃଷ୍ଠତଳ (Outer Surface) ଏବଂ ଭିତରକୁ ଥିବା ପୃଷ୍ଠତଳକୁ ଅନ୍ତଃପୃଷ୍ଠତଳ (Inner Surface) କହନ୍ତି । ବାହ୍ୟପୃଷ୍ଠତଳର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ବାହ୍ୟବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ଅନ୍ତଃ ପୃଷ୍ଠତଳର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ ।

ବାହ୍ୟବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $R$  ଏକକ ଓ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $r$  ଏକକ ହେଲେ

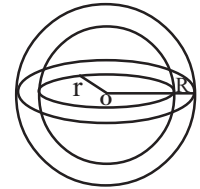
(i) ବାହ୍ୟପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $4\pi R^2$  ବର୍ଗ ଏକକ ଏବଂ

(ii) ଅନ୍ତଃପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $4\pi r^2$  ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ ।

(iii) ଗୋଲକର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $4\pi (R^2 + r^2)$  ବର୍ଗ ଏକକ

(iv) ଘନଫଳ ବା ଆୟତନ =  $\frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi r^3$

=  $\frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$  ଘନ ଏକକ



(ଚିତ୍ର 5.30)

(C) ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକ (Hemisphere) :

ନିଦା ଗୋଲକର କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କିତ ସମତଳ ଉକ୍ତ ନିଦା ଗୋଲକକୁ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରରେ ଛେଦକରେ । ଏହି ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଓ ସମତଳର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ନିଦା ଗୋଲକର ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ (Hemi Sphere) କୁହାଯାଏ । ଏକ ଗୋଲକ କେନ୍ଦ୍ର ବିନ୍ଦୁରାମୀ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକରେ ପରିଣତ ହୁଏ ।

ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକର ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ଥାଏ; ଯଥା : (i) ବକ୍ରତଳ (ii) ବୃତ୍ତାକାର ତଳ ବା ଆଧାର

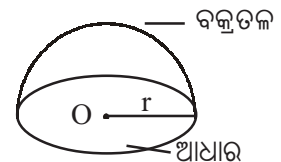
ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $r$  ଏକକ ହେଲେ

(i) ବକ୍ରତଳ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $2\pi r^2$  ବର୍ଗ ଏକକ

(ii) ଆଧାର ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $\pi r^2$  ବର୍ଗ ଏକକ

(iii) ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ =  $3\pi r^2$  ବର୍ଗ ଏକକ

(iv) ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକର ଘନଫଳ =  $\frac{2}{3} \pi r^3$  ଘନ ଏକକ



(ଚିତ୍ର 5.31)

### ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

**ଉଦାହରଣ - 21 :** ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 3.5 ମି. ହେଲେ ତା'ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )

**ସମାଧାନ :** ଗୋଲକଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $r = 3.5$  ମି.

$$\therefore \text{ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 = 154 \text{ ବ.ମି.}$$

$$\text{ଏବଂ ଘନଫଳ} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^3 = 179\frac{2}{3} \text{ ଘ.ମି. (ଉତ୍ତର)}$$

**ଉଦାହରଣ - 22 :** 14 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ଆୟତନ ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )

**ସମାଧାନ :** ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $r = 14$  ସେ.ମି.

$$\therefore \text{ଆୟତନ} = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (14)^3 = \frac{17248}{3} = 5749\frac{1}{3} \text{ ଘ.ସେ.ମି.}$$

$$\text{ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = 3\pi r^2 = 3 \times \frac{22}{7} \times 14^2 \text{ ବ.ସେ.ମି.} = 1848 \text{ ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)}$$

**ଉଦାହରଣ - 23 :** ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 5544 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ତା'ର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ( $\pi \simeq \frac{22}{7}$ )

**ସମାଧାନ :** ମନେକର ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $= r$  ସେ.ମି.

$$\therefore \text{ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} 4\pi r^2 \text{ ବ.ସେ.ମି.}$$

$$\text{ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ } 4\pi r^2 = 5544 \Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 5544 \Rightarrow r^2 = \frac{5544 \times 7}{4 \times 22} = 441 \Rightarrow r = \sqrt{441} = 21 \text{ ସେ.ମି.}$$

$$\therefore \text{ଗୋଲକର ଆୟତନ} = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ ଘ.ମି.} = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (21)^3$$

$$= 88 \times 441 \text{ ଘ.ସେ.ମି.} = 38,808 \text{ ଘ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)}$$

**ଉଦାହରଣ 24 :** 7 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଘନାକାର କାଠଖଣ୍ଡକୁ କାଟି ବୃହତ୍ତମ ଏକ ଗୋଲକରେ ପରିଣତ କରାଗଲା । ଗୋଲକର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର । ( $\pi \simeq 3.14$ )

**ସମାଧାନ :** ଦତ୍ତ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ,  $a = 7$  ସେ.ମି. ସେଥିରୁ କଟାଯାଇ ପାରୁଥିବା ବୃହତ୍ତମ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସ  $=$  ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ  $= 7$  ସେ.ମି.

$$\therefore \text{ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, } r = \frac{7}{2} \text{ ସେ.ମି.}$$

$$\therefore \text{ଗୋଲକର ଘନଫଳ} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 = \frac{538.51}{3} = 179.5 \text{ ଘ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)}$$

**ଉଦାହରଣ - 25 :** ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତିର ଏକ ଜଳପାତ୍ରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 10 ସେ.ମି. । ଏଥିରେ ଥିବା ଜଳରେ ସମାନ ଆକାରର 300 ଟି ଛୋଟ ଲୁହା ଗୋଲି ବୁଡ଼ାଇ ଦେବାରୁ ଜଳସ୍ତର 2 ସେ.ମି. ଉପରକୁ ଉଠିଗଲା । ପ୍ରତିଟି ଗୋଲିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ମନେକର ପ୍ରତି ଗୋଲିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ =  $r$  ସେ.ମି.

$$\therefore \text{ଆୟତନ} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ଘ.ସେ.ମି.}$$

$$\text{ସେହିଭଳି 300 ଟି ଛୋଟ ଲୁହା ଗୋଲିର ଆୟତନ} = \frac{4}{3} \pi r^3 \times 300 \text{ ଘ.ସେ.ମି.}$$

300 ଟି ଗୋଲି ବୁଡ଼ିଯିବାରୁ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଜଳ ପାତ୍ରରେ ଜଳସ୍ତର 2 ସେ.ମି. ଉପରକୁ ଉଠିଲା ।

$$\text{ବୃଦ୍ଧି ପାଇ ଥିବା ଜଳର ଆୟତନ} = \pi \cdot 5^2 \cdot 2 \text{ ଘ.ସେ.ମି. (ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ } \frac{10}{2} = 5 \text{ ସେ.ମି.)}$$

$$\therefore \frac{4}{3} \pi r^3 \times 300 = \pi \times 5^2 \times 2 \Rightarrow 400 \pi r^3 = \pi \times 50$$

$$r^3 = \frac{50}{400} = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ସେ.ମି.}$$

$$\therefore \text{ପ୍ରତି ଗୋଲିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ } 0.5 \text{ ସେ.ମି.}$$

(ଉତ୍ତର)

**ଉଦାହରଣ - 26 :** 20 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକ ଆକୃତିର ଏକ କାଠଖଣ୍ଡରୁ ବୃହତ୍ତମ ଗୋଲକଟିଏ କାଟି ନିଆଗଲେ ଅବଶିଷ୍ଟ କାଠର ଘନଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

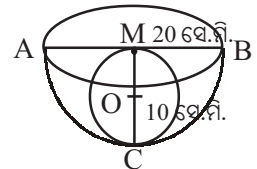
( $\pi \simeq 3.14$ )

**ସମାଧାନ :** ଦତ୍ତ ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଠ ଖଣ୍ଡର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $MB = 20$  ସେ.ମି.

