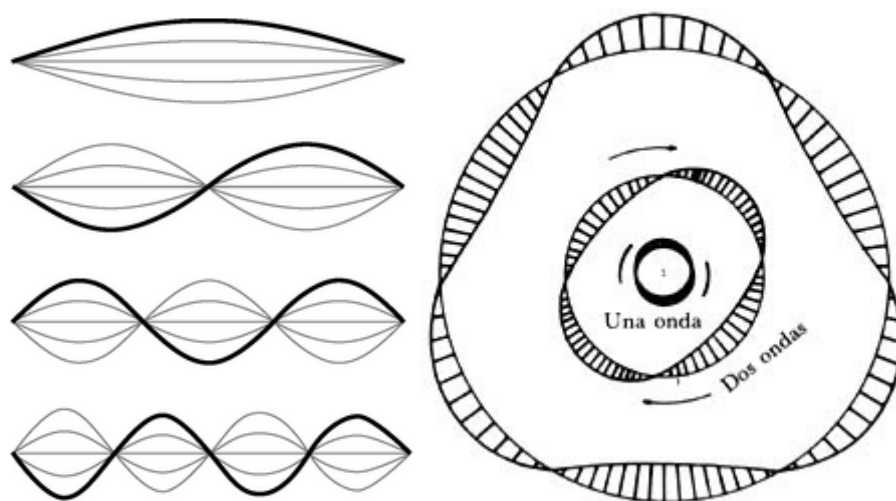

T.9. FÍSICA CUÁNTICA



1. Crisis de la Física clásica	2
2. Problemas precursores de la física cuántica	3
2.1 Radiación térmica	3
2.2 Efecto fotoeléctrico	8
2.3 Espectros atómicos	13
3. Mecánica cuántica	16
3.1 Dualidad onda-corpúsculo: hipótesis de De Broglie	16
3.2 Principio de incertidumbre de Heisenberg	19
CUESTIONES TEÓRICAS	21
Efecto fotoeléctrico	21
Mecánica cuántica	23
PROBLEMAS	26
Efecto fotoeléctrico	26
Dualidad onda-corpúsculo	29

1. Crisis de la Física clásica

A finales del siglo XIX los físicos creían tener un perfecto conocimiento de las leyes que regían el universo, se pensaba que la Física no avanzaría más. Sin embargo nuevos experimentos produjeron una revolución en el campo de la Física poniendo en duda las leyes de la física clásica y dando lugar a nuevas ramas.

La Física desarrollada hasta el siglo XIX se conoce con el nombre de **Física clásica** y engloba:

- Mecánica newtoniana**.

- Electromagnetismo**.

- Termodinámica**. Se dedica al estudio de los intercambios de masa y energía.

- Mecánica estadística**. Trata de explicar el comportamiento de los sistemas formados por muchas partículas.

La **física clásica** se caracteriza por:

- Determinismo** de la evolución temporal de un sistema. Esto quiere decir que se puede predecir la evolución de cualquier sistema cerrado (i.e posición y velocidad de un conjunto de partículas) siempre que conozcamos las condiciones iniciales (posición y velocidad inicial).

- Objetividad** de las magnitudes físicas. Según esta objetividad el valor de las magnitudes físicas tales como posición, velocidad, etc existen con independencia del observador y para cada instante del tiempo tienen un valor bien definido (aunque no necesariamente igual para todos los observadores). Esto contrasta con algunas interpretaciones de la mecánica cuántica que rechazan la objetividad tal como aquí se ha definido.

A finales del siglo XIX aparecieron **fenómenos sin explicación** desde la física clásica:

- Referente a la **estructura de los átomos** (efecto fotoeléctrico, radiación térmica, espectros de líneas de átomos)

- Interacción radiación-materia**.

2. Problemas precursores de la física cuántica

2.1 Radiación térmica

Cuando un trozo de metal se calienta sus átomos absorben la energía térmica y emiten radiación electromagnética. Si la temperatura no es muy alta no se aprecia cambio de color alguno en el metal, aunque desprende calor (radiación electromagnética no visible: infrarroja). Si seguimos aumentando la temperatura la radiación electromagnética emitida se corresponde con las frecuencias de la luz visible. El metal adquiere primero un color rojo oscuro, después rojo intenso, amarillo y a temperaturas elevadas podremos apreciar un amarillo muy pálido, casi blanco.

Se denomina **radiación térmica** o radiación calorífica a la **emitida por un cuerpo debido a su temperatura**. Esta radiación es radiación electromagnética que **se genera por el movimiento térmico de las partículas cargadas que hay en la materia**.

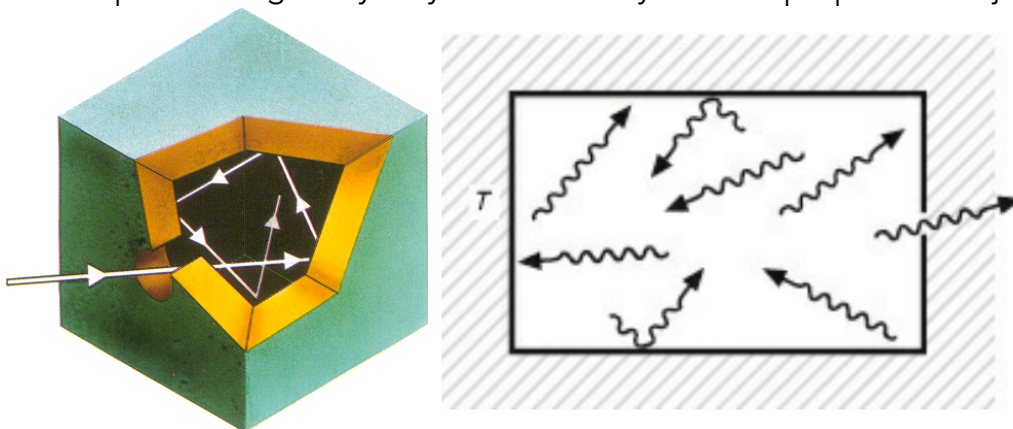
Es importante señalar que **todos los cuerpos (salvo uno cuya temperatura fuera cero absoluto) emiten debido a este efecto radiación electromagnética**, siendo su intensidad dependiente de la temperatura y de la longitud de onda considerada.

Cuerpo negro

Para poder estudiar este tipo de radiación y medirla en un laboratorio os físicos tuvieron que idear un dispositivo que estuviera en equilibrio ($T = \text{cte}$) con la propia radiación que emite. Para que esto suceda tiene que ocurrir:

Se llama un **cuerpo negro** a un cuerpo ideal capaz de absorber toda la radiación electromagnética que recibe y por tanto es capaz de emitir radiación de todas las longitudes de ondas (presentan un espectro continuo).

El cuerpo negro perfecto no se conoce, pero se puede considerar como cuerpo negro una cavidad hueca con paredes rugosas y muy absorbentes y con una pequeña rendija:



El **estudio del espectro de la radiación térmica emitida por un emisor perfecto** (el cuerpo negro) condujo al enunciado de dos importantes leyes:

• Ley de Stefan-Boltzmann (1884)

"La energía emitida por unidad de tiempo y superficie (intensidad o poder emisivo) del cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta"

$$E = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

La ley de Stefan-Boltzmann establece que la intensidad de radiación aumenta muy rápidamente con la temperatura, lo que está de acuerdo con los datos experimentales.

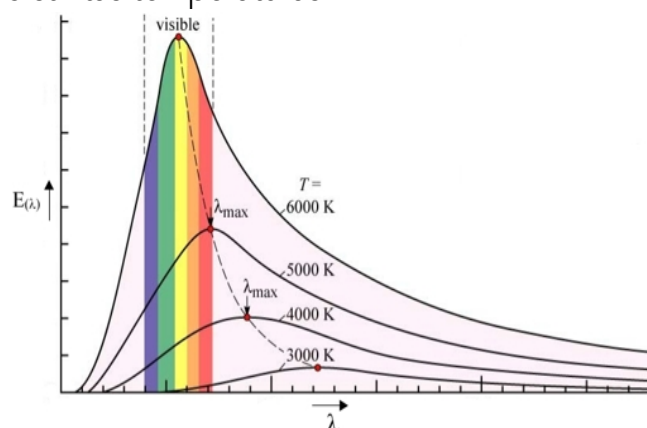
• Ley de Wien (1896)

"El cuerpo negro emite energía para todas las longitudes de onda y la distribución de la energía radiante es tal que a una determinada longitud de onda la intensidad de emisión es máxima. Para esta longitud de onda se cumple:"

$$\lambda_{\text{max}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

Según la ley de Wien el máximo de energía emitida se desplaza hacia longitudes de onda más cortas (mayores frecuencias) a medida que aumenta la temperatura del cuerpo emisor. Esto explica por qué a medida que se aumenta la temperatura el color del hierro caliente, por ejemplo, pasa del rojo al amarillo casi blanco.

