7. (i) $\cos\alpha = \frac{8}{17}$ ଓ $\sin\beta = \frac{5}{13}$ ହେଲେ $\sin(\alpha - \beta)$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) $\tan A = \frac{1}{2}$, $\cot B = 3$ ହେଲେ $A + B$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) $\tan\beta = \frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$ ହେଲେ, $\tan(\alpha + \beta)$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. $A + B + C = 90^0$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

(i) $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$

(ii) $\tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan C \cdot \tan A = 1$

9. (i) $A + B + C = 180^0$ ଏବଂ $\sin C = 1$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\tan A \cdot \tan B = 1$

(ii) $A + B + C = 180^0$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\cot A.\cot B + \cot B.\cot C + \cot C.\cot A = 1$

(iii) $A + B + C = 180^0$ ଏବଂ $\cos A = \cos B \cdot \cos C$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

(a) $\tan A = \tan B + \tan C$

(b) $\tan B. \tan C = 2$

10. ଦର୍ଶାଅ ଯେ, (i) $\sin(A+B) .\sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$

(ii) $\cos(A + B) . \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$

11. ପ୍ରମାଣ କର : (i) $\sin 50^0 + \sin 40^0 = \sqrt{2} \sin 85^0$

(ii) $\cos 50^0 + \cos 40^0 = \sqrt{2} \cos 5^0$

(iii) $\sin 50^0 - \sin 70^0 + \sin 10^0 = 0$

12. ସମାଧାନ କର : (i) $\sin(A + B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos(A-B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(ii) $\cos(A + B) = -\frac{1}{2}$, $\sin(A-B) = \frac{1}{2}$

(iii) $\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot(A + B)$,

(iv) $\tan(A + B) = -1$, $\operatorname{cosec}(A-B) = \sqrt{2}$

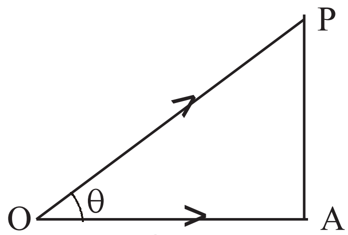
4.10 ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତା (Heights and distances) :

ଗଣିତ ପାଠକୁ ସୁଖପ୍ରଦ କରିବା ପାଇଁ ଏହାର ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ଦିଗ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବା ଉଚିତ୍ । ପ୍ରତ୍ୟେକ୍ଷ ମାପ ନ କରି **ପଠାଣି ସାମନ୍ତ** ଏକ ନଳୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ଶୀର୍ଷ ଦେଶକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରି ପାହାଡ଼ର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରୁଥିଲେ । ଏହା ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ଗଣିତର ଏକ ନମୁନା । ଆସ ଆମେ ତ୍ରିକୋଣମିତିର ବାସ୍ତବ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

କେତେକ ସ୍ଥଳରେ ଯନ୍ତ୍ରୀମାନେ ପାହାଡ଼, ମନ୍ଦିର ପ୍ରଭୃତିର ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ ନଦୀର ଦୁଇ ବିପରୀତ ଧାରରେ ଥିବା ବସ୍ତୁମାନଙ୍କର ଦୂରତା ମାପଫିତା ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରନ୍ତି ନାହିଁ । ତ୍ରିକୋଣମିତିର ପ୍ରୟୋଗରେ ଏପରି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରେ । ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ପୂର୍ବରୁ ନିମ୍ନସ୍ଥ କେତୋଟି ତତ୍ତ୍ୱ ସହିତ ଅବଗତ ହେବା ଦରକାର ।

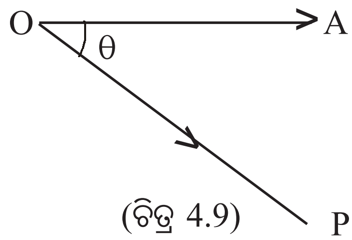
1. ପୃଥିବୀ ଏକ ଗୋଲାକାର ବସ୍ତୁ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଏହାର ବିଶାଳତା ହେତୁ ଏହାର ପୃଷ୍ଠର ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ର ଅଂଶକୁ ଆମେ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ବୋଲି ଧରିପାରିବା । ଏହି **ସମତଳ ସହିତ ସମାନ୍ତରାଳ ଯେ କୌଣସି ସରଳରେଖାକୁ ଆନୁଭୂମିକ ସରଳରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

ଯଥା : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{OA}$ ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ରେଖା ।



(ଚିତ୍ର 4.8)

2. ଚିତ୍ରରେ O ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏକ ଦର୍ଶକର ଚକ୍ଷୁ, ଅଧିକ ଉଚ୍ଚରେ ଥିବା ଏକ ବସ୍ତୁ P ଦିଗରେ ଦୃଷ୍ଟି ନିକ୍ଷେପ କରୁଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି । $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OP}$ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଭୂଲମ୍ବ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ରଶ୍ମି । $\overrightarrow{OA}$ ଓ $\overrightarrow{OP}$ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ P ବିନ୍ଦୁର **କୌଣିକ ଉନ୍ନତି (Angle of elevation)** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରରେ ଏହାର ପରିମାଣ θ ଅଟେ ।



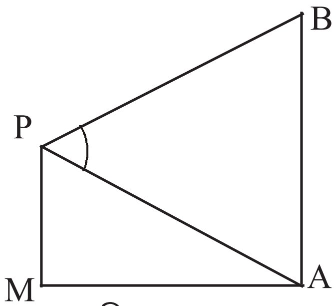
(ଚିତ୍ର 4.9)

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଚକ୍ଷୁର ଅବସ୍ଥିତି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏଠାରେ ଦୃଷ୍ଟି ନିକ୍ଷେପର ଦିଗ $\overrightarrow{OP}$ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଲମ୍ବ ସମତଳରେ $\overrightarrow{OA}$ ଏକ ଆନୁଭୂମିକ ରଶ୍ମି । $\overrightarrow{OP}$ ଏବଂ $\overrightarrow{OA}$ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ P ବିନ୍ଦୁର **କୌଣିକ ଅବନତି (Angle of depression)** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରରେ ଏହାର ପରିମାଣ θ ଅଟେ ।

ଦୃଷ୍ଟି ନିକ୍ଷେପର ଦିଗ ଓ ଏହାର ଲମ୍ବ ସମତଳରେ ଥିବା ଚକ୍ଷୁ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଆନୁଭୂମିକ ରଶ୍ମି ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ ଦୃଷ୍ଟିବଦ୍ଧ ବସ୍ତୁର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି ବା କୌଣିକ ଅବନତି କୁହାଯାଏ । **ସେକ୍ସ୍‌ଟାଣ୍ଟ (sextant)** ବା **ଥିଓଡୋଲାଇଟ୍ (Theodolite)** ଯନ୍ତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ କୌଣିକ ଉନ୍ନତି ବା ଅବନତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ । ଏହି କୋଣର ମାପ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ପ୍ରଣାଳୀଦ୍ୱାରା ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ଦୁର୍ଗ, ପାହାଡ଼ ଓ ଅଟ୍ଟାଳିକା ପ୍ରଭୃତିର ଦୂରତା ବା ଉଚ୍ଚତା ନିରୂପଣ କରିହେବ ।

କୌଣସି ବସ୍ତୁ ଏକ ବିନ୍ଦୁଠାରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା କୋଣ :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{PM}$ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ । $\overline{BA}$ ଏକ ମନ୍ଦିର । ମନ୍ଦିରର ପ୍ରାନ୍ତ ଓ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{PM}$ ସ୍ତମ୍ଭର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ P କୁ A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ସହ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି । $\overline{AB}$ ମନ୍ଦିରଟି P ବିନ୍ଦୁଠାରେ $\angle APB$ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବାର କୁହାଯାଏ ।



(ଚିତ୍ର 4.10)

ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତା ସମ୍ପର୍କିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ସମାଧାନ ସହଜରେ କରାଯାଇପାରେ । ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ – 17 :

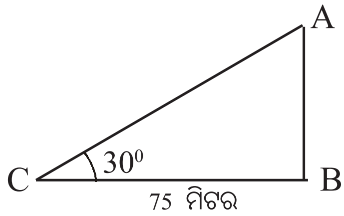
ଏକ ଅଟ୍ଟାଳିକାର ପାଦଦେଶଠାରୁ 75 ମିଟର ଦୂରରେ ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଟ୍ଟାଳିକାର ଶୀର୍ଷର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 30^0 । ଅଟ୍ଟାଳିକାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\sqrt{3} = 1.732$)

ସମାଧାନ : $\overline{BC}$ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ରେଖାଖଣ୍ଡ, BA ଅଟ୍ଟାଳିକାର ଉଚ୍ଚତା ଓ A ଅଟ୍ଟାଳିକାର ଶୀର୍ଷ ହେଉ ।

ଏଠାରେ BC = 75 ମିଟର ଓ $m\angle BCA = 30^0$ ।

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ

$\tan 30^0 = \frac{BA}{BC} = \frac{BA}{75}$ କିମ୍ବା $BA = 75 \tan 30$



(ଚିତ୍ର 4.11)

$= 75 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 75 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 25\sqrt{3} = 25 \times 1.732 = 43.3$ ମିଟର

$\therefore$ ଅଟ୍ଟାଳିକାର ଉଚ୍ଚତା 43.3 ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 18 :

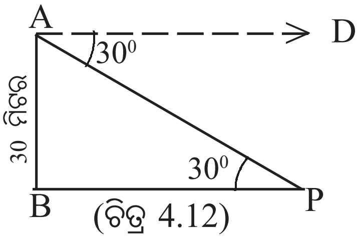
30 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଗୋଟିଏ ବୃକ୍ଷର ଅଗ୍ରଭାଗରୁ ଏକ ସମତଳରେ ଓ ବୃକ୍ଷର ପାଦଦେଶରୁ କିଛି ଦୂରରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ 30^0 । ବୃକ୍ଷ ପାଦଦେଶରୁ ବିନ୍ଦୁର ଉକ୍ତ ଦୂରତା ସ୍ଥିର କର । (ଦତ୍ତ ଅଛି, $\sqrt{3} = 1.732$)

ସମାଧାନ : BA = ବୃକ୍ଷର ଉଚ୍ଚତା = 30 ମିଟର, $m\angle DAP = 30^0$ ବୃକ୍ଷର ପାଦ ଦେଶ B ରୁ ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଟି P, BP ଦୈର୍ଘ୍ୟଟି ଆବଶ୍ୟକ । ଏଠାରେ ABP ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $m\angle APB = 30^0$

$\therefore \tan 30^0 = \frac{AB}{BP} = \frac{30}{BP} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{30}{BP}$

$\therefore BP = 30\sqrt{3}$ ମିଟର = (30×1.732) ମିଟର

= 51.96 ମିଟର (ଉତ୍ତର)



(ଚିତ୍ର 4.12)

ଉଦାହରଣ – 19 : ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ $\overline{AB}$ର ପାଦଦେଶ B ରୁ ଆନୁଭୂମିକ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ର B ଠାରୁ ଦୂରତା ଯଥାକ୍ରମେ a ମି ଓ b ମି । P ଓ Q, ସ୍ତମ୍ଭର ଶୀର୍ଷ A ର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ α^0 ଓ β^0 । ଯଦି $\alpha + \beta = 90^0$ ତେବେ ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା AB ନିରୂପଣ କର ।

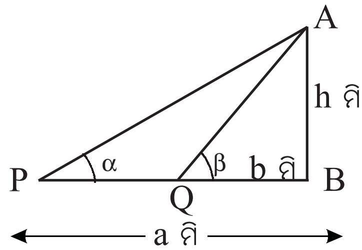
ସମାଧାନ : ମନେକର AB = h ମିଟର । ଦତ୍ତ ଅଛି BP = a ମି ଓ BQ = b ମି.,

$\angle APB = \alpha, \angle AQB = \beta$ ଏବଂ $\alpha + \beta = 90^0$

AQB ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan\beta = \frac{AB}{BQ} = \frac{h}{b}$

APB ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan\alpha = \frac{AB}{BP} = \frac{h}{a}$

ଆମେ ଜାଣୁ, $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha . \tan\beta}$



(ଚିତ୍ର 4.13)

$$= \frac{\frac{h}{a}+\frac{h}{b}}{1-\frac{h^2}{ab}} = \frac{h(a+b)}{ab-h^2} \Rightarrow \cot(\alpha+\beta) = \frac{ab-h^2}{h(a+b)}$$

ମାତ୍ର $\cot(\alpha+\beta) = \cot 90^0 = 0$

$\therefore\ ab - h^2 = 0 \Rightarrow h = \sqrt{ab}$ ମି. । $AB = h$ ମି.$= \sqrt{ab}$ ମି. (ଉ)

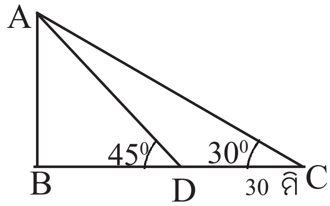
ଉଦାହରଣ – 20 :

ସୂର୍ଯ୍ୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 30^0 ଥିବା ବେଳେ ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭର ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯେତେ, ସୂର୍ଯ୍ୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 45^0 ବେଳେ ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତା'ଠାରୁ 30 ମିଟର କମ୍ । ସ୍ତମ୍ଭଟିର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\sqrt{3}=1.732$)

ସମାଧାନ : ଚିତ୍ର 4.14 ରେ AB ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା, BD ଓ BC ଯଥାକ୍ରମେ ସ୍ତମ୍ଭର ଛାଇ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯେତେବେଳେ

ସୂର୍ଯ୍ୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 45^0 ଓ 30^0 ଏବଂ $CD = BC - BD = 30$ ମିଟର ।

ମନେକର ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା $= AB = x$ ମିଟର



(ଚିତ୍ର 4.14)

BAD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan 45^0 = \frac{x}{BD}$

$\Rightarrow BD = \frac{x}{\tan 45^0} = \frac{x}{1} = x$

ଓ BAC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan 30^0 = \frac{x}{BC} \Rightarrow BC = \frac{x}{\tan 30^0} = \frac{x}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = x . \sqrt{3}$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $BC - BD = DC = 30$ ମି. $\Rightarrow x\sqrt{3} - x = 30$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{\sqrt{3}-1} = \frac{30(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{30(\sqrt{3}+1)}{3-1}$$

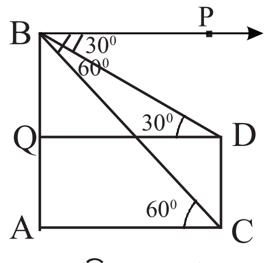
$$= \frac{30(1.732+1)}{(3-1)} = \frac{30 \times 2.732}{2} = 15 \times 2.732 = 40.98 \text{ ମିଟର}$$

$\therefore$ ସ୍ତମ୍ଭଟିର ଉଚ୍ଚତା $= 40.98$ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 21 : ଗୋଟିଏ ପାହାଡ଼ ଉପରୁ 100 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭର ଶୀର୍ଷ ଓ ପାଦଦେଶର କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 30^0 ଓ 60^0 । ପାହାଡ଼ର ଉଚ୍ଚତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର AB = ପାହାଡ଼ର ଉଚ୍ଚତା ଓ $\overline{CD}$ ଏକ ସମତଳସ୍ଥ ସ୍ତମ୍ଭ ।

$\overleftrightarrow{BP}$ ଭୂପୃଷ୍ଠ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖା ହେଲେ $m\angle PBD = 30^0$ ଓ $m\angle PBC = 60^0$ ଓ CD = 100 ମି.



(ଚିତ୍ର 4.15)

ମନେକର ପାହାଡ଼ର ଉଚ୍ଚତା AB = x ମିଟର ଓ $\overline{DQ} \parallel \overline{BP} \parallel \overline{AC}$

$\therefore\ m\angle BCA = 60^0$ ଓ $m\angle BDQ = 30^0$

BQ = AB – AQ = AB – DC = (x – 100) ମି.