$\therefore$  ସେଥିରୁ କଟାଯାଇଥିବା ବୃହତ୍ତମ ଗୋଲକଟିର ବ୍ୟାସ  $MC = 20$  ସେ.ମି.

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ,  $OC = 10$  ସେ.ମି.

$$\therefore \text{ଘନଫଳ} = \frac{4}{3} \pi (OC)^3 = \frac{4}{3} \pi (10)^3 \text{ ଘ.ସେ.ମି.}$$



$$\text{ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କାଠ ଖଣ୍ଡର ଘନଫଳ} = \frac{2}{3} \pi (MB)^3 = \frac{2}{3} \pi (20)^3 \text{ ଘ.ସେ.ମି. (ଚିତ୍ର 5.31)}$$

ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକ ଆକୃତିର ଏକ କାଠଖଣ୍ଡରୁ ବୃହତ୍ତମ ଗୋଲକଟିଏ କାଟି ନିଆଗଲେ ଅବଶିଷ୍ଟ କାଠର ଘନଫଳ

= ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକର ଘନଫଳ - କାଟି ନିଆଯାଇଥିବା ଗୋଲକର ଘନଫଳ

$$= \frac{2}{3} \pi (20)^3 - \frac{4}{3} \pi (10)^3 = \frac{2}{3} \pi \{(20)^3 - 2 \times (10)^3\}$$

$$= \frac{2}{3} \pi (8000 - 2000) = \frac{2}{3} \times 3.14 \times 6000 \text{ ଘ.ସେ.ମି.}$$

$$= 4000 \times 3.14 = 12560 \text{ ଘ.ସେ.ମି.}$$

(ଉତ୍ତର)

## ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(f)

1. ନିମ୍ନରେ କେତେକ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $r$  କିମ୍ବା ବ୍ୟାସ  $d$  ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$   
(i)  $r = 21$  ସେ.ମି. (ii)  $d = 14$  ସେ.ମି. (iii)  $r = 10.5$  ସେ.ମି.
2. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ଧାତବ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ତରଳାଳ ଗୋଟିଏ ଗୋଲକରେ ପରିଣତ କଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳେ ନୂତନ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେବ ?  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$   
(i) 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. (ii) 8 ସେ.ମି., 6 ସେ.ମି., 1 ସେ.ମି.  
(iii) 17 ସେ.ମି., 14 ସେ.ମି., 7 ସେ.ମି.
3. ନିମ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ ବା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅନୁପାତ ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ର ଗୋଲକ ଦ୍ଵୟର ଆୟତନର ଅନୁପାତ ଏବଂ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  
(i)  $\frac{d_1}{d_2} = \frac{3}{4}$  (ii)  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$  (iii)  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{5}$
4. ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ଆୟତନ  $\frac{792}{7}$  ଘ.ସେ.ମି. ହେଲେ ତା'ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$
5. (i) ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 616 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ତା'ର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$   
(ii) ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 5544 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ତା'ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$
6. ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ଘନଫଳ 19404 ଘ.ମି. । ଏହାର ସମଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$
7. 9 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଧାତବ ଗୋଲକକୁ ତରଳାଳ ସେଥିରୁ  
(i) 1 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି କ୍ଷୁଦ୍ର ଗୋଲକ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇ ପାରିବ ?  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$   
(ii) 1 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାକାର ପ୍ରସ୍ଥ ଛେଦିତ ହେଲେ କେତେ ଲମ୍ବର ତାର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇ ପାରିବ ?  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$
8. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକାକୃତି ପାଣିଟାଙ୍କିର ଭିତର ପାଖର ବ୍ୟାସ 4.2 ମିଟର ହେଲେ, ସେଥିରେ କେତେ ଲିଟର ପାଣି ଧରିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$
9. ସମାନ ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ, ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଓ ଗୋଟିଏ କୋନ୍ ଆୟତନ ସମାନ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ ସ୍ଥିର କର ।
10. ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ଧାତବ ଗୋଲକର ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 3 ସେ.ମି. ଓ ବହିଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 6 ସେ.ମି. । ପ୍ରତି ଘନସେ.ମି. ଧାତୁର ବସ୍ତୁତ୍ଵ 8 ଗ୍ରାମ ହେଲେ ତା'ର ବସ୍ତୁତ୍ଵ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  $(\pi \simeq \frac{22}{7})$
11. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକ ଆକୃତିର ପାତ୍ରର ବାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 8 ସେ.ମି. ଓ ମୋଟେଇ 1 ସେ.ମି. । ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?  $(\pi \simeq \sqrt{10})$
12. ଗୋଟିଏ ନିଦା ସୀସା ସମଘନରୁ ଏକ ବୃହତ୍ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲକ କାଟି ନିଆଗଲା । ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶର ଆୟତନ 12870 ଘ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ସମଘନର ବାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?  $(\pi \simeq 3.14)$
13. ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକାକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ପାତ୍ରର ମୋଟେଇ ଓ ବାହାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଯଥାକ୍ରମେ 1 ସେ.ମି. ଓ 10 ସେ.ମି. ହେଲେ,  
(i) ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ (ii) ଏଥିରେ ବ୍ୟବହୃତ ଧାତୁର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।  
 $(\pi$  ମାଧ୍ୟମରେ ଉତ୍ତର ସ୍ଥିର କର)



## ଅଙ୍କନ (CONSTRUCTION)



### 6.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ନବମ ଶ୍ରେଣୀରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅଙ୍କନ ପ୍ରାୟତଃ ବିଷ୍ଣୁତ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପପାଦ୍ୟକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ତ୍ରିଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଆୟତ ଚିତ୍ର ଇତ୍ୟାଦି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ତତ୍ସହିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ଓ ଶେଷ ଭାଗରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କେତେକ ଜଟିଳ ଅଙ୍କନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚନା ହୋଇଛି ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ; ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଓ ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ; ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ ଓ ପରିଲିଖନ; ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଓ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ ଇତ୍ୟାଦି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଏତଦ୍ବ୍ୟତୀତ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ ଓ ବହିର୍ବିଭାଜନ ଓ ଶେଷ ଭାଗରେ ବୃତ୍ତରେ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ ଓ ପରିଲିଖନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

