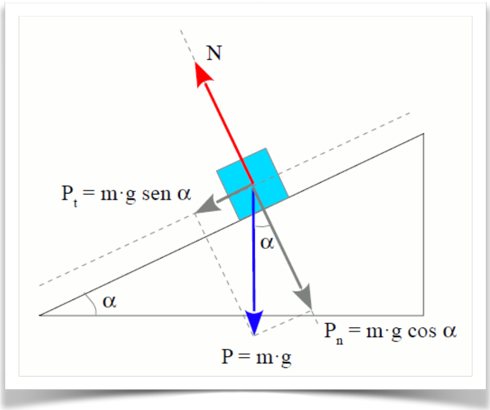
T.1. MECÁNICA CLÁSICA



0. Introducción

Dentro de la Física encontramos la **mecánica**, que se dedica a estudiar el movimiento de los cuerpo bajo la acción de fuerzas. Dentro de la mecánica encontramos dos ramas:

-Cinemática: es la parte de la Física que se dedica a describir matemáticamente el movimiento de los cuerpos.

-Dinámica: estudia el movimiento de los cuerpos en relación a las causas que lo producen (i.e fuerzas).

En este vamos a hacer un repaso de la **cinemática y dinámica** vistos en los cursos anteriores.

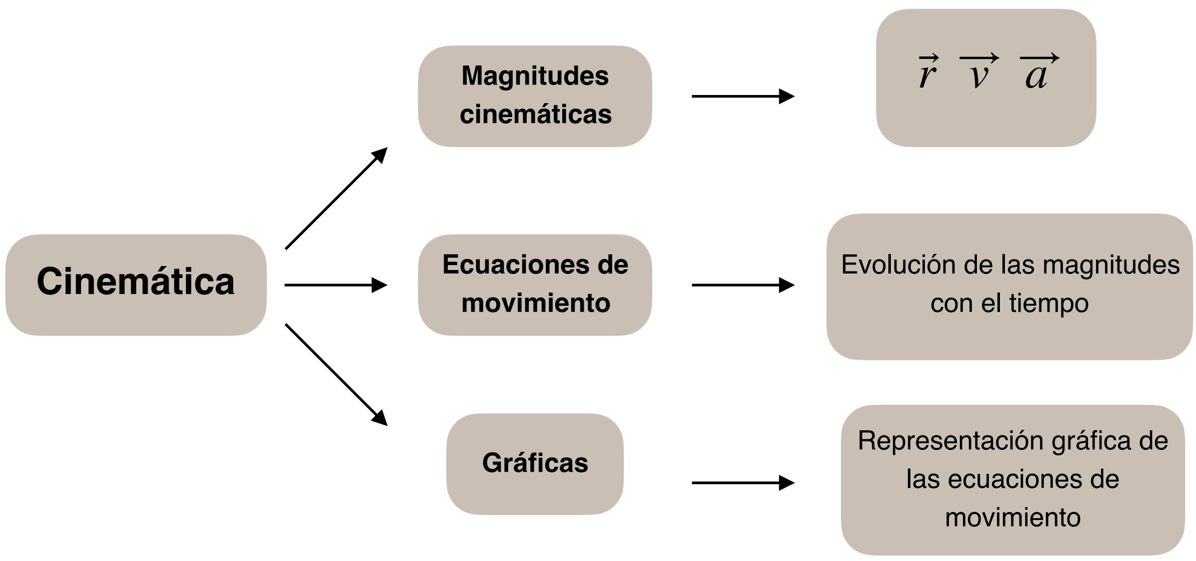
1. Cinemática

Es muy importante que entendamos **cómo vamos a describir el movimiento**. Para ello, vamos a hacer uso de:

-Magnitudes cinemáticas: Son magnitudes vectoriales que se utilizan para describir matemáticamente el movimiento de los objetos (**Vector de posición, velocidad y aceleración**)

-Ecuaciones de movimiento: Ecuaciones que relacionan las magnitudes cinemáticas normalmente con el tiempo. Estas ecuaciones nos permiten estudiar la evolución de las magnitudes cinemáticas y diferenciar entre los distintos tipos de movimientos.

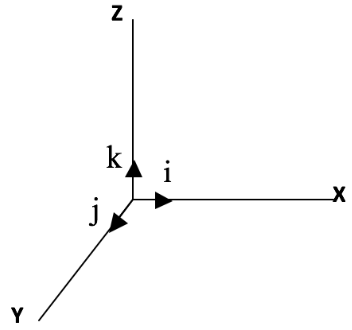
-Gráficas de las ecuaciones de movimiento: Para poder tener una visión más clara de como evolucionan las magnitudes cinemáticas se puede representar gráficamente las ecuaciones de movimiento.



1.1 Magnitudes cinemáticas

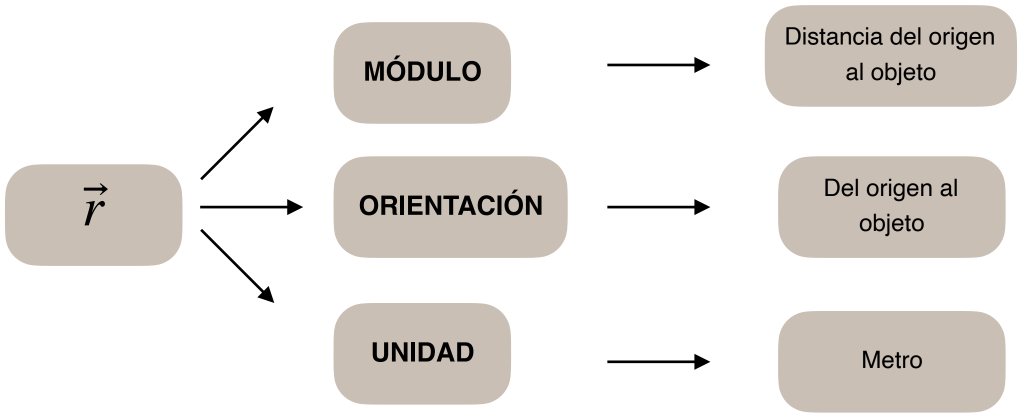
Sistema de referencia

Un sistema de referencia está formado por un sistema de ejes cartesianos. Dependiendo de si el movimiento se produce en una recta, un plano o en tres dimensiones necesitamos un sistema de referencia de 1,2 o 3 dimensiones.