En la siguiente gráfica se muestra la emisión de energía de un cuerpo negro en función de la longitud de onda para distintas temperaturas:



Gráfica que muestra los resultados experimentales para un cuerpo negro

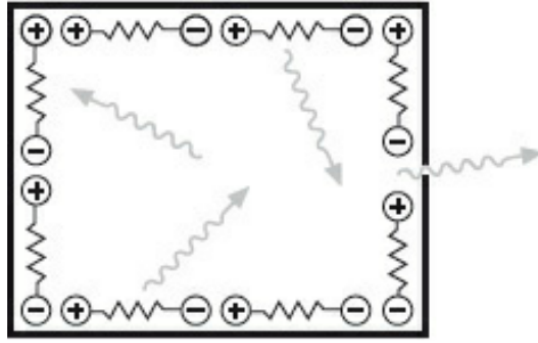
El poder emisivo (Stefan-Boltzmann) se corresponde con el área de la curva para cada temperatura. Como se ve aumenta muy rápidamente con T .

A medida que aumenta la temperatura el máximo de intensidad se desplaza hacia longitudes de onda más cortas (Wien)

Modelo de osciladores

Podemos imaginar los osciladores que producen y absorben la radiación térmica como una carga positiva y otra negativa unidas elásticamente por un muelle. Estos osciladores podían tanto emitir radiación electromagnética como recibirla. La situación es similar a la de la boya o flotador que usan los pescadores para saber si un pez ha picado el anzuelo. Cuando el pez pica la boya oscila, generando pequeñas ondas en el agua. Cuando, por el contrario, llega una

ondulación la boya se mueve a su ritmo, es decir: la boya es capaz tanto de generar ondas como de moverse debido a estas; puede tanto emitir ondas como absorber energía de ellas.



De esta forma se modelizaba la forma en que los átomos producían y absorbían radiación térmica.

Insuficiencia de la Física clásica: catástrofe ultravioleta

Las leyes anteriores son leyes empíricas que surgen del análisis de los datos experimentales. No obstante, el desafío estaba en explicar teóricamente la forma de la curva para cada temperatura. Esto, aunque se intentó, no pudo lograrse aplicando las concepciones clásicas conocidas hasta entonces.

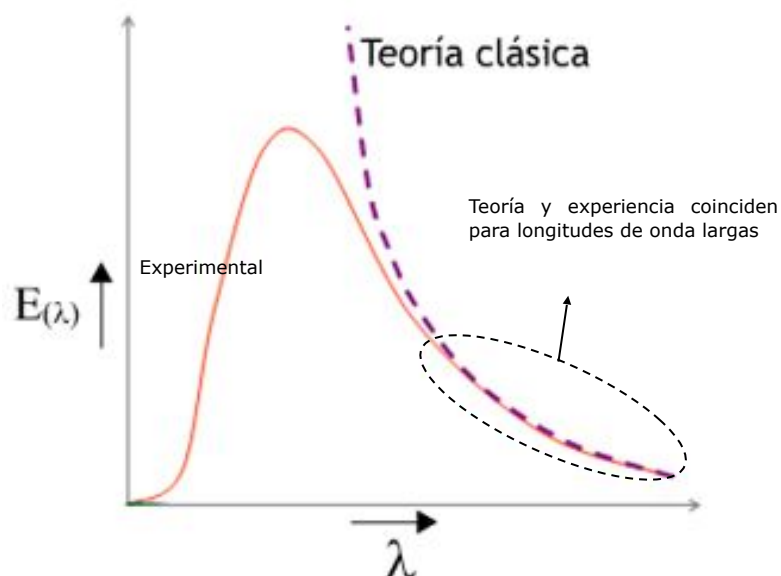
La aplicación del **modelo de osciladores** basándose en **la mecánica, la termodinámica y la física estadística** al problema planteado dio como resultado la siguiente ecuación:

$$E_{\lambda} = \frac{8 \pi \nu^2}{c^3} k T$$

La energía emitida debería crecer con el cuadrado de la frecuencia (línea de puntos).

Los datos experimentales, sin embargo, indican que el poder emisor cae bruscamente para longitudes de onda pequeñas (frecuencias altas). La ecuación anterior, por tanto, solamente da resultados ajustados a los datos experimentales para longitudes de onda elevadas.

Este hecho (que se conoció en la época como **"catástrofe ultravioleta"**) no tenía solución. La teoría clásica era incapaz de explicar los hechos experimentales.



Hipótesis de Planck

En diciembre de 1900 volvió a utilizar el modelo de los osciladores deduciendo en este caso una expresión teórica que se adaptaba muy bien a la curva experimental obtenida para la emisión de radiación por el cuerpo negro:

$$E_{\lambda} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h \nu}{kT}} - 1}$$

Para llegar a esta expresión Planck tuvo que introducir una extraña hipótesis que recibió el nombre de **hipótesis cuántica**:

Los **intercambios de energía entre materia y radiación** tienen lugar **no de manera continua, sino por cantidades discretas e indivisibles o cuantos de energía**. El cuanto de energía es proporcional a la frecuencia de la radiación:

$$E = h \nu \quad h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

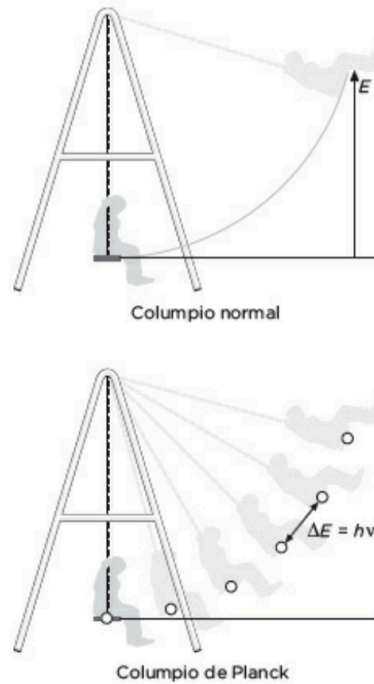
La constante de proporcionalidad introducida, ***h***, o **constante de Planck** está considerada actualmente como una de las constantes básicas de la naturaleza.

El **valor de "h" marca la frontera que separa nuestro mundo (el mundo macroscópico) del mundo cuántico**. Las expresiones en las que toma parte la constante de Planck involucran energías, distancias, tiempos muy pequeños. Estamos en los dominios de la física cuántica. Las leyes de la física clásica no funcionan. Su pequeñez explica el por qué los cuantos de energía habían pasado desapercibidos a los físicos. Los pequeños "paquetes" de energía que absorben o emiten los átomos son tan sumamente pequeños que el proceso de absorción y/o emisión parece continuo. La realidad es muy distinta: **la energía se absorbe y emite en forma de cuantos**. La absorción y emisión de energía por la materia se realiza "a saltos".

Consecuencias de la hipótesis de Planck

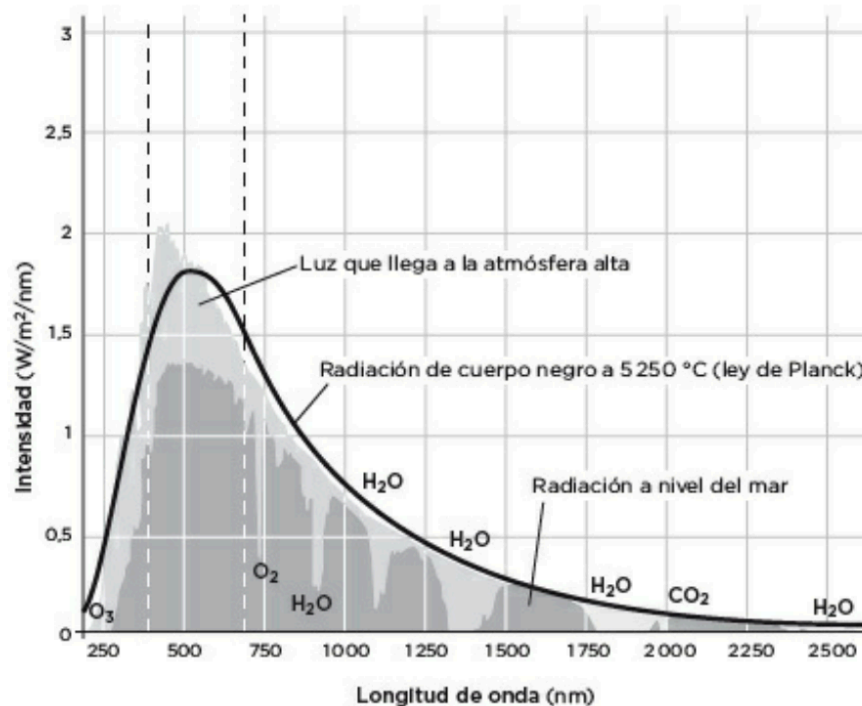
La hipótesis de Planck que describe la perfección la interacción entre la materia y la radiación térmica tiene extrañas consecuencias:

Un **columpio es, en física, totalmente equivalente a un muelle** o, en lenguaje técnico, a un oscilador armónico. Es un objeto que tiene una posición de equilibrio (cuando el columpio está en reposo en su punto más bajo) y que, una vez desplazado de su posición de equilibrio, ejecuta oscilaciones periódicas a un lado y a otro de dicha posición. Nuestra experiencia cotidiana nos dice que podemos columpiar a un niño tan fuerte como queramos. No hay restricciones a la amplitud con que se mueve el columpio (siempre que no le demos la vuelta, se entiende). Tal y como observamos en la siguiente figura, la **hipótesis de Planck restringe, sin embargo, los valores posibles a aquellos cuya energía es múltiplo de la cantidad $h\nu$** . Si un columpio normal siguiera la ley de Planck veríamos al niño llegar solamente a determinadas alturas y no a una altura cualquiera.