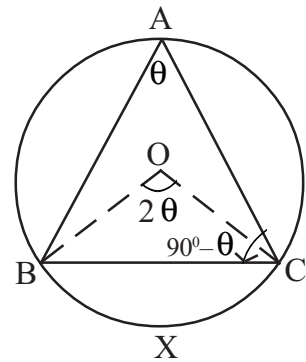
ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ରର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଥାଏ । କାରଣ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ସେଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼ିଥାଏ । (ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି, ବିଶ୍ଳେଷଣ ତଥା ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିବା ଅନାବଶ୍ୟକ ।)

### 6.2. ଅଙ୍କନ - 1 :

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଏହି ବାହୁର ବିପରୀତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦିଆଯିବେ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ ।

**Drawing the circum-circle of a triangle of which the length of one side and the measure of the angle opposite to it are given.**

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଦୁଇଗୋଟି ତଥ୍ୟ ଯଥା ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ବାହୁର ବିପରୀତ କୋଣ ପରିମାଣ ଦିଆଯିବାରୁ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ। କିନ୍ତୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର। ଏ ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଏକ ତଥ୍ୟ ଦିଆ ଥିଲେ ଏହି ପରିବୃତ୍ତକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିହେବ।



[ ଚିତ୍ର 6.1 ]

**ବିଶ୍ଳେଷଣ :**  $\triangle ABC$  ର  $\overline{BC}$  ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ପରିମାଣ  $m\angle A = \theta^\circ$  ( $\theta^\circ < 90^\circ$ ) ଦିଆ ଅଛି।

ଏହି ତଥ୍ୟଦ୍ୱୟକୁ ଭିତ୍ତିକରି ଏକ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ। ଅର୍ଥାତ୍ ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥିତି ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ।

ମନେକର  $\triangle ABC$  ର ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର  $O$  ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $OB$  (ବା  $OC$ ) ।

$m\angle A = \theta^\circ$  ହେଲେ,  $m\angle BOC = 2\theta$  ହେବ ଅର୍ଥାତ୍  $\widehat{BXC}$  ର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ  $2\theta$  ହେବ।  
( $\because$  ଚାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣର ପରିମାଣ ଏହି କୋଣ ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀପରିମାପର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଅଟେ।)

$$m\angle OBC = m\angle OCB = \frac{180 - 2\theta}{2} = (90^\circ - \theta^\circ)$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ A-S-A ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀରେ  $\triangle BOC$  ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ।

ଫଳରେ କେନ୍ଦ୍ର  $O$  ଏବଂ ପରିବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $OB$  କିମ୍ବା  $OC$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ ହୋଇପାରିବ।

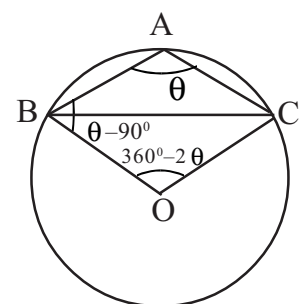
**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

(i)  $BC = a$  ଏକକ ଏବଂ  $m\angle OBC = m\angle OCB = 90^\circ - \theta$  ନେଇ  $\triangle OBC$  ଅଙ୍କନ କର।

(ii)  $O$ କୁ କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ  $OB$  (କିମ୍ବା  $OC$ ) କୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

**ବି.ଦ୍ର :** (a)  $\theta = 90^\circ$  ହେଲେ  $BC$  ବ୍ୟାସ ହେବ।  $\overline{BC}$  ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ କେନ୍ଦ୍ର  $O$  ଏବଂ  $OB$  କିମ୍ବା  $OC$  ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେବ।

(b)  $\theta > 90^\circ$  ହେଲେ (ଚିତ୍ର 6.2)  $\overline{BC}$  ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ  $A$  ବିନ୍ଦୁ ରହିଛି ତା'ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ କେନ୍ଦ୍ର ଅବସ୍ଥାନ କରିବ।



[ ଚିତ୍ର 6.2 ]

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ  $m\angle CBO = m\angle BCO$

$= (\theta - 90^\circ)$  ଅଙ୍କନ କରି କେନ୍ଦ୍ର  $O$  ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $OB$  କିମ୍ବା  $OC$  ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର  $\widehat{BXC}$  ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ  $2\theta$  ହେଲେ,

$$m\angle BOC = 360^\circ - 2\theta \text{ ହେବ।}$$



**ଉଦାହରଣ - 1 :**

$\Delta ABC$  ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର  $BC = 7.5$  ସେ.ମି.,  $m\angle A = 60^\circ$ ,  $AX$  ମଧ୍ୟମା = 4.5 ସେ.ମି.

**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

(i)  $BC$  ଏବଂ  $\angle A$  ର ପରିମାଣକୁ ନେଇ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

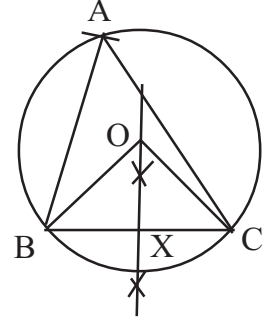
(ii)  $\overline{BC}$  ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ  $X$  ଚିହ୍ନଟ କର ।

(iii)  $X$  କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି  $AX$  ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପରିମିତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର

ଯାହା ଅଙ୍କିତ ପରିବୃତ୍ତକୁ  $A$  ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।

(iv)  $\overline{AB}$  ଓ  $\overline{AC}$  ଅଙ୍କନ କର ।

(v)  $ABC$  ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ।



[ ଚିତ୍ର 6.3 ]

**ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(a)**

1.  $\Delta ABC$ ରେ  $BC = 6$  ସେ.ମି.,  $m\angle A = 45^\circ$ , ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
2.  $\Delta ABC$ ରେ  $AC = 7$  ସେ.ମି.,  $m\angle B = 60^\circ$ , ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
3.  $\Delta ABC$ ରେ  $AB = 6.5$  ସେ.ମି.,  $m\angle C = 90^\circ$ , ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
4.  $\Delta ABC$ ରେ  $m\angle A = 120^\circ$ ,  $BC = 4.5$  ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
5.  $\Delta ABC$ ରେ  $BC = 7$  ସେ.ମି.,  $m\angle A = 60^\circ$ ,  $AX$  ମଧ୍ୟମା = 4.5 ସେ.ମି., ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।
6.  $\Delta ABC$ ରେ  $\angle B$  ସମକୋଣ ।  $AC = 7$  ସେ.ମି.,  $B$  ବିନ୍ଦୁରୁ  $\overline{AC}$  ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।  $\overline{BD}$  ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ  $\overline{AC}$  ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ  $B$  ବିନ୍ଦୁର କେତେ ଗୋଟି ଅବସ୍ଥିତି ପାଇଲ ?
7.  $\Delta ABC$ ରେ  $BC = 8$  ସେ.ମି.,  $m\angle A = 45^\circ$ ,  $AD$  ଉଚ୍ଚତା 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।
8.  $\Delta ABC$  ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର  $m\angle B = 60^\circ$ ,  $AC = 6.5$  ସେ.ମି. ଏବଂ  $\overline{AX}$  ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 5 ସେ.ମି.
9.  $\Delta ABC$ ରେ  $m\angle A = 60^\circ$ ,  $BC = 7$  ସେ.ମି.,  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$   $BE = 6.3$  ସେ.ମି.  $\Delta$ ଟି ଅଙ୍କନ କର ।
10.  $\Delta ABC$ ରେ  $m\angle A = 150^\circ$ ,  $BC = 5$  ସେ.ମି.,  $AD$  ଉଚ୍ଚତା = 3 ସେ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।
11.  $\Delta ABC$ ରେ  $m\angle A = 60^\circ$ ,  $b:c = 2:3$ ,  $BC = 7$  ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।
12.  $ABCD$  ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର  $AB = 5.5$  ସେ.ମି., କର୍ଣ୍ଣ  $\overline{BD}$  ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 8 ସେ.ମି. ଓ  $m\angle DAC = 60^\circ$  ।

### 6.3. ଅଙ୍କନ - 2 :

ଦତ୍ତବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ ।

(Drawing a tangent to a given circle at a given point on it.)

