QH7PIF

ଅଙ୍କନ

(CONSTRUCTION)

6.1. ଉପକ୍ରମଣିକା

ଜ୍ୟାମିତି ବିଷୟଟି ଗଣିତର ଏକ ମୁଖ୍ୟ ଅଂଗ । ଜ୍ୟାମିତିରେ ଉତ୍କର୍ଷତା ଲାଭ ଏବଂ ସର୍ବୋପରି ଗଣିତରେ ପାରଦର୍ଶିତା ପାଇଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନର ଆବଶ୍ୟକତା ଯଥେଷ୍ଟ ଅଧିକ । ଜ୍ୟାମିତିର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା ଯନ୍ତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ଯଥା : ସ୍କେଲ୍, କମ୍ପାସ, ଡିଭାଇଡର୍, ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର୍, ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଜ୍ୟାମିତିକ ଅଙ୍କନରେ ଉତ୍କର୍ଷତାର ବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର୍ ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ବ୍ୟବହାରକୁ କ୍ରମେ କ୍ରମେ ବାଦ୍ ଦିଆଯାଏ ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍‌ର ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ । ସ୍ମରଣ ରଖିବା ଉଚିତ୍ ଯେ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ପରସ୍ପର ଅଣନିର୍ଭରଶୀଳ ତିନୋଟି ତଥ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । ଯେଉଁ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ

(i) ଭୂମି, ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ବାହୁର ସମଷ୍ଟି ଓ ଗୋଟିଏ ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ।

(ii) ଭୂମି, ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଅନ୍ତର ଓ ଗୋଟିଏ ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ।

(iii) ତିନିବାହୁର ସମଷ୍ଟି ଓ ଦୁଇଟି ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ।

(iv) ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣ ।

(v) ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମା ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ତଥ୍ୟ ।

ଯେହେତୁ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଗଠନ ପାଇଁ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜର ଦରକାର ପଡ଼େ ତେଣୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ପରସ୍ପର ଆତ୍ମନିର୍ଭରଶୀଳ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ତଥ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ । ଯେଉଁ ତଥ୍ୟକୁ ନେଇ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ

(i) ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣ ।

(ii) ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

(iii) ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

(iv) ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତିନୋଟି କୋଣ ।

ଏତଦ୍‌ଭିନ୍ନ ଚତୁର୍ଭୁଜକୁ ଅଙ୍କନ କରି ସାରିବା ପରେ ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅଙ୍କନ ମଧ୍ୟ କରାଯିବ । ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ସାରି ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତଚିତ୍ରର ଅଙ୍କନ କରାଯିବ । ଅଧ୍ୟାୟର ଶେଷ ଭାଗରେ କେବଳ ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ବ୍ୟବହାର କରି କୌଣସି ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ କେତେକ ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରିବାର

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଯେହେତୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ବିନ୍ଦୁସମୂହ ଓ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍ R ମଧ୍ୟରେ ଏକ ଏକ ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଥାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ଓ କେତେକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତି ପାଇଁ ରୁଲର (ଯେଉଁଥିରେ କେବଳ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିହୁଏ) ଓ କମ୍ପାସ୍ (ଯେଉଁଥିରେ କେବଳ ବୃତ୍ତ ବା ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିହୁଏ)ର ସାହାଯ୍ୟ ନିଆଯାଇଥାଏ । $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, 2+\sqrt{3}, 2\sqrt{2}$ ଆଦି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$ ପ୍ରଭୃତି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ରୁଲର ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଏଠାରେ ସ୍ମରଣ କରାଇ ଦିଆଯାଉଛି ଯେ ରୁଲର ଓ କମ୍ପାସ୍ ଦ୍ୱାରା π, e, $1+\pi$ ଆଦି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଚିହ୍ନିତ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏଠାରେ ଉଲ୍ଲେଖ ଯୋଗ୍ୟ ଯେ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚିତ ଅଙ୍କନ ଗୁଡ଼ିକର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ଅଙ୍କନର ବିଶ୍ଳେଷଣ ଦିଆଯାଇଛି । ମାତ୍ର ଅନୁଶୀଳନୀରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଅଙ୍କନ ଗୁଡ଼ିକର ସଂପାଦନ ପାଇଁ କେବଳ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ଏବଂ ବିଶ୍ଳେଷଣ ତଥା ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଇତ୍ୟାଦି ଲେଖିବା ଅନାବଶ୍ୟକ । ଅଧିକନ୍ତୁ ଯେଉଁ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ଟି ଅଙ୍କନରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେବ ତାହାର ମୁନ ତୀକ୍ଷ୍ଣ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ମନେରଖ ଚାପଟି ଯେତିକି ଆବଶ୍ୟକ ସେତିକି ହିଁ କେବଳ ଅଙ୍କନ ହେବ ଓ ରେଖା ତଥା ଚାପ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗାଢ଼ ଭାବେ ଟଣାଯିବା ଉଚିତ୍ ନୁହେଁ ।

ଉପରଲିଖିତ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଛି ।

6.2 ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (Construction of Triangles) :

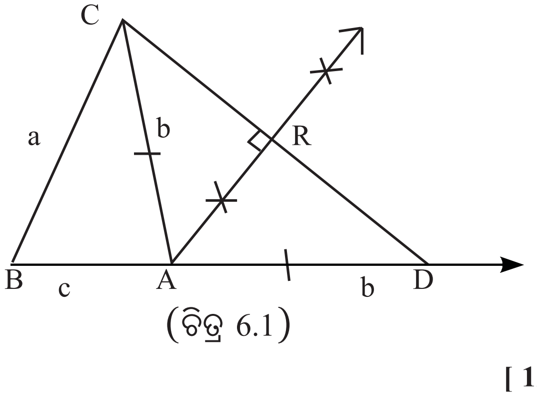
ଅଙ୍କନ- 1

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ସେହି ବାହୁ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଦତ୍ତ ଅଛି। ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।

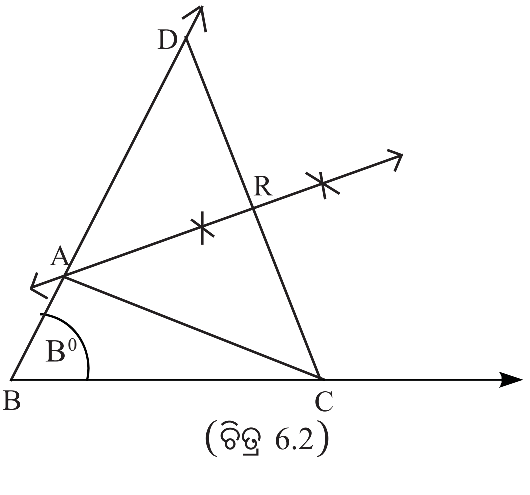
(To construct a triangle, given the length of one side, the measure of one of the angles adjacent to the same side and the sum of the lengths of the other two sides.)

ମନେକର Δ ABC ର BC = a ଏକକ, $m\angle ABC = B^0$, AC+AB = (b+c) ଏକକ ଦତ୍ତ ଅଛି। Δ ABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ଚିତ୍ର 6.1 ଦେଖ। $\overrightarrow{BA}$ ଉପରେ D ବିନ୍ଦୁ ନିଆଯାଉ ଯେପରି AD=AC, $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କଲେ ΔCBD ମିଳିବ, ଯାହାର BD=(b+c)ଏକକ: ବର୍ତ୍ତମାନ Δ CBD ରେ, BC, BD ଓ $m\angle CBD$ ଦତ୍ତ । ଫଳରେ



(ଚିତ୍ର 6.1)



(ଚିତ୍ର 6.2)

Δ CBD ଅଙ୍କନ କରାଯାଇ ପାରିବ । Δ ACD ସମଦ୍ୱିବାହୁ ହୋଇ ଥିବାରୁ $\overline{CD}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଉପରେ A ବିନ୍ଦୁ ରହିବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:

(i) ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରୁ a ଏକକ ପରିମିତ $\overline{BC}$ କାଟ ।

(ii) $\overline{BC}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁରେ B^0 ପରିମିତ $\angle CBD$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overrightarrow{BD}$ ରୁ (b+c) ଏକକ ପରିମିତ $\overline{BD}$ କାଟ । $\overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{DC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା $\overline{BD}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ତାହାହିଁ ହେବ A ବିନ୍ଦୁ । (କିମ୍ବା $\overline{DC}$ ର C ବିନ୍ଦୁରେ $m\angle D = m\angle DCA$ ଅଙ୍କନ କର; $\overrightarrow{CA}$, $\overline{BD}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ତାହା ମଧ୍ୟ A ବିନ୍ଦୁ ହେବ ।)

(v) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ABC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ପ୍ରମାଣ: (ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ପ୍ରମାଣ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ।)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(a)

1. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର:

(i) a = 6.5 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$, b+c = 10 ସେ.ମି. ଏବଂ b ଓ c ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ ।

(ii) b= 5.5 ସେ.ମି., $m\angle C = 60^0$, c+a = 10.1 ସେ.ମି. ଏବଂ c ଓ a ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ ।

(iii) a = 6 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$, AB + ଉଚ୍ଚତା AD = 11 ସେ.ମି. ।

(iv) b = 5.7 ସେ.ମି., $m\angle C = 60^0$, BC + ଉଚ୍ଚତା BE = 10.7 ସେ.ମି. ।

(v) AB = AC, a = 6.2 ସେ.ମି., AC + ଉଚ୍ଚତା AD = 10 ସେ.ମି. ।

(vi) $m\angle B = 90^0$, AB = BC ଓ AB + AC = 10.3 ସେ.ମି. ।

(vii) $m\angle B = 90^0$, BC = 5.6 ସେ.ମି., AB+AC = 10.6 ସେ.ମି. ।

2. ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ସମଷ୍ଟି = 11 ସେ.ମି. ।

ଅଙ୍କନ- 2

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ସେହି ବାହୁ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର ଦତ୍ତ ଅଛି । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

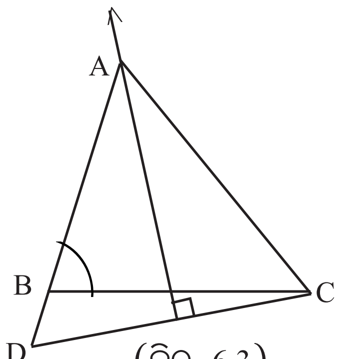
(To construct a triangle, given the length of one of the sides, the measure of one of the angles adjacent to the same side and the difference between the lengths of the other two sides.)