Vector de posición

Vector que determina la posición del móvil en cada instante



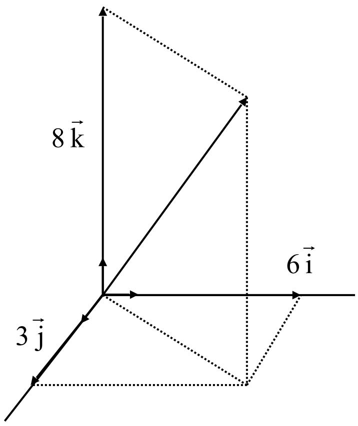
Para estudiar el movimiento de los cuerpos debemos conocer su posición, que se determina siempre respecto a un sistema de referencia.
El vector de posición es un vector cuyo origen está situado en el origen del sistema de referencia elegido y cuyo extremo coincide con la posición del móvil. **Se representa por $\vec{r}$ y su módulo ([$\vec{r}$]) se mide en metros**.
En 3D en notación vectorial el vector de posición viene representado por:

$$\boxed{\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}}$$

Si quisiéramos representar el siguiente vector de posición:

$$\vec{r} = 6\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + 8\,\vec{k}$$

Tendríamos lo siguiente:

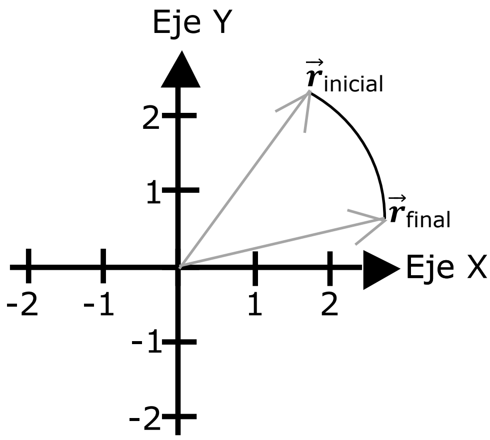


Cuando el vector de posición dependa del tiempo el objeto se estará moviendo:

$$\overrightarrow{r(t)} = 8t^2\vec{i} + 4\vec{j} - 10t\,\vec{k}$$

Trayectoria

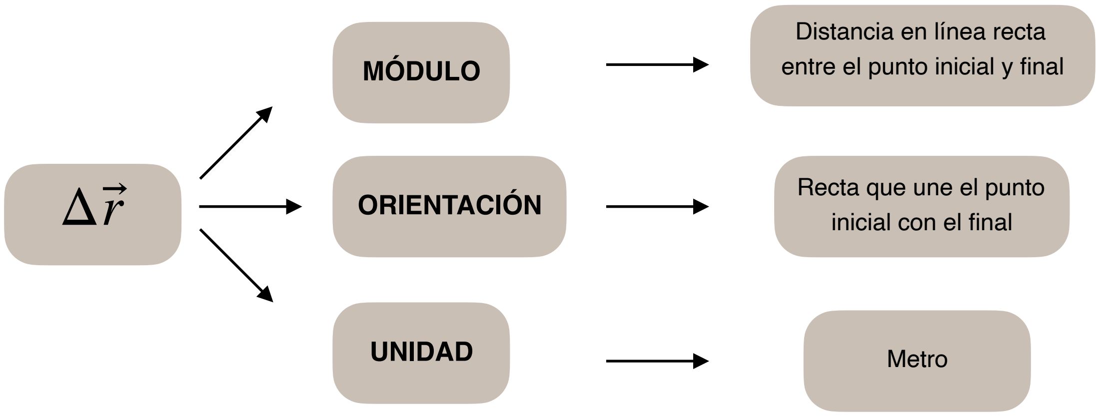
Es la línea que sigue un móvil desde que comienza a moverse hasta que se detiene. En la siguiente gráfica la trayectoria viene representada por la línea curva de color negro mientras que los vectores de posición vienen representados por las flechas que marcan la posición inicial y final.



Los movimientos según su trayectoria podrán clasificarse en **rectilíneos o curvilíneos**. Si el movimiento es rectilíneo la trayectoria del móvil es una línea recta. Si se trata de un movimiento curvilíneo el móvil puede describir una trayectoria regular (circunferencia, elipse, parábola, etc.) o una trayectoria irregular.

Vector desplazamiento

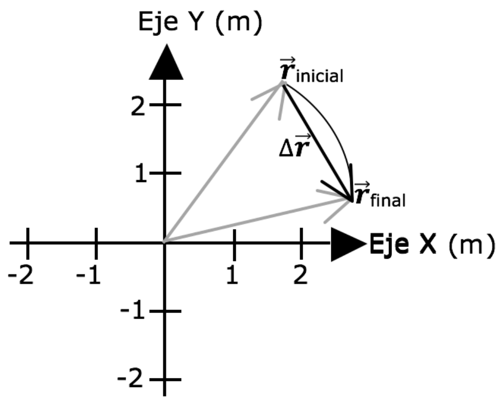
Mide el **desplazamiento** del objeto suponiendo que se **desplaza en línea recta.**



Vector que une dos puntos de la trayectoria de un móvil. Su orientación viene dada por la línea recta que une el punto inicial y el final de un movimiento. El vector desplazamiento viene dado por:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_{final} - \vec{r}_{inicial}$$

Gráficamente podríamos tener una situación como la que se representa a continuación:

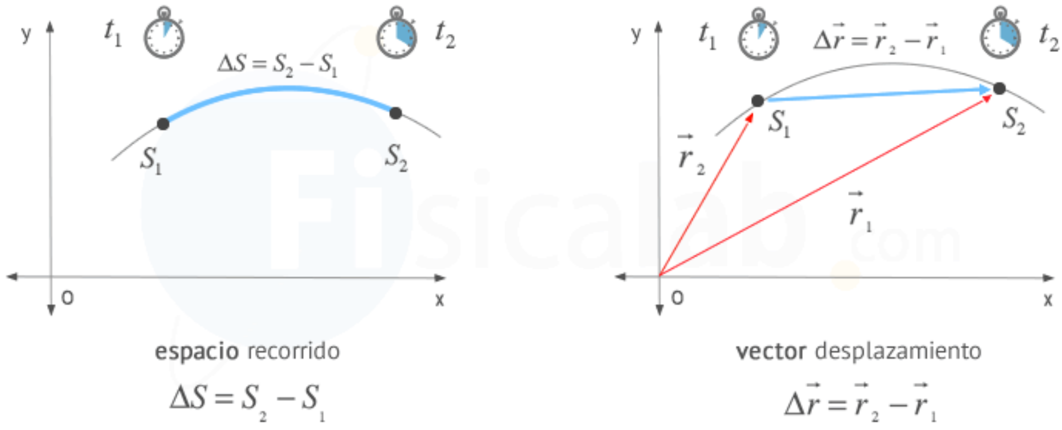


La trayectoria viene representada por la línea curva negra, los vectores de posición inicial y final con vectores grises y el vector desplazamiento se muestra con el vector de color negro.

