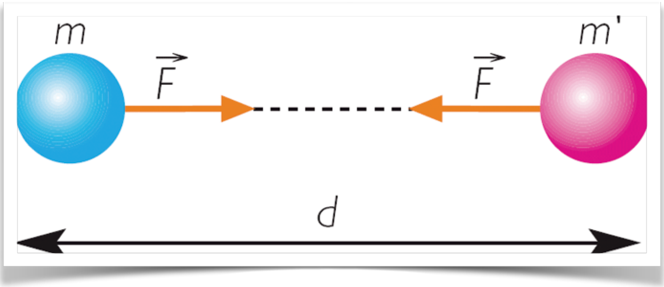
T.3. INTERACCIONES FUNDAMENTALES



1. Concepto de campo

Se dice que existe un campo asociado a una magnitud física, en una región del espacio, si se puede asignar un valor a dicha magnitud para todos los puntos de dicha región en cada instante. Está definido mediante magnitudes que adquieren distintos valores en un punto del espacio y del tiempo.

El campo está definido mediante magnitudes que adquieren distintos valores en cada punto del espacio en un instante de tiempo:

$$\boxed{\vec{A}_i(x, y, z, t)}$$

Tipos de campos

Vamos a diferenciar dos tipos de campos:

-Campo escalar: Aquel en el cada punto del espacio lleva asociada una magnitud escalar (temperatura, presión, etc.).

-Campo vectorial: Aquel en el que cada punto del espacio lleva asociada una magnitud vectorial (campos de fuerza: gravitatorio, eléctrico, magnético, etc)

Magnitudes para caracterizar el campo

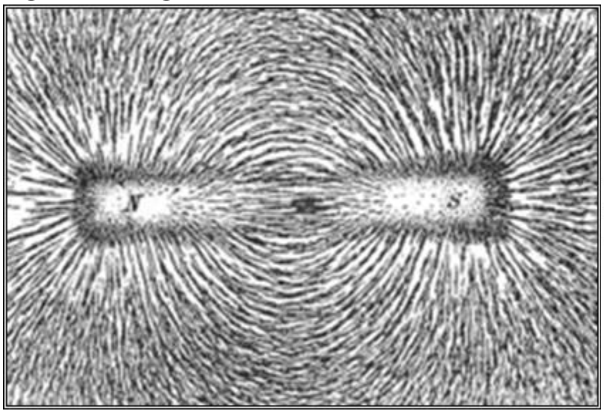
De campo: Definen el campo (**Intensidad de campo, Potencial de campo**)

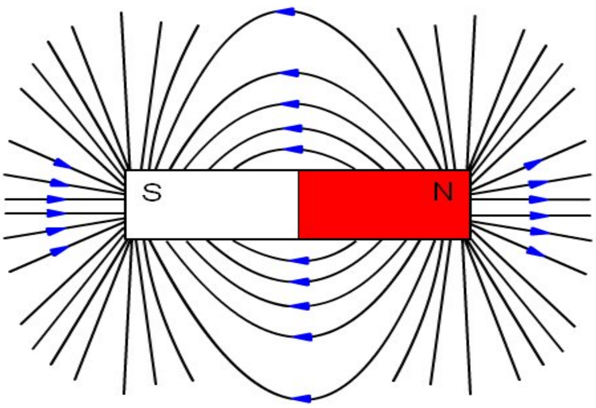
De interacción: Se utilizan para calcular la interacción de las partículas con el campo (**Fuerza, energía potencial**)