**ବିଶ୍ଳେଷଣ :** O ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର । P ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।  $\overline{OP}$  ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । ମନେକର ବୃତ୍ତର P ବିନ୍ଦୁରେ  $\overleftrightarrow{AB}$  ସ୍ପର୍ଶକ ଅଟେ । (ଚିତ୍ର 6.4)

$$\therefore m\angle OPA = m\angle OPB = 90^\circ \text{ ହେବ ।}$$

$\therefore$  ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟେ ।

**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :** (i) ବୃତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାନୁସାରେ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) ବୃତ୍ତ ଉପରେ P ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(iii)  $\overline{OP}$  ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv)  $\overline{OP}$  ପ୍ରତି P ବିନ୍ଦୁରେ ଲମ୍ବ  $\overleftrightarrow{AB}$  ଅଙ୍କନ କର ।

**ପ୍ରମାଣ :** P ବିନ୍ଦୁରେ  $\overline{OP}$  ପ୍ରତି  $\overleftrightarrow{AB}$  ଲମ୍ବ ହେତୁ ବୃତ୍ତପ୍ରତି

P ବିନ୍ଦୁରେ  $\overleftrightarrow{AB}$  ସ୍ପର୍ଶକ ।  $\therefore \overleftrightarrow{AB}$  ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ପର୍ଶକ ।

**ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :**

**ବିଶ୍ଳେଷଣ :** Q ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ । Q ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ । ମନେକର Q ବିନ୍ଦୁରେ  $\overleftrightarrow{PQR}$  ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ସ୍ପର୍ଶକ ଏବଂ  $\overline{QN}$  ଏବଂ  $\overline{QM}$  ଦୁଇଟି ଜ୍ୟା । M, Nକୁ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି । (ଚିତ୍ର 6.6)

$$\therefore m\angle NQR = m\angle QMN \text{ ହେବ ।}$$

$\therefore$  ବୃତ୍ତର ଏକ ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଜ୍ୟା ସହିତ ଯେଉଁ ପରିମାଣ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ତା'ର ପରିମାଣ ଉକ୍ତ କୋଣର ଏକାନ୍ତର ରାପାନ୍ତର୍ଲିଖିତ କୋଣର (ଅଥବା ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡସ୍ଥ କୋଣର) ପରିମାଣ ସହ ସମାନ ।

**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

(i) ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟ ଅବଲମ୍ବନ କରି ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।

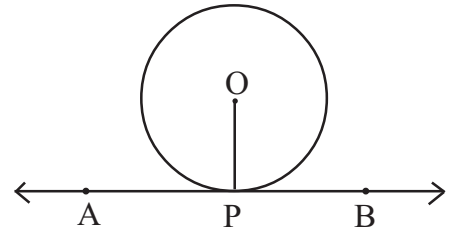
(ii) ବୃତ୍ତ ଉପରେ Q ନାମକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(iii)  $\overline{QM}$ ,  $\overline{QN}$  ଏବଂ  $\overline{MN}$  ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କର ।

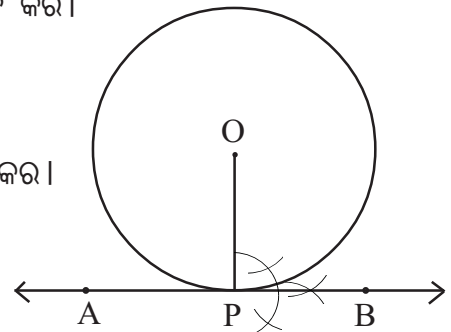
(iv) Q ବିନ୍ଦୁରେ  $\angle QMN$  ର ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ  $\angle NQR$  ଅଙ୍କନ କର ।

(v)  $\overleftrightarrow{PR}$  ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର ।

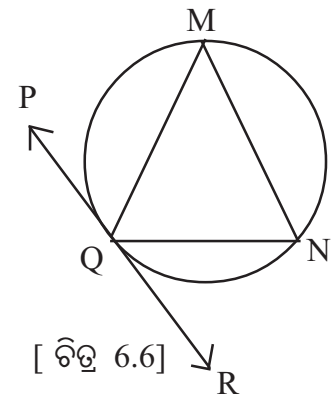
**ପ୍ରମାଣ :**  $m\angle NQR = m\angle QMN$  ହେତୁ  $\overleftrightarrow{PR}$ , Q ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ହେବ । [ ଚିତ୍ର 6.7]



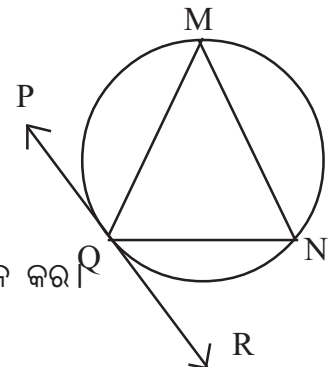
[ ଚିତ୍ର 6.4 ]



[ ଚିତ୍ର 6.5 ]



[ ଚିତ୍ର 6.6 ]



### ଅଙ୍କନ - 3 :

କୌଣସି ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ ।

(Drawing tangent to a given circle from a given point outside it.)