Espacio recorrido

Distancia que recorre el objeto en su movimiento

Distancia medida sobre la trayectoria entre el punto de partida y el de llegada. Se denomina con la letra **s** y es una **magnitud escalar que se mide en metros** ([s]=m). Es importante darse cuenta que en general el espacio recorrido por el móvil (s) y el módulo del vector desplazamiento ($|\Delta \vec{r}|$) no son iguales.



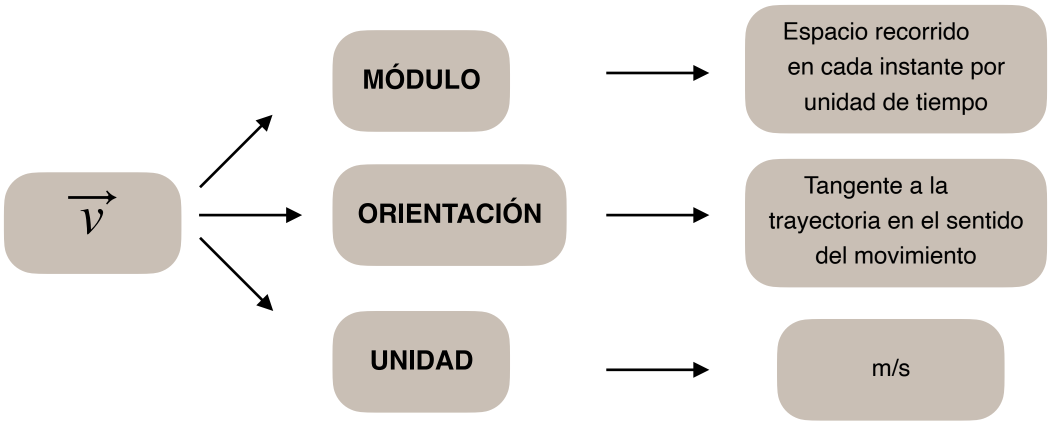
Estas **cantidades solo coinciden cuando el móvil realiza un movimiento rectilíneo**, en ese caso se cumple:

$$\boxed{s = |\Delta x|}$$

Mide el **espacio recorrido por** el objeto suponiendo que se **desplaza en línea recta** y **no hay un cambio de sentido**.

Velocidad

Mide el desplazamiento instantáneo del móvil en relación al tiempo. Se puede definir como la velocidad media entre dos puntos tan próximos que el intervalo de tiempo que tarda el móvil en pasar de uno a otro es prácticamente cero.



Como vector tiene la siguientes propiedades:
-Módulo: Mide el espacio recorrido por unidad de tiempo en cada instante.
-Unidad: Se mide en m/s.
-Orientación: Tangente a la trayectoria en el sentido del movimiento.
Es el **límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo considerado tiende a 0**. Es una **magnitud vectorial cuya dirección es tangente a la trayectoria del movimiento**. En

las figuras (a), (b) y (c) se representa la trayectoria del móvil (línea curva negra), vector desplazamiento (vector negro) y velocidad (vector gris oscuro). Si los puntos que utilizamos para calcular la velocidad están lo suficientemente separados (ver Figuras (a) y (b)), el vector velocidad representa una velocidad media. Si utilizamos dos puntos suficientemente próximos (ver Figura (c)) obtenemos la velocidad instantánea. En ese caso, tal y como se puede ver en la figura, la velocidad es tangente (ver línea discontinua en Figura (c)) a la trayectoria.

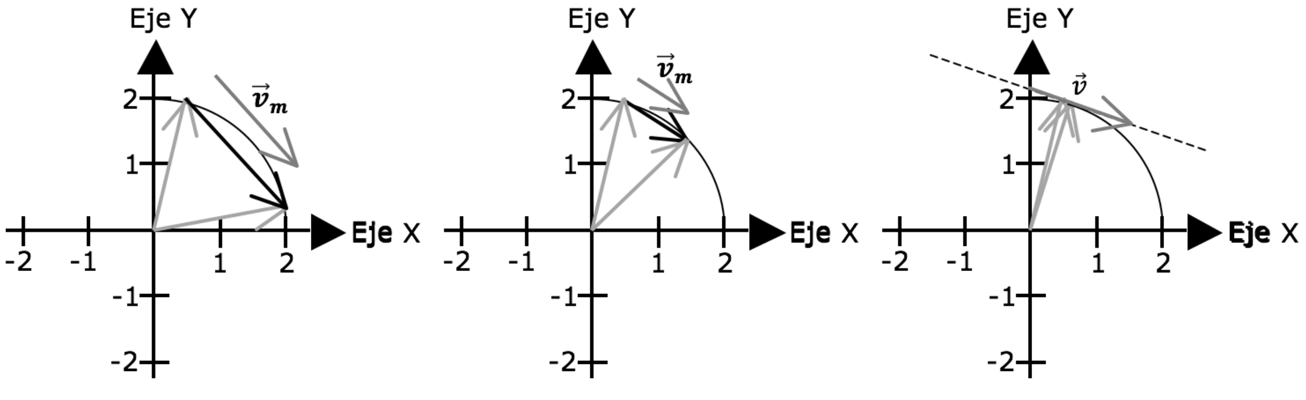
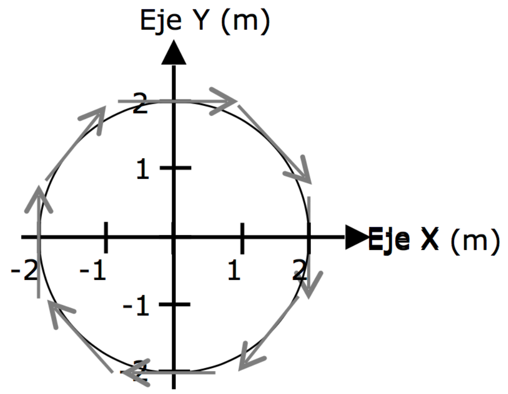


Figura (a) Figura (b) Figura (c)

En resumen, la **velocidad instantánea es la velocidad media cuando los intervalos ($\Delta \vec{r}$, Δt) se hacen muy pequeños**. Matemáticamente el concepto anterior se expresa haciendo uso de la derivada:

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \overrightarrow{v_m} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

Si tenemos un móvil que describe una trayectoria circular en sentido horario, la velocidad instantánea para distintos puntos de la trayectoria es siempre tangente a la misma tal y como se muestra en la figura:



La velocidad instantánea coincide con la media cuando la velocidad es constante a lo largo de toda la trayectoria.