BQD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan 30^0 = \dfrac{BQ}{QD}$

$$\Rightarrow QD = \frac{BQ}{\tan 30^0} \Rightarrow QD = \frac{x-100}{\tan 30^0} \qquad \text{........(i)}$$

BAC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan 60^0 = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{AB}{\tan 60^0} \Rightarrow AC = \dfrac{x}{\tan 60^0}$ ....(ii)

ମାତ୍ର QD = AC $\therefore$ (i) ଓ (ii) ରୁ $\dfrac{x-100}{\tan 30^0} = \dfrac{x}{\tan 60^0}$

$$\Rightarrow \frac{x-100}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}(x-100) = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow 3(x-100) = x \Rightarrow 3x - 300 = x$$

$\Rightarrow 3x - x = 300 \Rightarrow 2x = 300 \Rightarrow x = 150$

$\therefore$ ପାହାଡ଼ର ଉଚ୍ଚତା 150 ମିଟର ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4 (c)

(କ – ବିଭାଗ)

($\sqrt{3} = 1.732$)

1. ଗୋଟିଏ ବୃକ୍ଷର ପାଦଦେଶ ସହ ଏକ ସମତଳରେ ଏବଂ ଏହାଠାରୁ 120 ମି. ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ବୃକ୍ଷର ଅଗ୍ରଭାଗର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 30^0 ହେଲେ ବୃକ୍ଷର ଉଚ୍ଚତା ସ୍ଥିର କର ।

2. 27 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ବତୀଘରର ଶୀର୍ଷରୁ ଏକ ଜାହାଜର କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ 30^0 । ବତୀଘରଠାରୁ ଜାହାଜର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. 2 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ଦର୍ଶକ ଦେଖିଲା ଯେ, 24 ମିଟର ଦୂରରେ ଥିବା ଏକ ସ୍ତମ୍ଭର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 30^0 । ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଏକ ସିଡ଼ି ଏକ କାନ୍ଥର ଶୀର୍ଷକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି । ସିଡ଼ିର ପାଦ ଦେଶରୁ କାନ୍ଥର ଦୂରତା 3 ମିଟର । ସିଡ଼ିଟି ଭୂମି ସହ 60^0 ରେ ଆନତ । ସିଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

5. 1.5 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଜଣେ ଦର୍ଶକ ଏକ କୋଠାଘରଠାରୁ 12 ମିଟର ଦୂରସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଦେଖିଲା ଯେ, କୋଠାଘରର ଶୀର୍ଷର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 60^0 । କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ସୂର୍ଯ୍ୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 60^0 ବେଳେ ଗୋଟିଏ ଗଛର ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 15 ମିଟର ଥିଲା । ଗଛର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ – ବିଭାଗ)

7. 300 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ପାହାଡ଼ ଉପରୁ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭର ଶୀର୍ଷ ଓ ପାଦଦେଶର କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 30^0 ଓ 60^0 ହେଲେ ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ସୂର୍ଯ୍ୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 60^0 ରୁ 45^0 କୁ ହ୍ରାସ ପାଇଥିବାରୁ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭର ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ମିଟର ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲା । ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଏକ ସମତଳ ଭୂମି ଉପରେ 40 ମିଟର ବ୍ୟବଧାନରେ ଦୁଇଟି ଖୁଣ୍ଟ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ପୋତା ଯାଇଛି । ଗୋଟିଏ ଖୁଣ୍ଟର ଉଚ୍ଚତା ଅନ୍ୟ ଖୁଣ୍ଟର ଉଚ୍ଚତାର ଦୁଇଗୁଣ । ଖୁଣ୍ଟଦ୍ୱୟ ସେମାନଙ୍କ ପାଦବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁରେ ଯେଉଁ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରନ୍ତି, ସେମାନେ ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ । ଖୁଣ୍ଟ ଦ୍ୱୟର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ଗଛର ଶୀର୍ଷରୁ ଭୂମି ଉପରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁର କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ 60^0 ଥିଲା । ସେହି ଗଛର ଶୀର୍ଷରୁ 1.5 ମିଟର ତଳକୁ ଓହ୍ଲାଇ ଆସିଲେ ଉକ୍ତ ବସ୍ତୁରେ କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ 30^0 ହୁଏ । ଗଛର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. 10 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭର ଅଗ୍ରଭାଗରୁ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଗୋଟିଏ ମନ୍ଦିରର ଶୀର୍ଷର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ ଓ ପାଦଦେଶର କୌଣିକ ଅବନତିର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 45^0 ଓ 30^0 ହୋଇଯାଏ । ମନ୍ଦିରର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. 12 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଏକ ରାସ୍ତାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଏକ କୋଠାଘର, ଏହାର ଅପର ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ଘରର ଝରକାରେ ଏକ ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରେ । କୋଠାଘରର ପାଦଦେଶରେ ଝରକାର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 30^0 ହେଲେ କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଜଣେ ଲୋକ ଗୋଟିଏ ନଦୀ କୂଳରେ ଠିଆ ହୋଇ ଦେଖିଲା ଯେ ନଦୀର ଅପର ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଭୂମିରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଦୁର୍ଗର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 60^0 । ଦୁର୍ଗ ସହିତ ଏକ ସରଳରେଖାରେ 60 ମିଟର ପଛକୁ ଘୁଞ୍ଚି ଆସି ଦେଖିଲା ଯେ, ଉକ୍ତ କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 45^0 ହେଲା । ନଦୀର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଦୁଇଟି ସ୍ତମ୍ଭ ପରସ୍ପରଠାରୁ 12 ମିଟର ଦୂରରେ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଗୋଟିକର ଉଚ୍ଚତା ଅନ୍ୟଟିର ଦୁଇଗୁଣ । ସ୍ତମ୍ଭଦ୍ୱୟର ପାଦବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରୁ ଦେଖିଲେ ସ୍ତମ୍ଭଦ୍ୱୟର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି ପରସ୍ପର ଅନୁପୂରକ ହୁଏ, ସ୍ତମ୍ଭଦ୍ୱୟର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ଗୋଟିଏ ଦୁର୍ଗର ପାଦ ଦେଶ ସହ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରୁ ଦୁର୍ଗର ଶୀର୍ଷ ଭାଗର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 30^0 ଓ 45^0 । ଦୁର୍ଗର ଉଚ୍ଚତା 30 ମିଟର ହେଲେ, ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

16. ଗୋଟିଏ କୋଠାର ଉଚ୍ଚତା 12 ମିଟର । କୋଠାର ଶୀର୍ଷରୁ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭର ଶୀର୍ଷ ଓ ପାଦଦେଶର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି ଓ ଅବନତିର ପରିମାଣ ଯଥାକ୍ରମେ 60^0 ଓ 30^0 । ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା ଓ କୋଠାଠାରୁ ସ୍ତମ୍ଭର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

TCYF2Z

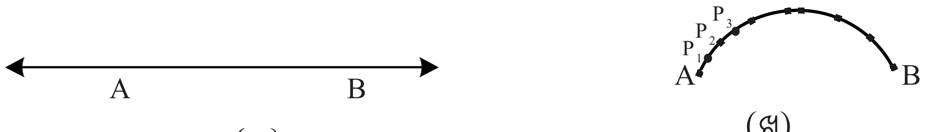
ପରିମିତି
(MENSURATION)

5.1. ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ପୂର୍ବରୁ ତୁମେ ରେଖାଖଣ୍ଡ, ତ୍ରିଭୁଜ, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ଆୟତଚିତ୍ର, ରମ୍ବସ୍, ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଇତ୍ୟାଦି ସରଳରୈଖିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଅଛ। ଏତଦ୍‌ବ୍ୟତୀତ ଆୟତଘନ, ସମଘନ ପରି ବହୁଫଳକଗୁଡ଼ିକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ମଧ୍ୟ ଅବଗତ ଅଛ । ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ବକ୍ରରୈଖିକ ଚିତ୍ର ଯଥା:- ବୃତ୍ତ, ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା ସହିତ ପ୍ରିଜିମ୍, ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍, ଗୋଲକ ପ୍ରଭୃତି ଘନ ପଦାର୍ଥମାନଙ୍କର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅବଗତ ହେବ। ଏଥି ନିମନ୍ତେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସୂତ୍ର ଗୁଡ଼ିକ ଯାହା ଉଚ୍ଚତର ଗଣିତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରତିପାଦିତ ହୋଇଛି ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ମୁଖ୍ୟତଃ ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ ଗ୍ରହଣ କରିବା; କାରଣ ଉକ୍ତ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତିପାଦନ କରିବା ଏହି ଶ୍ରେଣୀରେ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

5.2. ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (Circumference of a circle and length of an arc) :

ତୁମେ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପିବା ପୂର୍ବରୁ ଶିଖିଛ ।



(କ) (ଖ)

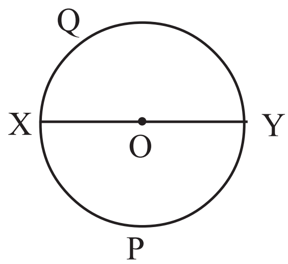
[ଚିତ୍ର 5.1]

ଚିତ୍ର 5.1 (କ) ରେ A ଓ B, $\overleftrightarrow{AB}$ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ । ତୁମେ A ଓ B ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବା ଜାଣିଛ । ଚିତ୍ର 5.1 (ଖ) ରେ A ଓ B ଏକ ବକ୍ରରେଖା ଉପରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ । ବକ୍ରରେଖାଟି ଉପରେ ଅନେକ ଗୁଡ଼ିଏ ବିନ୍ଦୁ P_1, P_2, P_3, ... ନିଆଯାଇଛି, ଯେପରିକି A ଓ P_1, P_1 ଓ P_2, P_2 ଓ P_3 ...... ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବକ୍ରରେଖାର ଅଂଶ ଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସରଳ ରେଖାର ଅଂଶ ପରି ପ୍ରତୀୟମାନ ହେବ ।

ବକ୍ରରେଖା ଉପରେ A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା, ଏହି କ୍ଷୁଦ୍ର ସରଳରେଖୀୟ ଅଂଶ ଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହେବ । P_1, P_2, P_3,......... ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ଯେତେ ଅଧିକ ହେବ ବକ୍ରଦୂରତାର ମାପରେ ତ୍ରୁଟି ସେତେ କମ୍ ହେବ । ଉଚ୍ଚତର ଶ୍ରେଣୀରେ ବିକଳ୍ପ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରି ବକ୍ରଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଶିଖିବ । ପୂର୍ବରୁ ବୃତ୍ତ

ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଶେଷ ଆଲୋଚନା ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟରେ ହୋଇସାରିଛି । ନିମ୍ନରେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବକ୍ର ଦୂରତା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ବୃତ୍ତ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ଗୋଟିଏ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଯାହାକି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଅଟେ । କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହି ଚିତ୍ରଟି କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ତାହା ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ । ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟି ଏକ ବୃତ୍ତର ଚିତ୍ର । 'O' ବିନ୍ଦୁ ବୃତ୍ତର **କେନ୍ଦ୍ର (centre)** ଅଟେ । $\overline{OX}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୃତ୍ତର **ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (Radius)** । କେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟଦେଇ ବୃତ୍ତର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ **ବ୍ୟାସ (diameter)** କୁହାଯାଏ ।



[ଚିତ୍ର 5.2]

ଚିତ୍ର 5.2ରେ $\overline{XY}$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଅଟେ । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ବ୍ୟାସ = XO + OY = 2 × OX = 2 ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ **ପରିଧି (circumference)** କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତର ଅର୍ଦ୍ଧକୁ **ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ (semicircle)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରର $\overparen{XPY}$ ଏବଂ $\overparen{XQY}$ ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ । ଏମାନଙ୍କର ମାପକୁ **(semi-circumference)** ଅର୍ଦ୍ଧପରିଧି କୁହାଯାଏ ।

ବୃତ୍ତକୁ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପ ରୂପେ ବିଚାର କରାଯାଇପାରେ । ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରରେ କହିବାକୁ ଗଲେ ଉକ୍ତ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଅର୍ଦ୍ଧପରିଧି କୁହାଯାଏ ।

5.2.1 ବୃତ୍ତର ପରିଧି ପାଇଁ ସୂତ୍ର (Formula for the circumference of a circle) :

କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ଚିତ୍ର ଉପରେ ସୂତା ରଖି ସୂତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ବୃତ୍ତର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ସଂପୃକ୍ତ ପରିଧିକୁ ବ୍ୟାସ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଅର୍ଥାତ୍ ପରିଧି ଓ ବ୍ୟାସର ଆନୁପାତ ସ୍ଥିର କର ।

ଏହାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଜଣାଯିବ ଏହା 3 ଅପେକ୍ଷା ଅଳ୍ପ ଅଧିକ । ପ୍ରାୟ ଏହାର ମାନ 3.1 ଠାରୁ 3.2 ମଧ୍ୟରେ ରହିବ । ଏଥିରୁ ଜଣାଗଲା ଯେ ବୃତ୍ତର ଆକାର ଯାହାହେଲେ ମଧ୍ୟ **ପରିଧି ଓ ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ ସର୍ବଦା ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।** ଏହି ସ୍ଥିର ମାନଟି ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର **π** (ପାଇ) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ । 1761 ଖ୍ରୀ.ଅରେ ଏହା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି **ସୁଇସ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଜୋହାନ୍ ଲାମ୍ବର୍ଟ (Johann Lambert (1728-1777)** ପ୍ରମାଣ କରିଥିଲେ ।

$$\therefore \quad \frac{\text{ବୃତ୍ତର ପରିଧି}}{\text{ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \pi$$

ପରିଧି, ବ୍ୟାସ ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଯଥାକ୍ରମେ c, d ଏବଂ r ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଗଲେ $\frac{c}{d} = \pi$ ହେବ ।

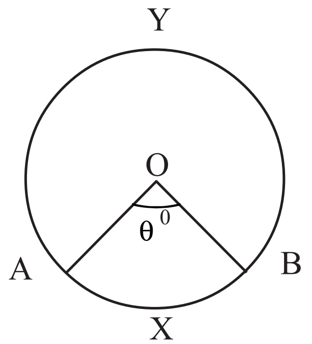
$\therefore\ c = \pi d = 2\pi r$ ଅର୍ଥାତ୍ $\boxed{\text{ବୃତ୍ତର ପରିଧି} = 2\pi \times \text{ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ}}$

π ର ଯୁକ୍ତିସଂଗତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରାୟ ଦୀର୍ଘ 2500 ବର୍ଷ ବ୍ୟାପି ଚେଷ୍ଟା ହୋଇ ଆସୁଅଛି । କେତେକ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କଦ୍ୱାରା ନିର୍ଣ୍ଣିତ **π** ର ଆସନ୍ନମାନ ନବମ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଗଣିତ ପୁସ୍ତକରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେପକାଅ । **π ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।**

ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ବେଳେ π ର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆସନ୍ନମାନ ଦିଆଯାଇ ନଥିଲେ ଏହା $\frac{22}{7}$ ବୋଲି ସାଧାରଣତଃ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଥାଏ। π ର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କେତେକ ମାନ ହେଲା 3.141, $\sqrt{10}$ ଇତ୍ୟାଦି।

5.2.2 ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determining the length of an arc) :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\widehat{AXB}$ ର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ A ଓ Bକୁ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ସହିତ ଯୋଗ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ $\angle AOB$ କୁ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ। ମନେକର ଏହାର ମାପ θ°। ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସାନବଡ଼ ଅନୁସାରେ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ଅଥବା ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସମାନୁପାତିକ ଭାବରେ ହ୍ରାସ ବୃଦ୍ଧି ଘଟିଥାଏ। **(ଚାପ ସଂପୃକ୍ତ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ (degree measure of an arc) କୁହାଯାଏ।)** କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାପକୁ ଡିଗ୍ରୀ, ଗ୍ରେଡ୍ ବା ରେଡ଼ିଆନ୍ ପରିମାପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଥାଏ। ଚିତ୍ରରେ $m\widehat{AXB} = \theta^0$ । ପ୍ରକାଶ ଥାଉକି ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପକୁ 360^0 ବା 360 ନିଆଯିବ।



[ଚିତ୍ର 5.3]

$\because$ କୌଣସି ବୃତ୍ତରେ ଦୁଇଟି ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ, ସେମାନଙ୍କର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ଅନୁପାତ ସହିତ ସମାନ।

$$\therefore \frac{\text{ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ପରିଧି}} = \frac{\text{ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ}}{\text{ବୃତ୍ତର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ}} \Rightarrow \frac{L}{2\pi r} = \frac{\theta}{360^0}$$

(ଯେଉଁ ଠାରେ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L ଏକକ, ପରିଧି = $2\pi r$ ଏକକ ଏବଂ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ = θ^0 ଏବଂ ବୃତ୍ତ ବା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 360^0)

$$\therefore \boxed{L = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r} \text{ ଅଥବା } \boxed{L = \frac{\theta}{180} \times \pi r}$$

ଚିତ୍ର 5.3 ରେ $\widehat{AXB}$ କ୍ଷୁଦ୍ର ଚାପର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ A ଓ B କୁ କେନ୍ଦ୍ର O ସହିତ ଯୋଗ କରାଯାଇଛି । $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ ଏବଂ $\widehat{AXB}$ ର ସଂଯୋଗରେ **ବୃତ୍ତକଳା (Sector)** ଗଠିତ ହୋଇଛି । ଏହାକୁ **OAXB ବୃତ୍ତକଳା** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି OAYB ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା । କ୍ଷୁଦ୍ରଚାପ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ଥିବାରୁ OAXB କୁ **କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳା (Minor Sector)** ଓ ଅନ୍ୟପକ୍ଷରେ OAYB କୁ **ବୃହତ୍ ବୃତ୍ତକଳା (Major Sector)** କୁହାଯାଏ ।

OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା $= OA + OB + \widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= 2 \times OA + \widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ ଏବଂ $\widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L ଏକକ ହୁଏ,

ତେବେ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା = (2r + L) ଏକକ

ଚିତ୍ର 5.3 ରେ OAXB ଓ OAYB ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତକଳା। ସେମାନଙ୍କର ଚାପଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ $\overset{\frown}{AXB}$ ଓ $\overset{\frown}{AYB}$ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ଯଥାକ୍ରମେ θ^0 ଏବଂ $(360^0 - \theta)$।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ ହେଲେ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତର r ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣର ରେଡ଼ିଆନ୍ ପରିମାଣ 1^c । ସୁତରାଂ ଏକ ଚାପର ରେଡିଆନ୍ ପରିମାପ θ^c ହେଲେ

$\theta^c = \dfrac{L}{R}$ । ସୁତରାଂ $L = r\theta$ (θ ରେଡ଼ିଆନ୍)

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ - 1 : ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ - ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $(r) = 21$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ପରିଧି $= 2\pi r = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 21 = 132$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 2 : ଗୋଟିଏ ଶଗଡ଼ ଚକର ଅରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 91 ସେ.ମି. । ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବା ପାଇଁ ଚକଟି 45 ଥର ଘୁରିଲେ ଏହା କେତେ ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ - ଚକ ଅରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $(r) = 91$ ସେ.ମି.

ଚକର ପରିଧି $= 2\pi r = 2 \times \dfrac{22}{7} \times 91 = 572$ ସେ.ମି.

ଅର୍ଥାତ୍ ଚକଟି ଥରେ ଘୁରିଲେ 572 ସେ.ମି. ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ ।

ଚକଟି 45 ଥର ଘୁରିଲେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= 572 \times 45 = 25740$ ସେ.ମି.

$= 257$ ମି. 49 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 3 : 28 ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ଜମିକୁ ବାଡ଼ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କରିବା ପାଇଁ ମିଟର ପ୍ରତି 5.50 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ - ମନେକର ଅର୍ଦ୍ଧ ବୃତ୍ତାକାର ଜମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $(r) = 28$ ମି.

$\therefore$ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ଜମିର ପରିସୀମା $= (\pi r + 2r) = \dfrac{22}{7} \times 28 + 2 \times 28 = 88 + 56 = 144$ ମି.

ମିଟର ପ୍ରତି ବାଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ = 5.50 ଟଙ୍କା

$\therefore$ 144 ମି. ବାଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ = ଟ. $5.50 \times 144 = 792.00$ ଟଙ୍କା (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-4 : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ସମଷ୍ଟି 440 ସେ.ମି. ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର 7 ସେ.ମି. ହେଲେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ :

ମନେକର ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଏବଂ r ସେ.ମି.