(I) ଚିତ୍ର 6.3 ରେ AC > AB ଅର୍ଥାତ୍ b > c

ମନେକର ΔABC ର BC = a ଏକକ, $m\angle ABC = B^0$, AC–AB = (b–c) ଏକକ ଦତ୍ତ ଅଛି । ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : ଚିତ୍ର 6.3 ଦେଖ । $\overrightarrow{AB}$ ଉପରେ D ବିନ୍ଦୁ ନିଆଯାଉ ଯେପରି BD = (b–c) ଏକକ; ତେବେ AD = b ଏକକ ହେବ ଏବଂ Δ ADCରେ AD = AC ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ΔBDCରେ ∠DBC, ∠ABCର ପରିପୂରକ ହେତୁ ଏହାର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ଭବ । ଫଳରେ BD, BC ଓ m∠DBC ଜ୍ଞାତ ଥିବାରୁ ΔDBC ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।



(ଚିତ୍ର 6.3)

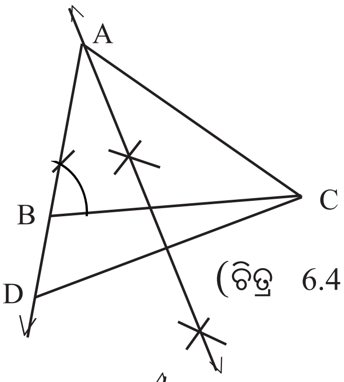
ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:

(i) ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରୁ ଦତ୍ତ a ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ କାଟ ।

(ii) $\overline{BC}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁରେ B^0 ପରିମିତ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ଯେଉଁ ରଶ୍ମି ମିଳିଲା, ତାର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି ଉପରେ D ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଯେପରି BD = (b – c) ଏକକ ହେବ ।

(iii) $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର। $\overline{CD}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର। ଏହା $\overrightarrow{DB}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ, ସେ ବିନ୍ଦୁଟି ହେବ A ବିନ୍ଦୁ।

(iv) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର। ΔABC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ ।

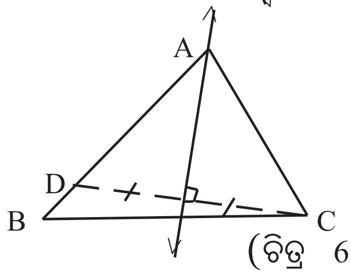


(ଚିତ୍ର 6.4)

ପ୍ରମାଣ : (ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ପ୍ରମାଣ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ।)

(II) ଚିତ୍ର 6.5 ରେ (AB > AC)

ମନେକର Δ ABCରେ BC = a ଏକକ, m∠ABC = B^0, AB–AC = (c–b) ଏକକ ଦତ୍ତ ଅଛି। ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।



(ଚିତ୍ର 6.5)

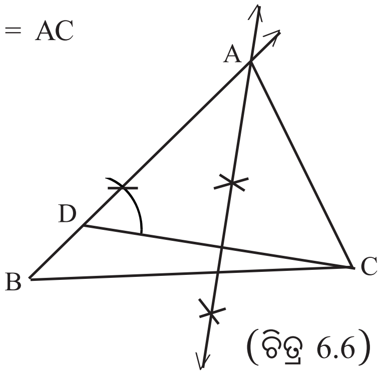
ବିଶ୍ଳେଷଣ-

ଚିତ୍ର 6.5 ଦେଖ। $\overrightarrow{AB}$ ଉପରେ D ବିନ୍ଦୁ ଏପରି ନିଆଯାଉ ଯେପରି AD= AC ହେବ । $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କଲେ BD = AB–AD = AB–AC ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ BD = (c–b) ଏକକ ହେବ । ଏଠାରେ Δ ADC ରେ AD = AC

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଚିତ୍ର 6.6 ଦେଖ। (i) ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରୁ aଏକକ ପରିମିତ $\overline{BC}$ କାଟ।



(ଚିତ୍ର 6.6)

(ii) $\overline{BC}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁରେ B^0 ପରିମିତ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରି ଯେଉଁ ରଶ୍ମି ମିଳିଲା ତା ଉପରେ BD= (c–b) ଏକକ ଛେଦନ କର।

(iii) $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) $\overline{CD}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର। ତାହା $\overrightarrow{BD}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ତାହାର ନାମ A ଦିଅ।

(v) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର। Δ ABC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ।

ପ୍ରମାଣ : (ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ପ୍ରମାଣ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ।)

ଅନୁଶୀଳନୀ- 6 (b)

1. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର:

   (i) $a = 6$ ସେ.ମି., $m\angle C = 45^0$, $b-c = 1.5$ ସେ.ମି. ଏବଂ b ଓ c ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ।

   (ii) $AB = 6.2$ ସେ.ମି.,$m\angle B = 45^0$, $a-b = 1.3$ସେ.ମି. ଏବଂ a ଓ b ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ॥

   (iii) $a = 6.1$ ସେ.ମି., $m\angle C = 75^0$, $c-b = 1.4$ ସେ.ମି.ଏବଂ c ଓ b ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ।।

   (iv) $B = 7$ ସେ.ମି., $m\angle A = 60^0$, $a-c = 1.4$ ସେ.ମି.ଏବଂ a ଓ c ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ।।

   (v) $a = 7$ ସେ.ମି., $c-b = 1$ ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle B = 60^0$ ଓ b ଏବଂ c ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ କରି ଲେଖ।।

2. ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ – ଉଚ୍ଚତା = 1 ସେ.ମି.।

3. ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣ ଓ ଏକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର = 2 ସେ.ମି.।

4. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର :

   (i) AB = AC, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, BC = 6 ସେ.ମି. ଓ AB–AD = 1 ସେ.ମି.।

   (ii) $m\angle B = 90^0$, BC = 6.6 ସେ.ମି., AC – AB = 2.3 ସେ.ମି.।

   (iii) $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, a = 6 ସେ.ମି., $m\angle B=60^0$ ଓ AB–AD=1 ସେ.ମି.।

   (iv) $\overline{BE} \perp \overline{AC}$, b = 5.8 ସେ.ମି., $m\angle A=60^0$ ଓ AB–BE =1 ସେ.ମି.।

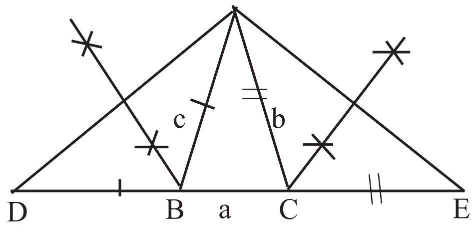
ଅଙ୍କନ-3

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ଓ ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଅଛି। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରବାକୁ ହେବ।

(To construct a triangle, given the perimeter and the measures of two angles)

ମନେକର, Δ ABC ରେ ପରିସୀମା = (a+b+c) ଏକକ, $m\angle B = B^0$, $m\angle C = C^0$ ଦତ୍ତ ଅଛି। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ। ଏଠାରେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଯଥାକ୍ରମେ c, a ଓ b ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ :



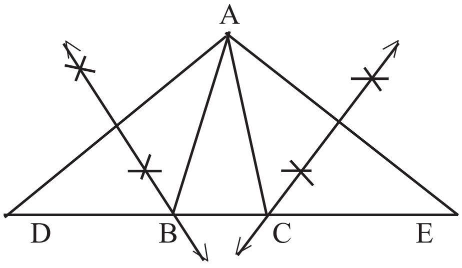
(ଚିତ୍ର 6.7)

$\overleftrightarrow{BC}$ ଉପରେ AB = BD ଓ AC = CE ନେଇ ଯଥାକ୍ରମେ D ଓ E ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥାପନ କଲେ, DE = (a+b+c) ହେବ। $\overline{AD}$ ଓ $\overline{AE}$ ଅଙ୍କନ କଲେ $m\angle D = \frac{1}{2}B^0$ ଏବଂ $m\angle E = \frac{1}{2}C^0$ ହେବ । (କାରଣ କଣ ?)