Características

En tres dimensiones obtenemos el vector velocidad derivando el vector de posición:

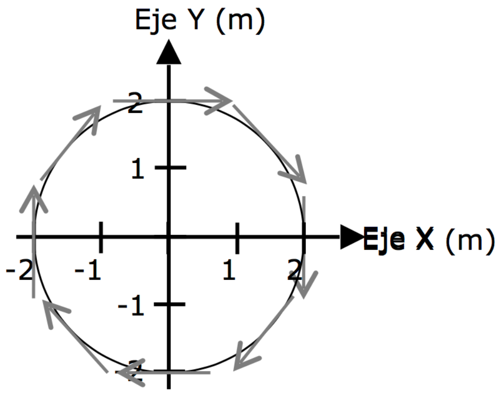
$$\boxed{\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}}$$

Orientación

En relación al movimiento la velocidad se caracteriza por:

1. Tener la dirección de la recta tangente a la trayectoria en cada punto.
2. Tener el mismo sentido del movimiento.

Si aplicamos estas características a un móvil que describe una trayectoria circular en sentido horario, la velocidad instantánea vendría representada por las flechas que se muestran en la siguiente figura:



Módulo

El módulo de la velocidad se calcula como el de cualquier vector como la raíz cuadrada del cuadrado de sus componentes:

$$\left|\vec{v}\right| = v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2}$$

Derivadas de polinomios

Para poder derivar un polinomio tenemos que utilizar la anterior fórmula.Es importante señalar que la **derivada de cualquier constante tiene un valor nulo**.

Ejemplo: Si la posición de un objeto que se desplaza en 1D viene dad por el siguiente vector de posición:

$$\overrightarrow{r(t)} = (4t^3 - 5)\vec{i}\ m$$

Calcula la velocidad del móvil.

Para determinar la velocidad del móvil lo único que tenemos que hacer es derivar el vector de posición respecto al tiempo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}[(4t^3 - 5)\vec{i}]$$

$$\vec{v} = \frac{d(4t^3)}{dt}\vec{i} - \frac{d(5)}{dt}\vec{i} = \frac{d(4t^3)}{dt}\vec{i}$$

Ejemplo: Un cuerpo se mueve según la siguiente ecuación de posición:

$$\vec{r} = \left[\left(5t + 2\right)\vec{i} - t^2\vec{j} + 2t^3\vec{k}\right]m$$

a) Calcula la velocidad instantánea en función del tiempo.

b) Calcula la velocidad instantánea en t=2s.

c) Calcula el módulo de la velocidad en t=2s.

Para determinar la velocidad del móvil lo único que tenemos que hacer es derivar el vector de posición respecto al tiempo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left[(5)\vec{i} - 2t\vec{j} + 6t^2\vec{k}\right] m/s$$

La velocidad para t=2s sería sustituyendo:

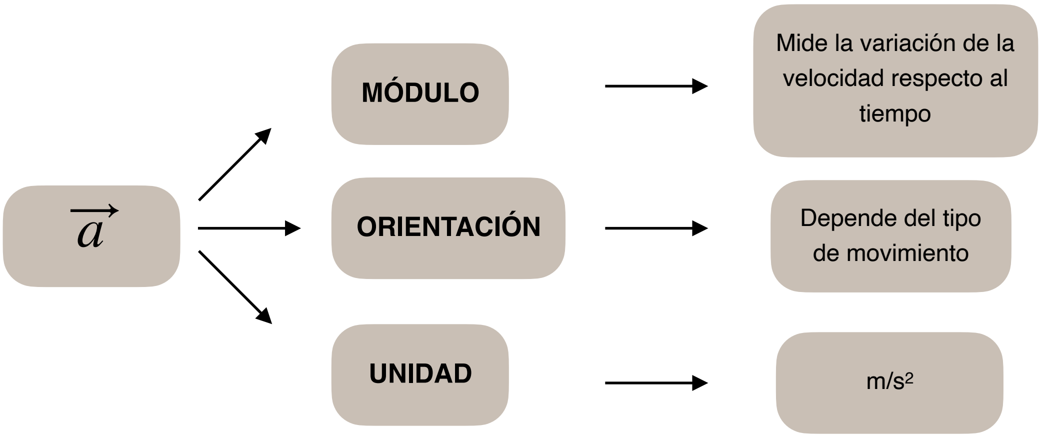
$$\vec{v}(t = 2s) = \left[5\vec{i} - 4\vec{j} + 24\vec{k}\right] m/s$$

Mientras que el módulo de la velocidad en t=2s quedaría:

$$v(t = 2s) = \sqrt{5^2 + (-4)^2 + 24^2} = 24{,}8\ m/s$$

Aceleración

La aceleración es una **magnitud física vectorial** que mide lo que varía la velocidad de un móvil en el tiempo. **Su unidad en el SI es el m/s²** ($[\vec{a}]$=m/s²).



La aceleración instantánea es la aceleración media en el límite en el que el intervalo de tiempo es prácticamente cero:

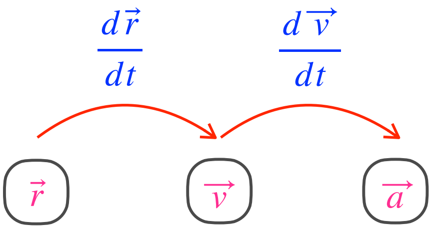
$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a_m} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

En tres dimensiones obtendríamos para las coordenadas cartesianas la siguiente expresión de la aceleración:

$$\boxed{\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}}$$

Relación entre posición, velocidad y tiempo

Es importante darse cuenta que derivando el vector de posición podemos obtener la velocidad y la aceleración del móvil.



Ejemplo: La posición de un cuerpo viene determinada por:

$$\vec{r} = \left[\left(-3t^2\right) \vec{i} + 2t^3 \vec{j} + 4t \vec{k} \right] m$$

a) Determina la aceleración. ¿Es constante?
b) Calcula la aceleración en el instante t=2s.
c) Calcula el módulo de la aceleración en el instante t=2s.

Primero vamos a calcular la velocidad a través del vector de posición derivando respecto al tiempo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left[\left(-6t\right) \vec{i} + 6t^2 \vec{j} + 4\vec{k} \right] m/s$$

Derivamos la velocidad y obtenemos la aceleración:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left[\left(-6\right) \vec{i} + 12t \vec{j} \right] m/s^2$$

Como vemos la aceleración no es constante ya que depende del tiempo. Para calcular la aceleración en el instante t=2s solo tenemos que sustituir:

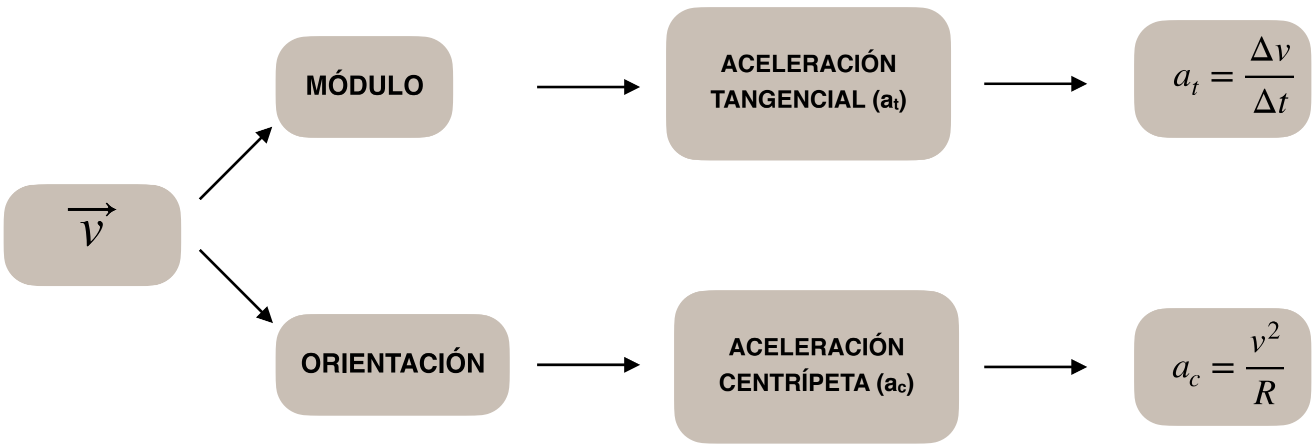
$$\vec{a}(t = 2s) = \left[-6\vec{i} + 24\vec{j} \right] m/s^2$$

Para calcular el módulo de la aceleración en t=2s calculamos la raíz cuadrada del cuadrado de sus componentes:

$$a(t = 2s) = \sqrt{\left(-6\right)^2 + (24)^2} = 24{,}7 \ m/s^2$$

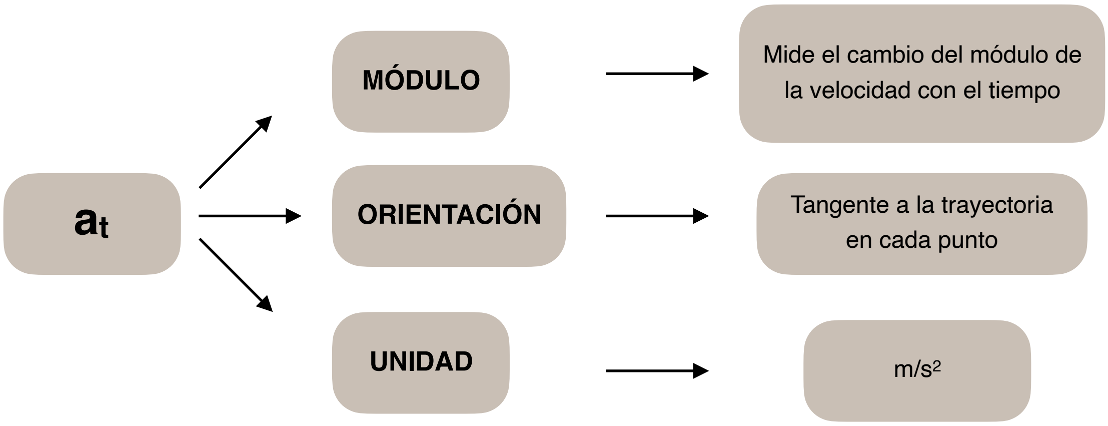
Componentes de la aceleración

La aceleración mide lo que varía la velocidad en el tiempo. Como la velocidad es un vector, puede variar en módulo, dirección y sentido. Por este motivo se diferencian **dos componentes de la aceleración.**



Aceleración tangencial ($\vec{a_t}$)

Mide lo que varía el módulo de la velocidad por unidad de tiempo



Como vector tiene las siguientes características:
-Módulo: Su valor equivale a la rapidez con la que cambia el módulo de la velocidad.

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

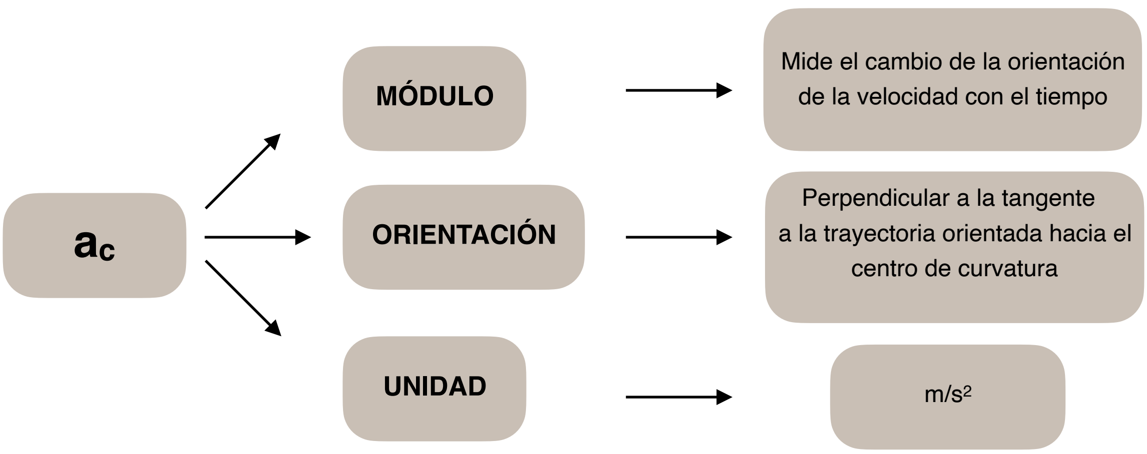
-Unidad: Se mide en m/s^2.
-Orientación: Tiene una dirección **tangente a la trayectoria en cada punto coincidiendo con la dirección de la velocidad**. El sentido es el mismo que el de la velocidad si el módulo de la velocidad aumenta y el contrario si disminuye.
Por lo tanto, empleando notación vectorial:

$$\vec{a_t} = \frac{dv}{dt}\vec{u_t}$$

donde $\vec{u_t}$ es un vector unitario en la dirección tangencial.

Aceleración centrípeta o normal ($\vec{a_c}$)

Mide lo que varía la orientación (dirección y sentido) de la velocidad por unidad de tiempo. Aparece cuando tenemos movimientos curvilíneos. Esta aceleración **no afecta al módulo de la velocidad**.



Como vector tiene las siguientes características:
-Módulo: El módulo se determina dividiendo el cuadrado del valor de la velocidad entre el radio de la curva descrita:

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

Si el cuerpo describe una **trayectoria circular**, **r es el radio** de la circunferencia.
-Unidad: Se mide en m/s2.
-Orientación: Perpendicular a la aceleración tangencial orientada hacia el centro de la circunferencia de curvatura.

$$\boxed{\vec{a_c} = -\frac{v^2}{r}\vec{u_r}}$$

donde $\vec{u_r}$ es un vector unitario en la dirección radial. El signo menos indica que la aceleración va dirigida hacia el centro a dela circunferencia.