Radiación de cuerpo negro y luz solar

Las estrellas son enormes bolas de material incandescente y, por ello, emiten radiación térmica. El espectro luminoso de una estrella es similar al de la radiación de un cuerpo negro cuya temperatura fuera la de la superficie estelar.



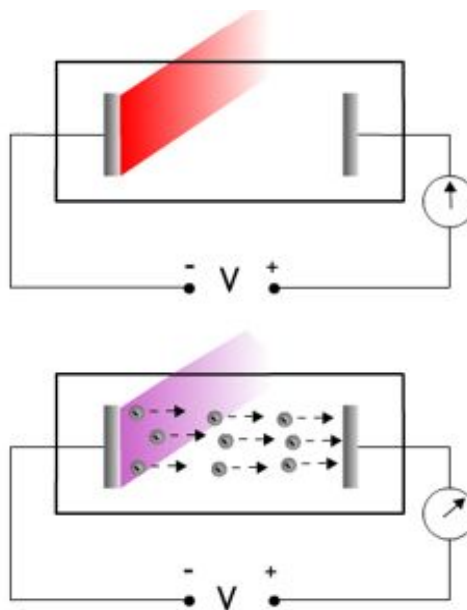
El color predominante en la luz de la estrella es un indicio cualitativo de su temperatura: cuanto más azulada es la luz de la estrella más caliente está, de acuerdo con la ley de desplazamiento de Wien. En la figura podemos comparar la radiación solar medida fuera de la atmósfera terrestre (en gris claro) con la que predice la ley de Planck para un cuerpo negro a la temperatura de 5250°C . Las pequeñas diferencias entre la radiación emitida por el Sol y la ley de Planck son debidas a que el Sol no está en equilibrio térmico perfecto.

2.2 Efecto fotoeléctrico

En el transcurso de los experimentos realizados por Hertz para producir ondas electromagnéticas observó que la intensidad de las descargas eléctricas (chispas) aumentaba cuando se iluminaban los electrodos con luz ultravioleta. **Las superficies metálicas emitían electrones.**

Hertz descubrió que al someter a la acción de la luz (visible o ultravioleta) determinadas superficies metálicas emitían electrones (llamados fotoelectrones). Este fenómeno se denomina **efecto fotoeléctrico**

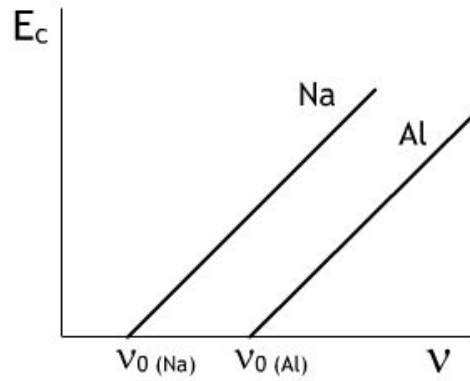
En la siguiente figura se muestra un dispositivo experimental para el estudio del efecto fotoeléctrico:



Tenemos dos placas metálicas cátodo (de la que salen los electrones) y ánodo (a la que llegan los electrones) entre las que se aplica una diferencia de potencial (i.e se genera un campo eléctrico constante entre ellas). Uno de los electrodos metálicos es iluminado. El ánodo y el cátodo están unidos por un circuito en el que se ha colocado un amperímetro para medir la intensidad de corriente eléctrica. Los electrones emitidos al iluminar el cátodo originan una corriente eléctrica al llegar al ánodo. La intensidad medida por el amperímetro es, por lo tanto, proporcional al número de fotoelectrones.

Lo que se observa experimentalmente es:

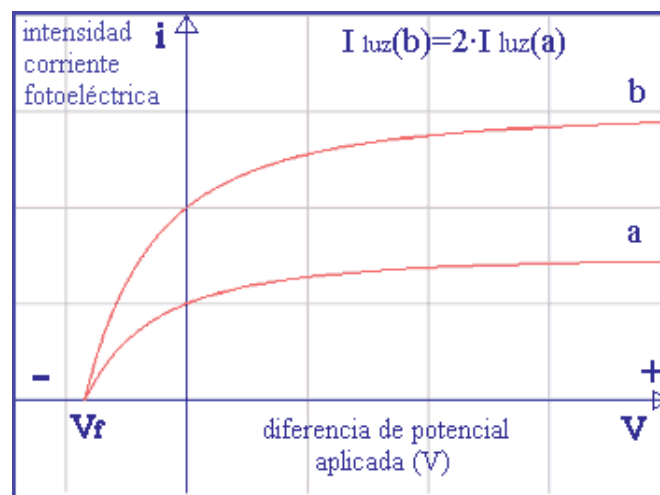
1. Existe una **frecuencia umbral** (ν_0) por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico. Tal y como se muestra en la figura anterior, si la luz que utilizamos para iluminar tiene una frecuencia baja (luz roja) no se produce la emisión de electrones, aunque se aumente la intensidad. Si la luz es de frecuencia alta (violeta) se emiten electrones que se dirigen al polo positivo.
2. Por encima de la frecuencia umbral la **energía cinética es función lineal de la frecuencia**. La pendiente de la recta es idéntica para todos los metales. En la siguiente gráfica se muestra la energía cinética de los fotoelectrones en función de la frecuencia para dos metales distintos:



No se emiten electrones por debajo de una frecuencia umbral, característica para cada metal.

3. La energía cinética máxima (proporcional al **potencial de frenado**) con la que salen los fotoelectrones no depende de la intensidad de la luz.

En la siguiente gráfica se muestra la intensidad de corriente medida por el amperímetro en función de la diferencia de potencial aplicada. Las dos curvas muestran los resultados al iluminar con luz de distintas intensidades.



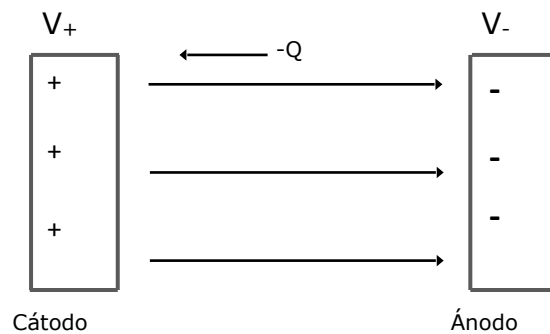
El potencial de frenado es proporcional a la energía cinética máxima y como vemos no depende de la intensidad de la luz con la que iluminamos.

4. Como se ve en la gráfica anterior si se **aumenta la intensidad de la luz** con la que iluminamos **aumenta la intensidad de corriente** y por lo tanto el número de electrones emitidos.

5. La **emisión** de los fotoelectrones es **instantánea**.

Potencial de frenado

El potencial de frenado es la diferencia de potencial que tenemos que aplicar entre las dos placas para conseguir que ningún electrón llegue al ánodo. En el montaje experimental del efecto fotoeléctrico tenemos la siguiente situación:



Si aplicamos una diferencia de potencial como la que se muestra en la figura anterior los electrones serán frenados por el campo eléctrico. Si calculamos la energía transmitida por el campo eléctrico a los electrones:

$$W = q \Delta V = \Delta E_c$$

De la fórmula anterior reorganizando obtenemos el valor de la energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones:

$$(E_c)_{max} = qV_f$$

Incapacidad de la teoría clásica

El efecto fotoeléctrico podía explicarse suponiendo que los electrones del metal absorben energía de la luz incidente. Si la energía absorbida es la suficiente pueden "saltar" del metal venciendo las fuerzas que los mantienen ligados a él. Desde el punto de vista de la física clásica se había llegado a la conclusión de que la luz era una onda transversal (ver Tema 8). Por lo tanto:

-La **energía de un onda** es proporcional al cuadrado de la amplitud y de la frecuencia:

$$E = (2\pi^2 m) \nu^2 A^2$$

-La **intensidad de una onda** es proporcional al cuadrado de su amplitud, y se define como la energía que atraviesa la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la dirección de propagación por unidad de tiempo. **La energía transportada por una onda aumenta, por tanto, al hacerlo su intensidad (o su amplitud).**

$$I \propto E$$

En consecuencia, el efecto fotoeléctrico debería de producirse más fácilmente con luz más intensa.

Existen tres resultados experimentales del efecto fotoeléctrico que no se pueden explicar asumiendo que la luz es una onda:

1. La emisión de electrones se produce solo si la frecuencia de la radiación está por encima de una frecuencia umbral. Según la física clásica el efecto fotoeléctrico debería ocurrir para cualquier frecuencia siempre que la luz fuese lo suficientemente intensa.