1.1 Representación gráfica del campo

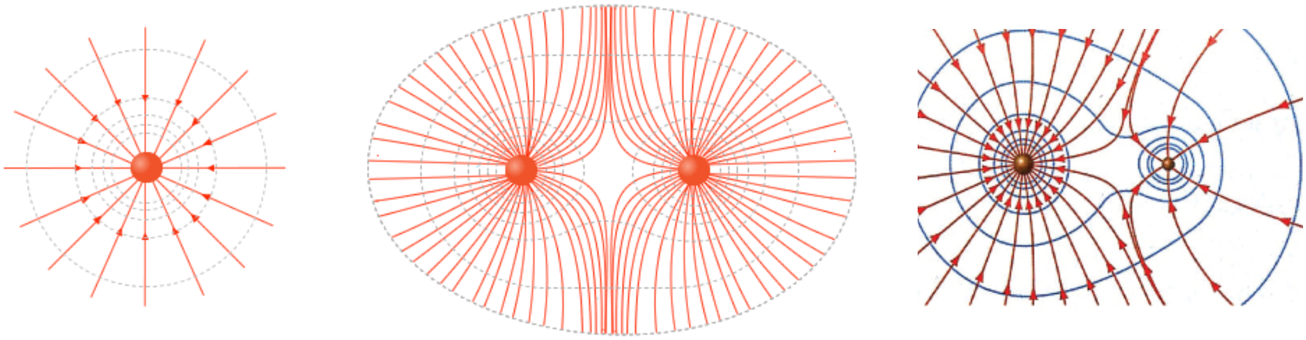
Para representar gráficamente el campo vamos a utilizar los conceptos de líneas de fuerza y líneas o superficies equipotenciales.

Líneas de fuerza: Son muy útiles para representar los campos en una región del espacio. Las líneas de fuerza son tangentes al vector intensidad de campo en cada punto del espacio.
Superficies equipotenciales: Es el lugar geométrico del espacio en el que el campo toma el mismo valor.
En la siguiente figura se muestran las líneas de campo magnético creadas por un imán:

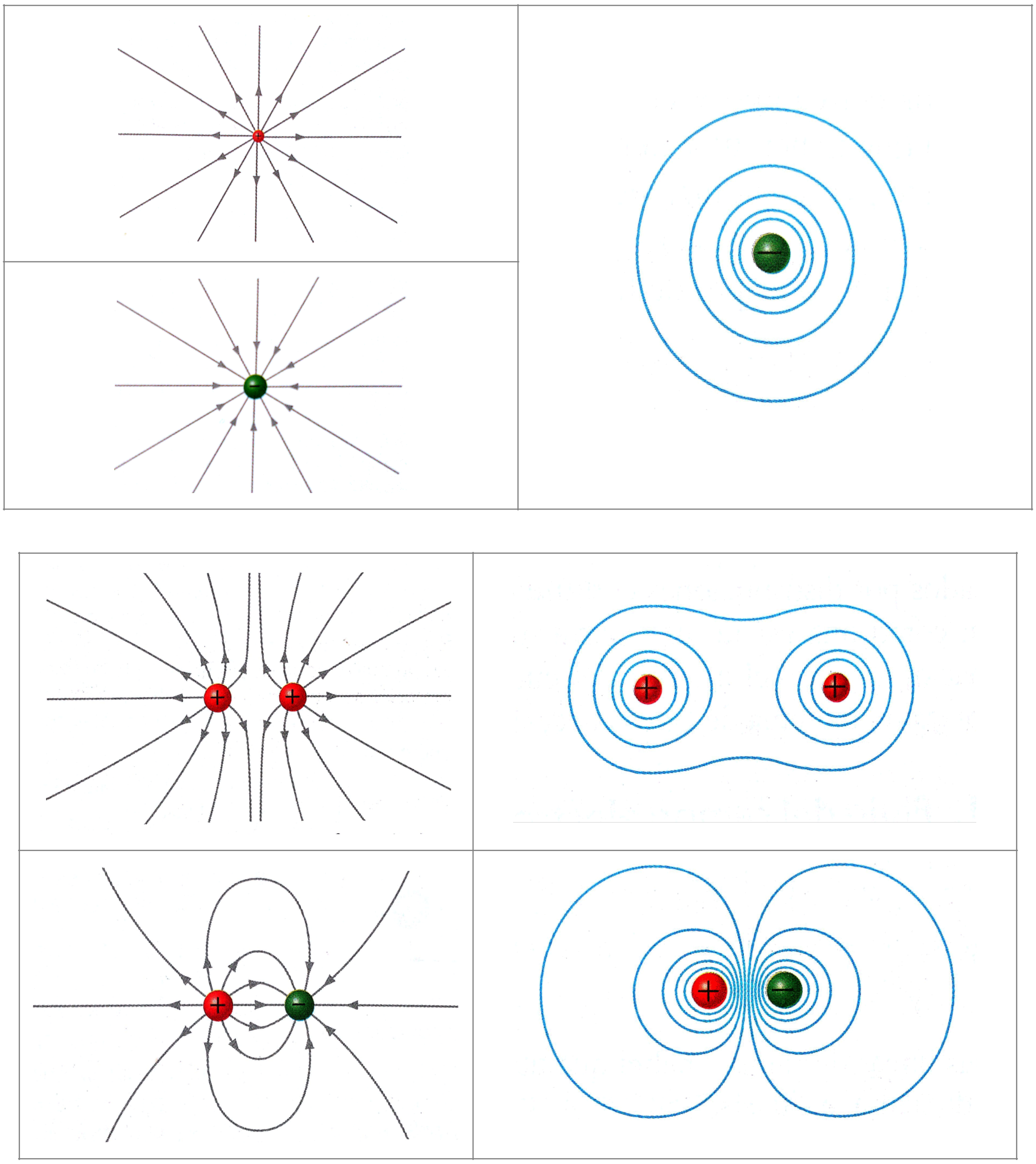




En la siguiente figura se muestran ejemplos de líneas de campo superpuestas a lineas equipotenciales de campos gravitatorios creados por masas:



En la siguiente figura se muestran ejemplos de líneas de campo superpuestas a lineas equipotenciales de campos eléctricos creados por cargas:



2. Campo gravitatorio

Consideramos el campo gravitatorio como la región del espacio en la que se aprecia la perturbación provocada por la masa de un cuerpo. Se suele identificar el campo gravitatorio con el vector intensidad de campo.

2.1 Vector intensidad de campo gravitatorio

La **intensidad del campo gravitatorio** es la **aceleración de la gravedad** que genera un campo creado por una masa. También es la fuerza por unidad de masa que genera ese campo. Se representa con la letra $\overrightarrow{g(r)}$ y se mide en m/s^2 o N/kg.

El campo gravitatorio por una masa M a una distancia r viene dado por la siguiente expresión:

$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})} = -\boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{r}^2}\overrightarrow{\boldsymbol{U}_r}}$$

Donde G es la constante de gravitación universal que tiene un valor:

$$G = 6'67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

$\overrightarrow{\boldsymbol{r}}$ es el vector de posición del punto con respecto al cuerpo que crea el campo y $\overrightarrow{\boldsymbol{u}_r}$ es un vector unitario en su dirección y sentido. Como toda magnitud física vectorial tiene las siguientes **características**:

1. Módulo: El módulo viene dado por la siguiente expresión:

$$g(r) = G\frac{M}{r^2}$$

Es directamente proporcional a la masa que genera el campo e inversamente proporcional a la distancia a la misma.

2. Unidades: Esta magnitud física que tiene unidades de aceleración o de fuerza por unidad de masa:

$$\left[\overrightarrow{g(r)}\right] = \frac{m}{s^2} = \frac{N}{Kg}$$

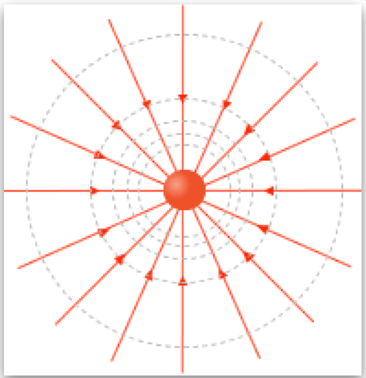
3. Orientación: Apunta a la masa que origina el campo. Matemáticamente esto esto se expresa utilizando el **vector radial unitario** $\overrightarrow{U_r}$ que tiene la dirección de la recta que une M con el punto donde calculamos el campo y sentido hacia el exterior de la masa. Al tener $\overrightarrow{g(r)}$ un signo negativo esto quiere decir que tiene un sentido contrario al de $\overrightarrow{U_r}$.