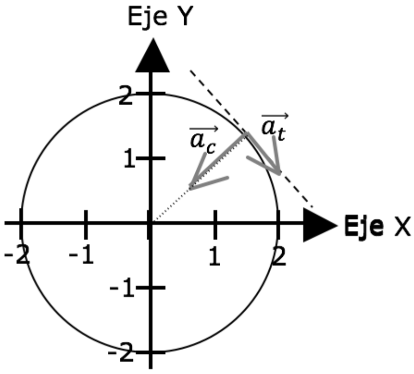
Podemos expresar la aceleración como la suma de estas dos componentes:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_c}}$$

siendo su módulo:

$$\boxed{a = |\vec{a}| = \sqrt{{a_t}^2 + {a_c}^2}}$$

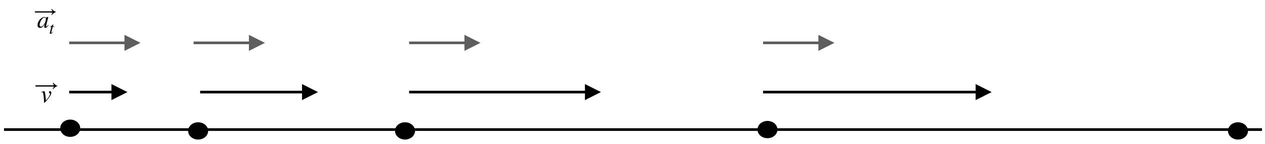
En la siguiente figura se muestran las componentes intrínsecas de la aceleración (tangencial y centrípeta) en un movimiento circular.



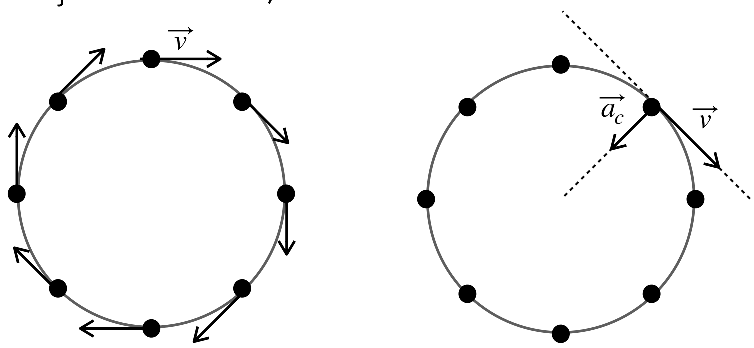
Ejemplos de movimientos

Dependiendo del tipo de movimiento que lleve un móvil tendrá un tipo de aceleración u otro., o tendrá ambos. En los siguientes ejemplos **cada punto representa la posición del móvil en intervalos de tiempo iguales**.

- **Movimiento rectilíneo**: como la velocidad tiene siempre la misma dirección, sólo tendrá *aceleración tangencial* en el caso de que el módulo de la velocidad vaya variando.

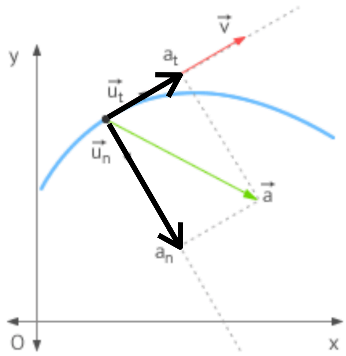


• **<u>Movimiento circular uniforme</u>**: como la velocidad cambia de dirección (ver figura de abajo a la izquierda) y de módulo tendrá en principio los dos tipos de aceleración: tangencial y normal (ver figura de abajo a la derecha).



Es importante resaltar que un **movimiento circular siempre tendrá aceleración** ya que aunque no varíe el módulo de la velocidad la dirección del vector velocidad cambia continuamente y por lo tanto, el móvil siempre tendrá, al menos, aceleración normal.

• **<u>Movimiento curvilíneo</u>**: En este caso cambiaran tanto el módulo de la velocidad como su orientación. Por lo tanto tendremos tanto aceleración tangencial como centrípeta.



1.2 Clasificación de los movimientos

Podemos clasificar los distintos tipos de movimiento de un móvil en base a los valores de las componentes intrínsecas de la aceleración.

$a_c = 0$ → **Movimientos Rectilíneos**

- → $a_t = 0$ → **MRU**
- → $a_t = cte$ → **MRUA**
- → $a_t \neq cte$ → **Mov. Acelerado**

$a_t = 0$ → $v = cte$

- → $a_c = cte$ → **MCU**
- → $a_c \neq cte$ → **Mov. Curvilíneo** $|\vec{v}| = cte$

$a_t = cte$, $a_c \neq cte$ → **MCUA**

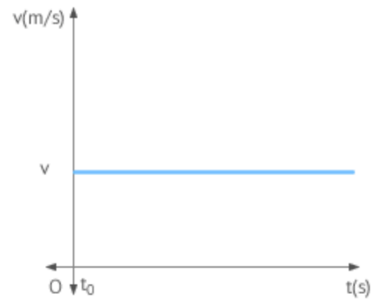
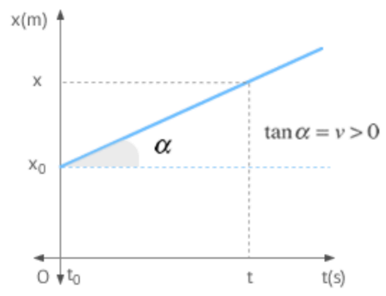
$a_t \neq cte$, $a_c \neq cte$ → **Mov. Curvilíneo General**

1.3 Movimientos en una dimensión

Movimiento rectilíneo y uniforme

Es el movimiento que se caracteriza por tener velocidad constante ($\vec{v} = cte$)

$\vec{v} = cte$ → MÓDULO = CTE, ORIENTACIÓN = CTE → TRAYECTORIA=RECTA

Magnitud	Ecuación de movimiento	Gráfica
Posición	$x = x_0 + vt$	
Velocidad	$v = cte$	

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Es el movimiento que se caracteriza por tener una trayectoria rectilínea y aceleración constante ($\vec{a} = cte$)

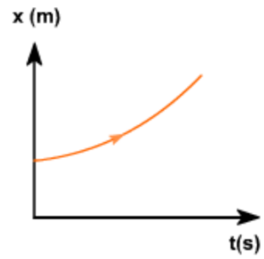
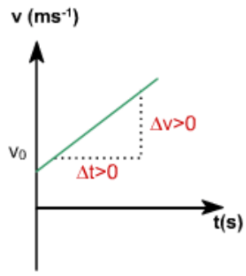
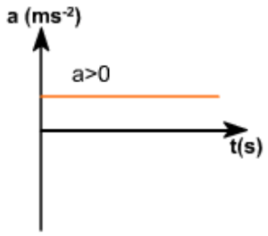
$$\vec{a} = cte$$