ବର୍ତ୍ତମାନ Δ ADE ରେ DE, $m\angle D$ ଓ $m\angle E$ ଦତ୍ତ । ଫଳରେ Δ ADE ଅଙ୍କନ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

Δ ABD ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ। $\therefore$ $\overline{AD}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ B ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{DE}$ କୁ ଛେଦ କରେ। ସେହିପରି $\overline{AE}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{DE}$ କୁ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :



(ଚିତ୍ର 6.8)

(i) ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରୁ $\overline{DE}$ ଛେଦନ କର ଯେପରି DE = (a+b+c) ଏକକ ହେବ।

(ii) D ବିନ୍ଦୁରେ $\frac{1}{2}B^0$ ମାପରେ ∠ADE ଓ E ବିନ୍ଦୁରେ $\frac{1}{2}C^0$ ମାପରେ ∠AED ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overrightarrow{DA}$ ଓ $\overrightarrow{EA}$ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହେବେ ତାହାହିଁ A ବିନ୍ଦୁ ହେବ ।

(iv) $\overline{AD}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{DE}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ତାହା B ହେବ। $\overline{AE}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{DE}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ, ତାହା C ହେବ।

(v) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର। ∆ABC ହେବ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ।

ପ୍ରମାଣ : (ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ପ୍ରମାଣ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ।)

ଅନୁଶୀଳନୀ- 6 (c)

1. ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର :

(i) a+b+c = 11 ସେ.ମି., m∠B = 60^0, m∠C = 75^0।

(ii) a+b+c = 10.5 ସେ.ମି., m∠B = 105^0, m∠A = 45^0।

(iii) m∠B = 90^0, AB = BC ଓ ପରିସୀମା =12 ସେ.ମି.।

(iv) a = b, ପରିସୀମା = 10.7 ସେ.ମି. ଓ m∠A =75^0 ।

(v) b = c, ପରିସୀମା = 12.5 ସେ.ମି. ଓ m∠A = 30^0।

2. ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିସୀମା = 11.3 ସେ.ମି.।

3. ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିସୀମା 11.7 ସେ.ମି ।

ଅଙ୍କନ -4

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଅଛି। ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।

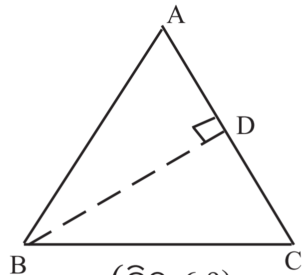
(To construct a triangle, given the lengths of two sides and the measure of an angle.)

ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଥାଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଅଛି । ଏଠାରେ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୋଣ ଦତ୍ତ ଥାଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

ମନେକର ∆ABCରେ AB = c ଏକକ, BC = a ଏକକ, ଏବଂ m∠C = C^0 ଦତ୍ତ ଅଛି। ∆ABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ବିଶ୍ଲେଷଣ :

ଚିତ୍ର 6.9 ଦେଖ। ମନେକର $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ । BA < BD ହେଲେ Δ ABC ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେବନାହିଁ । ପୁଣି BA = BD ହେଲେ, A ଓ D ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମିଳିଯିବେ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେବ । ପୁଣି ଏହା ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ ଏବଂ $\overline{BC}$ ତାର କର୍ଣ୍ଣହେବ। BA>BD ହେଲେ, ଦୁଇଟି Δ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

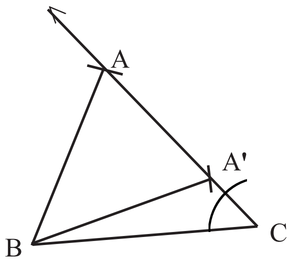


(ଚିତ୍ର 6.9)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରୁ a ଏକକ ପରିମିତ $\overline{BC}$ କାଟ ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ C^0 ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର। ଚିତ୍ର 6.10 ଦେଖ।

(ii) B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି BA = c ଏକକ ପରିମିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର। ଏହି ଚାପ ∠C ର ଅନ୍ୟ ବାହୁକୁ ଯଦି ସ୍ପର୍ଶକରେ, ସ୍ପର୍ଶକ ବିନ୍ଦୁରେ ନାମ A ଦିଅ।



(ଚିତ୍ର 6.10)

(iii) A, B ଯୋଗକଲେ ΔABC ମିଳିବ।

(iv) ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଏହି ଚାପ, ଉକ୍ତ କୋଣର ବାହୁକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିଛି । ସେ ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଓ A' ଦିଅ। $\overline{BA}$ ଓ $\overline{BA'}$ ଅଙ୍କନ କଲେ, ଯଥାକ୍ରମେ ΔBCA ଓ ΔBCA' ମିଳିବ (ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖାଇବାକୁ ହେବ।) ଏହାକୁ ''ଦ୍ୱ୍ୟର୍ଥବୋଧକ ପରିସ୍ଥିତି'' (Ambiguous case) କୁହାଯାଏ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜେ ଯଦି AB < BC କିନ୍ତୁ BA > BD (AC ପ୍ରତି B ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ)

ପ୍ରମାଣ : ସୁସ୍ପଷ୍ଟ।

ଅନୁଶୀଳନୀ- 6 (d)

1. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର -

(i) a=3.4 ସେ.ମି.,m∠C=30^0, c = 4.2 ସେ.ମି.। (ii) c=8 ସେ.ମି.,m∠A=60^0, a=6.9 ସେ.ମି.।

(iii) b= 8.5 ସେ.ମି., m∠C=45^0, c = 6ସେ.ମି.। (iv) a=8ସେ.ମି., m∠C=30^0, c = 4.2 ସେ.ମି.।

(v) a=8ସେ.ମି., m∠B=60^0, b = 7.1 ସେ.ମି. । (vi) c=8.3 ସେ.ମି., m∠A= 45^0, a = 6 ସେ.ମି.।

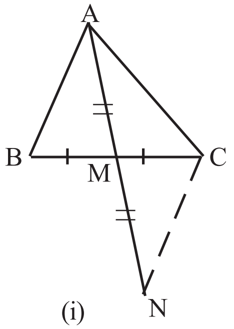
6.3 ମଧ୍ୟମା ଓ ଅନ୍ୟ ଅଂଶ ଦତ୍ତଥିବା ସ୍ଥଳେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

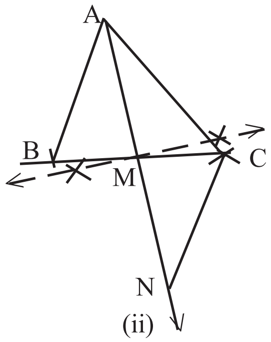
ଅଙ୍କନ - 5

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତୃତୀୟ ବାହୁ ପ୍ରତି ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।

(To construct a triangle, given the lengths of two sides and length of the median to the third side of it.)

ଦତ୍ତ : ΔABC ରେ AB = c ଏକକ, AC=b ଏକକ ଓ $\overline{AM}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = x ଏକକ। ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।





(ଚିତ୍ର 6.11)

ବିଶ୍ଳେଷଣ: $\overrightarrow{AM}$ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ N ନିଅ, ଯେପରିକି AM = MN ହେବ । $\overline{NC}$ ଅଙ୍କନ କର। ବର୍ତ୍ତମାନ ΔABM ଓ ΔMNC ସର୍ବସମ ହେବ । (କାରଣ କ'ଣ ?)

$\therefore$ AB = NC ଏବଂ AN = 2AM ହେବ । ଫଳରେ ΔACN ର $\overline{AC}$, $\overline{NC}$ ଓ $\overline{AN}$ ବାହୁମାନଙ୍କ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ: (i) କୌଣସି ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ଏଥିରୁ $\overline{AN}$ ଛେଦନ କର ଯେପରିକି AN = 2x ଏକକ ହେବ ।

(ii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ରନେଇ ଓ b ଏକକ ($\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ କାଟ; N କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଓ $\overline{NC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (=AB) c ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ କାଟ। ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ C ହେବ ।

(iii) $\overline{AN}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ M ନିରୂପଣ କର। C ଓ M ର ସଂଯୋଜକ $\overrightarrow{CM}$ ଉପରେ B ବିନ୍ଦୁ ନିଅ ଯେପରିକି CM = MB ହେବ। ΔABC ଆବଶ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ପ୍ରମାଣ : (ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ)

ବିକଳ୍ପ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:

(i) କୌଣସି ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରୁ AN (ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଦୁଇଗୁଣ) ଅଂଶ ଛେଦନ କର।

(ii) A କୁ କେନ୍ଦ୍ର ଓ b ଏକକ ($\overline{AC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ କାଟ; N କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି $\overline{NC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (AB) c ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ କାଟ। ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ C ହେବ ।

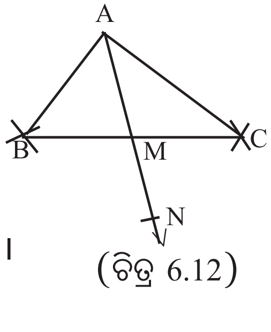
(iii) ସେହିପରି A କୁ କେନ୍ଦ୍ର ଓ c ଏକକ ($\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପକାଟ; N କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି $\overline{NB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅର୍ଥାତ୍ b ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ କାଟ । ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ, C ପାର୍ଶ୍ୱର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ରହିବ। ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ B ହେବ ।

(iv) $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର। Δ ABC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ।

ପ୍ରମାଣ: $\overline{BN}$ ଓ $\overline{CN}$ କୁ ଯୋଗ କଲେ ABNC ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ହେବ ।

$\overline{AN}$ ଓ $\overline{BC}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବେ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AM}$ ମଧ୍ୟମା ହେବ ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଦତ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 6.12)

ଅଙ୍କନ - 6

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ସେହି ବାହୁ ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ ଓ ଦତ୍ତ ବାହୁ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁ ପ୍ରତି ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To construct a triangle, given the length of one side, the measure of one of the angles adjacent to it and the length of the median drawn to one of the other two sides.)