$\vec{g}$

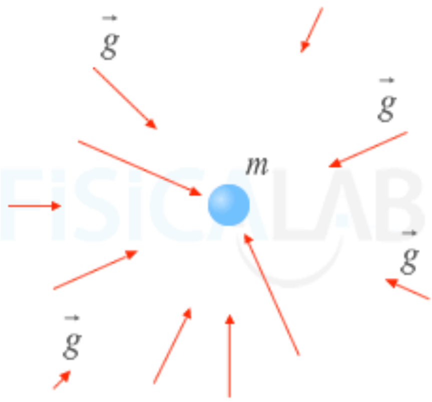
- **MÓDULO** → $g = G\dfrac{M}{r^2}$
- **ORIENTACIÓN** → Dirigido hacia la masa que lo crea
- **UNIDAD** → $\dfrac{m}{s^2} = \dfrac{N}{kg}$

Representación gráfica

Si quisiéramos representar el campo gravitatorio generado por una masa puntual con sus líneas de campo y líneas equipotenciales obtendríamos lo siguiente.

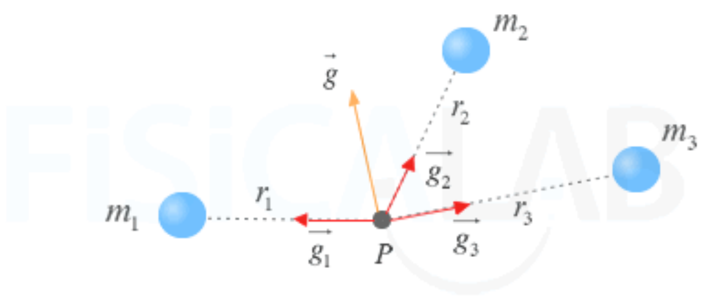


Como podemos ver las líneas equipotenciales son circunferencias centradas en la masa (líneas discontinuas) mientras que las líneas de campo son radiales (flechas que apuntan a la masa). Como se puede ver el vector intensidad de campo (flechas) siempre apunta a la masa que lo genera. En la siguiente figura las flechas rojas de la figura representan el valor del campo gravitatorio en distintos puntos del espacio. Las flechas que están a igual distancia del centro tienen el mismo módulo (simetría esférica) y apuntan hacia la partícula que genera el campo (dirección radial).

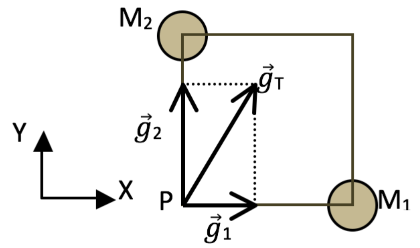


Campo creado por una distribución de masas puntuales

En caso de que tengamos un sistema de dos o más partículas, el vector intensidad de campo gravitatorio en un punto es la suma de los campos creados por cada una de las partículas en dicho punto tal y como se muestra en la siguiente figura.



Ejemplo: Representa y calcula el módulo del campo gravitatorio creado por las masas M_1=300 kg y M^2=500 kg que se encuentran en un los vértices de un cuadrado de 5 metros de lado en el punto P tal y como se muestra la figura:



Elegimos un sistema de referencia para poder representar matemáticamente los vectores tal y como se muestra en la figura. Calculamos el campo gravitatorio generado por las dos masas:

$$\vec{g_1} = -G\frac{M_1}{r^2}\vec{i} = -\left(6{,}67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right)\times\frac{300\,kg}{5\,m}(-\vec{i}) = 4\times10^{-9}N/kg\;\vec{i}$$

$$\vec{g_2} = -G\frac{M_1}{r^2}\vec{j} = -\left(6{,}67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right)\times\frac{500\,kg}{5\,m}(-\vec{j}) = 6{,}67\times10^{-9}N/kg\;\vec{j}$$