+

TRAYECTORIA = LÍNEA RECTA

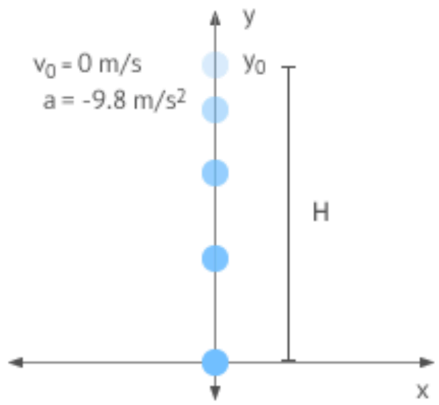
$$\vec{a} = \vec{a_t} = cte$$

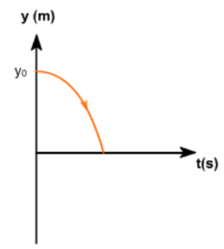
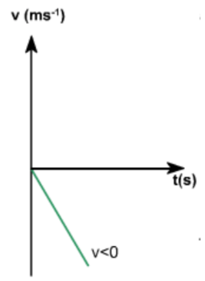
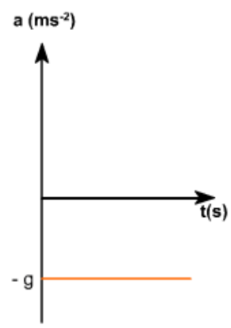
TENEMOS UNA ACELERACIÓN TANGENCIAL CONSTANTE

Magnitud	Ecuación de movimiento	Gráfica
Posición	$x = x_0 + v_0 + \dfrac{a \times t^2}{2}$	
Velocidad	$v = v_0 + at$ $v^2 = v_0^2 + 2a \times (x - x_0)$	
Aceleración	$a = cte$	

Movimiento de caída libre

> MRUA que se produce en la dirección vertical debido a la acción de la gravedad sobre los objetos que se encuentran cerca de la superficie de la Tierra.



Magnitud	Ecuación de movimiento	Gráfica
Posición	$y = y_0 + v_0 + \frac{g \times t^2}{2}$	
Velocidad	$v = v_0 + gt$ $v^2 = v_0^2 + 2g \times (y - y_0)$	
Aceleración	$a = g$	

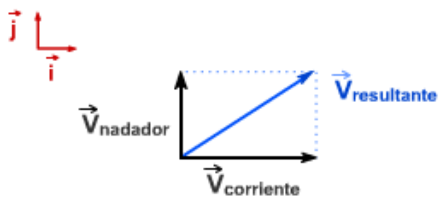
1.4 Movimientos en dos dimensiones

Superposición de movimientos uniformes (MRU+MRU)

Si tenemos un movimiento que es la composición de varios movimientos. El movimiento resultante se obtiene sumando vectorialmente dichos movimientos parciales. Esto es lo que se llama principio de superposición.

Si consideramos el caso en el que tenemos una composición de dos MRU lo que tenemos que hacer es sumar vectorialmente las magnitudes cinemáticas para poder obtener el movimiento resultante.

Supongamos el caso de un nadador que intenta atravesar un río a velocidad constante. En el río tenemos una corriente que desplaza el nadador a través de su cauce.

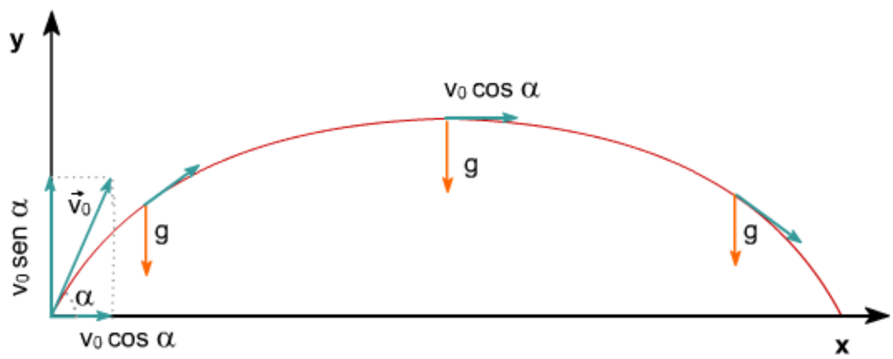


Magnitud	Ecuación de movimiento
Posición	$\vec{r} = \left(x_0 + (v_{corriente})t\right)\vec{i} + \left(y_0 + (v_{nadador})t\right)\vec{j}$
Velocidad	$\vec{v} = \left(v_{corriente}\right)\vec{i} + \left(v_{nadador}\right)\vec{j}$

Movimiento parabólico (MRU+MRUA)

En este apartado vamos a estudiar los movimientos parabólicos que son básicamente la composición de dos movimientos:

- En el eje horizontal (eje X) un MRU.
- En el eje vertical (eje Y) un MRUA



-

Magnitud	Ecuación de movimiento
Posición	$\vec{r} = (\lvert v_0 \rvert \cos\alpha t)\,\vec{i} + (\lvert v_0 \rvert \sin\alpha t - 1/2 g t^2)\,\vec{j}$
Velocidad	$\vec{v} = (\lvert v_0 \rvert \cos\alpha)\,\vec{i} + (\lvert v_0 \rvert \sin\alpha t - g t)\,\vec{j}$
Aceleración	$\vec{a} = -g\,\vec{j}$

1.5 Movimientos circulares

Los movimientos tratados hasta ahora eran rectilíneos o en el caso de que fueran curvilíneos podían ser tratados como la composición de movimientos rectilíneos. En este apartado vamos a abordar el estudio de movimientos curvilíneos.

Magnitudes cinemáticas circulares

MAGNITUDES	
LINEALES	**CIRCULARES**
$x\ (m)$	$\varphi\ (rad)$
$v = \dfrac{dx}{dt}\ (m/s)$	$\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}\ (rad/s)$
$a = \dfrac{dv}{dt}\ (m/s^2)$	$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}\ (m/s^2)$

Equivalencia entre magnitudes lineales y circulares

Magnitud lineal	Relación	Magnitud angular
s	$s = R\varphi$	φ
v	$v = R\omega$	ω
a_t	$a_t = R\alpha$	α
a_c	$a_c = R\omega^2$	–

Movimiento circular uniforme

Movimiento que se caracteriza por tener una trayectoria circular y una **velocidad angular constante** ($\omega = cte$)

$\omega = cte$ → $v = \omega R$

\+

TRAYECTORIA = CIRCUNFERENCIA → $R = cte$

$v = \omega R$ + $R = cte$ → $v = cte$ → $a = a_c = cte$

MOVIMIENTO UNIFORME	
RECTILÍNEO	**CIRCULAR**
$x = x_0 + vt$	$\varphi = \varphi_0 + \omega t$