ଦତ୍ତ : ମନେକର ΔABC ରେ $AB = c$ ଏକକ, $m\angle BAC = A^0$: ମଧ୍ୟମା $\overline{AM}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ$=x$ ଏକକ।

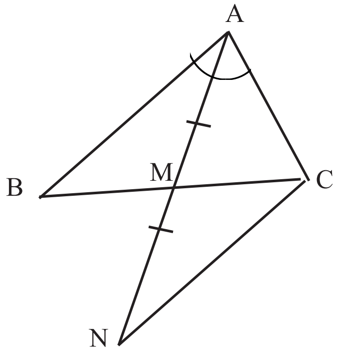
ବିଶ୍ଳେଷଣ : $\overline{AM}$ କୁ M ଦିଗରେ N ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଢ଼ାଅ, ଯେପରିକି AM=MN ହେବ। N ଓ C କୁ ଯୋଗକର। ବର୍ତ୍ତମାନ ΔABM ଓ ΔMNC ସର୍ବସମ ହେବ। (କାରଣ କ'ଣ ?)

$\therefore$ CN = AB ଏବଂ $m\angle BAM = m\angle MNC$ । ଫଳରେ $\overline{BA} \parallel \overline{NC}$; $\overline{AC}$ ଛେଦକ ।

ତେଣୁ $m\angle BAC + m\angle ACN = 180^0$ ବା $m\angle ACN = (180^0 - A)^0$

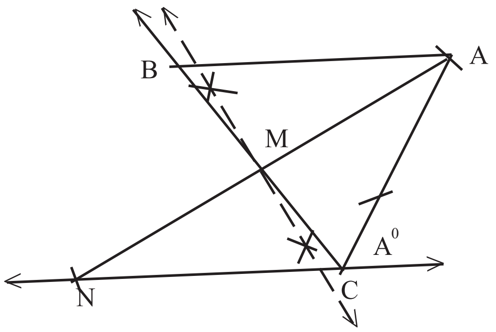
ବର୍ତ୍ତମାନ ΔACN ରେ–

$NC = AB = c$ ଏକକ, $AN = 2AM = 2x$ ଏକକ, $m\angle ACN = (180 - A)^0$



(i)

(ଚିତ୍ର 6.13)



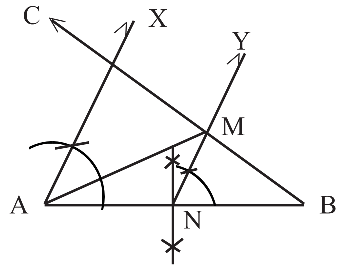
(ii)

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:

(i) କୌଣସି ଏକ ସରଳରେଖା ନେଇ ସେଥିରୁ $\overline{NC}$ ଛେଦନ କର ଯେପରିକି NC = c ଏକକ ହେବ । $\overline{NC}$ ର C ବିନ୍ଦୁରେ $(180–A)^0$ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର। N ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଓ 2x ଏକକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପ କାଟ। ଏହା C ବିନ୍ଦୁରେ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିକୁ A ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ। ΔANC ଅଙ୍କିତ ହେଲା।

$\overline{AN}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ M ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। $\overrightarrow{CM}$ ଅଙ୍କନ କର। M କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି $\overline{CM}$ ସହ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ କାଟ। ଏହି ଚାପ ଯେଉଁଠି $\overrightarrow{CM}$ କୁ ଛେଦ କରିବ ତାହା B ହେବ। $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ΔABC ମିଳିବ।

ବିକଳ୍ପ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:



(ଚିତ୍ର 6.14)

(i) ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) A ବିନ୍ଦୁରେ ଦତ୍ତ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ $\angle XAB$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ N ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ N ବିନ୍ଦୁରେ $\overrightarrow{AX}$ ସହ ସମାନ୍ତର କରି $\overrightarrow{NY}$ ଅଙ୍କନ କର।

(iv) A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି AM (ଦତ୍ତ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ପରିମିତ ଚାପ, $\overrightarrow{NY}$ କୁ M ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ।

(v) $\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{AX}$ କୁ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରୁ। ବର୍ତ୍ତମାନ ΔABC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ।

ପ୍ରମାଣ: $\overline{AB}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ 'N'

$\overline{NM} \parallel \overline{AC}$ ହେତୁ M, $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AM}$, ΔABC ର ମଧ୍ୟମା ହେବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ– 6 (e)

1. ΔABC ରେ a = 6.0 ସେ.ମି., $\overline{AX}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ= 5.6 ସେ.ମି. ଓ $m\angle B=60^0$; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
2. ΔABC ରେ AB = 7.5 ସେ.ମି., AC= 6.5 ସେ.ମି. ଏବଂ ମଧ୍ୟମା $\overline{AX}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 6 ସେ.ମି.। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
3. ΔABC ରେ $m\angle A=60^0$, $\overline{AX}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ= 4.5 ସେ.ମି., AB=6 ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
4. ΔABC ରେ AB=6.5 ସେ.ମି., $\overline{BY}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ=6 ସେ.ମି., BC=7 ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
5. ΔABC ରେ c = 6.5ସେ.ମି., $\overline{CZ}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ=5.0 ସେ.ମି., a= 5.5 ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
6. ΔABC ରେ AB = BC = 4ସେ.ମି., ମଧ୍ୟମା $\overline{AX}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3 ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
7. ΔABC ରେ AB = 5 ସେ.ମି., AC = 5.4 ସେ.ମି. ଓ ମଧ୍ୟମା $\overline{AX}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 3.5 ସେ.ମି.। ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
8. ΔABC ରେ a = 9 ସେ.ମି., $m\angle B = 75^0$, $\overline{AX}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ୪ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
9. ΔABCରେ ଉଚ୍ଚତା = 4.5 ସେ.ମି., $\overline{AX}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ=5 ସେ.ମି., AB=6 ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।
10. Δ ABC ରେ ଉଚ୍ଚତା AD=6.6 ସେ.ମି., $m\angle B=60^0$, $\overline{AX}$ ମଧ୍ୟମାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 7 ସେ.ମି.; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର।

6.4 ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ (Construction of Quadrilaterals) :

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରୋଟି ବାହୁ, ଚାରୋଟି କୋଣ ଓ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣ ଥାଏ। ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେତେକ ସମ୍ବନ୍ଧ ଥିବାରୁ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦଶଟି ଅଂଶ ମଧ୍ୟରୁ ପାଞ୍ଚଟି ଅଂଶ ନିରପେକ୍ଷ ଅଟେ । ତେଣୁ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ 5 ଟି ନିରପେକ୍ଷ ଅଂଶର ମାପ ଜଣାଥିବା ଆବଶ୍ୟକ ଏବଂ ସେଥିରୁ କର୍ଣ୍ଣ ଓ ବାହୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ତତଃ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏକ କୋଣର ପରିମାଣ ବା ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ କର୍ଣ୍ଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ। ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେମାନେ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସହ ସୁପରିଚିତ। ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟ ସମ୍ବଳିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିଛ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଉ କେତେକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସହ ସୁପରିଚିତ ହେବା।

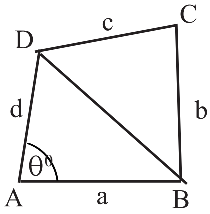
ଅଙ୍କନ - 7

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଅଛି, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।

(To construct a quadrilateral, given the lengths of four sides and the measure of one angle.)

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = a ଏକକ, BC = b ଏକକ, CD = c ଏକକ, DA = d ଏକକ ଏବଂ $m\angle A = \theta^0$ ଦତ୍ତ ଅଛି, ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

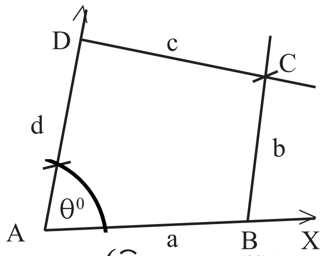
ବିଶ୍ଳେଷଣ :



(ଚିତ୍ର 6.15 (i))

$\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ଯୋଗକଲେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି Δ ABD ଓ Δ BDC ରେ ବିଭକ୍ତ ହେବ। ବର୍ତ୍ତମାନ ΔABDରେ AB, AD ଓ $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ହେତୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିହେବ। ΔBDC ରେ BC ଓ CD ଦତ୍ତ ଅଛି ଏବଂ ΔABD ଅଙ୍କନ ପରେ BD ଜଣାପଡ଼ିବ । ତେଣୁ ΔBDC ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜଣାପଡ଼ିବା ଯୋଗୁଁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅଙ୍କନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :



(ଚିତ୍ର 6.15 (ii))

(i) a ଏକକ ପରିମିତ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କରି, A ବିନ୍ଦୁରେ θ^0 ମାପରେ $\angle BAD$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) B ଓ D କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଯଥାକ୍ରମେ b ଓ c ପରିମିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ $\overline{BD}$ ର A -ପାର୍ଶ୍ୱର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦୁଇଟି ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଓ C ସେମାନଙ୍କର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉ।

(iii) $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CD}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ହେବ ।

ପ୍ରମାଣ: (ବିଶ୍ଳେଷଣରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ)

ଉପରୋକ୍ତ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ଅଙ୍କନମାନ କରିହେବ ।

(i) କୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଦୁଇ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସେଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତଅଛି । ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ । ତେଣୁ ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରଟିର ଚାରୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଜଣାହେବା ଯୋଗୁଁ ଅଙ୍କନ-7 ଅନୁଯାୟୀ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରିହେବ ।