2. La energía cinética máxima de los electrones emitidos no depende de la intensidad de la luz. Al ser proporcional la energía de la onda a la intensidad de la luz los electrones deberían adquirir una mayor energía cinética al aumentar la intensidad.

3. El efecto fotoeléctrico es instantáneo. Según la física clásica debería existir un tiempo de retardo entre el instante en el que la luz incide sobre el metal y la emisión de los electrones ya que la onda no transfiere su energía a los electrones automáticamente.

Teoría cuántica de Einstein

Fue Einstein quien en 1905 dio una explicación satisfactoria del fenómeno. Para ello, puso en duda la teoría clásica de la luz y propuso:

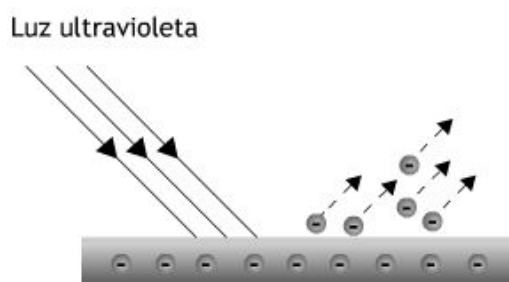
“La luz está formada por pequeños cuantos de energía (bautizados por Lewis en 1926 con el nombre de fotones). La energía de los cuantos luminosos está ligada con su frecuencia según la fórmula de Planck.”

$$E = h\nu$$

Lo que hace Einstein es considerar que la luz no sólo intercambia energía con los átomos en forma de cuantos, sino que **la propia luz está formada por minúsculos gránulos de energía. La luz tiene naturaleza corpuscular.**

Mientras Planck afirmaba que **el intercambio** de energía entre la luz y la materia se produce de forma discontinua, **Einstein sugiere que es la propia luz la que está cuantizada** (ver Tema 7).

El mecanismo de extracción de los electrones de un metal podemos imaginarlo como una colisión entre los fotones y los propios electrones produciéndose una transferencia de energía entre ambos.



Un fotón es absorbido completamente por un electrón y sale con una energía cinética que es la diferencia entre la energía transferida por el fotón y la energía con la que se encuentra ligado el electrón con el metal (W):

$$E_c = h\nu - W$$

Como en un metal no todos los electrones están ligados con idéntica fuerza, llamaremos **función trabajo o trabajo de extracción (W_0) a la energía mínima necesaria para arrancar un electrón de un metal venciendo las fuerzas de ligadura.** En este caso la energía cinética que sale es la máxima y la ecuación anterior queda:

$$(E_c)_{max} = h\nu - W_0$$

Partiendo de las suposiciones anteriores la teoría cuántica de Einstein explica los aspectos del efecto fotoeléctrico que no tenían explicación desde el punto de vista de la Física clásica:

1. La emisión de electrones se produce solo si la frecuencia de la radiación está por encima de una frecuencia umbral. Si la frecuencia de la luz incidente se hace cada vez menor los electrones saltarán del metal con menor energía cinética. Cuando la energía cinética máxima de los electrones sea nula no se produce emisión, ya que ni los electrones más débilmente ligados consiguen saltar del metal. Se cumplirá entonces:

$$0 = h\nu_0 - W_0$$

Donde ν_0 es la frecuencia umbral por debajo de la cual no se produce el efecto fotoeléctrico.

2. La energía cinética máxima de los electrones emitidos no depende de la intensidad de la luz.

De la ecuación anterior obtenemos despejando:

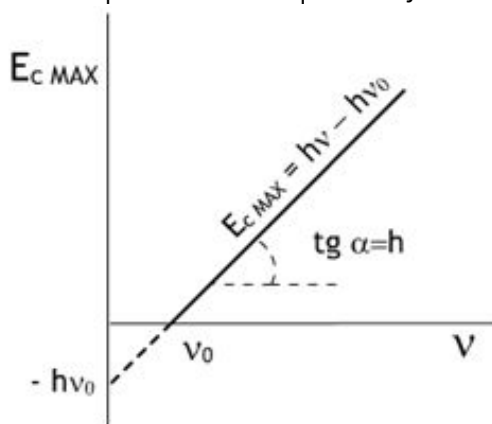
$$W_0 = h\nu_0$$

Podemos escribir la ecuación fotoeléctrica de la siguiente forma:

$$(E_c)_{max} = h\nu - h\nu_0$$

Como se puede ver la energía cinética aumenta linealmente con la frecuencia de la radiación incidente y no está relacionada con la intensidad. La intensidad de la luz nos da cuenta de la cantidad de fotones no de la energía.

La ecuación anterior es una recta con pendiente h que se ajusta a los datos experimentales:



La energía cinética se puede medir experimentalmente en el laboratorio a través del potencial de frenado como hemos visto.

3. El efecto fotoeléctrico es instantáneo. Según la teoría de Einstein la luz está formada por partículas que transmiten instantáneamente su energía a los electrones por eso no tiene sentido esperar un tiempo de retraso.

Ejemplo: La longitud de onda umbral para el potasio es 564 nm. Determinar:

a) La función de trabajo para el potasio.

b) El potencial de frenado cuando incide sobre el potasio luz de 300 nm de longitud de onda.

Datos: $c=3 \times 10^8$ m/s, $q_e=1,6 \times 10^{-19}$ C, $h=6,63 \times 10^{-34}$ J s

a) La función trabajo es la energía por debajo de la cual no se emiten electrones. Habíamos visto:

$$W_0 = h\nu_0 = h \frac{c}{\lambda_0} = 3,53 \times 10^{-19} \text{ J}$$

b) El potencial de frenado es aquel que logra detener los electrones. Es proporcional a la energía cinética máxima de los electrones según la expresión:

$$(E_c)_{\max} = qV_f \rightarrow V_f = \frac{(E_c)_{\max}}{q}$$

Por otra parte sabemos que la energía cinética máxima es igual:

$$(E_c)_{\max} = h \frac{c}{\lambda} - W_0$$

Por lo tanto obtenemos

$$V_f = \frac{h \frac{c}{\lambda} - W_0}{q} = 1,94 \text{ V}$$

Ejemplo: Una radiación umbral que permite el funcionamiento de una célula fotoeléctrica posee una longitud de onda de 400 nm.

a) ¿Con qué velocidad saldrán los electrones arrancados de la célula si se ilumina con una radiación de longitud de onda 300 nm?

b) Responde a la pregunta anterior si la célula se ilumina con luz de longitud de onda 500 nm.

Datos: $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $m_e=9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $h=6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

a) Para calcular la velocidad con la que salen los electrones primero utilizamos la ecuación del efecto fotoeléctrico de Einstein y calculamos la energía cinética:

$$E_c = h\nu - h\nu_0 = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda_0} = 1,66 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Calculamos el valor de la velocidad:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 6,04 \times 10^5 \text{ m/s}$$

b) La frecuencia umbral es aquella por debajo de la cual no hay emisión de fotoelectrones. Como frecuencia y longitud de onda son inversamente proporcionales, para que exista emisión la célula deberá de iluminarse con luz de longitud de onda **por debajo** de la umbral. En este caso la luz con la que iluminamos tiene una longitud de onda mayor que la umbral y por lo tanto no se produce el efecto fotoeléctrico.

2.3 Espectros atómicos

Si encerramos en un tubo hidrógeno o helio y sometemos el gas a voltajes elevados, el gas emite luz. Si hacemos pasar esa luz a través de un prisma los colores que la constituyen se separan dándonos el espectro de la luz analizada.

Pronto se concluyó que la emisión de luz podría deberse a que los electrones absorbían energía de la corriente eléctrica y saltaban a órbitas superiores para, a continuación, volver a caer a las órbitas más próximas al núcleo emitiendo el exceso de energía en forma de energía luminosa.

Según el modelo de Rutherford esta interpretación conducía, sin embargo, a afirmar que los espectros deberían de ser continuos, ya que al existir órbitas de cualquier radio (y energía) todos los saltos eran posibles. La experiencia, por el contrario, mostraba que los espectros de los átomos son discontinuos. Constan de rayas de diversos colores sobre un fondo negro (ver imagen).



Espectro continuo. Se observan todos los colores que el ojo puede percibir.



Espectros de emisión de H (arriba) y del He (abajo). No son continuos. Constan de rayas de diversos colores separadas por amplias zonas negras en las que no se observa luz.

Modelo atómico de Bohr

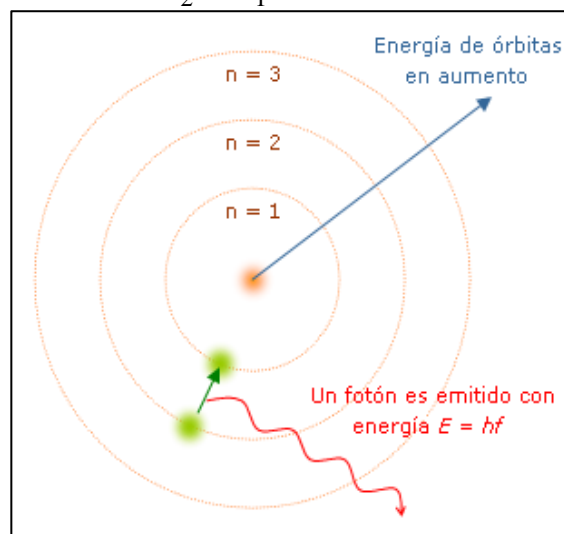
Con el fin de resolver los problemas acumulados sobre el modelo de átomo planetario, y para explicar el espectro del átomo de hidrógeno, Niels Bohr propone en 1913 un nuevo modelo atómico sustentado en **tres postulados**:

1. Cualquiera que sea la órbita descrita por un electrón, éste **no emite energía**. Las órbitas son consideradas como **estados estacionarios de energía**. A cada una de ellas le corresponde una energía, tanto mayor, cuanto más alejada se encuentre del núcleo.