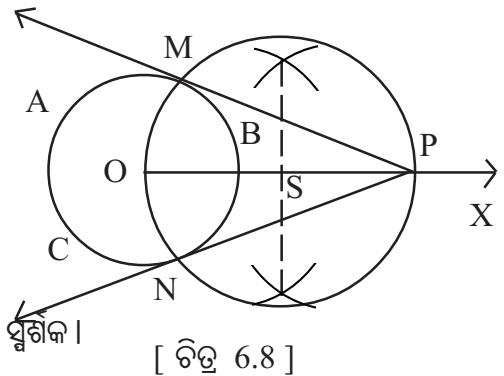
ମନେକର ABC ଏକ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ଏବଂ P ବିନ୍ଦୁରୁ ABC ବୃତ୍ତପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ସୂଚନା : ପ୍ରଶ୍ନରେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) ଓ ବୃତ୍ତ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ P ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା (x) ଦିଆଯାଏ । ଫଳରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଆରମ୍ଭ ପୂର୍ବରୁ ଆମେ

- ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କରୁ ଏବଂ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର O ଚିହ୍ନଟ କରୁ ।
- O ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ରଶ୍ମି  $\vec{OX}$  ଅଙ୍କନ କରୁ ।
- Oକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଏବଂ r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରୁ, ଯେପରି ଏହା  $\vec{OX}$  କୁ ଛେଦକରିବ ।
- ସୋପାନ (c)ରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପ ଓ ସୋପାନ (b) ରେ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହିଁ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ P । ଏହିପରି ଆମେ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ଓ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଥାଉ ।

### ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

- $\vec{OP}$  ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ( $\vec{OP}$  ର) ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ S ନିରୂପଣ କର ।
- Sକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଓ SP (ବା SO)କୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧରୂପେ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
- ସୋପାନ (ii)ରେ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତ ଓ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ଛେଦବିନ୍ଦୁ M ଓ N ଚିହ୍ନଟ କର ।
- $\vec{PM}$  ଓ  $\vec{PN}$  ଅଙ୍କନ କର ।  $\vec{PM}$  ଓ  $\vec{PN}$  ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସ୍ପର୍ଶକ ।



ପ୍ରମାଣ :  $\vec{OM}$ ,  $\vec{ON}$  ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

$\therefore$  PMN ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ  $\vec{PO}$   $\therefore m\angle PMO = m\angle PNO = 90^\circ$

ପୁନଶ୍ଚ ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ  $\vec{OM}$  ଓ  $\vec{ON}$  ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ  $\vec{OM}$  ପ୍ରତି M ଠାରେ  $\vec{PM}$  ଲମ୍ବ ଓ  $\vec{ON}$  ପ୍ରତି N ଠାରେ  $\vec{PN}$  ଲମ୍ବ ।

$\therefore$  ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି  $\vec{PM}$  ଓ  $\vec{PN}$  ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ।

### ଅନୁଶୀଳନ - 6(b)

- 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର ।
- 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁର ସାହାଯ୍ୟ ନନେଇ ବୃତ୍ତର କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର ।
- 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର O ହେଉ । P ବୃତ୍ତର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ

ବିନ୍ଦୁ।  $OP = 7$  ସେ.ମି.।  $P$  ବିନ୍ଦୁରୁ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି  $\overline{PA}$ ,  $\overline{PB}$  ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର। ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡଦ୍ୱୟ ମାପି ଉଭୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4.  $\overline{AB}$  ଅଙ୍କନ କର। ଯେପରିକି  $AB = 4$  ସେ.ମି.।  $\overline{AB}$  କୁ ବ୍ୟାସ ରୂପେ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।  $A$  ଓ  $B$  ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର। ଏହି ସ୍ପର୍ଶକଦ୍ୱୟ କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
- 5.(i) 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର  $O$ ।  $\overline{OA}$  ଏବଂ  $\overline{OB}$  ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ  $m\angle AOB = 90^\circ$ ।  $\overrightarrow{AX}$  ଓ  $\overrightarrow{BY}$  ପରସ୍ପରକୁ  $M$  ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର।  $OAMB$  କି'ପ୍ରକାର ଚତୁର୍ଭୁଜ ପରୀକ୍ଷା କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
- (ii) 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି କେନ୍ଦ୍ରକୁ 'O' ନାମରେ ନାମିତ କର।  $\overline{OA}$  ଏବଂ  $\overline{OB}$  ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦୁଇଟି ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି  $m\angle AOB = 120^\circ$ ।  $A$  ଓ  $B$  ଠାରେ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁକୁ  $P$  ନାମ ଦିଅ।  $OAPB$  ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ  $\overline{OP}$  ଓ  $\overline{AB}$  ଅଙ୍କନ କର। କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର।
6.  $AB = 8$  ସେ.ମି. ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର।  $A$  ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ଓ  $B$  ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର।
7. 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କର। ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ 'P' ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରିକି ବୃତ୍ତର ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁ 'P' ଠାରୁ ନିକଟତମ ତାହାର  $P$  ଠାରୁ ଦୂରତା 4.5 ସେ.ମି.।  $P$  ବିନ୍ଦୁରୁ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ଲେଖ।
8. 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର। ଏହାର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ  $P$  ରୁ  $\overline{PA}$  ଓ  $\overline{PB}$  ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି  $m\angle APB = 60^\circ$  ହେବ।

6.4. ଅଙ୍କନ-4 : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ (a) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (b) ବର୍ଗଚିତ୍ର (c) ସୁଷମ ଷଡ୍ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ।

(Inscribing (a) an equilateral triangle (b) a square (c) a regular hexagon in a given circle.)

**ବିଶ୍ଳେଷଣ :** ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରମାଣିତ ହୋଇଛି ଯେ ଏକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମାନ ପରିମାଣ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରୁଥିବା ଜ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ। ଏଣୁ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ବାହୁମାନେ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମାନ ପରିମାଣର କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରିବେ। ଯଦି ବହୁଭୁଜଟିର ବାହୁସଂଖ୍ୟା  $n$  ହୁଏ ତେବେ

କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ ପରିମାଣ  $= \frac{360^\circ}{n}$  ହେବ। ସୁତରାଂ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ,

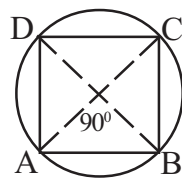
(a) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁଦ୍ୱାରା ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ

$$\text{କୋଣ ପରିମାଣ} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

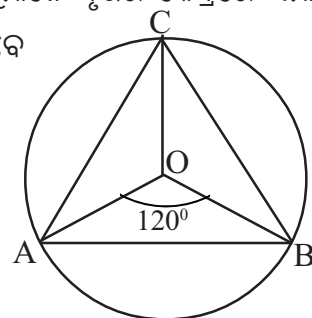
(b) ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁଦ୍ୱାରା ପରିବୃତ୍ତର

କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ

$$= \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$



[ ଚିତ୍ର 6.10 ]



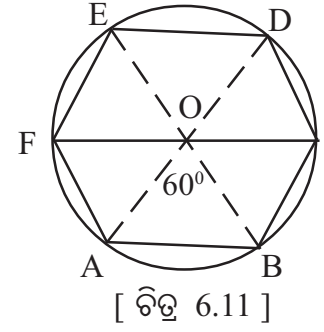
[ ଚିତ୍ର 6.9 ]

(c) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁଦ୍ୱାରା ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ

$$\text{କୋଣ ପରିମାଣ} = \frac{360^0}{6} = 60^0$$

**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

ମନେକରାଯାଉ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କିତ ହେବ ।



**(a) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ :**

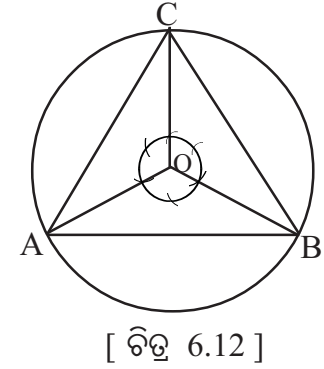
(i) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