$\therefore$ ସେମାନଙ୍କର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ $2\pi R$ ସେ.ମି. ଓ $2\pi r$ ସେ.ମି. ହେବ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $2\pi R + 2\pi r = 440 \Rightarrow 2\pi\ (R + r) = 440$

$$\Rightarrow \frac{44}{7}(R + r) = 440 \Rightarrow R + r = 440 \times \frac{7}{44} = 70 \qquad ....(i)$$

ପୁନଶ୍ଚ, $R - r = 7$ ....(ii)

(i) ଓ (ii)ରୁ $R = \frac{70+7}{2} = \frac{77}{2} \Rightarrow 2R = 2 \times \frac{77}{2} = 77$ ସେ.ମି.

ସେହିପରି $r = \frac{70-7}{2} = \frac{63}{2} \Rightarrow 2r = 2 \times \frac{63}{2} = 63$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସ 77 ସେ.ମି. ଓ 63 ସେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-5 : ଖଣ୍ଡେ ତାରକୁ ବଙ୍କାଇ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଆକୃତି କଲେ ତା'ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 484 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୁଏ। ଉକ୍ତ ତାରକୁ ବଙ୍କାଇ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ତିଆରି କଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 484 ବର୍ଗସେ.ମି.

$\Rightarrow$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{484}$ = 22 ସେ.ମି.

$\therefore$ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = $4 \times 22 = 88$ ସେ.ମି.

ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି. $\Rightarrow$ ପରିଧି = $2\pi r$ ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $2\pi r = \frac{44}{7} r = 88 \Rightarrow r = 88 \times \frac{7}{44} = 14$

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 14 ସେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-6 : କୌଣସି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $20\sqrt{3}$ ସେ.ମି.। ତନ୍ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେବ ?

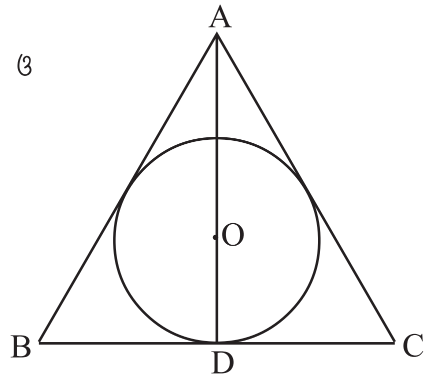
ସମାଧାନ : ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର, ତ୍ରିଭୁଜର ଭରକେନ୍ଦ୍ର ଓ ଲମ୍ବବିନ୍ଦୁ O ଅଭିନ୍ନ ଅଟେ।

ମନେକର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି.

$\because$ O ଭରକେନ୍ଦ୍ର। AD = 3 OD = 3r

ଉଚ୍ଚତା AD = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20\sqrt{3}$ ସେ.ମି. = 30 ସେ.ମି.



[ଚିତ୍ର 5.4]

$\therefore$ AD = 3r = 30 ସେ.ମି. $\Rightarrow$ r = 10 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 10 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-7 : ଗୋଟିଏ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଠାରୁ 7 ସେ.ମି. ଅଧିକ। 44 ମିଟର ବାଟ ଗଲେ ସାନଚକ ବଡ଼ଚକ ଠାରୁ 100 ଥର ଅଧିକ ଘୂରେ। ଚକଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $\left(\pi \simeq \frac{22}{7}\right)$

ସମାଧାନ : ମନେକର ସାନ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି.। ∴ ବଡ଼ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = (r+7) ସେ.ମି.।

∴ ସାନ ଚକ ଓ ବଡ଼ ଚକର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ $2\pi r$ ସେ.ମି. ଓ $2\pi(r+7)$ ସେ.ମି.।

44 ମିଟର ବାଟ ଯିବାପରେ ସାନଚକ ଓ ବଡ଼ଚକର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{8800}{2\pi r}$ ଏବଂ $\frac{8800}{2\pi(r+7)}$ ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $\frac{8800}{2\pi r} - \frac{8800}{2\pi(r+7)} = 100$

$$\Rightarrow \frac{8800}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+7}\right) = 100 \Rightarrow \frac{8800}{2\pi}\left(\frac{7}{r(r+7)}\right) = 100$$

$$\Rightarrow \frac{7}{r^2+7r} = \frac{2\pi}{88} \Rightarrow \frac{7}{r^2+7r} = \frac{1}{14}$$

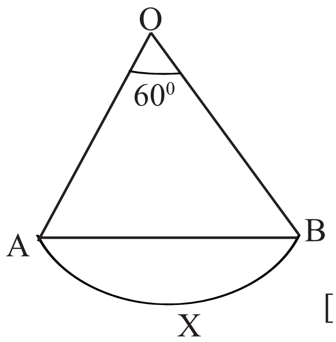
$$\Rightarrow r^2 + 7r - 98 = 0 \Rightarrow (r+14)\ (r-7) = 0$$

$\Rightarrow r = -14$ ବା $r = 7$

∴ ସାନଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 7 ସେ.ମି. ଏବଂ ବଡ଼ ଚକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ

= (7+7) = 14 ସେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-8 : OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0 ଏବଂ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O। AOB ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ଓ ବୃତ୍ତକଳା OAXB ର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $\left(\pi \simeq \sqrt{10}\right)$



[ଚିତ୍ର 5.5]

ସମାଧାନ : ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ଏକକ।

∴ $\widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{60}{180} \times \pi r = \frac{\pi r}{3}$ ଏକକ

$\Rightarrow$ OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା = OA + OB + $\widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $2r + \frac{\pi r}{3} = \left(\frac{\pi+6}{3}\right)r$

AOB ତ୍ରିଭୁଜରେ OA = OB ଏବଂ $m\angle AOB = 60^0$

∴ $m\angle OAB = m\angle OBA = 60^0 \Rightarrow$ AOB ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ।

∴ AOB ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା = 3r ଏକକ।

∴ $\frac{\Delta\, AOB\text{ର ପରିସୀମା}}{OAXB\text{ର ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା}} = \frac{3r}{\left(\frac{\pi+6}{3}\right)r} = \frac{9}{\pi+6} = \frac{9}{\sqrt{10}+6}$ (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(a)

(ବୃତ୍ତର ପରିଧି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

1. (a) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (i) 10 ସେ.ମି., (ii) 2.8 ସେ.ମି., (iii) 14 ସେ.ମି., (iv) 4.2 ସେ.ମି. ହେଲେ ପରିଧି କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

   (b) ବୃତ୍ତର ପରିଧି (i) 34.9 ସେ.ମି., (ii) 1047 ସେ.ମି., (iii) 25.128 ସେ.ମି., (iv) 15.705 ସେ.ମି. ହେଲେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ? $(\pi \simeq 3 \cdot 141)$

2. ଏକ ବୃତ୍ତର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ L, ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r, ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ θ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସମାଧାନ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

   (a) $r = 56$ ସେ.ମି., $\theta = 45^0$ ହେଲେ L କେତେ ?

   (b) $L = 110$ ମି., $\theta = 75^0$ ହେଲେ r କେତେ ?

   (c) $2r = 9$ ଡେ.ମି., $L = 22$ ଡେ.ମି. ହେଲେ θ କେତେ ?

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

   (a) କୌଣସି ଏକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 10.5 ସେ.ମି. ହେଲେ ସେହି ବୃତ୍ତର 11 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ କେତେ ହେବ ?

   (b) 21 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 72^0 ହେଲେ ଚାପଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

   (c) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ହେଲେ ସେହି ବୃତ୍ତର 11 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 10^0 ହେବ ।

   (d) ଏକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଏକକ, ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ y ଏକକ, ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ z ଡିଗ୍ରୀ ହେଲେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ π ମାଧ୍ୟମରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (e) r ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ a ଏକକ ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ a ଏବଂ r ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ବିଷୁବରେଖାଠାରେ ପୃଥିବୀର ବ୍ୟାସ 12530 କି.ମି. ହେଲେ ବିଷୁବ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

5. 44 ମି. ଦୀର୍ଘ ତାରରୁ 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ବୃତ୍ତ ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

6. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ରାସ୍ତାର ବାହାର ଓ ଭିତର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ 396 ଓ 352 ମିଟର ହେଲେ ରାସ୍ତାର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

7. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ଅନ୍ତର 44 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 77 ମିଟର ହେଲେ ପରିଧିଦ୍ୱୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

8. ଦୁଇଟି ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ଅନୁପାତ 3 : 4। ସେମାନଙ୍କର ପରିଧିଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 308 ସେ.ମି. ହେଲେ ବଳୟର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

9. ଗୋଟିଏ ବଳୟ ଆକାରର ରାସ୍ତାର ବାହାର ଓ ଭିତର ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଯଥାକ୍ରମେ 300 ମିଟର ଓ 200 ମିଟର ହେଲେ, ରାସ୍ତାର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ? $(\pi \simeq \sqrt{10})$

10. 7ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଉପରେ କେତେଥର ଘୂରିଲେ 11 କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

11. ଗୋଟିଏ ସାଇକେଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚକ ମିନିଟ୍‌ରେ ୫0ଥର ଘୂରନ୍ତି। ଚକର ବର୍ହିବ୍ୟାସ 42 ସେ.ମି. ହେଲେ ସାଇକେଲ୍‌ର ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

12. ଗୋଟିଏ ଗାଡ଼ିର ବଡ଼ ଚକ ଓ ସାନ ଚକର ପରିଧିର ଅନୁପାତ 4 : 1; 440ମିଟର ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରିବାରେ ସାନ ଚକ ବଡ଼ ଚକ ଅପେକ୍ଷା 15ଥର ଅଧିକ ଘୂରେ। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚକର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

13. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ଜମିର ସୀମାରେ ବାଡ଼ ଦେବା ଖର୍ଚ୍ଚ ମିଟରକୁ 75 ପଇସା ହିସାବରେ 216 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲେ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ଜମିର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

14. ଗୋଟିଏ ଘୋଡ଼ା ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥରେ ଘୂରିଆସି ସିଧା ଯାଇ କେନ୍ଦ୍ରରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ତାକୁ 10 ମିନିଟ୍ 12 ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ଲାଗିଲା। ସେ କେବଳ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଘୂରିଥିଲେ ତାକୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିଥାନ୍ତା ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

15. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଉପରେ ଥରେ ଭ୍ରମଣ କରିବାକୁ ଯେତେ ସମୟଲାଗେ ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସ ପରିମିତ ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ 45 ସେକେଣ୍ଡ କମ୍ ଲାଗେ। ଯଦି ଲୋକଟିର ବେଗ ଏକ ମିନିଟ୍‌ରେ ୫0 ମିଟର ହୁଏ ତେବେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

16. ଖଣ୍ଡେ ତାରକୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି କଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $1936\sqrt{3}$ ବ.ମି.ହୁଏ। ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ସହ ସମାନ ପରିଧି ଥିବା ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସ କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

17. 20 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କେତେ ହେବ ? $(\pi \simeq 3{\cdot}14)$

18. 42 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିଲିଖିତ ଓ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

19. (a) 21 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା 64 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସ୍ଥିର କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(b) ଏକ ବୃତ୍ତରେ ଯେଉଁ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 40^0, ସେହି ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା 26.98 ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ? $(\pi \simeq 3{\cdot}14)$

20. କୌଣସି ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ 90^0 । ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq 3.1416)$

21. କୌଣସି ଏକ ବୃତ୍ତର ଏକ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 40^0 ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତର ସମ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0 ହେଲେ ଉଭୟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

22. ଗୋଟିଏ ଘଣ୍ଟାର ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟାର ଅଗ୍ରଭାଗ 5 ମିନିଟ୍‌ରେ $7\frac{1}{3}$ ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରେ। ମିନିଟ୍ କଣ୍ଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

23. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ତିନିଗୁଣ। ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତର 10 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 30^0 ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତର ପରିଧି କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

24. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 6.282 ହେଲେ ଓ ଏହା ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? $(\pi \simeq 3{\cdot}141)$

25. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0। ଏହାର ଦୁଇ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଚାପକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରି ଏକ ବୃତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ। ପ୍ରମାଣ କରଯେ, ଏହି ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ 11:16। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

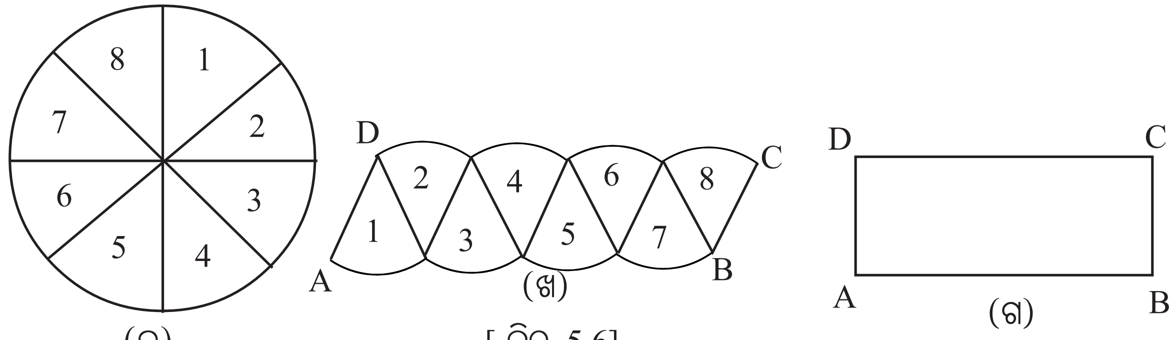
5.3 ବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତକଳା ଓ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area of a circle, sector and a segment) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରର ମାପକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ ଯାହା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା । ପୂର୍ବରୁ, ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥା- ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚତା ଦୁଇଟିର ମାପ, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଦୁଇଟିର ମାପ ଆବଶ୍ୟକ ବୋଲି ଜାଣିଛ। ବର୍ତ୍ତମାନ ବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା।

5.3.1. ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Determining the area of a circular region) :

ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗକୁ ଏକ **ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର (circular region)** କୁହାଯାଏ। ଏହାର ମାପକୁ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ। ପ୍ରୟୋଗର ସୁବିଧା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ।

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରପରି ମନେକର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକୁ ସମାନ କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ କୋଣ ବିଶିଷ୍ଟ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟକ ଖଣ୍ଡରେ କାଟି ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରପରି ସଜାଇ ABCD କ୍ଷେତ୍ର ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଉ।



[ଚିତ୍ର 5.6]

ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ହେବ। ଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଯେତେ ଅଧିକ ହେବ ଚାପଗୁଡ଼ିକ ସେତେ ସରଳ (straight) ହେବ ଏବଂ ABCD ପ୍ରାୟତଃ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିଣତ ହେବ। ଖଣ୍ଡସଂଖ୍ୟା ଅସୀମ ହେଲେ ABCD କ୍ଷେତ୍ରର ଚରମ ପରିଣତି ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ହେବ। ଏହି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AB ବୃତ୍ତର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି ସହ ଏବଂ ପ୍ରସ୍ଥ AD ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହିତ ସମାନ ହେବ।

$\therefore$ ଉକ୍ତ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AB × AD = ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି × ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।

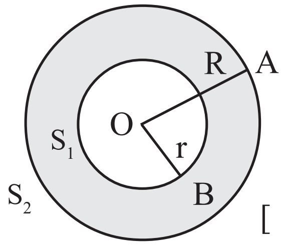
$\therefore$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଅର୍ଦ୍ଧପରିଧି × ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।

ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ A ଏବଂ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ $A = \pi r \cdot r = \pi r^2$

$\therefore$ $A = \pi r^2$ ବର୍ଗ ଏକକ ଅର୍ଥାତ୍ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = π × (ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)^2 ବର୍ଗ ଏକକ

5.3.2. ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area of a circular annulus) :

ଚିତ୍ର 5.7 ରେ S_1 ଓ S_2 ଦୁଇଟି ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତ ଏବଂ O ସେମାନଙ୍କର କେନ୍ଦ୍ର । S_1 ଓ S_2 ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଯଥାକ୍ରମେ r ଏବଂ R ଏକକ, $(R > r)$ । ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ଏକ ବଳୟ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି । ଏହାକୁ **ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟ (Circular annulus)** କୁହାଯାଏ ।



[ଚିତ୍ର 5.7]

ଏଠାରେ ଉକ୍ତ ବଳୟର ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OB = r ଏକକ, ବହିଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OA = R ଏକକ ହିସାବରେ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଏ । ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ (ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର ବର୍ହିଦେଶ ଏବଂ ବହିଃବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ଛେଦ) କ୍ଷେତ୍ରକୁ ବଳୟାକୃତି କ୍ଷେତ୍ର (Annular Region) କୁହାଯାଏ ।

$\therefore$ ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବହିଃ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ - ଅନ୍ତଃ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi\ (R^2 - r^2)$ ବର୍ଗ ଏକକ

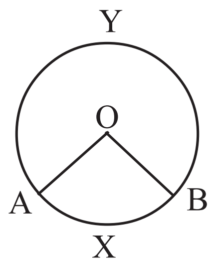
ସୁତରାଂ **ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi\ (R^2 - r^2)$ ବର୍ଗ ଏକକ**

5.3.3. ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area of a sectorial region) :

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର-5.8କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର। ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O'। $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ $\widehat{AXB}$ ଚାପର ସଂଯୋଗରେ ବୃତ୍ତକଳାର ସୃଷ୍ଟି। ଏହାକୁ OAXB ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ। OAYB ମଧ୍ୟ ବୃତ୍ତର ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା।

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ, OAXB ବୃତ୍ତକଳାର ପରିସୀମା

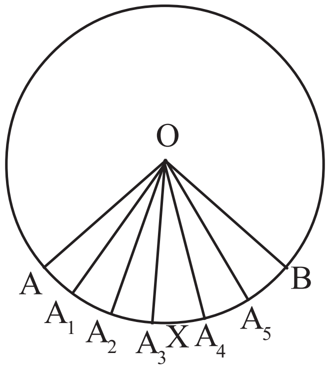
= OA ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ + $\widehat{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ + OB ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ।