2. No todas las órbitas son posibles. Sólo pueden existir aquellas órbitas que tengan ciertos valores de energía, dados por el número cuántico principal, n . Solamente son posibles las órbitas para las cuales el número cuántico principal (n) toma valores enteros: $n = 1, 2, 3, 4, \dots$. Las órbitas que se correspondan con valores no enteros del número cuántico principal, no existen.

3. La energía liberada al caer un electrón desde una órbita superior, de energía E_2 , a otra inferior, de energía E_1 , se emite en forma de luz. La frecuencia de la luz viene dada por la expresión:

$$E_2 - E_1 = h\nu$$



Modelo atómico de Bohr (1913)

Los cálculos basados en los postulados de Bohr daban excelentes resultados a la hora de interpretar el espectro del átomo de hidrógeno, pero hay que tener en cuenta que contradecían algunas de las leyes más asentadas de la Física:

- **El primer postulado va en contra de la teoría electromagnética de Maxwell**, ya que según esta teoría cualquier carga eléctrica acelerada debería de emitir energía en forma de radiación electromagnética.
- El segundo postulado es aún más sorprendente. **En la física clásica era inaceptable suponer que el electrón no pudiera orbitar a determinadas distancias del núcleo, o que no pudiera tener determinados valores de energía**. La afirmación era equivalente a suponer que un objeto que describe circunferencias atado a una cuerda, no puede describir aquellas cuyo radio no sea múltiplo de dos (por ejemplo).
- **El tercer postulado afirma que la luz se emite en forma de pequeños paquetes o cuantos**, en consonancia con la teoría cuántica de Planck.

El átomo de Bohr era un síntoma más de que la física clásica, que tanto éxito había tenido en la explicación del mundo macroscópico, no servía para describir el mundo de lo muy pequeño, el dominio de los átomos.

Posteriormente, en la década de 1920, una nueva generación de físicos (Schrödinger, Heisenberg, Dirac...) elaborarán una nueva física, la Física Cuántica, destinada a la descripción de los átomos, que supuso una ruptura con la física existente hasta entonces.

3. Mecánica cuántica

Los tres fenómenos que propiciaron la formulación de la Física Cuántica fueron:

- ✓ El espectro de emisión del cuerpo negro.
- ✓ El efecto fotoeléctrico.
- ✓ Los espectros de los gases.

La explicación de los tres implicaba la aceptación de que la energía se absorbe y emite no de forma continua, sino en forma de pequeños paquetes o "cuantos" de energía. El valor del cuanto de energía es variable, depende de la frecuencia de la radiación ($E = h \nu$).

Einstein propone en la explicación del efecto fotoeléctrico que la naturaleza discontinua afecta no sólo al proceso de emisión/absorción de la radiación electromagnética por la materia, sino a la propia radiación electromagnética. La luz tiene naturaleza corpuscular, está formada por pequeños cuantos o paquetes de energía que más tarde recibirían el nombre de *fotones*.

Se llegó por lo tanto a la conclusión de que la naturaleza de la luz es dual. Es a la vez onda y partícula. Ambas concepciones no son excluyentes.

3.1 Dualidad onda-corpúsculo: hipótesis de De Broglie

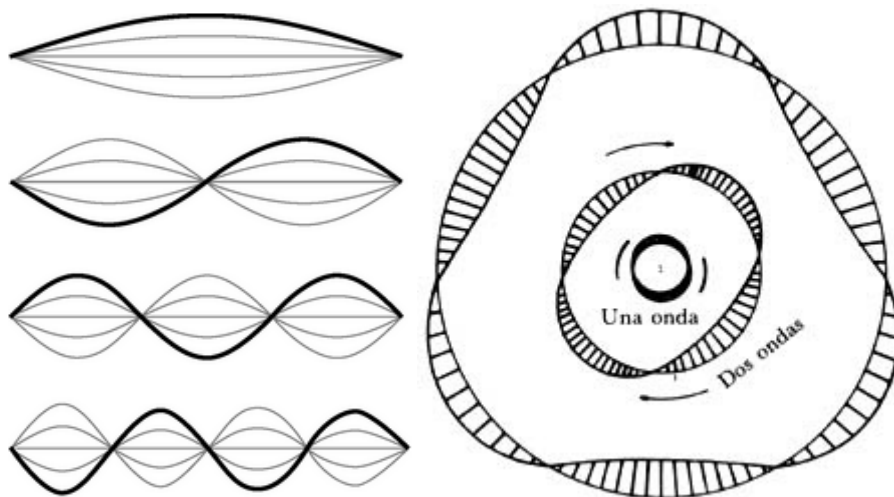
De Broglie se dio cuenta de que del mismo modo que los fotones se comportan como partículas o como ondas la materia debe presentar el mismo comportamiento. Entre los años 1923-1925) propuso extender la dualidad onda-partícula a toda la materia, desarrollando la teoría matemática que describe las llamadas **ondas de materia**:

Toda partícula en movimiento lleva asociada una onda, tal que su longitud de onda viene dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Como se puede deducir de la ecuación anterior esta dualidad es perceptible en el mundo microscópico donde la masa de las partículas es del orden el producto de la masa de las partículas por su velocidad es del orden de la constante de Planck ($h \sim mv$). En el mundo macroscópico ese producto tiene un valor mucho mayor que la constante de Planck ($h \ll mv$) y conduce a longitudes de onda indetectables ($\lambda \sim 0$).

La hipótesis de De Broglie explicaba porque algunas órbitas son validas y otras no (segundo postulado de Bohr). Según De Broglie las órbitas de los electrones alrededor del núcleo se asemejan a las ondas que se crean en una cuerda cuando se hace vibrar. En el caso de la cuerda solo son posibles las ondas estacionarias en las que cabe un número entero de semilongitudes de onda (ver figura abajo).



Según De Broglie los electrones tienen una onda asociada y a ellos les pasa lo mismo: solo son posibles las órbitas en las que quepan un número entero de semilongitudes de onda tal y como se en la figura de arriba a la izquierda. Con esta hipótesis el segundo postulado del modelo de Bohr quedaría justificado.

Comprobación experimental: difracción de electrones

Los electrones se comportan como una partícula cuando consideramos su movimiento en el seno de un campo magnético, por ejemplo, pero si hacemos incidir un haz de electrones sobre un cristal los espacios existentes entre los iones hacen las veces de minúsculas rendijas de tamaño comparable a la longitud de onda de los electrones y obtenemos un diagrama de difracción análogo al que se obtenía al difractar la luz mediante una rendija estrecha. Esta experiencia, propuesta por el propio de Broglie como posible comprobación de su teoría, fue realizada por **Davisson y Germer** en 1927.

Ejemplo: Un electrón tiene una velocidad v (no relativista) y su onda asociada tiene una longitud de onda de 0,10 nm. Si la velocidad del electrón se duplica, ¿cuánto valdrá la longitud de onda asociada?

Aplicando la ecuación de De Broglie para las dos situaciones obtenemos:

$$\begin{cases} mv_1 = \frac{h}{\lambda_1} \\ mv_2 = \frac{h}{\lambda_2} \end{cases} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{v_1}{v_2} = 0,05 \text{ nm}$$

Ejemplo: Un electrón se pone en movimiento por la acción de un potencial de 750 V. Determinar:

- La velocidad que adquiere
- La longitud de onda asociada al mismo.

Datos: $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $m_e=9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $q_e= 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $h= 6,63 \times 10^{-34} \text{ Jxs}$

a) Un electrón situado en el seno de un campo eléctrico es acelerado por acción de la fuerza eléctrica. Si calculamos la energía transferida por el campo eléctrico:

$$W = \Delta E_c = - \Delta E_p$$

De la expresión anterior obtenemos la velocidad que adquiere:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} = 2,2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

b) Usando la ecuación de De Broglie obtenemos la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 3,31 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Ejemplo: Admitiendo que el protón tiene una masa en reposo que es, aproximadamente, 1836 veces la del electrón, ¿qué relación existirá entre las longitudes de onda de De Broglie de las dos partículas suponiendo que se mueven con la misma energía cinética y considerando despreciables los efectos relativistas?