(ii) କୌଣସି ଆୟତଚିତ୍ରର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଆୟତ ଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ। ଆୟତ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90^0 । ତେଣୁ ଅଙ୍କନ -7 ଅନୁସାରେ ଆୟତଚିତ୍ରଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(iii) କୌଣସି ରମ୍ବସ୍‌ର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଅଛି । ରମ୍ବସ୍‌ଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ । କୌଣସି ରମ୍ବସ୍‌ର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେତୁ ଦତ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟରୁ 4 ଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଜାଣିହେବ ଓ ଏହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଅଛି । ତେଣୁ ଅଙ୍କନ -7 ଅନୁସାରେ ରମ୍ବସ୍‌ଟି ଅଙ୍କିତ ହେବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(f)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର -

(i) AB = 2.7 ସେ.ମି., BC =3.5 ସେ.ମି., CD=6 ସେ.ମି., DA=4 ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle B = 90^0$

(ii) AB=7.3 ସେ.ମି., BC = 6.9 ସେ.ମି., CD =5.8 ସେ.ମି., DA =8.2 ସେ.ମି. ଓ $m\angle C=45^0$

2. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର -

AB = 6ସେ.ମି., BC = 4ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle ABC =75^0$

3. ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 120^0 ଓ ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି.।

4. ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର-

(i) ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3.5 ସେ.ମି. । (ii) ପରିସୀମା = 16 ସେ.ମି. ।

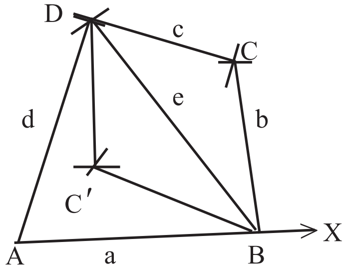
5. ABCD ଆୟତଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର -

(i) AB= 6 ସେ.ମି. ଓ AD = 4 ସେ.ମି.। (ii) AC = 6.5 ସେ.ମି. ଓ AB = 5.2 ସେ.ମି. ।

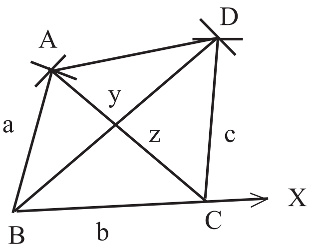
ଅଙ୍କନ - 8

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To construct a quadrilateral, given the lengths of four sides and length of one diagonal.)



ଚିତ୍ର 6.16



ଚିତ୍ର 6.17

ମନେକର ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = a ଏକକ, BC = b ଏକକ, CD = c ଏକକ, DA = d ଏକକ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = e ଏକକ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ :

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ΔABD ଓ ΔBCD ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ । ΔABD ରେ AB, BD ଓ DA ଦତ୍ତ ହେତୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିହେବ । ସେହିପରି ΔBCD ରେ BC, CD ଓ BD ଦତ୍ତ ହେତୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଅଙ୍କନ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) $\overrightarrow{AX}$ ଅଙ୍କନ କରି ସେଥିରୁ a ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ଛେଦନ କର । (ଚିତ୍ର 6.16 ଦେଖ)

(ii) A ଓ B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଯଥାକ୍ରମେ d ଓ e ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ $\overline{AB}$ ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦୁଇଟି ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତୁ । $\overline{AD}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) ପୁଣି B ଓ D ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଯଥାକ୍ରମେ b ଓ c ପରିମାଣ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଦୁଇଟି ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେମାନେ $\overline{BD}$ ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ C ବିନ୍ଦୁରେ ଓ ଅପର ପାର୍ଶ୍ୱରେ C' ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତୁ। $\overline{BC}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC'}$ ଓ $\overline{DC'}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iv) ବର୍ତ୍ତମାନ ABCD ବା ABC'D ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ହେବ । ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ହେଉଥିଲା ବେଳେ ABC'D ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ନୁହେଁ ।

ମନ୍ତବ୍ୟ : ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସାଧାରଣତଃ ଆମେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିଥାଉ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ଉତ୍ତଳ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଏ, ତେବେ B ଓ D କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି ଯଥାକ୍ରମେ b ଓ c ପରିମାଣ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ $\overline{BD}$ ର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ A ଅବସ୍ଥିତ ତାହାର ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଚାପଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ଏବଂ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ତାହା C ହେବ ।

ନିମ୍ନ ଅଙ୍କନଟି ଅଙ୍କନ - ୪ ର ଅନୁରୂପ ହେବ :

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜରେ ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଦୁଇଟି କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To construct a qudrilateral, given the lengths of three sides and length of two diagonals.)

ମନେକର ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ AB= a ଏକକ, BC = b ଏକକ, CD = c ଏକକ, AC= x ଏକକ ଓ BD = y ଏକକ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ । (ଚିତ୍ର.6.17 ଦେଖ ।)

ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ ଦ୍ୱାରା ଯଥାକ୍ରମେ Δ ABC ଓ ΔBCD ଗଠିତ ହୁଅନ୍ତି । ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର ସମସ୍ତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିବାରୁ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କିତ ହୋଇପାରିବ । ଶେଷରେ A ଓ D ଯୋଗକଲେ ଆବଶ୍ୟକ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିବ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(g)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର -

   (i) AB = 3 ସେ.ମି., BC = 3.8 ସେ.ମି., CD = 4.1 ସେ.ମି., AD= 3.4 ସେ.ମି. ଓ AC =4.9 ସେ.ମି.।

   (ii) AB= 3.2 ସେ.ମି., BC= 6.5 ସେ.ମି., CD= 4.7 ସେ.ମି., AC =.5.8 ସେ.ମି. ଓ BD = 4.1 ସେ.ମି.।

   (iii) AB = 8.2 ସେ.ମି., AD = 7.4 ସେ.ମି., BC =5 ସେ.ମି.,AC =8.4 ସେ.ମି. ଓ BD = 9 ସେ.ମି. ।

2. ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ସେ.ମି ଓ ଏକ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ୪ ସେ.ମି. ।

3. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର-

(i) AB = 3.7 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି. ଓ AC = 6.1 ସେ.ମି. ।

(ii) AB = 6 ସେ.ମି., AC = 6 ସେ.ମି. ଓ BD = 8ସେ.ମି. ।

4. ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ଓ ଏହାର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ।

5. ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5 ସେ.ମି.।

6. ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5.6 ସେ.ମି. ଓ 7.4 ସେ.ମି. ।

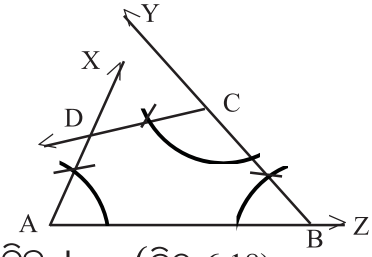
ଅଙ୍କନ - 9

କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ତିନୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To construct a quadrilateral, given the lengths of two adjacent sides and measures of three angles.)

(a) ମନେକର ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର AB = a ଏକକ, BC=b ଏକକ ଏବଂ $m\angle A$, $m\angle B$ ଓ $m\angle C$ ଦତ୍ତ ଅଛି । ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :



(ଚିତ୍ର 6.18)

(a) (i) a ଏକକ ପରିମିତି $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କରି B ବିନ୍ଦୁରେ $m\angle B$ ପରିମିତ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର।

(ii) $\overrightarrow{BY}$ ବାହୁରୁ b ଏକକ ଛେଦକଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର C କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ ।

(iii) $\overline{AB}$ ର A ବିନ୍ଦୁରେ ଓ C-ପାର୍ଶ୍ୱରେ $m\angle A$ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଓ $\overline{BC}$ ର C ବିନ୍ଦୁରେ ଓ A - ପାର୍ଶ୍ୱରେ $m\angle C$ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଅଙ୍କନ କଲେ ସେମାନଙ୍କର ବାହୁମାନ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ତାହା ହେବ D ଓ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ମିଳିବ ।

(b) ଯଦି AB, BC, $m\angle B$, $m\angle C$ ଓ $m\angle D$ ଦତ୍ତ ଥାଏ ତେବେ $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$ ହେତୁ $m\angle A$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ ଏବଂ ତତ୍‌ପରେ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସାରେ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କିତ ହେବ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(h)

1. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର-

(i) AB =4 ସେ.ମି., BC=3 ସେ.ମି., $m\angle A=45^0$, $m\angle B=120^0$ ଓ $m\angle C = 60^0$।

(ii) AB= 7 ସେ.ମି., BC = 6 ସେ.ମି., $m\angle B = 90^0$, $m\angle C = 60^0$ ଓ $m\angle D = 120^0$ ।

(iii) AB=5.2 ସେ.ମି., BC=3.9 ସେ.ମି., AD=4.2 ସେ.ମି., $m\angle A=120^0$ ଓ $m\angle B = 90^0$ ।

(iv) AB = 2.5 ସେ.ମି., BC = 3.7 ସେ.ମି., CD = 4 ସେ.ମି., $m\angle B = 120^0$ ଓ $m\angle C = 90^0$।

2. ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, AB =8 ସେ.ମି., BC =6 ସେ.ମି., CD = 4 ସେ.ମି. ଓ $m\angle B = 60^0$ ।

3. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହର AB = 6 ସେ.ମି., BC = 5.5 ସେ.ମି., AC = 6.4 ସେ.ମି., BD = 7.1 ସେ.ମି., $m\angle DBC = 30^0$ ।

4. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହର AB = 5.5 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$, BC = 6 ସେ.ମି, $m\angle ACD = 30^0$, $m\angle BAD = 105^0$

5. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $(\overline{BP} \perp \overline{AC}, \overline{DQ} \perp \overline{AC})$ AC = 6.7 ସେ.ମି., AB = 5 ସେ.ମି., CD = 5.3 ସେ.ମି., BP = 4.8 ସେ.ମି., DQ = 5 ସେ.ମି. ଚର୍ତୁଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

6. ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, AB = 6 ସେ.ମି., BC= 4.5 ସେ.ମି., CD = 9 ସେ.ମି., DA= 5 ସେ.ମି. ।

7. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = CD = 4.5 ସେ.ମି., BC = 9 ସେ.ମି., $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, BC = 2 AD

6.5 ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ:

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପପାଦ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ପଢିଛ । ସେ ସମସ୍ତର ପ୍ରୟୋଗାତ୍ମକ ଦିଗ ସହିତ ଏଠାରେ ପରିଚିତ ହେବା ।

ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ସମାନ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ (ଅର୍ଥାତ୍ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ) ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ । ଏହି ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ କୌଣସି ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ବା ଚର୍ତୁଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ କରି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ।

ଅଙ୍କନ -10

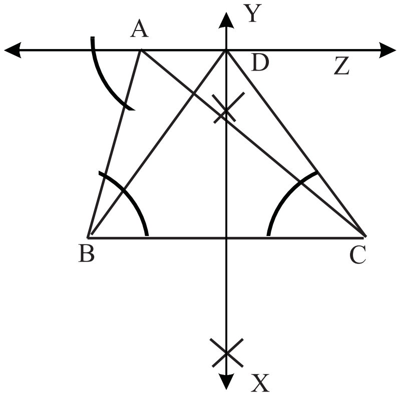
କୌଣସି ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To draw an isosceles triangle equal in area to a given triangle.)

Δ ABC ଗୋଟିଏ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ।

ବିଶ୍ଳେଷଣ : A ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ $\overline{BC}$ ସହ ସମାନ୍ତର କରି $\overleftrightarrow{AZ}$ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର । $\overleftrightarrow{AZ}$ ଉପରିସ୍ଥ D ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ Δ ABC ଓ Δ DBC କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ହେବ, କାରଣ ସେମାନେ ଏକା ଭୂମି $\overline{BC}$ ଉପରେ ଓ ଏକା ସମାନ୍ତର ରେଖା ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ । ବର୍ତ୍ତମାନ Δ DBC ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବା ପାଇଁ D ବିନ୍ଦୁ ଟି $\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ତେଣୁ $\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{AZ}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ ତାହା D ବିନ୍ଦୁ ହେବ ଓ ΔDBC ଆବଶ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :



(i) ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) ତତ୍‌ପରେ A ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ $\overline{BC}$ ସଂଗେ ସମାନ୍ତର କରି $\overleftrightarrow{AZ}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{XY}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ତାହା $\overleftrightarrow{AZ}$ କୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(iv) $\overline{DB}$ ଓ $\overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କର । ΔDBC ଆବଶ୍ୟକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

(ଚିତ୍ର 6.19)

ପ୍ରମାଣ : $\overleftrightarrow{DX}$, $\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ. $\Rightarrow DB = DC$, ଅର୍ଥାତ୍ ΔDBC ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ପୁଣି $\because$ $\overleftrightarrow{AZ} \parallel \overline{BC}$ ଏବଂ ΔABC ଓ ΔDBC ଏକ ଭୂମି $\overline{BC}$ ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{AZ}$ ଓ $\overline{BC}$ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

$\therefore \Delta DBC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

ମନ୍ତବ୍ୟ : (i) ଏହି ଅଙ୍କନରେ $\overline{BC}$ କୁ ଭୂମି ନେଇ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । $\overline{AB}$ ବା $\overline{AC}$ କୁ ଭୂମି ନେଇ ମଧ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ Δ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

(ii) ସମଦ୍ୱିବାହୁ Δର ଭୂମିକୁ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରଖି ଉଚ୍ଚତାକୁ 2 ଗୁଣ ବା 3 ଗୁଣ ଇତ୍ୟାଦି ନେଇ ମୂଳ ତ୍ରିଭୁଜର ସେତିକି ଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜମାନ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଅଙ୍କନ - 11

ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ।

(To draw a right angled triangle equal in area to a given triangle.)

ବିଶ୍ଳେଷଣ :

$\overline{BC}$ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{AY}$ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ D ହେଲେ ΔDBC ଓ ΔABCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ । ΔDBC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବାପାଇଁ D ବିନ୍ଦୁଟି, B କିମ୍ବା C ଠାରେ $\overline{BC}$ ଉପରେ ଅଙ୍କିତ ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ତେଣୁ $\overline{BC}$ ସହ B (କିମ୍ବା C) ଠାରେ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{AY}$ କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ ତାହା D ବିନ୍ଦୁ ହେବ ଓ ΔDBC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

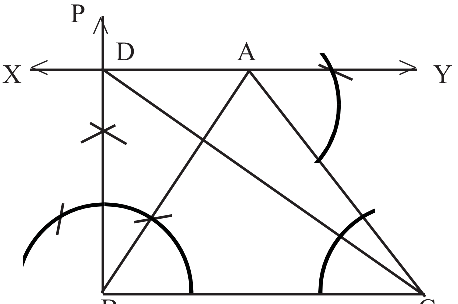
(i) ΔABC ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) A ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ $\overline{BC}$ ସହ ସମାନ୍ତର $\overleftrightarrow{XY}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) B ଠାରେ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{BP}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

ଏହା $\overleftrightarrow{XY}$ କୁ D ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(iv) $\overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କର । ΔDBC ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ।



(ଚିତ୍ର 6.20)

ପ୍ରମାଣ : ଅଙ୍କନ ଅନୁସାରେ $\angle DBC$ ଏକ ସମକୋଣ । ପୁଣି ΔABC ଓ ΔDBC ଏକ ଭୂମି $\overline{BC}$ ଉପରେ ଏବଂ ଏକ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overline{BC}$ ଓ $\overleftrightarrow{XY}$ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୋଇଥିବାରୁ ΔDBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

ମନ୍ତବ୍ୟ - ΔABC ର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେଲେ, ତାହାର ଉଚ୍ଚତା $EB = 2DB$ ନେଇ EC ଅଙ୍କନ କଲେ ΔEBCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2 \times \Delta ABC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ - 12

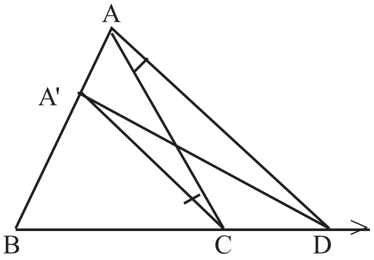
ଏକ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To construct a triangle in to another triangle of equal area by changing the length of the base)

ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ :

ΔABC ର $\overrightarrow{BC}$ ଉପରିସ୍ଥ D ଏପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଯେପରିକି B-C-D । ଏଠାରେ $BD > BC$ ।

ଆମକୁ $\overline{BD}$ ଉପରେ $\Delta A'BD$ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ, ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ΔABC ର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 6.21)

ବର୍ତ୍ତମାନ ନୂତନ ତ୍ରିଭୁଜଟି ΔABC ର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବାକୁ ହେଲେ, A' ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

(i) $\overline{AD}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) C ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{AD}$ ସହ ସମାନ୍ତର ଅଙ୍କନ କରି $\overline{CA'}$ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା $\overline{AB}$ କୁ A' ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ।

(iii) $\overline{A'D}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ $\Delta A'BD$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦତ୍ତ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।

ପ୍ରମାଣ : $\Delta AA'C$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\Delta A'CD$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

($\because$ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ $\overline{A'C}$ ଏକ ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ $\overline{AD}$ ଓ $\overline{A'C}$ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ)

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\Delta A'BC$ ଯୋଗ କଲେ ପାଇବା, ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\Delta A'BD$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ΔABC ର $\overline{BC}$ ଉପରିସ୍ଥ D ଏପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ପାରିବା ଯେପରିକି B-D-C ହେବ । ଏଠାରେ $BD < BC$ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{BD}$ ଉପରେ ΔABC ର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ $\Delta A'BD$ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ।

ଅଙ୍କନ - 13

ଏକ ଦତ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To draw a triangle equal in area to a given quadrilateral.)

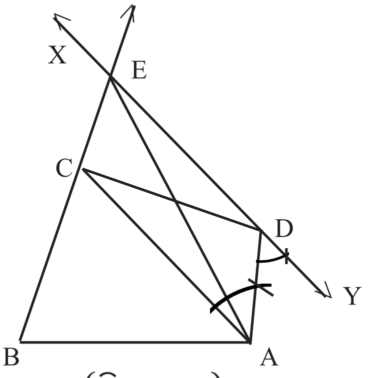
ABCD ଏକ ଦତ୍ତ ଚତୁର୍ଭୁଜ । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ : (i) $\overline{AC}$ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) D ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overline{AC}$ ସମାନ୍ତର କରି $\overleftrightarrow{XY}$ ଅଙ୍କନ କର । ତାହା $\overrightarrow{BC}$କୁ E ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

(iii) A, E କୁ ଯୋଗକର ।

(iv) ΔABE ଆବଶ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜ ।



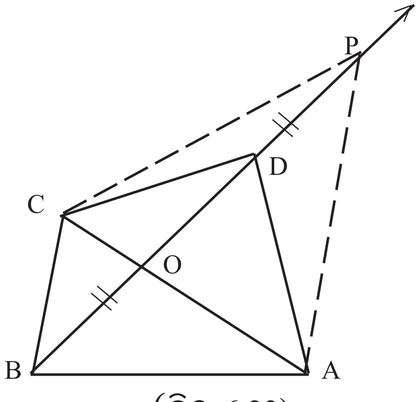
(ଚିତ୍ର 6.22)