[ଚିତ୍ର 5.8]

OAXB ବୃତ୍ତକଳା ଏକ କ୍ଷୁଦ୍ର ଚାପ $\widehat{AXB}$ ସହ ସଂଯୁକ୍ତ ହେଲେ, $\overleftrightarrow{OA}$ ର B-ପାର୍ଶ୍ୱ, $\overleftrightarrow{OB}$ ର A-ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ AXB ବୃତ୍ତର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସାଧାରଣ ଅଂଶକୁ **ବୃତ୍ତକଳାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ** କୁହାଯାଏ। OAXB ବୃତ୍ତକଳା ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ OAXB **ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର (Sectorial Region)** କୁହାଯାଏ। ଏଠାରେ ମନେରଖ ଯେ, **ବୃତ୍ତ ଓ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା।**

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ OAXB ଏକ ବୃତ୍ତକଳା। $\overset{\frown}{AXB}$ ଚାପରେ A_1, A_2, A_3....... ଏହିପରି ଯଥେଷ୍ଟ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ O ବିନ୍ଦୁ ସହିତ ଯୋଗ କରାଯାଉ। ଫଳରେ AOA_1, A_1OA_2........ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳାରେ ପରିଣତ ହେବ। ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିତ୍ର 5.9ରେ ଅଙ୍କିତ ଗୋଟିଏ କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳା AOA_1 କଥା ବିଚାର କରାଯାଉ। $\overline{AA_1}$ ଜ୍ୟା ଅଙ୍କନ କଲେ AOA_1 ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ। (ଚିତ୍ର 5.10 ଦେଖ) ଚାପଟି ଅତି କ୍ଷୁଦ୍ର ହେଲେ $\overline{AA_1}$ ଜ୍ୟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\overset{\frown}{AXA_1}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ପ୍ରାୟ ସମାନ ହେବ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା OD ପ୍ରାୟତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OA ସହିତ ସମାନ ହେବ। ପୁନଶ୍ଚ ବୃତ୍ତକଳା AOA_1ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ΔAOA_1ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ପ୍ରାୟ ସମାନ ହେବ।



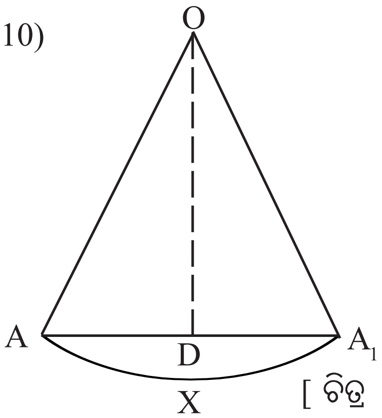
[ଚିତ୍ର 5.9]

$\therefore$ ΔOAA_1 ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} \times AA_1 \times AD$ (ଚିତ୍ର 5.10)

$= \frac{1}{2} \times \overset{\frown}{AA_1}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\times$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $= \frac{1}{2} l_1 r$

(ମନେକର $\overset{\frown}{AXA_1}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= l_1$)

ସେହିପରି OA_1A_2, OA_2A_3....... ଇତ୍ୟାଦି କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳାମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଆସନ୍ନମାନ ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{1}{2} l_2 r$, $\frac{1}{2} l_3 r$............ ଇତ୍ୟାଦି ହେବ।



[ଚିତ୍ର 5.10]

ବର୍ତ୍ତମାନ ସମସ୍ତ କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତକଳାମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି

$$= \frac{1}{2} l_1 r + \frac{1}{2} l_2 r + \frac{1}{2} l_3 r + ... = \frac{1}{2}(l_1 + l_2 + l_3 + ...) r = \frac{1}{2} l r$$

(ଯେଉଁଠାରେ $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= l$ ଏକକ)

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2} l r$ ବର୍ଗ ଏକକ

ଅର୍ଥାତ୍ $\boxed{\text{ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = \frac{1}{2} \times \text{ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ} \times \text{ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ}}$

ପୁନଶ୍ଚ, ଚାପଟିର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ θ^0 ଏବଂ ବୃତ୍ତର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 360^0 ହେଲେ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= \frac{1}{2} l r = \frac{1}{2} . \frac{\theta}{360^0} \times 2\pi r \times r = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 \quad \left(\because l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r\right)$$

$\therefore$ $\boxed{\text{ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = \frac{\theta}{360^0} \times \pi r^2}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\boxed{\text{ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = \frac{\theta}{360^0} \times \text{ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।}}$

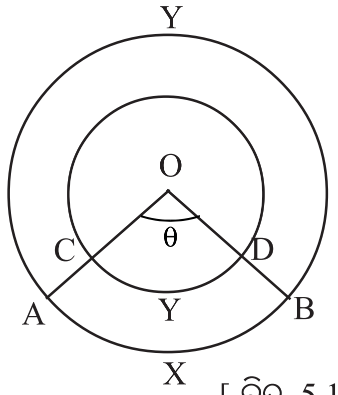
ବି.ଦ୍ର. : ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଅନୁରୂପ ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନରେ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ଭବ।

ମନ୍ତବ୍ୟ : (i) OAXB ବୃତ୍ତକଳାର $\overset{\frown}{AXB}$ ଚାପର ରେଡ଼ିୟାନ୍ ପରିମାପ θ^c, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ $\overset{\frown}{AXB}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ℓ ହେଲେ, $\theta^c = \dfrac{\ell}{r}$ ହେବ। ($\because \pi^c = 180^0$)

(ii) OAXB ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\dfrac{1}{2}\ell r = \dfrac{1}{2}\theta^c r^2$ ($\because \theta^c = \dfrac{\ell}{r}$) ହେବ।

ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର :

ଦୁଇଟି ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର 'O'। OAXB ଏବଂ OCYD ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତକଳା। ସେମାନଙ୍କର ଚାପମାନଙ୍କର ସମାନ ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ (θ) ବିଶିଷ୍ଟ। ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = R ଏକକ ଏବଂ r ଏକକ।



[ଚିତ୍ର 5.11]

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର

= OAXB ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ − OCYD ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= \frac{\theta}{360^0}\cdot \pi R^2 - \frac{\theta}{360}\cdot \pi r^2 = \frac{\theta}{360^0}\,\pi\,(R^2 - r^2)$$

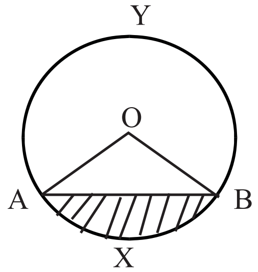
$$= \frac{\theta}{360^0}\cdot \pi (R + r)\,(R - r) = \frac{1}{2}\cdot (R - r)\cdot \left[\frac{\theta}{360}\cdot 2\pi\,(R + r)\right]$$

= $\dfrac{1}{2}$ × ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର × ଚାପଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି କିମ୍ବା,

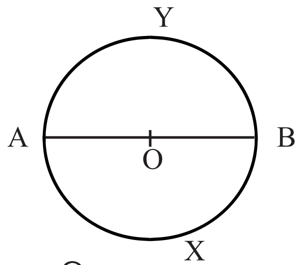
= $\dfrac{1}{2}\cdot \left[\dfrac{\theta}{360}\cdot 2\pi\,(R - r)\right](R + r) = \dfrac{1}{2}$ × ଚାପଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର × ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି।

5.3.4 ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area of a segment) :

ବୃତ୍ତର ଏକ ଜ୍ୟା ଏବଂ ଜ୍ୟା ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଏକ ଚାପର ସଂଯୋଗରେ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ ଗଠିତ ହୁଏ । ଚିତ୍ର 5.12(a) ରେ AXBA ଏକ ବୃତ୍ତ ଖଣ୍ଡ । ଏହା $\overset{\frown}{AXB}$ କ୍ଷୁଦ୍ର ଚାପ ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଥିବାରୁ ଏହାକୁ **କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ (minor segment)** କୁହାଯାଏ, ଏବଂ AYBA କୁ **ବୃହତ୍ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ (major segment)** କୁହାଯାଏ । ଯଦି $\overline{AB}$ ବୃତ୍ତର ଏକ ବ୍ୟାସ ହୁଏ, [ଚିତ୍ର 5.12(b)] ତେବେ $\overset{\frown}{AXB}$ ଏବଂ $\overset{\frown}{AYB}$ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡକୁ **ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତ ଖଣ୍ଡ** କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ **(Area of a segment)** କୁହାଯାଏ ।



[ଚିତ୍ର 5.12 (a)]



[ଚିତ୍ର 5.12 (b)]

ଚିତ୍ର 5.12(a) ରେ AXBA ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= OAXB ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ - ΔOAB ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ବୃହତ୍ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ AYBA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ - କ୍ଷୁଦ୍ର ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ AXBA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

ଉଦାହରଣ - 9: ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 352 ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ? ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ମନେକର ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ମିଟର $\Rightarrow$ ବୃତ୍ତର ପରିଧି = $2\pi r$ ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $2\pi r = 352 \Rightarrow r = \frac{352}{2\pi} = \frac{352 \times 7}{2 \times 22} = 56$ ମି.

ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 56^2 = 9856$ ବ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-10: ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2464 ବ.ଡେକା.ମି. ହେଲେ ଏହାର ବ୍ୟାସ ଓ ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଡେକା.ମି. $\Rightarrow$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = πr^2 ବର୍ଗ ଡେକା.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\pi r^2 = 2464 \Rightarrow r^2 = \frac{2464}{\pi} = \frac{2464 \times 7}{22} = 784$ ବ.ମି.

$\Rightarrow r = \sqrt{784} = 28$

$\therefore$ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ = $2r = 2 \times 28 = 56$ ଡେକା.ମି. ଏବଂ

ବୃତ୍ତର ପରିଧି = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 28 = 176$ ଡେକା.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-11 : 224 ମିଟର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ଘାସ ପଡ଼ିଆ ମଧ୍ୟରେ ତାହାର ବାହାର ସୀମାକୁ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ବଳୟାକାର ପଥ ଅଛି। ପଥଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $2425\frac{1}{2}$ ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ସମୁଦାୟ ଘାସ ପଡ଼ିଆର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = ବାହାର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (R) = $\frac{1}{2} \times 224$ମି = 112ମି.

ମନେକର ଭିତର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ମିଟର

$\therefore$ ପଥଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2) = \frac{22}{7}(112^2 - r^2)$ ବର୍ଗମିଟର

କିନ୍ତୁ ପଥଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2425\frac{1}{2} = \frac{4851}{2}$ ବ.ମି. (ଦତ୍ତ)

$$\therefore \frac{22}{7}(112^2 - r^2) = \frac{4851}{2} \Rightarrow 112^2 - r^2 = \frac{4851}{2} \times \frac{7}{22} = \frac{3087}{4}$$

$\Rightarrow r^2 = 112^2 - \frac{3087}{4} = 12544 - \frac{3087}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{47089}{4}$

$\Rightarrow r = \frac{217}{2} = 108\frac{1}{2} = 108.5$ ମିଟର।

$\therefore$ ପଥଟିର ପ୍ରସ୍ଥ = $R - r = 112 - 108.5 = 3.5$ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-12 : ଗୋଟିଏ ଲୁହାତାର ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 24649 ବର୍ଗ ସେ.ମି.। ଏହାକୁ ବଙ୍କାଇ ବୃତ୍ତରେ ପରିଣତ କଲେ ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ? ($\pi \simeq 3.14$)

ସମାଧାନ : ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 24649 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{24649} = 157$ ସେ.ମି.

ଏହାର ପରିସୀମା = $157 \times 4 = 628$ ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ ବୃତ୍ତର ପରିସୀମା $2\pi r = 628 \Rightarrow r = \frac{628}{2\times 3.14} = 100$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(100)^2 = 3.14 \times (100)^2 = 31400$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-13 : ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ କୌଣସି ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0। ଯଦି ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $r = 21$ ସେ.ମି., ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ $\theta = 60^0$

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\theta}{360^0} \times \pi r^2 = \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21^2$

= 231 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । (ଉତ୍ତର)

ବିକଳ୍ପ ସମାଧାନ : $60^0 = \frac{\pi^C}{3}$, $l = \theta^C \times r = 7\pi$

$\therefore$ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} lr = \frac{1}{2} \times 7\pi \times 21 = 231$ ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-14 : କୌଣସି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 30 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ସେ.ମି.; ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $(r) = 30$ ସେ.ମି., ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $(l) = 18$ ସେ.ମି.

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} lr = \frac{1}{2} \times 18 \times 30$

= 270 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-15 : ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଓ ଏହାର ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 9856 ବ.ସେ.ମି. ଓ 1400 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିରୂପଣ କର। ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଓ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ l।

$\therefore \pi r^2 = 9856 \Rightarrow r^2 = 9856 \times \frac{7}{22} \Rightarrow r = \sqrt{448 \times 7} = 56$ ସେ.ମି.

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1400 ବ.ସେ.ମି. $\Rightarrow \frac{1}{2} lr = 1400$

$\Rightarrow l = \frac{2 \times 1400}{56} = 50$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

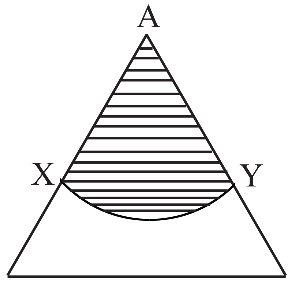
ଉଦାହରଣ-16 : ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 726 ବର୍ଗମିଟର। ଏହାର ଗୋଟିଏ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରେ ଚେନ୍‌ଦ୍ୱାରା ବନ୍ଧା ହୋଇଥିବା ଏକ ଘୋଡ଼ା ତ୍ରିଭୁଜର ଅର୍ଦ୍ଧପରିମାଣ ସ୍ଥାନରେ ଚରିପାରେ। ଚେନ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଆସନ୍ନ ସେ.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଘୋଡ଼ାଟି ଚରିପାରୁଥିବା ଅଂଶକୁ ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ଏହା ଏକ ବୃତ୍ତକଳାକାର କ୍ଷେତ୍ର।

ମନେକର ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ AX = r

$\therefore$ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{\pi}{180} \times 60 \times r = \frac{\pi r}{3}$ ମି.

ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} lr = \frac{1}{2} \times \frac{\pi r}{3} \times r = \frac{\pi r^2}{6}$ ବର୍ଗ ମିଟର



[ଚିତ୍ର 5.13]

ମାତ୍ର ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 726 = 363$ ବ.ମି.

$\therefore \frac{\pi r^2}{6} = 363 \Rightarrow r^2 = \frac{363 \times 6 \times 7}{22} \Rightarrow r = \sqrt{693} = 26$ ମିଟର 23 ସେ.ମି. (ଆସନ୍ନମାନ)

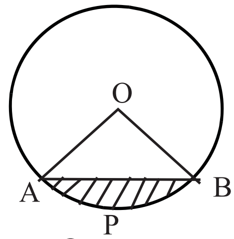
ଉଦାହରଣ - 17 : ଏକ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 28 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରରେ 90^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିରୂପଣ କର ।$(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ଚିତ୍ର 5.14 ରେ APBA ଏକ ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡ ଏବଂ $m\angle AOB = 90^0$ ।

ମନେକର $\overset{\frown}{APB}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = l ଏକକ

ବର୍ତ୍ତମାନ $\overset{\frown}{APB}$ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ $\theta = 90^0$

ଏବଂ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $r = 28$ ସେ.ମି.



[ଚିତ୍ର 5.14]

OAPB ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2 = \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times (28)^2 = 616$ ବ.ସେ.ମି.

OAB ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} .OA.OB = \frac{1}{2} \times 28 \times 28 = 392$ ବ.ସେ.ମି.

$\therefore$ APBA ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = OAPB ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – OAB ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (616 – 392) ବ.ସେ.ମି. = 224 ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(b)

[ଆବଶ୍ୟକସ୍ଥଳେ ($\pi \simeq \frac{22}{7}$) ନେଇ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କର]

1. ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେଉଁ ବୃତ୍ତର

   (i) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 31.5 ମିଟର   (ii) ବ୍ୟାସ 112 ସେ.ମି.

   (iii) ପରିଧି 286 ସେ.ମି.   (iv) ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିଧି 44 ମି.

2. (i) ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 154 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

   (ii) ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 7546 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, ଏହାର ପରିଧି କେତେ ?

3. ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେଉଁ ବୃତ୍ତକଳାର

   (i) ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 120^0, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 28 ସେ.ମି.

   (ii) ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 7546 ବର୍ଗ ମି. ଓ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 105^0।

   (iii) ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର ପରିଧି 396 ମିଟର ଏବଂ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 36 ମିଟର।

   (iv) ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 66 ମିଟର ଏବଂ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 70^0।

4. ବୃତ୍ତକଳାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର

   (i) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1848 ବର୍ଗ ମିଟର ଓ ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 120^0।

   (ii) କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 48.4 ବର୍ଗ ଡେକାମିଟର ଓ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 121 ମିଟର।

5. ବୃତ୍ତକଳାର ସଂପୃକ୍ତ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (i) ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 36 ମିଟର, କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 792 ବର୍ଗ ମିଟର।

   (ii) ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 924 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2464 ବର୍ଗ ସେ.ମି.

   (iii) ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 231 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 22 ମିଟର।

6. ଦୁଇଟି ଏକକେନ୍ଦ୍ରିକ ବୃତ୍ତର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ ସମାନ ହେଲେ ସଂପୃକ୍ତ ବୃତ୍ତକଳାଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର କେତେ ହେବ ଯେତେବେଳେ

   (i) ଚାପ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର 25 ମି. ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 80 ମି.

   (ii) ଚାପ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 50 ସେ.ମି. ଓ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର 24 ସେ.ମି.

7. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ x ବର୍ଗ ଏକକ। ଏହାର

   (i) ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

   (ii) ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

   (iii) ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

8. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଯଥାକ୍ରମେ 42 ସେ.ମି. ଓ 56 ସେ.ମି.। ଅନ୍ୟ ଏକ ତୃତୀୟ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପ୍ରଥମୋକ୍ତ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହିତ ସମାନ ହେଲେ ତୃତୀୟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ସମାନ। ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

10. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେ.ମି.। ଏହାର 9 ଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?

11. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଯେତେ ଏକକ ଏହାଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସେତିକି ବର୍ଗ ଏକକ ହେଲେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?

12. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ C ବର୍ଗ ଏକକ। ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଓ ପରିଲିଖିତ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?

13. ପ୍ରମାଣ କର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ Δ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହିତ ସମାନ ହେଲେ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4\pi}} : 1$ ହେବ।

14. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା 252 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

15. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତର ପରିସୀମା ବ୍ୟାସ ଅପେକ୍ଷା 44 ମିଟର ଅଧିକ ହେଲେ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

16. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତାକାର ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2772 ବର୍ଗ ମିଟର। ଏହି ପଡ଼ିଆକୁ ବାଡ଼ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କରିବାକୁ ହେଲେ ମିଟର ପ୍ରତି 37 ପଇସା ଦରରେ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ?

17. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ରାସ୍ତାର ବାହାର ଓ ଭିତର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସ ଯଥାକ୍ରମେ 56 ସେ.ମି. ଓ 42 ସେ.ମି.। ରାସ୍ତାଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

18. 32 ମିଟର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ବଗିଚା ମଧ୍ୟରେ ତାହାର ସୀମାକୁ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ରାସ୍ତା ନିର୍ମିତ ହୋଇଛି। ରାସ୍ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 352 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ?

19. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ସମଷ୍ଟି 220 ସେ.ମି.। କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର 770 ବର୍ଗ ସେ.ମି। ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

20. ଗୋଟିଏ ଲୁହା ତାରକୁ ବର୍ଗାକୃତି କଲେ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 484 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହୁଏ। ଯଦି ଏହାକୁ ବୃତ୍ତାକୃତି କରାଯାଏ ତେବେ ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ହେବ ?

21. ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ 4 : 5। ଯଦି ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 352 ବର୍ଗ ସେ.ମି ହୁଏ; ଦ୍ୱିତୀୟଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

22. ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $14\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ହେଲେ, ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

23. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 154 ବ.ମି. ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

24. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ତିନିଗୁଣ। ପ୍ରଥମଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

25. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତକଳା ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କୌଣସି କ୍ଷେତ୍ରର ଚାରିପାଖରେ ବାଡ଼ ଦେବା ପାଇଁ ମିଟରକୁ ଟ.1.50 ହିସାବରେ ଟ.75 ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 90^0 ହେଲେ ତାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ?

26. 7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ବୃତ୍ତ ପରସ୍ପରକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି। ବୃତ୍ତମାନଙ୍କର ବହିଃସ୍ଥ ମାତ୍ର ସେମାନଙ୍କଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦଶମିକ ଦୁଇସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

$(\sqrt{3} \simeq 1.73)$, $(\pi \simeq 3.14)$

27. ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 12 ସେ.ମି. ଓ ବହିଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 13 ସେ.ମି. ହୋଇଥିବା ଏକ ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେଲେ ବୃତ୍ତଟିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

28. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଅଙ୍କିତ ଏକ ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପ $\overset{\frown}{AXB}$ ର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ 60^0। ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ ଏବଂ $\overset{\frown}{AXB}$ କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9π ବର୍ଗ ଏକକ ହେଲେ,

(i) ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(ii) OAXB ବୃତ୍ତକଳା ଓ ଏହା ମଧ୍ୟରେ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

29. 8 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତରେ

(i) 8 ସେ.ମି. ପରିମିତ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) $8\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଜ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$(\sqrt{3} \simeq 1.732)(\pi \simeq 3.141)$

30. 20 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ କେନ୍ଦ୍ରରେ 60^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\sqrt{3} \simeq 1.732)(\pi \simeq 3.141)$

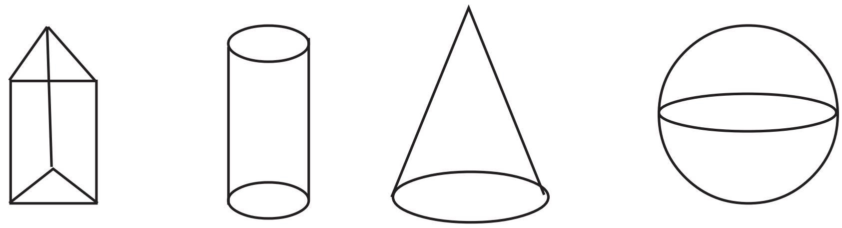
31. 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତରେ କେନ୍ଦ୍ରରେ 120^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ବୃତ୍ତଖଣ୍ଡର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi \simeq 3.141)$ $(\sqrt{3} \simeq 1.732)$

5.4. ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface area of regular solids) :

ଘନ ପଦାର୍ଥ (Solid) :

ପ୍ରତିଦିନ ତୁମେ ବହି, ଇଟା, ପଥରଖଣ୍ଡ, ପେଣ୍ଟୁ, ଲୁହାନଳୀ, ରୋଲ୍‌ବାଡ଼ି ଓ ବାକ୍ସ ଇତ୍ୟାଦି ପଦାର୍ଥମାନଙ୍କ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁଅଛ। ଯେଉଁ ପଦାର୍ଥ ସମତଳ ଭୂମି ପୃଷ୍ଠରେ ଥୋଇଲେ ପଦାର୍ଥଟିର କିଛି ଅଂଶ ଭୂମିକୁ ଲାଗିରହେ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଭାଗଟି ଶୂନ୍ୟ, ବାୟୁ ବା ଜଳ ମଧ୍ୟରେ ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରି ରହେ ସେ ପ୍ରକାର ପଦାର୍ଥକୁ ଘନ ପଦାର୍ଥ (solid) କୁହାଯାଏ। ଏଗୁଡ଼ିକ ତିନି ଦିଗରେ ବିସ୍ତୃତ ହୋଇଥାଏ। ଯଥା : ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ଲମ୍ବା ଦିଗରେ (lengthwise), ପ୍ରସ୍ଥ ବା ଓସାର ଦିଗରେ (Breadthwise), ବେଧ ବା ଉଚ୍ଚତା ଦିଗରେ (Thicknesswise) ବା (Heightwise)। ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ, ଉଚ୍ଚତାକୁ ମାତ୍ରା (Dimension) କୁହାଯାଏ। ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନ ପଦାର୍ଥ ତ୍ରି-ମାତ୍ରିକ (Three dimensional) ଅଟେ।

ସମସ୍ତ ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ଦୁଇ ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ। ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥ (Regular solid) ଏବଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାର ନଥିବା ଘନ ପଦାର୍ଥକୁ ବିଷମଘନ ପଦାର୍ଥ (Irregular solid) କୁହାଯାଏ। ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ତୁମେ ପ୍ରିଜିମ୍, ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍ ଓ ଗୋଲକ ପରି କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ ଘନ ପଦାର୍ଥ ସଂପର୍କରେ ଅବଗତ ହେବ ।



ପ୍ରିଜିମ୍ ସିଲିଣ୍ଡର କୋନ୍ ଗୋଲକ

[ଚିତ୍ର 5.15]

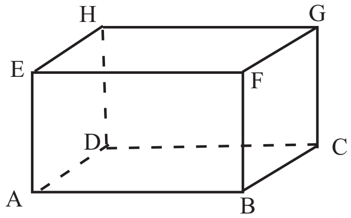
ତଳ ବା ପୃଷ୍ଠ (Surface) :

ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରରେ ତଳ (Surface) ଏକ ସଂଜ୍ଞା ବିହୀନ ପଦ। ଘନ ପଦାର୍ଥର ଉପରିଭାଗକୁ ସ୍ପର୍ଶକରି ତଳ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଧାରଣା କରିହୁଏ। ତଳ ବା ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱାରା ଘନ ପଦାର୍ଥଟିର ଆକୃତି ଜଣାଯାଇଥାଏ। ତଳ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଯଥା : ସମତଳ (plane surface) ଓ ବକ୍ରତଳ (curved surface)। ଇଟା, ବାକ୍ସ ଇତ୍ୟାଦି ଘନ ପଦାର୍ଥଗୁଡ଼ିକରେ କେବଳ ସମତଳପୃଷ୍ଠ, ରାସ୍ତା ତିଆରି ରୋଲର୍, ଫୁଙ୍କନଳ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଉଭୟ ସମତଳ ଓ ବକ୍ରତଳପୃଷ୍ଠ ଏବଂ ଫୁଟବଲ୍‌ରେ କେବଳ ବକ୍ରତଳପୃଷ୍ଠ ଥାଏ।

ଯେଉଁ ତଳରେ ଚିହ୍ନିତ ଦୁଇଗୋଟି ବିନ୍ଦୁର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ସେହି ତଳ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି ସେହି ତଳକୁ ସମତଳ କୁହାଯାଏ। ପୁନଶ୍ଚ ବହି, କାଗଜ ଓ ବାକ୍ସର ପୃଷ୍ଠ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖି ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ କିପରି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠକୁ ସମତଳ ଉପରେ ରଖିଲେ ଉଭୟ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ମିଶି ଯାଉଛନ୍ତି। ମାତ୍ର ବଲ୍‌ଟିଏ ନେଇ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖିଲେ ବଲ୍‌ର ଏକମାତ୍ର ବିନ୍ଦୁ ଟେବୁଲ୍‌କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି ଏବଂ

ଚକ୍‌ଖଡ଼ି ଖଣ୍ଡଟିଏ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖିଲେ ଏହା ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖାରେ ଟେବୁଲ୍ ପୃଷ୍ଠକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି। ତେଣୁ ବଲ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଏବଂ ଚକ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଅଟେ। କିନ୍ତୁ ଚକ୍‌ଖଣ୍ଡର ଦୁଇମୁଣ୍ଡ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ରଖିଲେ ଏହାର ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଟେବୁଲ୍‌ର ତଳକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି। ତେଣୁ ଚକ୍‌ଖଣ୍ଡର ଦୁଇମୁଣ୍ଡ ସମତଳ ଅଟେ।

ସୀମାବଦ୍ଧ ତଳକୁ କ୍ଷେତ୍ର (Region) ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରର ମାପକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area)କୁହାଯାଏ। ଘନ ପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟିର ମାପ ଆବଶ୍ୟକ। ଯେହେତୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦ୍ୱି-ମାତ୍ରିକ (Two dimensional) ରାଶି ଅଟେ।



[ଚିତ୍ର 5.16]

ସମତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ତଥ୍ୟ :

(a) ଦୁଇଟି ସମତଳର କୌଣସି ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ନ ଥିଲେ, ସେମାନଙ୍କୁ ସମାନ୍ତର ସମତଳ କୁହାଯାଏ ।
ଚିତ୍ର 5.16 ରେ ABCD ଓ EFGH ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସମତଳ ।

(b) ଦୁଇଟି ସମତଳ ପରସ୍ପରକୁ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । (ଚିତ୍ର 5.16 ରେ ABCD ଓ BCGF ତଳ ଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{BC}$ ରେଖାରେ ଛେଦ କରନ୍ତି)

(c) କୌଣସି ସମତଳ E ର ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ରେଖା (*l*) (ରଶ୍ମି ବା ରେଖାଖଣ୍ଡ) P ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ସମତଳ E ଉପରିସ୍ଥ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସମସ୍ତ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ, ସେହି ରେଖା (*l*)କୁ ସମତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ କୁହାଯାଏ ।

(d) ଚିତ୍ର 5.16 ରେ FB ରେଖା ABCD ସମତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

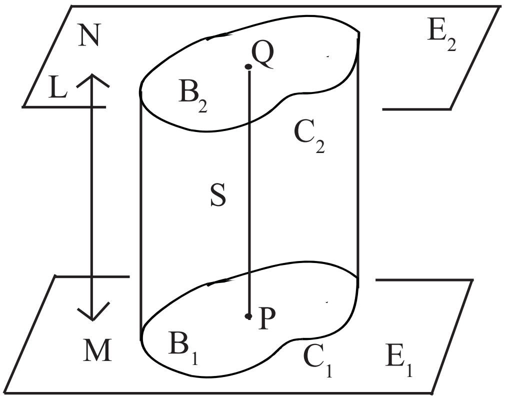
5.4.1 କେତେକ ଘନ ପଦାର୍ଥର ସୃଷ୍ଟିର ସଂଜ୍ଞା :

ପ୍ରିଜିମ୍ ଓ ସିଲିଣ୍ଡର ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାର ଘନ ପଦାର୍ଥ । ଏଗୁଡ଼ିକର ଗଠନର ସଂଜ୍ଞା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସମ୍ୟକ ଧାରଣା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଚିତ୍ର 5.17 ରେ E_1 ଏବଂ E_2 ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସମତଳ । L ସରଳରେଖା E_1 କୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି । C_1, E_1 ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ସରଳ ଆବଦ୍ଧବକ୍ର (Simple Closed Curve) (ବକ୍ରରେଖା ନିଜକୁ ଛେଦ କରୁ ନଥିଲେ ତାହାକୁ ସରଳବକ୍ର କୁହାଯାଏ । ବକ୍ରଟିର ଆଦ୍ୟ ଓ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ ହେଲେ ଚକ୍ରଟିକୁ ଆବଦ୍ଧବକ୍ର କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତ ଏକ ସରଳ ଆବଦ୍ଧବକ୍ରର ଉଦାହରଣ ।) P, C_1 ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର B_1 (C_1 ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶର ସଂଯୋଗ) ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଉ । P ମଧ୍ୟଦେଇ L ସହିତ ସମାନ୍ତର ରେଖା E_2 କୁ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ ଆମେ $\overline{PQ}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ପାଇବା । ଏହିପରି B_1 ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ ମିଳୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକର ସେଟ୍ S କୁ ଏକ **ସିଲିଣ୍ଡର** କୁହାଯାଏ ।

ସିଲିଣ୍ଡର S ଓ ସମତଳ E_2 ର ଛେଦାଂଶ C_2 ବକ୍ର ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର B_2 ହେବ । ଉଚ୍ଚତର ଗଣିତ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହା ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇ ପାରେ ଯେ C_1 ଓ C_2 ବକ୍ରଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ (Congruant) ହେବେ ଏବଂ B_1 ଓ B_2 ଉଭୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ C_1, ଏକ ବୃତ୍ତ କିମ୍ବା ତ୍ରିଭୁଜ ହେଲେ B_1 ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର କିମ୍ବା ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ହେବ ଏବଂ C_2 ମଧ୍ୟ ଅନୁରୂପ ବୃତ୍ତ ବା ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ ଏବଂ B_2 ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତାକାରକ୍ଷେତ୍ର ବା ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ହେବ ।

B_1 (କିମ୍ବା B_2) ସେଟ୍‌କୁ ସିଲିଣ୍ଡରର S ର **ଭୂମି ବା ଆଧାର** (Base) କୁହାଯାଏ । M ବିନ୍ଦୁ C_1 ଉପରିସ୍ଥ ଏବଂ N ବିନ୍ଦୁ C_2 ଉପରିସ୍ଥ । $\overline{MN}$, L ସହିତ ସମାନ୍ତର ହେଲେ $\overline{MN}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଏକ **ଜେନେରେଟର (Generator) ବା ଜନକରେଖା** କୁହାଯାଏ । C_1 କୁ ସିଲିଣ୍ଡରର **ଡାଇରେକ୍‌ଟ୍ରିକ୍‌ସ (Directrix)** ବା **ନିୟାମକ ରେଖା କୁହାଯାଏ** । C_1 ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କିତ ସମସ୍ତ ଜେନେରେଟର ଗୁଡ଼ିକର ସଂଯୋଗରେ ସିଲିଣ୍ଡରର **ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ** ବା **ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳ (Curved surface or Lateral surface)** ଗଠିତ ହୁଏ । ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ଦୁଇ ଆଧାରର ସଂଯୋଗରେ ସିଲିଣ୍ଡରର **ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ (Total curved surface)** ଗଠିତ ହୁଏ । ଚିତ୍ର 5.16 ରେ ABCD ଓ EFGH ଆୟତାଘନାକାର ସିଲିଣ୍ଡରର ଦୁଇ ଆଧାର । ABFE, BCGF, CDHG ଏବଂ DAEH ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ସଂଯୋଗ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ସିଲିଣ୍ଡରର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳ । (ପ୍ରଶ୍ନ : ଏଠାରେ C_1 କାହାକୁ କହିବା ?)