Datos: $c=3 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h= 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$

Sabiendo que la energía cinética de ambas partículas es idéntica podemos establecer la relación entre las velocidades con que se mueven:

$$\begin{cases} E_{ce} = \frac{1}{2}m_e v_e^2 \\ E_{cp} = \frac{1}{2}m_p v_p^2 \end{cases} \rightarrow E_{ce} = E_{cp} \rightarrow \frac{v_e^2}{v_p^2} = \frac{m_e}{m_p} = \frac{1}{1836} \rightarrow \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{1}{1836}}$$

Aplicando la ecuación de De Broglie podemos establecer una relación entre las longitudes de onda y las velocidades:

$$\begin{cases} m_e v_e = \frac{h}{\lambda_e} \\ m_p v_p = \frac{h}{\lambda_p} \end{cases} \rightarrow \frac{m_e v_e}{m_p v_p} = \frac{\lambda_p}{\lambda_e} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{\sqrt{1836}}{1836} = 0,0233$$

Ecuación de onda del electrón (Ecuación de Schrödinger)

Schrödinger, desarrollando la teoría de De Broglie, **considera al electrón como una onda e intenta obtener la correspondiente ecuación.**

En 1925 propone la llamada **ecuación de onda para un electrón** que describe su comportamiento en el átomo de hidrógeno.

$$\nabla^2 \psi + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi = 0$$

La resolución de la ecuación de onda permite obtener la llamada **función de onda para el electrón, Ψ , u orbital atómico**, y su energía, E. La función de onda lleva asociados unos números cuánticos n , l y m los cuales han de tener determinados valores para que la solución obtenida sea válida. La energía del electrón no puede tomar valores cualesquiera, sólo los correspondientes a los valores permitidos de los números cuánticos. La energía del electrón en el átomo está cuantizada.

La diferencia del tratamiento efectuado por Schrödinger frente al efectuado por Bohr es que éste debe introducir los números cuánticos "ad hoc" para obtener las rayas que se observaban en los espectros. Sin embargo, en el tratamiento de Schrödinger, los números cuánticos surgen de forma espontánea como consecuencia de las condiciones impuestas a un electrón ligado al núcleo, la cuantización de la energía surge de la propia teoría, no se impone.

La solución de la ecuación de onda justifica de manera natural los postulados de Bohr.

La función de onda expresa la probabilidad de que el electrón se encuentre en un sitio o en otro y da lugar al concepto de orbital (i.e región del espacio donde hay una alta probabilidad de encontrar el electrón)

El desarrollo de Schrödinger dio lugar a una de las ramas de la Física Cuántica, la *Mecánica Ondulatoria*.

3.2 Principio de incertidumbre de Heisenberg

Una consecuencia de la mecánica cuántica es el **principio de incertidumbre** formulado por Heisenberg en 1927, donde pone de manifiesto la imposibilidad de medir con exactitud pares de magnitudes relacionadas:

No es posible determinar simultáneamente con una precisión absoluta el valor de ciertos pares de magnitudes físicas. Debe cumplirse que el producto de la indeterminación de las medidas debe ser igual o mayor que .

Ejemplos de estos pares de magnitudes físicas son:

Posición y momento lineal

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Donde Δx es la indeterminación en la posición y Δp es la indeterminación en el momento.

Energía y tiempo

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Donde ΔE es la indeterminación en la medida de la energía y Δt es el tiempo característico en el que se produce la emisión de la energía (i.e el tiempo que ha de transcurrir para poder observar una variación en la posición de la partícula).

Es importante resaltar que esta indeterminación es **inherente a la realidad, por lo que hay que convivir con ella**. Sin embargo el valor tan pequeño de la constante de Planck hace que esa indeterminación sólo deba ser tenido en cuenta en el mundo subatómico.

Microscopio de Bohr

El siguiente experimento imaginario fue propuesto por Bohr para ilustrar el principio de indeterminación de Heisenberg. Se trata de iluminar con un fotón un electrón en movimiento y determinar la posición del mismo formando la imagen del fotón con un microscopio.



Si queremos observar al electrón en su órbita algún tipo de luz debería incidir sobre él y, tras ser reflejada, llegar al microscopio permitiéndonos detectar su posición. En el mundo macroscópico esta colisión de los fotones sobre los objetos no tiene efecto apreciable. Sin embargo en el mundo microscópico la situación es diferente. Debido a la extrema pequeñez del electrón cualquier fotón que chocara contra él modificará su velocidad desviándolo de su trayectoria.

Podemos pensar en usar luz de una frecuencia muy baja con el fin de que la energía de sus fotones sea tan pequeña que la transferencia de energía sea muy pequeña con el fin de alterar muy poco su velocidad. Si es así, la baja incertidumbre cometida en la medida de la velocidad (o el momento) llevará aparejada una gran incertidumbre en la posición, ya que cuanto más baja es la frecuencia de una luz menor poder de resolución tiene (quedará reflejado a la hora de formar la imagen en el microscopio). No veríamos entonces al electrón como una partícula nítida, sino como una especie de mancha borrosa. Sólo podremos afirmar que se encuentra en una zona, tanto menos amplia cuanto menor sea la frecuencia de la luz utilizada.

CUESTIONES TEÓRICAS

Efecto fotoeléctrico

1. **a)** Sobre un metal se hace incidir una cierta radiación electromagnética produciéndose la emisión de electrones. **i)** Explique el balance energético que tiene lugar en el proceso. Justifique qué cambios se producirían si: **ii)** Se aumenta la frecuencia de la radiación incidente. **iii)** se aumenta la intensidad de dicha radiación. **(Junio 2019)**
2. **a)** Se ilumina la superficie de un metal con dos fuentes de luz distintas observándose lo siguiente: con la primera de frecuencia ν 6 e intensidad I 1 no se produce efecto fotoeléctrico mientras que si la iluminamos con la segunda de frecuencia ν 9 e intensidad I 2 se emiten electrones. **(i)** ¿Qué ocurre si se duplica la intensidad de la fuente 1?; **(ii)** ¿y si se duplica la intensidad de la luz de la fuente 2?; **(iii)** ¿y si se incrementa la frecuencia de la fuente 2? Razone sus respuestas. **(Septiembre 2018)**
3. **a)** Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico. **(Junio 2018)**
4. **a)** Explique la conservación de la energía en el proceso de emisión de electrones por una superficie metálica al ser iluminada con luz adecuada. **(Junio 2018)**
5. **a)** Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico: concepto de fotón.
b) Un haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique como se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética máxima si: **i)** aumenta la intensidad del haz luminoso; **ii)** aumenta la frecuencia de la luz incidente; **iii)** disminuye la frecuencia por debajo de la frecuencia umbral. **(Junio 2016)**
6. **a)** Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.
b) Una superficie metálica emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz verde pero no emite con luz amarilla. Razone qué ocurrirá cuando se ilumine con luz azul o roja. **(Junio 2014)**
7. **a)** Razone porque la teoría ondulatoria de la luz no permite explicar la existencia de una frecuencia umbral en el efecto fotoeléctrico.
b) Si una superficie metálica emite fotoelectrones cuando se ilumina con luz verde, razone si se emitirá al ser iluminada con luz azul. **(Reserva a Junio 2013)**
8. **a)** Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico y el concepto de fotón.
b) Razone por qué la teoría ondulatoria de la luz no permite explicar el efecto fotoeléctrico. **(Junio 2012)**
9. **a)** Analice la insuficiencia clásica para explicar el efecto fotoeléctrico.
b) Si tenemos luz monocromática verde de débil intensidad y luz monocromática roja intensa, capaces ambas de extraer electrones de un determinado metal, ¿cuál de ellas produciría

electrones con mayor energía? ¿Cuál de las dos extraería mayor número de electrones? Justifique las respuestas.

(2012)

10. **a)** Explique la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico.
b) Razone si es posible extraer electrones de un metal al iluminarlo con luz amarilla, sabiendo que al iluminarlo con luz violeta de cierta intensidad no se produce el efecto fotoeléctrico. ¿Y si aumentamos la intensidad de la luz? **(Junio 2011)**
11. **a)** Explique que se entiende por frecuencia umbral en el efecto fotoeléctrico.
b) Razone si al aumentar la intensidad de la luz con que se ilumina el metal aumenta la energía cinética máxima de los electrones emitidos. **(2009)**
12. Cuando se ilumina un metal con un haz de luz monocromática se observa emisión fotoeléctrica.
a) Explique, en términos energéticos, dicho proceso.
b) Si se varía la intensidad del haz que incide en el metal, manteniéndose constante la longitud de onda, ¿variará la velocidad máxima de los electrones emitidos? ¿Y el número de electrones emitidos por segundo? Razone las respuestas. **(2007)**
13. Al absorber un fotón se produce en un átomo una transición electrónica entre dos niveles separados por una energía de $12 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
a) Explica, energéticamente, el proceso de absorción del fotón por el átomo. ¿Volverá espontáneamente el átomo a su estado inicial?
b) Si el mismo fotón incidiera en la superficie de un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV, ¿se produciría emisión fotoeléctrica?
- Datos: h ; m_e
Solución: **a)** Sí ; **b)** Sí
14. Un haz de luz de longitud de onda $546 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2 eV.
a) Explica las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
b) ¿Qué ocurrirá si la longitud de onda incidente en la célula fotoeléctrica fuera el doble de la anterior?
- Datos: h ; q_e ; c
Sol: **a)** $E_c = 0,44 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; **b)** el electrón no escapará.
15. Se llama “diferencia de potencial de corte” de una célula fotoeléctrica, a la que hay que aplicar entre el ánodo y el fotocátodo para anular la intensidad de corriente.
a) Dibuja y comenta la gráfica que relaciona V_c con la frecuencia de la luz incidente y escribe la expresión de la ley física correspondiente.
b) ¿Dependerá la gráfica anterior del material que constituye el fotocátodo? ¿Puede determinarse la constante de Planck a partir de una gráfica experimental de V_c frente a la frecuencia de la radiación incidente? Indica cómo.