ପ୍ରମାଣ : ଅଙ୍କନ ଅନୁଯାୟୀ $\overline{AC} \parallel \overleftrightarrow{XY}$, ΔACD ଓ ΔACE ଏକା ଭୂମି $\overline{AC}$ ଉପରେ ଏବଂ $\overline{AC}$ ଓ $\overleftrightarrow{XY}$ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ,

$\therefore \Delta ACD$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔACE ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯୋଗକଲେ, ΔACD ଓ ΔPBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି = ΔACE ଓ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ଅର୍ଥାତ୍, ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ΔABE ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣ ଅଙ୍କନ କରି ମଧ୍ୟ ଆବଶ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିହେବ ।



(ଚିତ୍ର 6.23)

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

(i) କର୍ଣ୍ଣ $\overline{CA}$ ଓ $\overline{BD}$ ଅଙ୍କନ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O $\overrightarrow{BD}$ ଅଙ୍କନ କର ।(ଚିତ୍ର 6.23 ଦେଖ)

(ii) D କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ BO ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଉକ୍ତ ଚାପ $\overrightarrow{BD}$କୁ ଛେଦ କରିବ ତାର ନାମ ଦିଅ P । (iii) $\overline{PC}$ ଓ $\overline{PA}$ ଅଙ୍କନ କର । (iv) ବର୍ତ୍ତମାନ ଆବଶ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜ ହେଉଛି ΔPCA ।

ପ୍ରମାଣ : Δ BOC ଏବଂ Δ DPC ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ

[$\because$ ଭୂମି BO=DP ଏବଂ ଉଭୟ ସମଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ

ସେହିପରି ΔBOA ଏବଂ ΔDPA ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ]

$\therefore$ ΔCDA, ΔBOC ଓ ΔBOA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି = ΔCDA, ΔDPC ଓ ΔDPA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି $\Rightarrow$ ଚତୁର୍ଭୁଜ ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = Δ PCA ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6(i)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC= 5.8 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଓ $\overline{AD}$ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 4.2 ସେ.ମି. । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

2. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC=5.4 ସେ.ମି. $m\angle B=60^0$, $m\angle A=75^0$ । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ଭୂମି $\overline{BD}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6.3 ସେ.ମି. ନେଇ (ଯେପରିକି B-C-D) $\overline{BD}$ ଉପରେ ΔABC ର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ΔA'BD ଅଙ୍କନ କର ।

3. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର A ରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6.7 ସେ.ମି., $m\angle B=60^0$ ଓ $m\angle C=45^0$ । ଏହାର ଅର୍ଦ୍ଧେକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

4. ΔABC ରେ $m\angle B=60^0$, $\overline{AX}$ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4.9 ସେ.ମି. ଓ $m\angle A=45^0$; ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନକରି ତାର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

5. ΔABC ରେ BC=6.5 ସେ.ମି., b+c=10 ସେ.ମି. ଓ $m\angle B = 60^0$ । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

6. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $m\angle A = 60^0$, a = 7 ସେ.ମି. ଓ b – c = 4 ସେ.ମି.। ଏହାର ଅର୍ଦ୍ଧେକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

7. Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AC – AB = 2 ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ BC = 7 ସେ.ମି. । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

8. ΔABC ର BC = 5.4 ସେ.ମି., b + c = 8.7 ସେ.ମି. ଓ $m\angle A = 60^0$ । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

9. ΔABC ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି $\overline{BC}$ ଓ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\overline{AD}$ । BC=5.6 ସେ.ମି. ଓ AC – AD =3 ସେ.ମି. ନେଇ Δ ABC ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା 12 ସେ.ମି. । ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି ତାହାର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଯେ କୌଣସି ବାହୁ ଉପରେ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

11. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = 5 ସେ.ମି., AC = 7.2 ସେ.ମି., AD= 6 ସେ.ମି., BC=6.2 ସେ.ମି. ଓ CD=5.4 ସେ.ମି. । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

12. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି AB=5ସେ.ମି., BC =7 ସେ.ମି., CD=9 ସେ.ମି., DA=10 ସେ.ମି. ଏବଂ $m\angle ABC=120^0$ ।

   (i) ଚତୁର୍ଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ΔPBC ଅଙ୍କନ କର ।

   (ii) ଉପରୋକ୍ତ ମାପ ନେଇ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଭିନ୍ନ ଏକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଓ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ΔBDP ଅଙ୍କନ କର । (**ସୂଚନା:** ଅଙ୍କନ- 11 ରେ ଥିବା ବିପକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରୟୋଗ କର ।)

6.6 ତ୍ରିଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ :

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକା ଭୂମି ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେବ ।

ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା

ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}\times$ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା

ତ୍ରିଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= ($\frac{1}{2}\times$ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)× ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା

= ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ($\frac{1}{2}\times$ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା)

ଏଣୁ କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେଲେ-

(କ) ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି (ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ବାହୁ) ସଂଗେ ସମାନ ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତାର ଅଧାଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ । ଅଥବା

(ଖ) ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ପରିମାଣ ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ତାର ଉଚ୍ଚତା ସଂଗେ ସମାନ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ - 14

କୌଣସି ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ ସହ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।
(To draw a rectangle equal in area to a given triangle.)

Δ ABC ଏକ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜ । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ (1) :

(i) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ରୁ $\overline{BC}$ ଭୂମି ପ୍ରତି $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ (ଉଚ୍ଚତା) ଟାଣ । $\overline{AD}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{XY}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) B ଠାରେ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overrightarrow{BP}$ ଲମ୍ବ ଉତ୍ତୋଳନ କର । ତାହା $\overleftrightarrow{XY}$ କୁ P ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

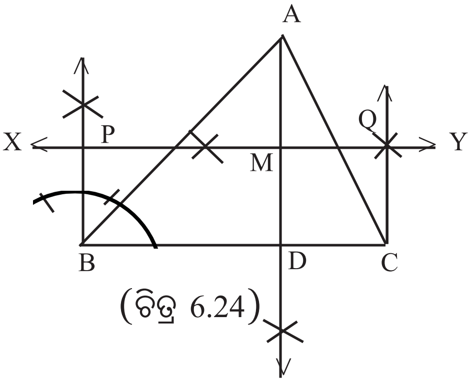
(iii) $\overleftrightarrow{XY}$ ରୁ $\overline{BC}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସଂଗେ ସମାନ କରି PQ ଅଂଶ ଛେଦନ କର । Q, C କୁ ଯୋଗକର ।

PQCQ ଆବଶ୍ୟକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର, ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ΔABC ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଂଗେ ସମାନ ।

ପ୍ରମାଣ : PBCQ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= BC \times PB = BC \times MD$ [$\because$ PB = MD]

$= BC \times \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \Delta ABC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ



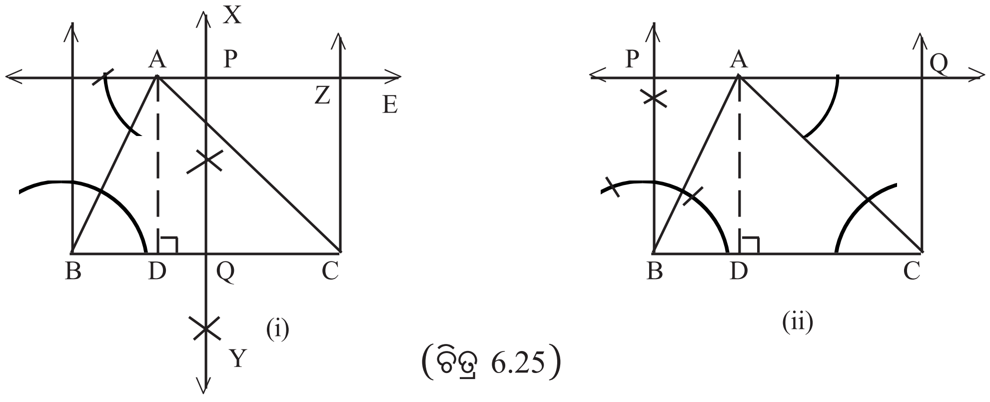
(ଚିତ୍ର 6.24)

ସୂଚନା : (i) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସେମାନଙ୍କୁ ଯୋଗକରି $\overleftrightarrow{XY}$ ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

(ii) $\overline{AD}$ ର ଲମ୍ବ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ $\overleftrightarrow{XY}$ ଅଙ୍କନ କରି ଏବଂ B ଓ C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରି ମଧ୍ୟ ଏହି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ (2) :

$\overline{BC}$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ $\overleftrightarrow{XY}$ ଅଙ୍କନ କର; ତାହା $\overline{BC}$ କୁ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । A ମଧ୍ୟଦେଇ $\overline{BC}$ ସଙ୍ଗେ ସମାନ୍ତର କରି $\overleftrightarrow{AE}$ ଅଙ୍କନ କର; ତାହା $\overline{XY}$ କୁ P ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । $\overleftrightarrow{AE}$ ରୁ QC ସଙ୍ଗେ ସମାନ କରି $\overline{PZ}$ ଅଂଶ ଛେଦନ କର ।



(ଚିତ୍ର 6.25)

PQCZ ଆବଶ୍ୟକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର, ଯାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ଚିତ୍ର 6.25(i)କୁ ଦେଖ ।

ପ୍ରମାଣ : PQCZ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= QC \times PQ = \frac{1}{2} BC \times AD$ ($\because PQ = AD$)

$= \Delta ABC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ମନ୍ତବ୍ୟ : ଏହି ଅଙ୍କନରେ PQCZ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ΔABC ର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଏବଂ PQCZ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା = Δ ABC ର ଉଚ୍ଚତା [PQCZ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= QC.PQ $= \frac{1}{2}$ BC.PQ = $\frac{1}{2}$ BC.AD = Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ]