[ଚିତ୍ର 5.17]

ଚିତ୍ର 5.17ରେ (i) **B_1 ଯେକୌଣସି ବହୁଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ S କୁ ପ୍ରିଜିମ୍ (Prism)** କୁହାଯାଏ ଏବଂ L ରେଖା E_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ S କୁ ଏକ **ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ (Right Prism)** କୁହାଯାଏ ।

(ii) **B_1 ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ S ଏକ ସମାନ୍ତର ଘନ (Parallelopiped) ହେବ । ଆୟତଘନ (Cuboid)** ଏବଂ **ସମଘନ (Cube)** ଉଭୟେ ଏକ ବିଶେଷ ପ୍ରକାରର ସମାନ୍ତର ଘନ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ L ରେଖା E_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ, ଅଧିକନ୍ତୁ ସମଘନ ପରିସ୍ଥିତିରେ PQ ସହ B_1 ର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

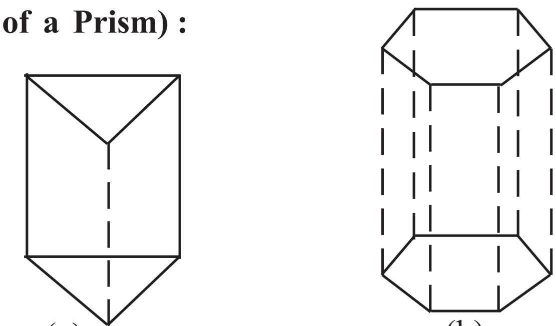
(iii) B_1 ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ହେଲେ S ଏକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର (circular cylinder) ଏବଂ L ରେଖା E_1 ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ S ଏକ ସରଳ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର (Right circular cylinder) ହେବ । ପ୍ରିଜିମ୍, ଆୟତ ଘନ, ସମଘନ, ସିଲିଣ୍ଡର ଏହି ଘନପଦାର୍ଥ ଗୁଡ଼ିକର ଗଠନ ଓ ପରିସ୍ଥିତିର ସାଦୃଶ୍ୟ ଯୋଗୁଁ ଏମାନେ ଏକ ପରିବାର ଭୁକ୍ତ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଏମାନଙ୍କର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳ (ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ), ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ସୂତ୍ରାବଳୀ ଏକାପରି । ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ନିମନ୍ତେ ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରାବଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ –

(a) ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ (ବକ୍ର ତଳ)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା
(b) ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ
(c) ଆୟତନ = ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

5.5 ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area of a Prism) :

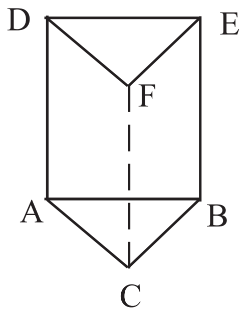
ପ୍ରିଜିମ୍ ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପରିବେଷ୍ଟିତ ଏକ ଘନପଦାର୍ଥ। ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତସମତଳ ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ ସର୍ବସମ ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର।

ଏହାର ପ୍ରାନ୍ତ ସମତଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଗୋଟିକ ଉପରେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ ହୁଏ ତାହାକୁ ଭୂମି


(a) [ଚିତ୍ର 5.18] (b)

ବା ଆଧାର (Base) କୁହାଯାଏ। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ, ଷଡ଼ଭୁଜ, ଦଶଭୁଜାକାର ଇତ୍ୟାଦି ଯେକୌଣସି ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ହୋଇଥାଏ। ଭୂମିର ବିପରୀତ ସମତଳଟିକୁ ଶୀର୍ଷ ସମତଳ କୁହାଯାଏ। ଭୂମିର ଆକାର ଅନୁସାରେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ନାମକରଣ କରାଯାଏ। ଯଥା- ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍, ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍, ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍ ଇତ୍ୟାଦି। ପ୍ରାନ୍ତୀୟ ତଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଲମ୍ବୀୟ ଦୂରତା (Perpendicular distance) କୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା (height or altitude) କୁହାଯାଏ।

ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷତଳ ବ୍ୟତୀତ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଅନ୍ୟ ସମତଳମାନଙ୍କୁ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳ କିମ୍ବା ପାର୍ଶ୍ୱତଳ (lateral surface) କୁହାଯାଏ। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ। ଅର୍ଥାତ୍ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ତିନିଗୋଟି, ଚତୁର୍ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଚାରିଗୋଟି, ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଛଅଗୋଟି ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ଥାଏ, ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ବା ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ହୋଇଥାନ୍ତି। ଯେଉଁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅର୍ଥାତ୍ ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକର ବାହୁ, ଭୂମି ଏବଂ ଶୀର୍ଷତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ତାହାକୁ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ (Right Prism) କୁହାଯାଏ। ଯେଉଁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ଗୁଡ଼ିକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଅର୍ଥାତ୍ ପାର୍ଶ୍ୱତଳର ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାନ୍ତ ସମତଳ ଉପରେ ତୀର୍ଯ୍ୟକ୍ ଭାବେ ଦଣ୍ଡାୟମାନ ସେ ପ୍ରକାର ପ୍ରିଜିମ୍‌କୁ **ତୀର୍ଯ୍ୟକ୍ ପ୍ରିଜିମ୍** କୁହାଯାଏ। ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ ତୁମର ପାଠ୍ୟ ଅନ୍ତର୍ଗତ ହୋଇଥିବାରୁ ଏତଦ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି।



[ଚିତ୍ର 5.19]

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଚିତ୍ର-5.19କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର। ଏହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍। ଯାହାର ଭୂମି ଓ ଶୀର୍ଷତଳଦ୍ୱୟ ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଓ ପାର୍ଶ୍ୱତଳ ତ୍ରୟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର। ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଓ ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ।

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା $AD = BE = CF = h$ ଏକକ।

ଭୂମି ΔABCର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $BC = a$ ଏକକ, $AC = b$ ଏକକ ଏବଂ $AB = c$ ଏକକ

BCFE ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $BC \cdot CF = ah$ ବର୍ଗ ଏକକ

ACFD ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $AC \cdot AD = bh$ ବର୍ଗ ଏକକ

ABED ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $AB \cdot BE = ch$ ବର୍ଗ ଏକକ

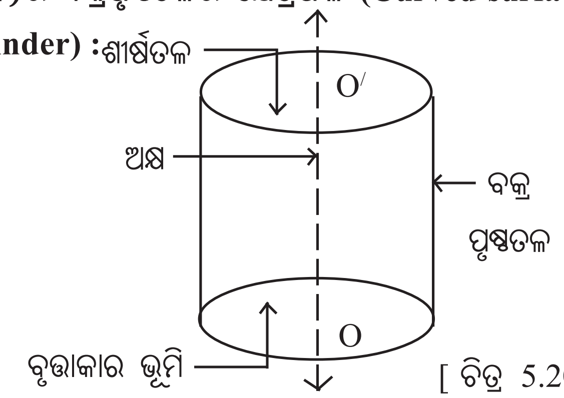
$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମଷ୍ଟି = $(ah + bh + ch) = (a+b+c)h$ ବର୍ଗ ଏକକ।

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା $\times$ ଉଚ୍ଚତା

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = (BCFE ପାର୍ଶ୍ୱତଳ + ACFD ପାର୍ଶ୍ୱତଳ + ABED ପାର୍ଶ୍ୱତଳ)ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 $\times$ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

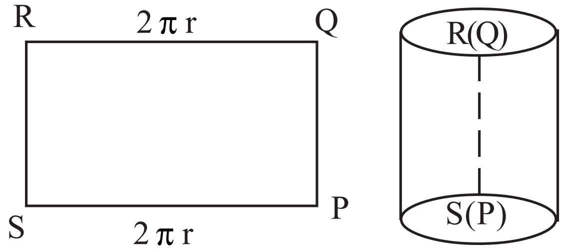
5.6. ବୃତ୍ତଭୂମିକ ନିଦା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର (ସମବର୍ତ୍ତୁଳ)ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Curved surface area of a right circular solid cylinder) :



[ଚିତ୍ର 5.20]

ରୁଲ୍‌ବାଡ଼ି, କଟା ହୋଇ ନଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଇତ୍ୟାଦି ଘନ ପଦାର୍ଥଗୁଡ଼ିକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତିର ଅଟନ୍ତି। ଏଗୁଡ଼ିକ ପରୀକ୍ଷା କଲେ ଦେଖିବ ଯେ, ଏ ପ୍ରକାର ଘନ ପଦାର୍ଥର ତିନିଗୋଟି ତଳ ଅଛି। ତିନିଗୋଟି ତଳ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଗୋଟି ସମତଳ (plane surface) ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ବକ୍ରତଳ (curved surface), ଏହି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠଦ୍ୱୟ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଏମାନେ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର। ଏହି ତଳଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଯାହା ଉପରେ ସିଲିଣ୍ଡରଟି ଦଣ୍ଡାୟମାନ ତାକୁ ଭୂମି (Base) ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ ଶୀର୍ଷତଳ କୁହାଯାଏ। ଦୁଇ ବୃତ୍ତାକାର ତଳର କେନ୍ଦ୍ରଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ସରଳରେଖାକୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଅକ୍ଷ (Axis) କୁହାଯାଏ। କେନ୍ଦ୍ରଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା OO'କୁ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା (Height) କୁହାଯାଏ। ଅକ୍ଷ, ଉଭୟ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ତଳ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି। ତେଣୁ ଏ ପ୍ରକାର ସିଲିଣ୍ଡରଗୁଡ଼ିକୁ **ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡର (Right circular cylinder)** କୁହାଯାଏ।

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ PQRS ଏକ ମୋଟା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରାକୃତି କାଗଜ। ଏହାକୁ ଗୁଡ଼େଇ PQ ଓ SR ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଯୋଗ କଲେ ଏହା ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରପରି ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ସୃଷ୍ଟି କରିବ।



[ଚିତ୍ର 5.21]

$\therefore$ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= PQRS ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $PS \times PQ$= ସିଲିଣ୍ଡରର ଆଧାରର ପରିଧି × ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା

ସିଲିଣ୍ଡର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏକକ, ଉଚ୍ଚତା h ଏକକ ହେଲେ

| ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$ ବର୍ଗ ଏକକ |

ନିଦା ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

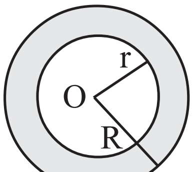
= ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r\,(h + r)$

$\therefore$ | ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi r\,(h + r)$ ବର୍ଗ ଏକକ। |

5.7. ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟଭୂମିକ ଫମ୍ପା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface area of a right annular circular cylinder.)

ରବରନଳୀ, ଲୁହା ପାଇପ୍ ଇତ୍ୟାଦି ମଝି ଫମ୍ପାଥିବା ଘନ ପଦାର୍ଥ ଏହି ଶ୍ରେଣୀର ଅଟନ୍ତି। ଏଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରସ୍ଥଚ୍ଛେଦ ବୃତ୍ତୀୟ ବଳୟ (Circular Annulus) ଅଟେ।

ଏଥିରେ ଦୁଇଟି ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଥାଏ। ଅନ୍ତଃ ବକ୍ର-ପୃଷ୍ଠତଳର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ବହିଃ ବକ୍ରତଳର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର କାନ୍ଥର ମୋଟେଇ t ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ। ଯେଉଁଠାରେ $t = (R - r)$ ଏକକ।



[ଚିତ୍ର 5.22]

ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସ ତୁଳନାରେ ଉଚ୍ଚତା ଅତ୍ୟଧିକ ହୋଇଥିଲେ ଉଚ୍ଚତା ଶବ୍ଦ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥାଏ। ବିଶେଷତଃ ନଳଗୁଡ଼ିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ।

ଘନ ପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳ (ବକ୍ରତଳର) ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି ହେଲା,

| ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବକ୍ରତଳର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା। |

ଏହାର ଦୁଇଟି ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳ ମଧ୍ୟରୁ

ବହିଃପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi Rh$ ଏବଂ ଅନ୍ତଃପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$

∴ | ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)h$ ବର୍ଗ ଏକକ। |

ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

∵ ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2)$

∴ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)\ h+2\pi(R^2-r^2)$

$= 2\pi(R+r)h + 2\pi(R+r)\ (R-r) = 2\pi(R+r)\ (h+R-r) = 2\pi(R+r)\ (h+t)$

ଯେଉଁଠାରେ (ବେଧ) (t) = R – r

| ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)\ (h+t)$ ବର୍ଗ ଏକକ। |

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ (ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ) :

ଉଦାହରଣ-1: 15 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ତ୍ରିଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି ଓ 5 ସେ.ମି.

∴ ଭୂମିର ଅନ୍ୟ ବାହୁଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା

$= (5 + 12 + 13) \times 15 = 30 \times 15 = 450$ ବ.ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (450 + 2 × 30) ବ.ସେ.ମି. = 510 ବ.ସେ.ମି। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-2 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1368 ବ.ସେ.ମି. ଏବଂ ଭୂମିର ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 10 ସେ.ମି., 17 ସେ.ମି. ଓ 21 ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଭୂମିର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 10 ସେ.ମି., 17 ସେ.ମି. ଓ 21 ସେ.ମି.।

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ପରିସୀମା = 2s = (10+17+21) = 48 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{24(24-10)(24-17)(24-21)}$

$= \sqrt{24\times14\times7\times3} = 84$ ବ.ସେ.ମି.

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = h ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= (48 \times h + 2 \times 84) = (48h + 168)$

କିନ୍ତୁ ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1368 ବ.ସେ.ମି.

$\Rightarrow 48h + 168 = 1368 \Rightarrow 48h = 1368 - 168 = 1200$

$\therefore h = \frac{1200}{48} = 25$ ସେ.ମି.$\Rightarrow$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଉଚ୍ଚତା = 25 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-3 : 24 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର। ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 864 ବ.ମି.। ଉକ୍ତ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ମି. ହେଲେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରଟିର ବାହୁସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରର ବାହୁସଂଖ୍ୟା n ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ମି.

$\Rightarrow$ ପରିସୀମା = ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା = 6n ମି.।

କିନ୍ତୁ ଆଧାରର ପରିସୀମା = $\dfrac{\text{ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}} = \dfrac{864}{24} = 36$ ମି.

$\Rightarrow 6n = 36 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow$ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜର ବାହୁସଂଖ୍ୟା 6

$\therefore$ ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜ। (ଉତ୍ତର)

ସିଲିଣ୍ଡରର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-4 : ଏକ ନିଦା ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 7 ଡେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 25 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) = 7 ଡେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା (h) = 25 ଡେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = $2\pi rh$ ବ.ଡ଼େ.ମି.

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 1100$ ବ.ଡ଼େ.ମି.

ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = 154$ ବ.ଡ଼େ.ମି.

$\therefore$ ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= (1100 + 154 \times 2) = (1100 + 308) = 1408$ ବ.ଡ଼େ.ମି.।

$\therefore$ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ 1100 ବ.ଡ଼େ.ମି., 1408 ବ.ଡେ.ମି. ଅଟେ। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-5 : ଗୋଟିଏ ଲୁହାନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 84 ସେ.ମି.। ଏହାର ବେଧ 2 ସେ.ମି.। ଭୂମିର ବହିଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 8 ସେ.ମି ହେଲେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ଲୁହାନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (h) = 84 ସେ.ମି., ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (R) = 8 ସେ.ମି. ଏବଂ

ବେଧ (t) = 2 ସେ.ମି. $\Rightarrow$ ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (r) = 8 – 2 = 6 ସେ.ମି.

ଲୁହାନଳର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi(R+r)(h+t)$ ବ.ସେ.ମି.

$= 2 \times \frac{22}{7}(8 + 6)(84 + 2) = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 86 = 7568$ ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-6 : ଗୋଟିଏ ଲୁହାନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 100 ସେ.ମି. ଏବଂ ଲୁହାର ବେଧ 4 ସେ.ମି.। ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9152 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ଲୁହାନଳର ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = R ସେ.ମି. ଏବଂ ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି.।

$\therefore$ ବେଧ (t) = (R–r) = 4 ସେ.ମି. ....(i)

ଉଚ୍ଚତା (h) = 100 ସେ.ମି. ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 9152 ବ.ସେ.ମି.।

$\Rightarrow 2\pi(R + r)(h + t) = 9152 \Rightarrow 2 \times \frac{22}{7}(R+r)(100 + 4) = 9152$

$\Rightarrow R + r = \frac{9152 \times 7}{2 \times 22 \times 104} = 14$ ....(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ $2R = 18 \Rightarrow R = 9$ ସେ.ମି.

$\therefore r = 14 - 9 = 5$ ସେ.ମି.।

$\therefore$ ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 9 ସେ.ମି. ଏବଂ ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 5 ସେ.ମି (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(c)

(ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

1. ଏକ ସରଳ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ a, b, c, ଉଚ୍ଚତା h, ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ L, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ W ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ସମାଧାନ କର।
   (a) $a = 10$ ସେ.ମି., $b = 6$ ସେ.ମି., $c = 8$ ସେ.ମି., $h = 20$ ସେ.ମି. ହେଲେ, L ଓ W ସ୍ଥିର କର।
   (b) $a = 5$ ମି., $b = 5$ ମି., $c = 6$ ମି., $h = 8$ ମି.ହେଲେ, L ଓ W ସ୍ଥିର କର।
   (c) $a = b = 15$ ମି., $c = 24$ ମି., $h = 18$ ମି. ହେଲେ, L ଓ W ସ୍ଥିର କର।
2. ଗୋଟିଏ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା h, ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ L ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ W ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର।
   (a) ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 40 ମି., $h = 50$ ମି., L ଓ W କେତେ ? ($\sqrt{2} \simeq 1.414$)
   (b) ସୁଷମ ଷଡ଼ଭୁଜାକାର ଆଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଭୂମିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ଡେ.ମି., $h = 20$ ଡେ.ମି. ହେଲେ, L ଓ W କେତେ ? ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)
   (c) ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ସେ.ମି., $h = 25$ ସେ.ମି. ହେଲେ, L ଓ W କେତେ ? ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)
3. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି., 14 ସେ.ମି. ଓ 15 ସେ.ମି.। ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 840 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ଉଚ୍ଚତା ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
4. ଗୋଟିଏ ଖୁଣ୍ଟ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍। ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକୁ କାଗଜ ମଡ଼ାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 15 ପଇସା ହିସାବରେ ଟ.18.90 ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ଖୁଣ୍ଟଟିର ଉଚ୍ଚତା $8\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? ($\sqrt{3} \simeq 1\frac{3}{4}$)
5. 18 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ମି., 16 ମି. ଓ 20 ମି. ହେଲେ, ପ୍ରିଜିମ୍‌ଟିର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
6. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2100 ବ.ସେ.ମି ଓ ଉଚ୍ଚତା 30 ସେ.ମି.। ଏହାର ଆଧାର ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 29 ସେ.ମି.। ଆଧାରର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
7. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ସେ.ମି. ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 13 ସେ.ମି. । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 20 ସେ.ମି. ହେଲେ, ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
8. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । ଯାହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 50 ସେ.ମି., ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 1.2 ମି. ହେଲେ, ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)

9. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 13 ସେ.ମି., 14 ସେ.ମି. ଓ 15 ସେ.ମି. । ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1050 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ କାଠବାଡ଼ି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍ । ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱତଳଗୁଡ଼ିକୁ କାଗଜ ମଡ଼ାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରତି ବର୍ଗ ସେ.ମି.କୁ 15 ପଇସା ହିସାବରେ ଟ. 18.90 ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା । କାଠବାଡ଼ିଟିର ଉଚ୍ଚତା $8\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଭୂମିର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? ($\sqrt{3} \cong 1\frac{3}{4}$)

(ସିଲିଣ୍ଡରର ପୃଷ୍ଠତଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

11. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r, ବ୍ୟାସ d ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କର। ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

    (a) d = 16 ସେ.ମି., h = 21 ସେ.ମି. ହେଲେ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

    (b) ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1188 ବ.ମି., d = 18 ମି. ହେଲେ, h କେତେ ?