(ii)  $\overline{OA}$  ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ଉପରେ  $120^0$  ପରିମିତି  $\angle AOB$  ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

(iii)  $\overline{OB}$  ଉପରେ ପୂର୍ବପରି O ବିନ୍ଦୁରେ ଆଉ ଏକ  $120^0$  ପରିମିତି କୋଣ  $\angle BOC$  ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

(iv) ଫଳରେ ବୃତ୍ତରେ A, B, C ତିନିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ।

(v) ଏହି A, B, C ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗ କଲେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିବ । (ଚିତ୍ର 6.12)



**(b) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

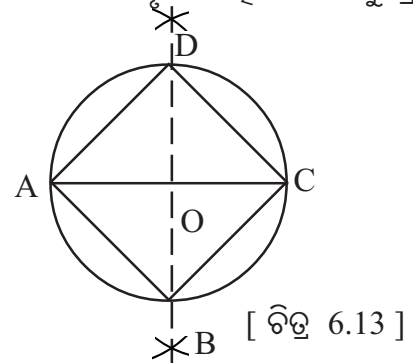
(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) ଯେକୌଣସି ଏକ ବ୍ୟାସ  $\overline{AC}$  ଅଙ୍କନ କର ।

(iii)  $\overline{AC}$  ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ  $\overline{BD}$  ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଚାରିଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B, C, D ଚିହ୍ନଟ କରି

ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗ କଲେ ABCD ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ । (ଚିତ୍ର 6.13)



**(c) ବୃତ୍ତରେ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

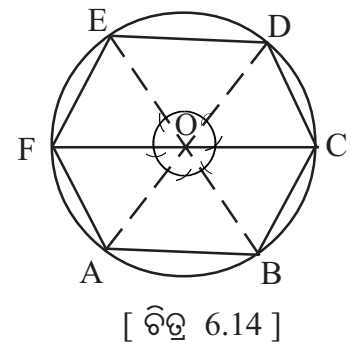
(ii) ବୃତ୍ତରେ  $\overline{OA}$  ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କରି  $60^0$  ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ  $\angle AOB$  କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

(iii) କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ O ବିନ୍ଦୁରେ  $\angle AOB$  ସହ ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ  $\angle BOC, \angle COD, \angle DOE, \angle EOF, \angle FOA$  ଅଙ୍କନ କରି ବୃତ୍ତ ଉପରେ

C, D, E, F ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(iv) A, B, C, D, E, F ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗକରି ଆବଶ୍ୟକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

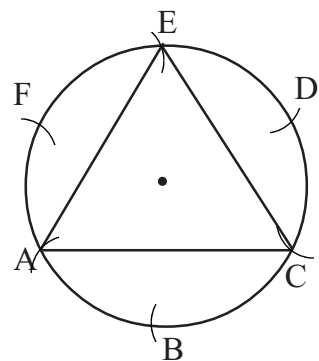
(ଚିତ୍ର 6.14)



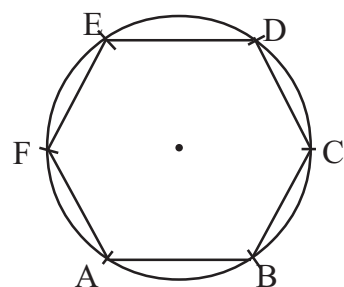
## ବିକଳ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ

(ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମଷଡ଼ଭୁଜ ଅଙ୍କନ) :

- (i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତଟି ଅଙ୍କନ କର ।
- (ii) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତାକୁ A ନାମରେ ନାମିତ କର ।
- (iii) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ ତାହା ବୃତ୍ତକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରିବ ତା'ର ନାମ ଦିଅ B ।
- (iv) ପୁନଶ୍ଚ ସୋପାନ (iii) ଭଳି B କେନ୍ଦ୍ର ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରି C ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଏହିଭଳି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ D, E, F ବିନ୍ଦୁମାନ ଚିହ୍ନଟ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ବୃତ୍ତଟି ଛଅଗୋଟି ସର୍ବସମ ଚାପରେ ପରିଣତ ହେଲା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାପର ଉଗ୍ରା ପରିମାପ  $60^\circ$  ହେବ ।
- (v) ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଛଅଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରୁ ଏକାନ୍ତର ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟିକୁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । (ହୁଏତ ACE ତ୍ରିଭୁଜ ଅଥବା BDF ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିବ) ଉତ୍ପନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । (ଚିତ୍ର 6.15)



[ ଚିତ୍ର 6.15 ]



[ ଚିତ୍ର 6.16 ]

- (vi) ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ଛଅଗୋଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ଏକ ସମଷଡ଼ଭୁଜ ABCDEF ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହୋଇପାରିବ । (ଚିତ୍ର 6.16)

## 6.5. ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ (a) ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (b) ବର୍ଗଚିତ୍ର (c) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ ।

(Construction of (a) an equilateral triangle (b) a square (c) a regular hexagon circumscribing a given circle.)

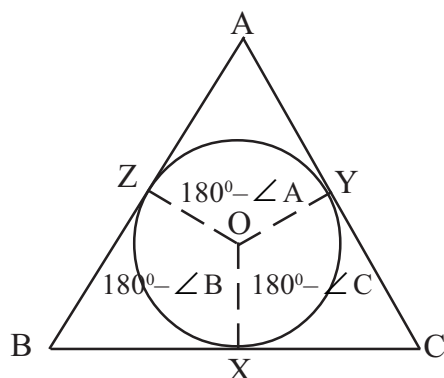
ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ କୌଣସି ବୃତ୍ତକୁ ସ୍ପର୍ଶକଲେ ଉକ୍ତ ବହୁଭୁଜକୁ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

ଅଙ୍କନ - 5 :

(a) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ :

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର O, କେନ୍ଦ୍ର । OX, OY, OZ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ । ମନେକର ABC ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତ ପରିଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$  ଏବଂ  $\overline{AB}$  ଯଥାକ୍ରମେ X, Y, Z ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛନ୍ତି । AZOY ଚତୁର୍ଭୁଜରେ

$$\left. \begin{aligned} m\angle AZO &= 90^\circ \\ m\angle AYO &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \therefore \text{ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।}$$



[ ଚିତ୍ର 6.17 ]



$$\therefore m\angle ZOY = 360^\circ - \{m\angle AZY + m\angle AYZ + m\angle A\}$$

$$= 360^\circ - \{90^\circ + 90^\circ + m\angle A\} = 180^\circ - m\angle A$$

ସେହିପରି ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ  $m\angle XOZ = 180^\circ - m\angle B$ ,  $m\angle XOY = 180^\circ - m\angle C$

$$\therefore \triangle ABC \text{ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମବାହୁ} \Rightarrow m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60^\circ$$

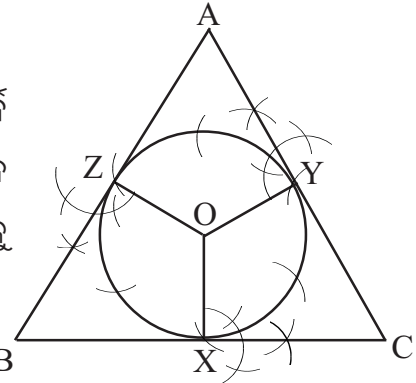
$$\therefore m\angle XOY = m\angle YOZ = m\angle ZOX = 120^\circ.$$