-
16. El trabajo de extracción, o función de trabajo del sodio es de 2,5 eV. Si la longitud de onda de la luz incidente es de $3 \cdot 10^{-7}$ m ¿se producirá extracción de electrones del sodio?
Datos: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Jxs; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J,

Mecánica cuántica

17. **a)** Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional. **(Julio 2021)**
18. **a)** Un protón y un electrón son acelerados por una misma diferencia de potencial en una cierta región del espacio. Indique de forma razonada, teniendo en cuenta que la masa del protón es mucho mayor que la del electrón, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: **i)** "El protón y el electrón poseen la misma longitud de onda de De Broglie asociada". **ii)** "Ambos se mueven con la misma velocidad". **(Junio 2021)**
19. **a)** Dos partículas de diferente masa tienen asociada una misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la energía cinética de una de ellas es el doble que la otra, determine la relación entre sus masas. **(Julio 2020)**
20. **a)** Enuncie el principio de dualidad onda-corpúsculo. Si un electrón y un neutrón se mueven con la misma velocidad, ¿cuál de los dos tiene asociada una longitud de onda menor? **(Junio 2017)**
21. **a)** Explique la hipótesis de De Broglie.
b) Un protón y un electrón tienen energías cinéticas iguales, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud de onda de De Broglie? ¿Y si ambos se desplazaran a la misma velocidad? Razone las respuestas. **(Junio 2015)**
22. **a)** Hipótesis de De Broglie.
b) Un protón y un electrón tienen igual energía cinética. Razone cuál de los dos tiene mayor longitud de onda. **(Septiembre 2014)**
23. **a)** Modelo corpuscular y ondulatorio de la luz; caracterización y evidencia experimental.
b) Ordene de mayor a menor frecuencia las siguientes regiones del espectro electromagnético: infrarrojo, rayos X, ultravioleta y luz visible y razone si puede tener la misma longitud de onda dos colores del espectro visible: rojo y azul por ejemplo. **(2012)**
24. **a)** Explique la hipótesis de De Broglie.
b) Considere un haz de protones y de electrones de igual energía cinética. Razone cuál de ellos tiene mayor longitud de onda. **(2011)**
25. **a)** Explique la hipótesis de De Broglie.
b) Considere un haz de protones y de electrones de igual energía cinética. Razone cuál de ellos tiene mayor longitud de onda. **(2010)**

26. **a)** Enuncie la hipótesis de De Broglie. ¿Depende la longitud de onda asociada a una partícula a su masa?
b) Enuncie el principio de incertidumbre y explique su origen.
27. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) Cuando un electrón de un átomo pasa de un estado más energético a otro menos energético emite energía y esta energía puede tomar cualquier valor en un rango continuo.
b) La longitud de onda asociada a una partícula es inversamente proporcional a su masa.
(2009)
28. Un haz de longitud de onda de 400 nm tiene una intensidad de $100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$
a) ¿Cuál es la energía de cada fotón?
b) ¿Cuánta energía llega en un minuto a una superficie de 1 cm^2 perpendicular al haz?
c) ¿Cuántos fotones llegan por segundo a esta superficie?
Datos: h
Solución: a) $E = 4,97 \times 10^{-19} \text{ J}$; b) $0,6 \text{ J}/\text{min}\cdot\text{cm}^2$; c) $2,01 \times 10^{16}$ fotones
29. **a)** Explique, en términos de energía, el proceso de emisión de fotones por los átomos en un estado excitado.
b) Razone por qué un átomo solo absorbe y emite fotones de ciertas frecuencias. **(Junio 2007)**
30. **a)** Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.
b) Un mesón pi tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razone la respuesta. **(Junio 2005)**
31. **a)** Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.
b) Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda. **(2005)**
32. El material fotográfico suele contener bromuro de plata, que se impresiona con fotones de energía superior a $1,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
a) ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda del fotón que es justamente capaz de activar una molécula de bromuro de plata.
b) La luz visible contiene longitudes de onda entre $380 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ y $780 \cdot 10^{-9} \text{ m}$.
Explique el hecho de que una luciérnaga, que emite luz visible de intensidad despreciable, pueda impresionar una película fotográfica, mientras que no puede hacerlo la radiación procedente de una antena de televisión que emite a 100 MHz, a pesar de que su potencia es de 50 kW.
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ **(2004)**
33. **a)** Explica la hipótesis de Planck

b) Una de las frecuencias utilizadas en telefonía móvil (sistema GSM) es de 900MHz. Las frecuencias de la luz visible varían entre $4,3 \cdot 10^8$ MHz (rojo) y $7,5 \cdot 10^8$ MHz (violeta). ¿Cuántos fotones GSM necesitamos para obtener la misma energía que transmite un solo fotón de luz violeta?

Solución: b) $8,3 \cdot 10^5$

34. a) Enuncia la hipótesis de De Broglie e indica de qué depende la longitud de onda asociada a una partícula
- b) ¿Se podría determinar, simultáneamente con exactitud, la posición y la cantidad de movimiento de una partícula? Razona la respuesta
- c) ¿Qué entiendes por cuerpo negro?
- d) La luz roja posee una longitud de onda de $6500 \cdot 10^{-10}$ m. Determina la frecuencia, la energía y la cantidad de movimiento que posee un fotón de esa luz
- e) ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?

PROBLEMAS

Efecto fotoeléctrico

1. **b)** Se observa que al iluminar una lámina de silicio con luz de longitud de onda superior a $1,09 \times 10^{-6} \text{ m}$ deja de producirse el efecto fotoeléctrico. Calcule razonadamente la frecuencia umbral del silicio, su trabajo de extracción y la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos cuando se ilumina una lámina de silicio con luz ultravioleta de $2,5 \times 10^{-7} \text{ m}$. $h=6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $c=3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ **(Junio 2019)**
2. **b)** Para poder determinar la constante de Planck de forma experimental se ilumina una superficie de cobre con una luz de $1,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ observándose que los electrones se emiten con una velocidad de $3,164 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$. A continuación se ilumina la misma superficie con otra luz de $1,4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ y se observa que los electrones se emiten con una velocidad de $6,255 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$. Determine el valor de la constante de Planck y la función trabajo del cobre. **(Septiembre 2018)**
 $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
3. **b)** Se ilumina la superficie de un metal con dos haces de longitudes de onda $\lambda_1 = 1,96 \times 10^{-7} \text{ m}$ y $\lambda_2 = 2,65 \times 10^{-7} \text{ m}$. Se observa que la energía cinética de los electrones emitidos con la luz de longitud de onda λ_1 es el doble que la de los emitidos con la de λ_2 . Obtenga la energía cinética con que salen los electrones en ambos casos y la función trabajo del metal.
 $h=6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $c=3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ **(Junio 2018)**
4. **b)** Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de $4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de $0,8 \text{ V}$. ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por otra luz de $3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ de longitud de onda en el vacío? Justifique todas sus respuestas.
 $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ **(Junio 2018)**
5. **b)** Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella radiación de longitud de onda $2,5 \times 10^{-7} \text{ m}$. Calcule la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos si la radiación que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de $5 \times 10^{-8} \text{ m}$.
 $h=6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $c=3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $m_e=9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ **(Junio 2017)**
6. Sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción es $2,29 \text{ eV}$ incide una radiación de $0,2 \times 10^{-6} \text{ m}$ de longitud.
a) Razone si se produce efecto fotoeléctrico y, en caso afirmativo, calcule la velocidad de los electrones emitidos y la frecuencia umbral del material.
b) Se coloca una placa metálica frente al cátodo. ¿Cuál debe ser la diferencia de potencial entre ella y el cátodo para que no lleguen electrones a la placa?
Datos: h, c, q_e, m_e **(Junio 2014)**