    (c) ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1386 ବ.ସେ.ମି. ଓ h = 36 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

12. ଗୋଟିଏ ରୋଲର୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1.6 ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା 70 ସେ.ମି.। ଏହା କେତେଥର ଘୂରିଲେ 26.4 ଏୟର୍ ସ୍ଥାନ ସମତଳ କରିପାରିବ ? ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

13. 1540 ବର୍ଗମିଟର ଭୂମିରେ ଗୋଟିଏ ରୋଲର୍ 90ଥର ଗଡ଼ାଇବାକୁ ପଡ଼େ। ରୋଲର୍‌ଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏହାର ବ୍ୟାସ ସହିତ ସମାନ ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

14. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାର ସ୍ତମ୍ଭର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳକୁ ରଙ୍ଗ କରିବାର ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟରକୁ 60 ପଇସା ହିସାବରେ 792 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହେଲା। ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 154 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ? ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

15. ଗୋଟିଏ ଦୁଇପାଖ ଖୋଲା ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5ମି.। ଏହାର ଉଚ୍ଚତା 14ମି. ଏବଂ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 748 ବ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଅନ୍ତଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

16. ଗୋଟିଏ ଲୁହା ନଳ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 84 ସେ.ମି. । ଏହାର ବେଧ 2 ସେ.ମି. । ଭୂମିର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 8 ସେ.ମି. ହେଲେ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

17. ଗୋଟିଏ ଲୁହା ନଳର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 100 ସେ.ମି. ଏବଂ ଲୁହାର ପ୍ରସ୍ଥ 4 ସେ.ମି. । ଏହାର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 9152 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ବହିଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

5.8. ସୁଷମ ଘନ ପଦାର୍ଥର ଆୟତନ (Volume of regular solids) :

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଘନ ପଦାର୍ଥ ବାୟୁରେ, ଜଳରେ ବା ଶୂନ୍ୟରେ କିଛି ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଥାଏ। ଅଧିକୃତ ସ୍ଥାନର ପରିମାପକୁ ଘନ ପଦାର୍ଥର ଆୟତନ ବା ଘନଫଳ (volume) କୁହାଯାଏ।

ଘନ ପଦାର୍ଥର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପଦାର୍ଥର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ତିନିଗୋଟି ମାପ ଆବଶ୍ୟକ। ତେଣୁ ଆୟତନ ଏକ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ (Three dimensional) ରାଶି ଅଟେ।

ପୂର୍ବରୁ ବର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇଛି ଯେ ପ୍ରିଜିମ୍, ଆୟତଘନ, ସମଘନ ଓ ସିଲିଣ୍ଡରର ଗଠନରେ ସାଦୃଶ୍ୟ ଅଛି। ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ।

ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି ହେଲା $\boxed{\text{ଆୟତନ} = \text{ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} \times \text{ଉଚ୍ଚତା}}$

(କ) ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ :

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂତ୍ର ନାହିଁ। କାରଣ ଏହାର ଭୂମି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆକାରର ନୁହେଁ। ତେଣୁ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ ସାଙ୍କେତିକ ସୂତ୍ର ପରିବର୍ତ୍ତେ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟି ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ।

ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

(ଖ) ନିଦା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ :

ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ଏହାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = πr^2 ହେବ ଏବଂ ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $\pi r^2 \times h$

$\therefore$ $\boxed{\text{ନିଦା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ} = \pi r^2 h \text{ ଘନ ଏକକ}}$

(ଗ) ଫମ୍ପା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ :

ଫମ୍ପା ସରଳସିଲିଣ୍ଡରର ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ଏବଂ ଅନ୍ତଃବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା h ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହେଲେ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi(R^2 - r^2)$ ହେବ ଏବଂ ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

= $\pi(R^2 - r^2) \times h$ ହେବ।

$\therefore$ $\boxed{\text{ଫମ୍ପା ସରଳସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ} = \pi(R^2 - r^2)\, h \text{ ଘନ ଏକକ।}}$

ସମାହିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ (ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ) :

ଉଦାହରଣ-7 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି., 13 ସେ.ମି.। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଓ 13 ସେ.ମି. ଏବଂ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି.

$\because$ $13^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ।

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = 30 × 10 = 300 ଘନ ସେ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ = 300 ଘ.ସେ.ମି. ଅଟେ। (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-8 : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 37800 ଘ.ମି. ଏବଂ ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 39ମି., 42ମି. ଓ 45ମି.। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, a ମି., b ମି. ଓ c ମି.।

$\therefore$ a = 39 ମି., b = 42 ମି., c = 45 ମି.

ମନେକର ଭୂମିର ଅର୍ଦ୍ଧ ପରିସୀମା (s) = $\dfrac{39+42+45}{2}$ ମି. = 63 ମି.

ଏହି ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{63(63-39)(63-42)(63-45)} = \sqrt{63\times24\times21\times18}$ = 756 ବ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = $\dfrac{\text{ଆୟତନ}}{\text{ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}} = \dfrac{37800}{756}$ ମି = 50ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = (39+ 42 + 45) × 50

= 126 × 50 = 6300 ବ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 × ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 6300 + 2 × 756 = 7812 ବ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-9 : 10 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 120 ଘ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ($\sqrt{3} \simeq 1.732$)

ସମାଧାନ : ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା = 10 ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ଆୟତନ = 120 ଘ.ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\dfrac{\text{ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}} = \dfrac{120}{10}$ = 12 ବ.ସେ.ମି.

$\because$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ତେଣୁ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ × (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2

$\therefore$ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ (ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)^2 = 12 $\Rightarrow$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{\dfrac{12\times4}{\sqrt{3}}}$ ସେ.ମି.

ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{16\sqrt{3}} = \sqrt{16\times1.732}$ = 5.264 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଭୂମିର ପରିସୀମା = 5.264 × 3 = 15.792 ସେ.ମି.

ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = 15.792 × 10 = 157.92 ବ.ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + 2 ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 157.92 + 2 × 12 = 181.92 ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-10 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନୁପାତ 5 : 12। ଯଦି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 1800 ଘ.ସେ.ମି. ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 900 ବ.ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ ଭୂମିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 5x ସେ.ମି. ଓ 12x ସେ.ମି.।

$\therefore$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\sqrt{(5x)^2+(12x)^2} = \sqrt{25x^2+144x^2} = \sqrt{169x^2} = 13x$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \cdot 5x \cdot 12x$ ବ.ସେ.ମି. = $30x^2$ ବ.ସେ.ମି.।

ମନେକର ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା h ସେ.ମି.

$\therefore$ ଆୟତନ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା = $30x^2h$ ଘ.ସେ.ମି. $\Rightarrow 30x^2h = 1800$ ....(i)

ଭୂମିର ପରିସୀମା = $5x + 12x + 13x = 30x$ ସେ.ମି.

ପୁନଶ୍ଚ, ଏହାର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ପରିସୀମା × ଉଚ୍ଚତା = $30xh$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $30xh = 900$ ....(ii)

ବର୍ତ୍ତମାନ (i) କୁ (ii) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ $\frac{30x^2h}{30xh} = \frac{1800}{900} \Rightarrow x = 2$

$\therefore$ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $5x = 5 \times 2 = 10$ ସେ.ମି.

ଅନ୍ୟବାହୁଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $12x = 12 \times 2 = 24$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-11 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ 4500 ଘ.ମି.। ଏହାର ଭୂମି ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 41 ମିଟର। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 25ମି. ହେଲେ ଏହାର ଭୂମିର ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମିର ବାହୁଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ମିଟର ଏବଂ b ମିଟର।

$a^2 + b^2 = 41^2 = 1681$ ଏବଂ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ab ବ.ମି.

କିନ୍ତୁ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\text{ଘନଫଳ}}{\text{ଉଚ୍ଚତା}} = \frac{4500 \text{ ଘନ.ମି.}}{25\text{ମି.}} = 180$ ବ.ମି.

$\Rightarrow \frac{1}{2}ab = 180 \Rightarrow ab = 360 \Rightarrow 2ab = 720$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow (a + b)^2 = 41^2 + 720 = 2401$

$\Rightarrow a + b = \sqrt{2401} = 49$ ....(i)

ସେହିପରି $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 41^2 - 720 = 961$

$\Rightarrow a - b = \sqrt{961} = 31$ ....(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ $2a = 80 \Rightarrow a = 40$ ମି.

$\therefore$ $b = 49 - 40 = 9$ ମି.

$\therefore$ ଭୂମିର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 40 ମି. ଏବଂ 9 ମି. । (ଉତ୍ତର)

ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

ଉଦାହରଣ-12 : ଗୋଟିଏ ନିଦା ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 101376 ଘ.ଡେ.ମି.; ଏହାର ଭୂମିର ପ୍ରସ୍ଥ 48 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା କେତେ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା = h ଡେ.ମି., ଭୂମିର ପ୍ରସ୍ଥ = ଭୂମିର ବ୍ୟାସ (2r) = 48 ଡେ.ମି.

$\Rightarrow$ r = 24 ଡେ.ମି.

ଘନଫଳ = $\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 24^2 \times h$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, ଏହାର ଘନଫଳ = 101376 ଘ.ଡେ.ମି. $\Rightarrow \frac{22 \times 24 \times 24h}{7} = 101376$

$\Rightarrow$ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା (h) = $\frac{101376 \times 7}{22 \times 24 \times 24}$ ଡେ.ମି. = 56 ଡେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-13 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 12672 ଘ.ମି.। ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2112 ବ.ମି. ହେଲେ ଭୂମିର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

ସମାଧାନ : ମନେକର ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ମିଟର ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = h ମିଟର

ଏହାର ଘନଫଳ = $\pi r^2 h$ = 12672 ଘ.ମି. ....(i)

ଏବଂ ଏହାର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$ ବ.ମି. = 2112 ବ.ମି. ....(ii)

$\therefore$ (i) ଏବଂ (ii)ରୁ ପାଇବା $\frac{\pi r^2 h}{2\pi rh} = \frac{12672}{2112} \Rightarrow \frac{r}{2} = 6 \Rightarrow r = 12$

$\therefore$ ଭୂମିର ପରିଧି = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 12 = \frac{528}{7} = 75\frac{3}{7}$ ମିଟର (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ-14 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ନିଦା ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କାଠର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 24 ଡେ.ମି.। ପ୍ରତି ଘନ ଡେ.ମି.କୁ 75 ପଇସା ହିସାବରେ 77 ଟଙ୍କା ଦେଇ କାଠଟି କିଣାଗଲା। କାଠଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରାନ୍ତର ପରିଧି କେତେ?

ସମାଧାନ : ଏକ ଘନ ଡେ.ମି. କାଠର ମୂଲ୍ୟ 75 ପଇସା।

$\therefore$ 77 ଟଙ୍କାରେ କିଣାଯାଇଥିବା କାଠର ଘନ ପରିମାଣ = $\frac{7700}{75} = \frac{308}{3}$ ଘନ ଡେ.ମି.

ମନେକର ଏହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ଡେ.ମି., ଏହାର ଉଚ୍ଚତା (h) = 24 ଡେ.ମି.

କାଠର ଘନଫଳ = $\pi r^2 h$ ଘନ ଡେ.ମି.

$$\Rightarrow \quad \pi r^2 h = \frac{308}{3} \Rightarrow \frac{22}{7} r^2 \times 24 = \frac{308}{3} \Rightarrow r^2 = \frac{308 \times 7}{22 \times 24 \times 3} = \frac{49}{36} \Rightarrow r = \frac{7}{6} \text{ ଡେ.ମି.}$$

$\therefore$ ପରିଧି = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{6} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$ ଡେ.ମି.।

$\therefore$ କାଠଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରାନ୍ତର ପରିଧି $7\frac{1}{3}$ ଡେ.ମି.। (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 5(d)

(ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ)

1. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 2520 ବର୍ଗମିଟର। ଏହାର ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଆଧାରର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମି., 21 ମି. ଓ 29 ମିଟର ହେଲେ, ଆୟତନ ସ୍ଥିର କର।

2. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି, $8\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ କର୍ଣ୍ଣ ବିଶିଷ୍ଟ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। ଉଚ୍ଚତା 14 ସେ.ମି. ହେଲେ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

3. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ 2520 ଘନ ମିଟର। ଏହାର ଆଧାର ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ମି. ଓ 24 ମିଟର। ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର।

4. 15 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆଧାର ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., ଆୟତନ 360 ଘନ ସେ.ମି. ହେଲେ ଆଧାରର ଅନ୍ୟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

5. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ କ୍ଷେତ୍ରଫଳର $\frac{8}{9}$ । ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ପାର୍ଶ୍ୱ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 96 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଆୟତନ 48 ଘନମିଟର ହେଲେ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

6. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆଧାର ପରିସୀମା 56 ମିଟର। ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1680 ବର୍ଗ ମିଟର ଏବଂ ଆୟତନ 2520 ଘନମିଟର ହେଲେ ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

7. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ $84\sqrt{3}$ ଘ.ସେ.ମି.। ଉଚ୍ଚତା 7 ସେ.ମି. ଏବଂ ଆଧାର ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେଲେ ଆଧାରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

8. ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା 336 ସେମି.। ଏହାର ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 21 ସେ.ମି., 72 ସେ.ମି. ଓ 75 ସେ.ମି। 288 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ $42\sqrt{2}$ ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ କର୍ଣ୍ଣ ଥିବା ସମକୋଣୀ

ତ୍ରିଭୁଜାକାର ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ ଯଦି ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଘନଫଳ ସହିତ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ଭୂମିର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9. $8\sqrt{3}$ ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। ଏହି ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ ୪64 ଘନମିଟର ହେଲେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ :

10. 4 ମିଟର ବ୍ୟାସ ଓ 9 ମିଟର ଗଭୀର କୂଅଟିଏ ଖୋଳାଯାଇ ସେଥିରୁ ବାହାରିଥିବା ମାଟିକୁ 12 ମିଟର ବ୍ୟାସର ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ସ୍ତୂପରେ ଗଦାକଲେ, ସ୍ତୂପଟିର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ହେବ ?

11. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାରର ସ୍ତମ୍ଭ ତିଆରି କରିବାକୁ ପ୍ରତି 100 ଘନ ଡେ.ମି.କୁ ୪ ଟଙ୍କା ହିସାବରେ 352 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ ହୁଏ। ସ୍ତମ୍ଭଟିର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 20 ଡେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

12. 2୪ ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ $5\frac{1}{2}$ ମିଟର ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଘନର ଘନଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ। ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

13. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଘନଫଳ 9504 ଘନ ସେ.ମି.। ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1584 ବ.ସେ.ମି.। ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

14. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା ଭୂମିର ବ୍ୟାସର ଦୁଇଗୁଣ। ଏହାର ଘନଫଳ 539 ଘ.ଡେ.ମି. ହେଲେ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

15. ଗୋଟିଏ ନିଦା ସମବର୍ତ୍ତୁଳର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $701\frac{1}{4}$ ବ.ସେ.ମି. ଓ ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ 52୪ ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

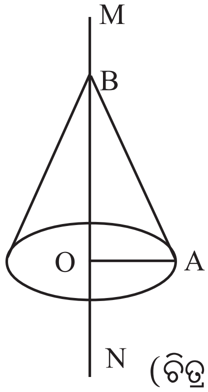
16. ଗୋଟିଏ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା ଓ ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ 3:2। ଏହାର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1232 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

17. ଉଭୟ ପ୍ରାନ୍ତ ବନ୍ଦ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରରେ ବ୍ୟବହୃତ ଧାତୁର ଘନଫଳ 492୪ ଘ.ସେ.ମି. ଏବଂ ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନ୍ତର 352 ବ.ସେ.ମି.। ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା 2୪ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଭିତର ଓ ବାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କେତେ ? $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

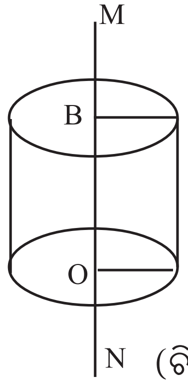
5.9. କୋନ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ (Surface Area and Volume of cone) :

ସ୍ଥିର ରହିଥିବା ଏକ ସରୁଛିଦ୍ର ଦେଇ ବାଲି, ଚିନି, ଚାଉଳ, ଅଟା, ସୁଜି ପରି ଶୁଖିଲା କ୍ଷୁଦ୍ରକଣିକା ସମତଳ ଭୂମି ଉପରେ ପକାଇଲେ, ତାହା ଯେଉଁ ଆକୃତିରେ ଗଦାହେବ, ତାହା ଏକ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ (Right circular cone)ର ଆକୃତି ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ପରୀକ୍ଷାଟି କର । ଗୋଟିଏ ମୋଟା କାଗଜକୁ ଏକ ସମକୋଣୀ ΔAOB ଆକୃତିର କାଟ (ଚିତ୍ର 5.23(a))



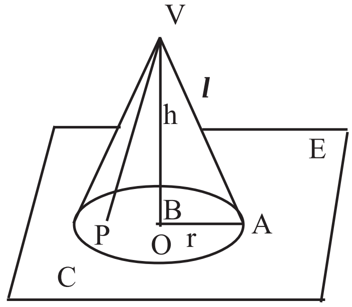
(ଚିତ୍ର 5.23(a))



(ଚିତ୍ର 5.23(b))

ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ବାହୁକୁ (ମନେକର $\overline{OB}$) ଅଠା ଦ୍ୱାରା ଏକ ସରୁ କାଠି $\overline{MN}$ ରେ ଲଗାଇ ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି କାଗଜଟିକୁ $\overline{MN}$ କାଠି ଚାରିପଟେ ଘୂରାଇଲେ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ଆକୃତି ମିଳିବ । $\overline{OA}$ ଏହି ବୃତ୍ତାକାର ଭୂମିର ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ହେବ । ସେହିପରି ମୋଟା କାଗଜଟିଏ AOBD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରାକୃତିରେ କାଟି $\overline{OB}$ ଅକ୍ଷ ଚାରି ପଟେ ଘୁରାଇଲେ ବୃତ୍ତାକାର ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତି ମିଳିବ । (ଚିତ୍ର 5.23(b)) । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନମତେ କରିବା ।