Aplicando el principio de superposición calculamos el campo gravitatorio generado por las dos masas en el punto P:

$$\vec{g_T} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = 4\times10^{-9}N/kg\;\vec{i} + 6{,}67\times10^{-9}N/kg\;\vec{j}$$

En la figura anterior representamos el campo gravitatorio resultante. Por último calculamos el módulo del campo gravitatorio resultante:

$$g_T = \sqrt{g_x^2+g_y^2} = \sqrt{(4\times10^{-9}N/kg)^2+(6{,}67\times10^{-9}N/kg)^2} = 7{,}78\times10^{-9}N/kg$$

Campo gravitatorio terrestre: variación con la altura

El campo gravitatorio que crea la tierra en un punto exterior a ella a una distancia r de su centro viene dado por la siguiente expresión:

$$\overrightarrow{g(r)} = -G\frac{M_T}{r^2}\overrightarrow{U_r}$$

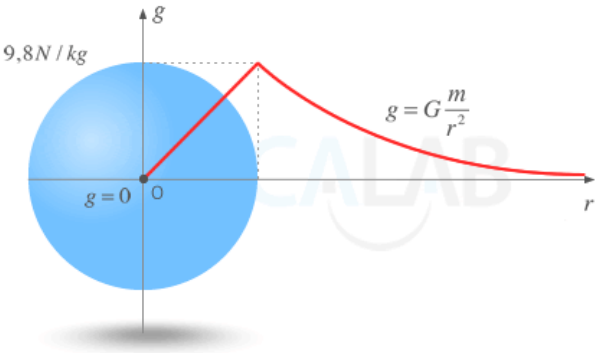
Donde MT es la masa de la tierra, r es la distancia al centro de la tierra y $\overrightarrow{U_r}$ es un vector unitario apuntando al centro. Podemos descomponer r en la suma de dos términos:

$$r = R_T + h$$

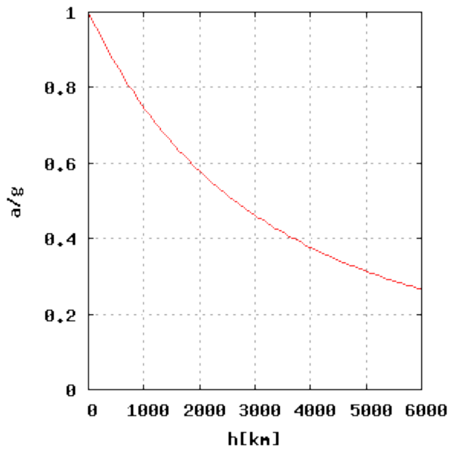
Donde R_T es el radio de la tierra y h es la altura respecto a la superficie. Sustituyendo en el módulo de la expresión del campo gravitatorio obtenemos:

$$g = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Como se puede ver la intensidad del campo gravitatorio disminuye con la altura tal y como se muestra en la siguiente figura:



En la siguiente gráfica se muestra la disminución de la gravedad con la altura en relación al valor máximo que tiene en la superficie de la tierra:



Como se puede ver a unos 3000 km de la superficie su valor se reduce a la mitad.

Campo gravitatorio terrestre: valor en la superficie

Si nos encontramos cerca de la superficie de la Tierra siempre se cumple que el valor de la altura (h) es mucho más pequeño que el radio de la Tierra (R_T):

$$R_T \gg \mathrm{h} \rightarrow \mathrm{r} \approx R_T$$

Obtenemos un valor del campo gravitatorio igual a:

$$g = G\frac{M_T}{(R_T)^2} = 9{,}8\ m/s^2$$

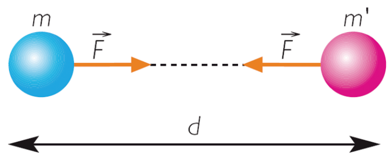
Con la expresión anterior podríamos calcular el valor de la gravedad cerca de la superficie de cualquier planeta si sabemos su masa y radio.