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚତା ସଙ୍ଗେ ଯଥାକ୍ରମେ ସମାନ ଭୂମି ଓ ଉଚ୍ଚତା ନେଇ ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

[ଚିତ୍ର 6.25 (ii)] ରେ PBCQ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ΔABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଦୁଇଗୁଣ ।

[$\because$ PBCQ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= BC \times BP = BC \times AD$

$= 2(\frac{1}{2}\ BC \times AD) = 2 \times \Delta ABC$ ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ]

ଅନୁଶୀଳନୀ - 6 (j)

1. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $AB = 8$ ସେ.ମି., $AC = 4$ ସେ.ମି. ଓ $BC = 6$ ସେ.ମି. । $\overline{BC}$ ଉପରେ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

2. ΔABCରେ $AB = 5$ ସେ.ମି., $AC = 4$ ସେ.ମି., $m\angle A = 60^0$, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କରି $\overline{BC}$ ଉପରେ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

3. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $a+b+c = 8.5$ ସେ.ମି., $m\angle B = 60^0$ ଏବଂ $m\angle C = 90^0$ । ଏହାର ଦୁଇଗୁଣ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

4. ΔABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $AB–AC = 1.5$ ସେ.ମି., $BC = 6.3$ ସେ.ମି., $m\angle B = 45^0$ । ଏହାର ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ଅଙ୍କନ - 15

6.7 ରେଖାଖଣ୍ଡ ବିଭାଜନ:

କୌଣସି ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ କେତେକ ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ହେବ ।

(To divide a given line-segment into any number of congruent parts.)

$\overline{AB}$ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ। ଏହାକୁ କେତେକ ଅଂଶରେ (ମନେକର 5 ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ) ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ହେବ ।

ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:

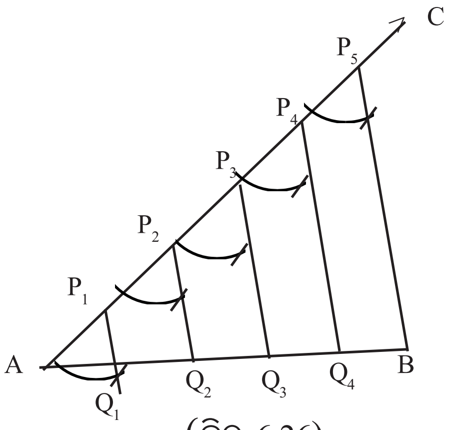
(i) A ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{AB}$ ସହ ଯେ କୌଣସି ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ କରୁଥିବା $\overrightarrow{AC}$ ରଶ୍ମି ଟାଣ।

(ii) $\overrightarrow{AC}$ ରୁ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ 5ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶ $\overline{AP_1}, \overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}$ ଓ $\overline{P_4P_5}$ ଛେଦକଲେ [A କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା $\overline{AC}$ କୁ P_1 ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରୁ। ପୁନଶ୍ଚ P_1 ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ପୂର୍ବବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ କାଟ ଯାହା $\overline{AC}$ କୁ P_2 ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ। ଏହିପରି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ P_3, P_4 ଓ P_5 ବିନ୍ଦୁମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।]

(iii) P_5 ଓ B କୁ ଯୋଗକର ।

(iv) P_4, P_3, P_2 ଓ P_1 ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ $\overline{P_5B}$ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{P_4Q_4}$, $\overline{P_3Q_3}$, $\overline{P_2Q_2}$ ଓ $\overline{P_1Q_1}$ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ଟାଣ ଏବଂ ସେମାନେ $\overline{AB}$ କୁ ଯଥାକ୍ରମେ Q_4, Q_3, Q_2 ଓ Q_1 ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ । ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା $\overline{AB}$, ପାଞ୍ଚ ସର୍ବସମଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହେଲା ।

ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AQ_1} \cong \overline{Q_1Q_2} \cong \overline{Q_2Q_3} \cong \overline{Q_3Q_4} \cong \overline{Q_4B}$ ।



(ଚିତ୍ର 6.26)

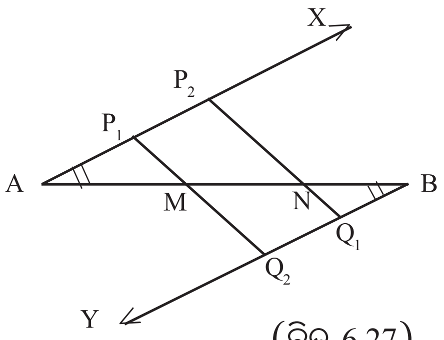
ପ୍ରମାଣ: $\overline{P_1Q_1}$, $\overline{P_2Q_2}$, $\overline{P_3Q_3}$ ଓ $\overline{P_4Q_4}$, $\overline{P_5B}$ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଏବଂ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଛେଦକଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ $\overline{AC}$ ଉପରେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଛେଦାଂଶମାନ ଅଙ୍କିତ, ଏଣୁ ଛେଦକ $\overline{AB}$ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶମାନ ମଧ୍ୟ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ। ଅର୍ଥାତ୍ $AQ_1=Q_1Q_2= Q_2Q_3=Q_3Q_4=Q_4B$

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡରେ Q ବିନ୍ଦୁ ସଂସ୍ଥାପନ କରି AQ ଓ BQ କୁ m : n ଅନୁପାତ ବିଶିଷ୍ଟ କରିବାକୁ ହେଲେ $\overrightarrow{AC}$ ଉପରେ m+n ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁର P_1, P_2, $P_{(m+n)}$ ନେଇ (ଚିତ୍ର 6.26 ଦେଖ) $P_{(m+n)}$ ଓ B ର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ଏବଂ କେବଳ P_m ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ଉପରୋକ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସହ ସମାନ୍ତର ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯିବ ।

ଏହି ରେଖା ଓ $\overline{AB}$ ର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ହିଁ ହେବ Q ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ:

($\overline{AB}$ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରେଖାଖଣ୍ଡ । ଏହାକୁ କେତେକ ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ (ମନେକର 3ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ) ବିଭକ୍ତ କରିବାକୁ ହେବ ।)



(ଚିତ୍ର 6.27)

(i) $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ର A ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ଦୁଇଟି ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ଯଥାକ୍ରମେ $\angle XAB$ ଏବଂ $\angle YBA$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overrightarrow{AX}$ ରୁ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଷିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶ $\overline{AP_1}$ ଓ $\overline{P_1P_2}$ ଛେଦକର । (A କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା $\overrightarrow{AX}$ କୁ P_1 ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ । ପୁନଶ୍ଚ P_1 ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ପୂର୍ବବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ କାଟ; ଯାହା $\overrightarrow{AX}$ କୁ P_2 ରେ ଛେଦକରୁ ।)

ଏହିପରି କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଏକାଧିକ ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରି ପାରିବ।

(iii) ପୂର୍ବ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣରେ $\overrightarrow{BY}$ ଉପରେ Q_1 ଓ Q_2 ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରିକି, $AP_1=BQ_1=BQ_2$ ହେବ।

(iv) ବର୍ତ୍ତମାନ $\overline{P_2Q_1}$ ଏବଂ $\overline{P_1Q_2}$ ଅଙ୍କନ କର ଯାହା $\overline{AB}$ କୁ ଯଥାକ୍ରମେ M ଓ N ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ।

ଏଠାରେ $\overline{AB}$ ଟି ସମାନ ତିନି ସର୍ବସମ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହେଲା।

ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ସର୍ବସମ ଭାଗରେ ପରିଣତ କରି ହେବ। ଏହାର ପ୍ରମାଣ ତୁମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିବ।

ମନ୍ତବ୍ୟ– $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରି 2 ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ପରିଣତ କଲାପରେ ପ୍ରତି ଅଂଶକୁ ପୁନଶ୍ଚ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକଲେ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ 4 ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ପରିଣତ ହେବ। ସେହିପରି 4 ସର୍ବସମ ଅଂଶରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ-ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କଲେ $\overline{AB}$ ମୋଟ ୮ ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ପରିଣତ ହେବ।

ଅନୁଶୀଳନୀ– 6 (k)

1. 11 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଟାଣି ତାକୁ 5 ଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କର।
2. 10 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଟାଣି X ବିନ୍ଦୁରେ ଏପରି ଭାବେ ଦୁଇଖଣ୍ଡ କର ଯେପରିକି, AX=2BX ହେବ।
3. ୮ ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ଉପରେ C ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରିକି, AC : CB= 2 : 1 ହେବ।
4. 12.5 ସେ.ମି. ପରିସୀମା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ 2 : 3 : 4 ହେବ।
5. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପରିସୀମା 13.5 ସେ.ମି.।
(13.5 ସେ.ମି. ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତିନୋଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରି ଆବଶ୍ୟକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର।)
6. 9 ସେ.ମି. ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରି ଏହି ରେଖାଖଣ୍ଡରେ 3 ସେ.ମି.କୁ ଏକ ଏକକ ନେଇ $2\frac{1}{3}$, $2\sqrt{2}, 2+\frac{\sqrt{3}}{2}$ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିରୂପଣ କର।
(ସୂଚନା : AB = BC = CD = 3 ସେ.ମି. ଓ $\overline{AD}$ ଦତ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡ ହେଲେ $\overline{CD}$ କୁ ସମତ୍ରିଖଣ୍ଡ କର ଓ B ଠାରେ BE = 3 ସେ.ମି. ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଇତ୍ୟାଦି)