Movimiento circular uniformemente acelerado

Movimiento que se caracteriza por tener una trayectoria circular y una **aceleración angular constante** ($\alpha = cte$)

$\alpha = cte$ → $a_t = \alpha R$

\+

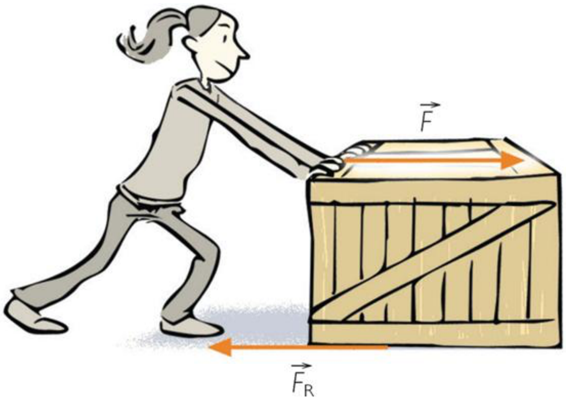
TRAYECTORIA = CIRCUNFERENCIA → $R = cte$

$a_t = \alpha R$ + $R = cte$ → $a_t = cte$, $a_c \neq cte$

MOVIMIENTO UNIFORME ACELERADO	
RECTILÍNEO	**CIRCULAR**
$x = x_0 + v_0 t + 1/2at^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + 1/2\alpha t^2$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$

2. Dinámica

La **Dinámica**: es la parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos y las causas que lo producen.



2.1 Leyes de Newton

Las leyes de Newton proporcionan una explicación de los movimientos de los cuerpos cuyas dimensiones y velocidades se encuentran en el dominio de lo que se denomina mecánica clásica.

Primera ley: ley de inercia

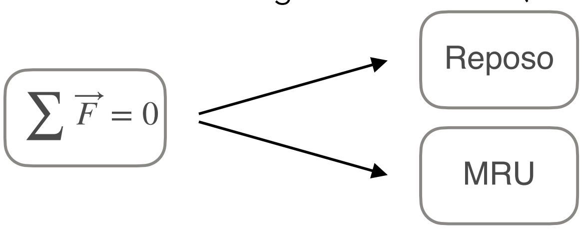
El principio de inercia se enuncia diciendo:

> *"Si sobre un cuerpo no se ejerce **ninguna fuerza neta**, entonces el cuerpo mantiene su estado de movimiento:*
> *-Si estaba en **reposo** continua en reposo.*
> *-Si estaba en movimiento seguirá moviéndose con **MRU**"*

Este principio sirve para definir el concepto de inercia que es una propiedad de todo objeto material:

> *La **inercia** es la propiedad que tienen los cuerpos de permanecer en su estado de reposo relativo o movimiento relativo. Dicho de otra forma, es la **resistencia que que opone la materia a modificar su estado de movimiento**, incluyendo cambios en la velocidad o en la dirección del movimiento.*

En consecuencia podemos afirmar que si un cuerpo se encuentra en reposo o en MRU este se encuentra en equilibrio y sobre él no actúa ninguna fuerza neta ($\vec{\mathbf{R}} = 0\ \mathbf{N}$):



Segunda ley: concepto de fuerza e interacción

Es el principio fundamental de la dinámica y se enuncia diciendo:

> *"Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza, le provoca una aceleración de la misma dirección y sentido que la fuerza"*

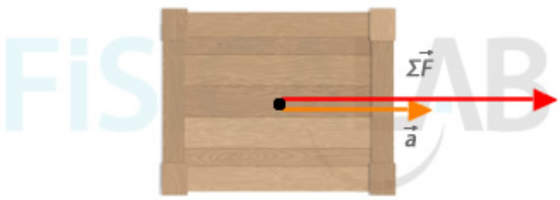
Matemáticamente este principio se expresa de la siguiente forma:

$$\boxed{\sum \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{a}}}$$

si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza el principio matemáticamente se expresa así:

$$\boxed{\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{a}}}$$

El símbolo $\sum$ se llama sumatorio y se utiliza para indicar que debe realizarse una suma; en esta caso todas las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo.



Consecuencias

Consecuencias → masa aumenta → aceleración disminuye

Consecuencias → fuerza aumenta → aceleración aumenta

Tercera ley: Principio de acción y reacción

Le tercera ley de Newton nos indica que las fuerzas siempre aparecen en pareja:

> *"Cuando un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza (denominada acción), el segundo responde con una fuerza igual y de sentido contrario (denominada reacción)."*

Por lo tanto, podemos concluir que:

> *En el Universo no existen fuerzas aisladas. Las fuerzas siempre se producen en pares.*

Por ejemplo, cuando empujas una caja, la fuerza que aplicas actúa sobre la caja (en azul). Esta fuerza es la responsable de que la caja se desplace. A su vez, la caja ejerce una fuerza de reacción sobre ti (en rojo) que es responsable de que sientas, sobre la palma de tus manos, una resistencia al movimiento de la misma:


FISICALAB

PROBLEMAS

Movimiento horizontal y parabólico

1. Un jugador de futbol ve al portero adelantado y lanza la pelota desde 40 m de la portería, con un ángulo de 30º sobre la horizontal. Si la pelota bota 1 m dentro de la portería, ¿cuál era la velocidad inicial del disparo?
   Sol: v_0 = 21,72 m/s

2. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de 60º con respecto al horizonte y con una velocidad de 60 m/s. Calcula:
   a) La velocidad de la pelota en el punto más alto de la trayectoria.
   b) La altura máxima alcanzada
   c) El alcance máximo
   Sol: a) v= 30 m/s; b) y =138 m; c) x =318 m

3. Desde un acantilado de 25 m de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad de 20 m/s. Calcula:
   a) ¿Dónde se encuentra la piedra 1 s después?
   b) ¿Qué velocidad tiene en ese instante?
   c) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la superficie del agua?
   d) ¿Con qué velocidad llega al agua?
   e) ¿A qué distancia de la base del acantilado toca la piedra en el agua?
   Sol: a) r = (20 i + 20 j) m; b) v = (20 i – 9.8 j) m/s c) t = 2.2 s; d) v = (20 i – 21.5 j) m/s; e) x = 44 m

4. Un mortero dispara proyectiles con un ángulo de 60º sobre la horizontal.
   a) ¿Con qué velocidad debe lanzar el proyectil para hacer impacto en una trinchera situada a 200 m en un terreno plano?
   b) Si a los 190 m del punto de disparo existe una casa de 20 m de altura. ¿Conseguirá proteger este obstáculo la trinchera?
   Sol: a) v_0 = 48.1 m/s; b) y = 16.9 m (por tanto si le protege)