**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

(i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର।

(ii) ବୃତ୍ତର ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ କ୍ରମାଦୃଶରେ ଚାପ ଅଙ୍କନ କଲେ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଛଅଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ଯାହାକି ବୃତ୍ତକୁ ଛଅଗୋଟି ସର୍ବସମ ଚାପରେ ପରିଣତ କରିବ।

(iii) ଗୋଟିଏ ଛାଡ଼ି ଗୋଟିଏ ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁକୁ O ବିନ୍ଦୁ ସହିତ B ଯୋଗକରି  $\overline{OX}$ ,  $\overline{OY}$ ,  $\overline{OZ}$



[ ଚିତ୍ର 6.18 ]

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅଙ୍କନ କର। ଫଳରେ  $m\angle XOY = m\angle YOZ = m\angle ZOX = 120^\circ$  ହେବ।

(iv) X, Y, Z ବିନ୍ଦୁରେ  $\overline{OX}$ ,  $\overline{OY}$ ,  $\overline{OZ}$  ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ତିନିଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର। ସ୍ପର୍ଶକତ୍ରୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ A, B, C ହେଉ।

(v)  $\triangle ABC$  ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ।

**(b) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିଲିଖନ :**

**ବିଶ୍ଳେଷଣ :** ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର O, କେନ୍ଦ୍ର। ମନେକର ABCD ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର। ଯାହାର  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  ଏବଂ  $\overline{AD}$  ବାହୁ ବୃତ୍ତକୁ ଯଥାକ୍ରମେ P, Q, R ଓ S ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି। POQB ଚତୁର୍ଭୁଜରେ  $m\angle B = 90^\circ$

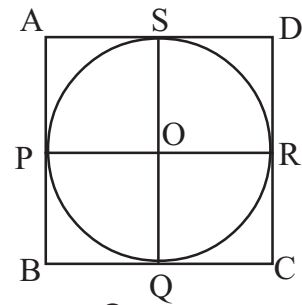
( $\therefore$  ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ  $90^\circ$ )

$$\left. \begin{array}{l} m\angle OPB = 90^\circ \\ m\angle POQ = 90^\circ \end{array} \right\} \therefore \text{ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତିଲମ୍ବ।}$$

$$\therefore m\angle POQ = 90^\circ$$

ସେହିପରି ଦର୍ଶାଯାଇପାରେ ଯେ,  $m\angle QOR = m\angle ROS = m\angle SOP = 90^\circ$

$\therefore \overline{PR}$  ଏବଂ  $\overline{SQ}$  ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ବ୍ୟାସ ପରସ୍ପରର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ହେବେ।

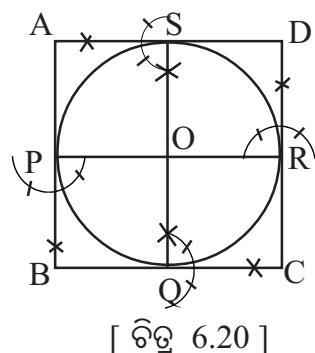


[ ଚିତ୍ର 6.19 ]

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

- (i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।
- (ii)  $\overline{PR}$  ବ୍ୟାସର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ  $\overline{SQ}$  ଅଙ୍କନ କର ।
- (iii) P, Q, R, S ବିନ୍ଦୁରେ ଯଥାକ୍ରମେ  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AD}$  ଲମ୍ବମାନ ଅଙ୍କନ କର ।

ଫଳରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକ P, Q, R, S ବିନ୍ଦୁରେ ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ ହେବେ ।



- (iv) ABCD ଆବଶ୍ୟକ ପରିଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ର ହେବ ।

- (c) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ ସମସ୍ତଭୂଜ ପରିଲିଖନ :

ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତର O କେନ୍ଦ୍ର ।

ମନେକର ABCDEF ସୁଷମ ଷଡ୍ଭୁଜ ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ।

ଏହାର  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DE}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $\overline{FA}$

ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତକୁ P, Q, R, S, T, U ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ QCRO ଚତୁର୍ଭୁଜରେ

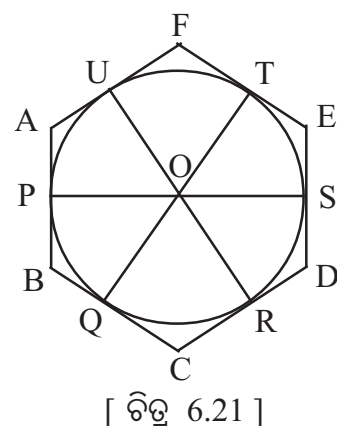
$$m\angle OQC = 90^\circ$$

$$m\angle CRO = 90^\circ \left\} \therefore \text{ସ୍ପର୍ଶକ ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।}$$

$$m\angle QCR = 120^\circ (\because \text{ସୁଷମ ଷଡ୍ଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନ୍ତସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ } 120^\circ)$$

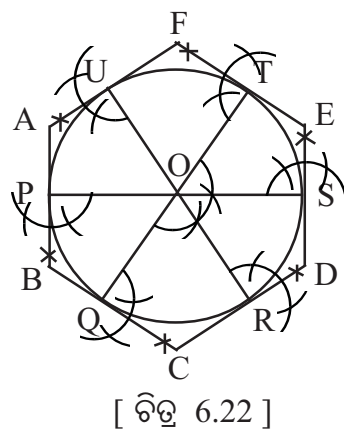
$$\therefore m\angle QOR = 60^\circ$$

$$\text{ସେହିପରି } m\angle ROS = m\angle SOT = m\angle TOU = m\angle UOP = m\angle POQ = 60^\circ$$



ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

- (i) ଦତ୍ତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।  
 $\overline{QT}$  ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କର ।
- (ii) କେନ୍ଦ୍ରରେ  $m\angle QOR = m\angle ROS = 60^\circ$  ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ  $\overline{RU}$ ,  $\overline{SP}$  ବ୍ୟାସ ଅଙ୍କନ କର ।
- (iii) P, Q, R, S, T, U ମଧ୍ୟ ଦେଇ ବ୍ୟାସମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବମାନ ଅଙ୍କନ କର । ଫଳରେ  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DE}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $\overline{AB}$  ବୃତ୍ତର ସ୍ପର୍ଶକ ହେବ ।
- (iv)  $\therefore$  ABCDEF ବୃତ୍ତର ପରିଲିଖିତ ସୁଷମ ଷଡ୍ଭୁଜ ହେବ ।



## 6.6. ଅଙ୍କନ - 6 : ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର (a) ପରିବୃତ୍ତ ଓ (b) ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ

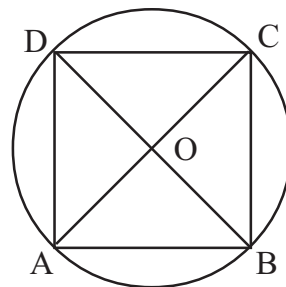
(Drawing (a) Circum-circle and (b) In-circle of a given square.)