-
7. Iluminamos con luz de longitud de onda $\lambda=3 \times 10^{-7}$ m la superficie de un metal alcalino cuyo trabajo de extracción es de 2 eV.
- a) Explique qué ocurre y calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
 - b) Calcule la longitud de onda de De Broglie asociada a dichos electrones.
- Datos: h , c , m_e , q_e **(2012)**
8. Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella luz de longitud de onda menor que 5×10^{-7} m.
- a) Analice los cambios energéticos que tienen lugar en el proceso de emisión y calcule con qué velocidad máxima saldrán emitidos los electrones si la luz que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda 2×10^{-7} m.
 - b) Razone qué sucedería si la frecuencia de la radiación incidente fuera 5×10^{14} s $^{-1}$.
- Datos: h , c , m_e **(2011)**
9. Al iluminar potasio con luz amarilla de sodio $\lambda=5890 \times 10^{-10}$ m se liberan electrones con una energía cinética máxima de $0,577 \times 10^{-19}$ J y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de $\lambda=2537 \times 10^{-10}$ m la energía cinética máxima de los electrones emitidos es $5,036 \times 10^{-19}$ J.
- a) Explique el fenómeno descrito en términos energéticos y determine el valor de la constante de Planck.
 - b) Calcule el valor del trabajo de extracción del potasio.
- Datos: c **(Junio 2010)**
10. Sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV se hace incidir radiación de longitud de onda 2×10^{-7} m.
- a) Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos, analizando los cambios energéticos que tienen lugar.
 - b) Determine la frecuencia umbral de fotoemisión del metal.
- Datos: h , c , q_e , m_e **(2009)**
11. Al iluminar potasio con luz amarilla de sodio de longitud de onda 5890×10^{-10} m se liberan electrones con una energía cinética máxima de $0,577 \times 10^{-19}$ J y al iluminarlo con luz ultravioleta de una lámpara de mercurio de longitud de onda 2537×10^{-10} m, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es $5,036 \times 10^{-19}$ J.
- a) Explique el fenómeno descrito en términos energéticos y determine el valor de la constante de Planck.
 - b) Calcule el valor del trabajo de extracción del potasio. **(Junio 2010)**
- Datos: $c=3 \times 10^8$ m/s
12. Sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV se hace incidir radiación de longitud de onda 2×10^{-7} m.
- a) Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos, analizando los cambios energéticos que tienen lugar.
 - b) Determine la frecuencia umbral de fotoemisión del metal.
- Datos: h , c , q_e , m_e **(2009)**
-

13. Al incidir un haz de luz de longitud de onda $625 \times 10^{-9} \text{ m}$ sobre una superficie metálica, se emiten electrones con velocidades de hasta $4.6 \times 10^5 \text{ m/s}$
- Calcule la frecuencia umbral del metal.
 - Razone como cambiaría la velocidad máxima de salida de los electrones si aumentase la frecuencia de la luz ¿Y si disminuyera la intensidad del haz de luz?
- Datos: h , c , m_e **(2008)**
14. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm , la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de $1,3 \text{ V}$.
- Determine la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.
 - Cuando la superficie del metal se ha oxidado, el potencial de frenado para la misma luz incidente es de $0,7 \text{ V}$. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal: i) la energía cinética máxima de los fotoelectrones; ii) la frecuencia umbral de emisión; iii) la función trabajo.
- $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ **(Junio 2006)**
15. Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella radiación de longitud de onda $5 \times 10^{-7} \text{ m}$.
- Calcule con qué velocidad saldrán emitidos los electrones si la radiación que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de $4 \times 10^{-7} \text{ m}$.
 - Razone, indicando las leyes en que se basa, qué sucedería si la frecuencia de la radiación incidente fuera de $4,5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.
- Datos: $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ **(2003)**
16. Un haz de luz de longitud de onda $477 \times 10^{-9} \text{ m}$ incide sobre una célula fotoeléctrica de cátodo de potasio, cuya frecuencia umbral es $5,5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$.
- Explique las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos.
 - Razone si se produciría efecto fotoeléctrico al incidir radiación infrarroja sobre la célula anterior. (La región infrarroja comprende longitudes de onda entre 10^{-3} m y $7,8 \times 10^{-5} \text{ m}$).
- $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ **(2003)**
17. Al incidir luz de longitud de onda de $620 \times 10^{-9} \text{ m}$ sobre una fotocélula se emiten electrones con una energía máxima de $0,14 \text{ eV}$.
- Calcule el trabajo de extracción y la frecuencia umbral de la fotocélula.
 - ¿Qué diferencia cabría esperar en los resultados del apartado a) si la longitud de onda incidente fuera doble?
- Datos: h ; q_e ; c
- Sol:** a) $W_{\text{ext}} = 2,97 \times 10^{-19} \text{ J}$; $f_0 = 4,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$; b) NO
18. En una célula fotoeléctrica, si el cátodo metálico se ilumina con una radiación de $\lambda = 175 \text{ nm}$, el potencial de frenado para los electrones es de $1,86 \text{ V}$. Cuando se usa luz de 200 nm , el potencial de frenado es de 1 V . Calcule:
- El trabajo de extracción del metal y la constante de Planck, h .

b) ¿Se produciría efecto fotoeléctrico si se iluminase con luz cuya longitud de onda fuese de 250 nm.

Datos: q_e ; c ;

Sol: a) $W_{\text{ext}} = 8,3 \times 10^{-19} \text{ J}$; b) No

19. Determina la energía cinética y la velocidad de los electrones arrancados de un metal cuando sobre él incide luz de frecuencia 1000 Hz. La frecuencia umbral del metal es de 500 Hz.

Datos: h ; m_e

Sol: $E_c = 3,3 \times 10^{-31} \text{ J}$; $v = 0,85 \text{ m/s}$

20. Cuando se ilumina un cierto metal con luz monocromática de frecuencia $1,2 \times 10^{15} \text{ Hz}$, es necesario aplicar un potencial de frenado de 2 V para anular la fotocorriente que se produce.

a) Determina la frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de dicho metal.

b) Si la luz fuese de 150 nm de longitud de onda, calcula la tensión necesaria para anular la fotocorriente

Datos: h ; q_e ; c ;

Sol: a) $f_0 = 7,17 \times 10^{14} \text{ Hz}$; b) $V = 5,31 \text{ V}$

21. La frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de cierto metal es de $8,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

a) Halla la energía cinética máxima de los electrones que emite el metal cuando se ilumina con luz de $1,3 \times 10^{15} \text{ Hz}$ y exprésala en eV

b) ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie asociada a esos electrones:

Datos: m_e ; h ; q_e

Sol: a) $E_c = 1,86 \text{ eV}$; b) $\lambda = 9 \times 10^{-10} \text{ m}$

22. Si el trabajo de extracción de la superficie de un determinado material es $E_0 = 2,03 \text{ eV}$:

a) ¿En qué rango de longitudes de onda del espectro visible puede utilizarse este material en células fotoeléctricas? Las longitudes de onda de la luz visible están comprendidas entre 380 nm y 775 nm

b) Calcula la velocidad de extracción de los electrones emitidos para una longitud de onda de 400 nm.

Sol: a) $\lambda \leq 600 \text{ nm}$; b) $v = 6,03 \times 10^5 \text{ m/s}$

Dualidad onda-corpúsculo

23. **b)** Una partícula alfa (α) emitida en el decaimiento radiactivo del ^{238}U posee una energía cinética de $6,72 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. **i)** ¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada? **ii)** ¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas. **(Julio 2021)**

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$; $m_\alpha = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

24. **b)** Un electrón tiene una longitud de onda de De Broglie de $2,8 \times 10^{-10}$ m. Calcule razonadamente: **i)** La velocidad con la que se mueve el electrón. **ii)** La energía cinética que posee. **(Junio 2021)**
 $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg;
25. **b)** Se acelera un protón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 V. Determine: **i)** La velocidad que adquiere el protón. **ii)** Su longitud de onda de De Broglie.
 $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s; $m_p = 1,7 \times 10^{-27}$ kg; $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C **(Julio 2020)**
26. **a)** Calcule la energía cinética de un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es 5×10^{-10} m.
b) Razone si un protón con la misma longitud de onda asociada tendría la misma energía cinética.
Datos: h , q_e , m_e , m_p **(2011)**
27. **a)** Un haz de electrones se acelera bajo la acción de un campo eléctrico hasta una velocidad 6×10^5 m/s. Haciendo uso de la hipótesis de De Broglie calcule la longitud de onda asociada a los electrones.
b) La masa de un protón es aproximadamente 1800 veces la del electrón. Calcule la relación entre las longitudes de onda de De Broglie de protones y electrones suponiendo que se mueven con la misma energía cinética.
Datos: h , m_e **(Junio 2008)**
28. Un haz de electrones se acelera con una diferencia de potencial de 30 kV.
a) Determine la longitud de onda asociada a los electrones.
b) Se utiliza la misma diferencia para acelerar los electrones y los protones. Razone si la longitud de onda asociada a los electrones es mayor, menor o igual a la de los protones. ¿Y si los electrones y los protones tuviesen la misma velocidad?
Datos: q_e , m_e , h . **(2007)**
29. Un haz de electrones es acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 100 V.
a) Haga un análisis energético del proceso y calcule la longitud de onda de los electrones tras ser acelerados, indicando las leyes físicas en que se basa.
b) Repita el apartado anterior para el caso de protones y calcule la relación entre las longitudes de onda obtenidas en ambos apartados.
 $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J s ; $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ; $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg ; $m_p = 1,7 \times 10^{-27}$ kg **(2004)**
30. **a)** ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?
b) ¿Se puede considerar que el electrón es no relativista?
Datos: m_e ; m_n ; c ; q_e ; h
Solución: a) $v = 3,14 \times 10^5$ m/s ; b) Sí