C ସମତଳ E ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବୃତ୍ତ ଓ O ଏହାର କେନ୍ଦ୍ର (ଚିତ୍ର 5.24) । V, ସମତଳ E ର ବହିର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ P,C ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର B ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ଆମେ $\overline{VP}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ପାଇବା । B ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ପାଇଁ ମିଳୁଥିବା ଏହି ପରି ସମସ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଗୁଡ଼ିକର ସଂଯୋଗରେ କୋନ୍ (cone) ଗଠିତ ହୁଏ । $\overline{VO}$, ସମତଳ E ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଲେ କୋନ୍‌କୁ ସରଳକୋନ୍ କୁହାଯାଏ; ନତୁବା ତୀର୍ଯ୍ୟକ କୋନ୍ କୁହାଯାଏ । ଆମେ କେବଳ ସରଳ କୋନ୍ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।



(ଚିତ୍ର 5.24)

A, ବୃତ୍ତ C ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ $\overline{VA}$ କୁ କୋନ୍‌ର ଏକ ଜେନେରେଟର (Generator) ବା ଜନକ ରେଖା କୁହାଯାଏ । V କୁ ବୃତ୍ତ C ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ସହ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଯୋଗ କରାଯାଉ । ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଏକ ବକ୍ରତଳ ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ଏହି ବକ୍ରତଳ ଏକ ସରଳବୃତ୍ତ ଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଅଟେ । C ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର B କୁ **କୋନ୍‌ର ଭୂମି ବା ଆଧାର (Base)** କୁହାଯାଏ । (ବି.ଦ୍ର. C ବକ୍ରଟି ବୃତ୍ତ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ ବହୁଭୁଜ ହେଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଘନକୁ ପିରାମିଡ଼ (Pyramid) କୁହାଯାଏ ।) 'V' ବିନ୍ଦୁକୁ କୋନ୍‌ର **ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ (Vertex)** $\overline{VO}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଏହାର ଅକ୍ଷ (axis) ଏବଂ $\overline{VO}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (= h) କୁ **କୋନ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ । ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ OA(=r) କୁ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ । $\overline{VA}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (=*l*) କୁ **କୋନ୍‌ର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା (Slant height)** କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ

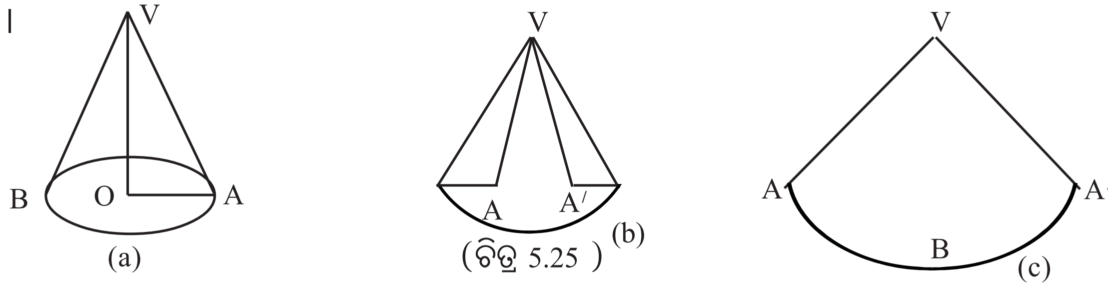
$l^2 = VA^2 = VO^2 + OA^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow \boxed{l = \sqrt{h^2 + r^2}}$

$\angle OVA$ କୁ କୋନ୍‌ର **ଶୀର୍ଷାର୍ଦ୍ଧ କୋଣ** (Semivertical angle) କୁହାଯାଏ ।

ମନ୍ତବ୍ୟ : ଯଦି ଏକ କୋନ୍‌ର ଭୂମି ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ନ ହୋଇ, କେବଳ ବୃତ୍ତଟିଏ ହୁଏ, ତେବେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋନ୍‌କୁ ଏକ **ଫମ୍ପା (hollow) କୋନ୍** କୁହାଯାଏ । ତରଳ ପଦାର୍ଥ ଢାଳିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବା କାହାଳୀ (Funnel) ର ମୁନିଆଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଲମ୍ବା ବେଣ୍ଟଟିକୁ ବାଦଦେଲେ ବାକି ଅଂଶ ଫମ୍ପା କୋନ ଆକୃତିର ହେବ । ଅନୁରୂପ ଭାବରେ ଫମ୍ପା ପ୍ରିଜିମ୍ ଓ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡରର ଧାରଣା କରିହେବ । ତେବେ କେବଳ କୋନ୍ କହିଲେ ଆମେ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ବିଶିଷ୍ଟ ଭୂମି ଥିବା କୋନ୍‌କୁ (ବା ନିଦା କୋନ୍) ବୁଝିବା ।

କୋନ୍‌ର ଦୁଇଟି ପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଆୟତନ ଅଛି । ବୃତ୍ତାକାର ଭୂମିଟି ଏକ ସମତଳପୃଷ୍ଠ; ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ πr^2 ବର୍ଗ ଏକକ । କୋନ୍ ର ବକ୍ରତଳଟିକୁ ତା'ର ପାର୍ଶ୍ୱପୃଷ୍ଠ ତଳ କୁହାଯାଏ । ଫମ୍ପା କୋନର କେବଳ ବକ୍ରତଳଟି ଥାଏ ।

ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଷୟରେ ଧାରଣା କରିବା ପାଇଁ ପତଳା ଟିଣ ଚାଦରରେ ତିଆରି ଏକ ଫମ୍ପା କୋନ୍ VAB ନିଆଯାଉ ।



(ଚିତ୍ର 5.25)

ମନେକର ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଏବଂ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା l । କୌଣସି ଏକ ଜନକ ରେଖା $\overline{VA}$ ର A ଠାରେ କୋନ୍‌ଟିକୁ କାଟି (ଚିତ୍ର 5.25 -b) ଖୋଲି ଦେଲେ, ତାହା ଏକ ବୃତ୍ତକଳାରେ ପରିଣତ ହେବ । (ଚିତ୍ର 5.25-c) ।

ବୃତ୍ତକଳାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = $VA = VA^1$ । କାରଣ କାଟିବା ପୂର୍ବରୁ, A ଓ A^1 ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଏକ ଥିଲେ । ତେଣୁ ବୃତ୍ତକଳାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $VA = VA^1 = l$ । କୋନ୍‌ର ବୃତ୍ତାକାର ଧାର ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପ $\overparen{ABA'}$ ରେ ପରିଣତ ହୋଇଛି ।

ତେଣୁ $\overparen{ABA'}$ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, କୋନ୍‌ର ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $2\pi r$ ସହ ସମାନ ।

$\therefore$ VAB କୋନ୍‌ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ବୃତ୍ତକଳା $VABA^1$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= $\frac{1}{2}$ (ABA' ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) × ବୃତ୍ତକଳାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = $\frac{1}{2}(2\pi r)\, l$ ବ.ଏକକ = $\pi r\, l$ ବ.ଏକକ

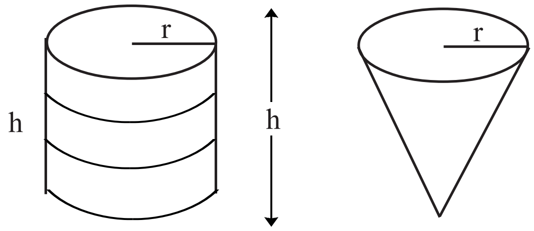
ନିଦା କୋନ୍‌ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହି ସୂତ୍ର ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

$\therefore$ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = πrl ବ.ଏକକ

କୋନ୍‌ର ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \pi r^2 + \pi r l = \pi r (r + l)$ ବର୍ଗ ଏକକ

କୋନର ଆୟତନ = $\frac{1}{3}$ (ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) × ଉଚ୍ଚତା = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ଘନ ଏକକ



(ଚିତ୍ର 5.26)

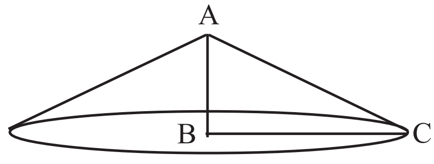
ଏହାର ପ୍ରମାଣ ପାଇଁ ଉଚ୍ଚତର ଗଣିତଶାସ୍ତ୍ରର ସାହାଯ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ । ତେବେ ତୁମେ ନିମ୍ନ ପରୀକ୍ଷାଟିରୁ ସୂତ୍ରଟିର ସତ୍ୟତା ଜାଣିପାରିବ । ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତିର ଗ୍ଲାସ ନିଅ (ଚିତ୍ର 5.26) । ଗୋଟିଏ ମୋଟା କାଗଜକୁ ଗୁଡ଼ାଇ ଏକ ଫମ୍ପା କୋନ୍ ଆକୃତିର କର ଯେପରିକି ଉଭୟର ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସମାନ ହେବ । କୋନ୍ ଆକୃତିର କାଗଜ ପାତ୍ରରେ ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ କରି ଗ୍ଲାସରେ ରଖିଲେ 3 ଥରରେ ଗ୍ଲାସଟି ପୂର୍ଣ୍ଣହେବ ।

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଜଣାପଡ଼େ ଯେ, ସିଲିଣ୍ଡରାକୃତି ଗ୍ଲାସ୍‌ର ଆୟତନ, କୋନ୍ ଆକୃତି ପାତ୍ରର ଆୟତନର ତିନିଗୁଣ । ଅର୍ଥାତ୍ କୋନାକୃତି ପାତ୍ରର ଆୟତନ = $\frac{1}{3}$ x ସିଲିଣ୍ଡରାକୃତି ଗ୍ଲାସ୍‌ର ଆୟତନ ।

ଉଦାହରଣ - 15 : ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 12 ସେ.ମି. ଓ 5 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ ତା'ର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବାହୁ $\overline{AB}$ ର ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ଘୂରାଇଲେ ଯେଉଁ କୋନ୍‌ଟି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ ତାହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର

AB = 5 ସେ.ମି., BC = 12 ସେ.ମି.



(ଚିତ୍ର 5.27)

$\therefore$ AC = $\sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2}$

= $\sqrt{25+144}$ = $\sqrt{169}$ = 13 ସେ.ମି.

କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବାହୁ $\overline{AB}$ ର ଚତୁର୍ଦ୍ଦିଗରେ ଘୂରାଇଲେ ଯେଉଁ କୋନ୍‌ଟି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ ତାହାର ଆଧାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ BC ହେବ ।

$\therefore$ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= (π x 12^2 + π x 12 x 13) ବର୍ଗ ସେ.ମି.

= π . 12 (12+13) ବର୍ଗ ସେ.ମି.= 300 π ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଏହାର ଘନଫଳ = $\frac{1}{3}$. π . 12^2 . 5 ଘନ ସେ.ମି. = 240 π ଘନ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 16 : ଗୋଟିଏ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ତମ୍ବୁର ଉଚ୍ଚତା 28 ମି.ଓ ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 42 ମି. । ଏହି ତମ୍ବୁ ନିର୍ମାଣ ପାଇଁ କେତେ କାନ୍‌ଭାସ୍ କନା ଲାଗିବ ସ୍ଥିର କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r = 21 ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା h = 28 ମି.

ଏହାର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{21^2 + 28^2} = \sqrt{441+784} = \sqrt{1225} = 35$ ମି.

ତମ୍ବୁଟିର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi r l$ = $\frac{22}{7}$ x 21 x 35 ବର୍ଗ ମି. = 2310 ବ.ମି.

$\therefore$ ତମ୍ବୁଟିର ନିର୍ମାଣ ପାଇଁ 2310 ବର୍ଗମିଟର କନା ଲାଗିବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 17 : ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପାତ୍ରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 8 ସେ.ମି. । ଏହା ଆଂଶିକ ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଛି । ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 6 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 8 ସେ.ମି. ଥିବା ଏକ ନିଦା କୋନ୍‌କୁ ଉକ୍ତ ଜଳରେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବୁଡ଼ାଇ ରଖିଲେ ଜଳସ୍ତର କେତେ ଉପରକୁ ଉଠିବ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : କୋନ୍‌ଟିର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ = 6 ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $r = 3$ ସେ.ମି.ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା $h = 8$ ସେ.ମି.

$\therefore$ କୋନ୍‌ଟିର ଆୟତନ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times (3)^2 \times 8 = 24\pi$ ଘ.ସେ.ମି

ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ପାତ୍ରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 8 ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ପାତ୍ରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $r_1 = 4$ ସେ.ମି.

ମନେକର ସିଲିଣ୍ଡରରେ ଥିବା ଜଳ ମଧ୍ୟରେ କୋନ୍‌ଟି ବୁଡ଼ିବା ପରେ ସେଥିରେ ଜଳସ୍ତର x ସେ.ମି. ଉପରକୁ ଉଠିଯିବ ।

$\therefore$ ବୃଦ୍ଧି ପାଉଥିବା ଜଳର ଆୟତନ $= \pi(4)^2.x = 16\pi x$ ଘ.ସେ.ମି.

କିନ୍ତୁ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଥିବା ଜଳର ଆୟତନ = କୋନ୍‌ଟିର ଆୟତନ

$\therefore \pi(4^2)x = 24\pi \Rightarrow x = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 1.5$. ସେ.ମି.

$\therefore$ ପାତ୍ରଟିରେ ଜଳସ୍ତର 1.5 ସେ.ମି. ଉପରକୁ ଉଠିବ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 18 : ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ଆଧାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 3:4 । ଯଦି ଏହାର ଆୟତନ 301.44 ଘ.ସେ.ମି. ହୁଏ । ତେବେ ଏହାର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq 3.14$)

ସମାଧାନ : ମନେକର କୋନ୍‌ଟିର ଆଧାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $r = 3x$ ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା $h = 4x$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ଆୟତନ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow \frac{1}{3} \times 3.14 \times (3x)^2 \times 4x$ ଘ.ସେ.ମି. $= 3.14 \times 12x^3$ ଘ.ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $3.14 \times 12x^3 = 301.44 \Rightarrow x^3 = \frac{301.44}{3.14 \times 12} = 8 \Rightarrow x^3 = 2^3 \Rightarrow x = 2$

କୋନ୍‌ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = $3x$ ସେ.ମି. = $3 \times 2 = 6$ ସେ.ମି.

ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା = $4x$ ସେ.ମି. = $4 \times 2 = 8$ ସେ.ମି.

$\therefore$ କୋନ୍‌ର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା, $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 19 : 7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ 24 ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା କୋନ୍ ଦସ୍ତାପାତରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ହେବ । ଆଧାର ସହିତ କୋନ୍‌ଟିକୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦସ୍ତାପାତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହାର ଆୟତନ ମଧ୍ୟ ସ୍ଥିର କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ଫମ୍ପା କୋନ୍‌ର ଆଧାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, $r = 7$ ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା, $h = 24$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ଏହାର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625}$

$= 25$ ସେ.ମି.

ଆଧାର ସହତ ଦସ୍ତାପାତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $\pi r^2 + \pi r\boldsymbol{l} = \pi r\,(r+\boldsymbol{l})$

$= \frac{22}{7} \times 7\,(7+25)$ ସେ.ମି. $= 22 \times 32 = 704$ ବ.ସେ.ମି.

ଆୟତନ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232$ ଘ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 20. ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ଆୟତନ $314\frac{2}{7}$ ଘ.ସେ.ମି. ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଓ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 12:13 । ଏହାର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

ସମାଧାନ : ମନେକର କୋନ୍‌ର ଆଧାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା = h ସେ.ମି. ଓ ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା = $\boldsymbol{l}$ ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\frac{h}{l} = \frac{12}{13}$ $\therefore h = 12x$ ସେ.ମି. ହେଲେ, $\boldsymbol{l} = 13x$ ସେ.ମି.

$r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(13x)^2 - (12x)^2} = \sqrt{169x^2 - 144x^2} = \sqrt{25x^2} = 5x$ ସେ.ମି.

ଏହାର ଆୟତନ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (5x)^2 \times 12x = \frac{22}{7} . 100x^3$ ଘନ ସେ.ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\frac{22}{7} . 100x^3 = 314\frac{2}{7} = \frac{2200}{7} \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$

$\therefore r = 5x$ ସେ.ମି. $= 5 \times 1 = 5$ ସେ.ମି. ଓ $\boldsymbol{l} = 13x$ ସେ.ମି. = 13 ସେ.ମି.

$\therefore$ ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi r\boldsymbol{l} = \frac{22}{7} \times 5 \times 13 = \frac{1430}{7} = 204\frac{2}{7}$ ବ.ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ 5(e)

1. ନିମ୍ନରେ କୋନ୍ ଆକୃତିର କେତେକ ଟୋପିର ଉଚ୍ଚତା h ଓ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $\boldsymbol{l}$ ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତି ଟୋପିରେ ଲାଗିଥିବା କପଡ଼ାର ପରିମାଣ ଏବଂ ତା'ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

   (i) h = 3.5 ସେ.ମି., $\boldsymbol{l}$ = 9.1 ସେ.ମି., (ii) h = 5.6 ସେ.ମି., $\boldsymbol{l}$ = 11.9 ସେ.ମି.,

   (iii) h = 3.5 ସେ.ମି., $\boldsymbol{l}$ = 12.5 ସେ.ମି.

2. ନିମ୍ନରେ କୋନ୍ ଆକୃତିର ତିନୋଟି ତମ୍ବୁର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $\boldsymbol{l}$ ଓ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଦତ୍ତ ଅଛି । ପ୍ରତି ତମ୍ବୁର ଭିତରର ଆୟତନ ଓ ତମ୍ବୁରେ ଲାଗିଥିବା କପଡ଼ାର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

   (i) r = 10 .5 ମି. $\boldsymbol{l}$ = 14.5 ମି. (ii) h = 24 ମି. $\boldsymbol{l}$ = 25 ମି.

3.(i) ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ଆୟତନ 12936 ଘନ ମିଟର । ଏହାର ଉଚ୍ଚତା 28 ମିଟର ହେଲେ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

(ii) ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ଆୟତନ 9240 ଘନ ଏକକ । ଏହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ଏକକ ହେଲେ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)