(a) ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ :

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତକୁ ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିବୃତ୍ତ ଓ ସେହି ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ପରିକେନ୍ଦ୍ର କୁହାଯାଏ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ବର୍ଗଚିତ୍ରଟିଏ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ପରିବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥିତି ଏବଂ ପରିବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ରର A, B, C, D କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ  $\overline{AC}$  ଏବଂ  $\overline{BD}$  ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ହେବେ ।



[ ଚିତ୍ର 6.23 ]

∴ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ଓ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

∴ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ହେବ ।

ଫଳରେ  $\overline{OA}$  ବା  $\overline{OB}$  ବା  $\overline{OC}$  ବା  $\overline{OD}$  ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ବର୍ଗଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଦତ୍ତ ମାପକୁ ନେଇ ବର୍ଗଚିତ୍ରଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) ଅଙ୍କିତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କର ଓ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ 'O' ଦିଅ ।

(iii) O କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି OA ବା OB ବା OC ବା OD ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କଲେ ଆବଶ୍ୟକ ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କିତ ହେବ ।

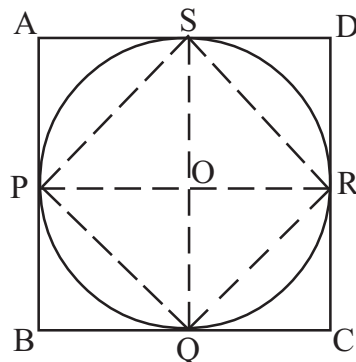
ମନ୍ତବ୍ୟ : ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି । ତେଣୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସାରେ ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

(b) ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ :

ସଂଜ୍ଞା : ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତକୁ ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ଅନ୍ତଃକେନ୍ଦ୍ର କୁହାଯାଏ ।

**ବିଶ୍ଳେଷଣ :** ମନେକର ଦତ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ର  $ABCD$  ର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ  $PQRS$  ।  $P, Q, R, S$  ବିନ୍ଦୁମାନ ଉଭୟ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ବୃତ୍ତର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି । ପୂର୍ବରୁ ତୁମେ ପ୍ରମାଣ କରିଛ, ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଯୋଗ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଓ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମୂଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

$PQRS$  ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର । ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ହିଁ  $ABCD$  ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ଅଟେ ।



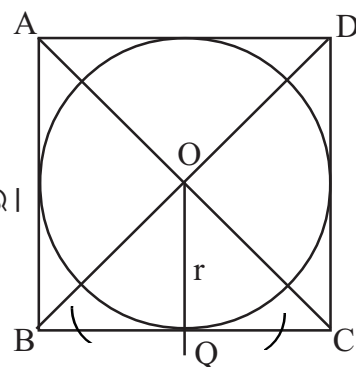
[ ଚିତ୍ର 6.24 ]

ପୁନଶ୍ଚ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ କୌଣସି ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ଉକ୍ତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଅଭିନ୍ନ ।

$\therefore \overline{PR}$  ଓ  $\overline{SQ}$  ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ଏବଂ  $\overline{AC}$  ଏବଂ  $\overline{BD}$  ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ଅଟେ । ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଗଲା ଯେ  $ABCD$  ବର୍ଗଚିତ୍ରର  $\overline{AC}$  ଏବଂ  $\overline{BD}$  ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ଆବଶ୍ୟକ ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁରୁ ମୂଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ହିଁ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ।

**ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :**

- (i) ବର୍ଗଚିତ୍ର ସମ୍ପନ୍ନୀୟ ଦତ୍ତ ମାପକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ଗଚିତ୍ର  $ABCD$  ଅଙ୍କନ କର ।
- (ii)  $\overline{AC}$  ଏବଂ  $\overline{BD}$  କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'O' ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
- (iii) O ବିନ୍ଦୁରୁ ଯେକୌଣସି ବାହୁପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଚିତ୍ରରେ  $\overline{BC}$  ପ୍ରତି  $\overline{OQ}$  ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।
- (iv) O ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ OQକୁ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କଲେ ମୂଳ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତ ମିଳିବ ।



[ ଚିତ୍ର 6.25 ]

## ଅନୁଶୀଳନ - 6 (c)

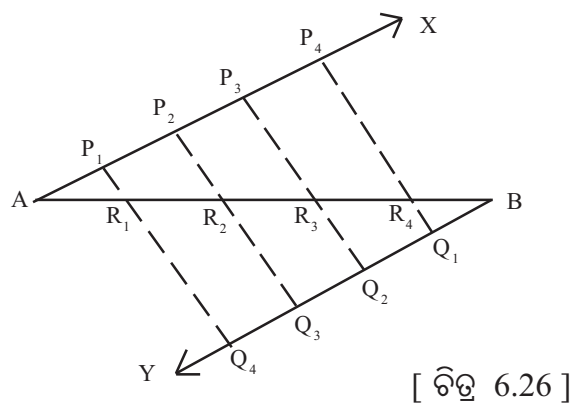
1. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।
2. 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ସମବାହୁ  $\Delta$  ପରିଲିଖନ କର ।
3. 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।
4. 1.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ପରିଲିଖନ କର ।
5. 3.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ୍ଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।

6. 3.8 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର ।
7. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରେ ଏକ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର ।
8. 7.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।
9. 8 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର ।  
(ସୂଚନା : ସ୍ପର୍ଶ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ତ୍ରୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣମାନଙ୍କର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାଣ  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  ଏବଂ  $135^\circ$ )
10. 9 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ ABC ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ଯାହାର ଭୂମି  $BC = 7$  ସେ.ମି.
11. 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ 7 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର ।
12. 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ 6 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅନ୍ତର୍ଲିଖନ କର ।
13. 2.5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପରିଲିଖନ କର ଯାହାର ଶୀର୍ଷକୋଣ  $45^\circ$  ହେବ ।
14. ଏକ ଆୟତଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7.5 ସେ.ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 4 ସେ.ମି. । ଆୟତ ଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ପରିବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ।

#### 6.7. ଅଙ୍କନ - 7 : ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭାଜନ

(Dividing a line segment of given length into a given number of equal parts.)

$\overline{AB}$  ଏକ ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ । ମନେକରାଯାଉ, ଏହାକୁ 5 ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ଭାଗ କରିବାକୁ ହେବ ।



[ ଚିତ୍ର 6.26 ]

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

- (i) ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ  $\overline{AB}$  ଅଙ୍କନ କର ।
- (ii)  $\overline{AB}$  ର A ଓ B ଠାରୁ ଯଥାକ୍ରମେ  $\overrightarrow{AX}$  ଓ  $\overrightarrow{BY}$  ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି X ଓ Y,  $\overline{AB}$  ର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ରହିବେ ଏବଂ  $m\angle BAX = m\angle ABY$  ହେବ । ଫଳରେ  $\overrightarrow{AX} \parallel \overrightarrow{BY}$  ହେବ ।