2.2 Fuerza gravitatoria: Ley de gravitación universal

Como hemos visto, un cuerpo por el solo hecho de tener masa genera un campo gravitatorio. Cualquier objeto que tenga masa que se coloque en el seno de ese campo gravitatorio será sometido a una fuerza de atracción. Este hecho queda plasmado de forma clara en la **ley de gravitación universal**:
"Todos los cuerpos del Universo se atraen mutuamente con una fuerza (F) que es directamente proporcional al producto de sus masas (m y m') e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (r) que separa sus centros."
Matemáticamente se expresa con la siguiente fórmula:

$$\boxed{\overrightarrow{\mathbf{F_g}} = -\mathbf{G}\frac{\mathbf{mm'}}{\mathbf{r^2}}\overrightarrow{\mathbf{U_r}}}$$

La fuerza de atracción gravitatoria es una magnitud vectorial. Su módulo viene determinado por la fórmula anterior. Su punto de aplicación es el centro de gravedad del cuerpo. Su dirección coincide con la línea que une los dos cuerpos y su sentido es de uno hacia otro tal y como se muestra en la figura:



Las fuerzas siempre se presentan a pares. Ambas partículas se atraen con una fuerza de la misma intensidad. En resumen, la fuerza gravitatoria tiene las siguientes **características**:
1. Módulo: El módulo viene dado por la siguiente expresión:

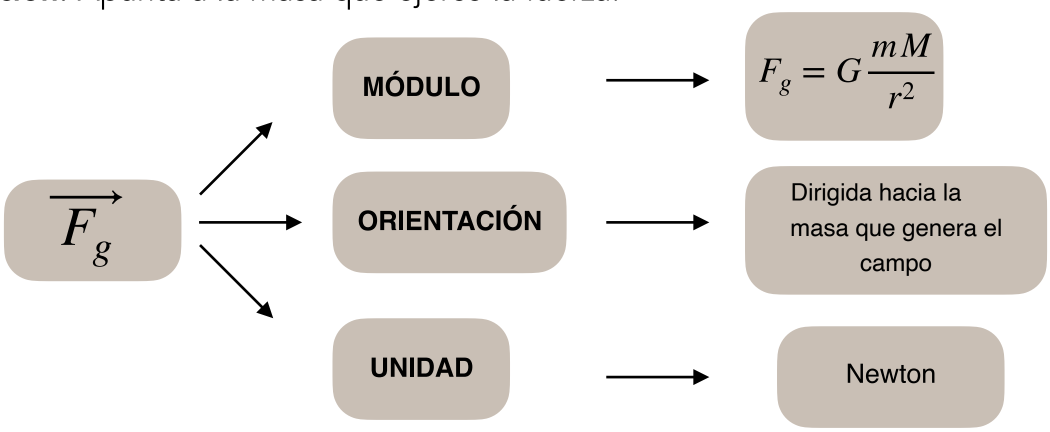
$$F_g = G\frac{mm'}{r^2}$$

Es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional a la distancia que las separa.

2. Unidades: Esta magnitud física que tiene unidades de aceleración o de fuerza por unidad de masa:

$$[F_g] = N = \frac{kg \times m}{s^2}$$

3. Orientación: Apunta a la masa que ejerce la fuerza.



Relación entre la intensidad de campo y la fuerza gravitatoria

Hemos visto que una masa puntual (M) genera un campo gravitatorio que viene dado por:

$$\vec{g}(\vec{r}) = -G\frac{M}{r^2}\vec{U}_r$$

Si colocamos a una distancia r a una partícula de masa m la fuerza gravitatoria a la que esta sometida bajo la acción de ese campo gravitatorio es:

$$\vec{F}_g = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{U}_r$$

Si comparamos las dos expresiones anteriores vemos que la fuerza y el campo gravitatorio están relacionados a través de la siguiente expresión:

$$\boxed{\vec{F_g} = m\vec{g}}$$

La fuerza gravitatoria a la que se encuentra sometida un cuerpo de masa m es igual al producto entre su masa y el campo gravitatorio.

Concepto de peso

Cuando en vez de hablar de partículas de diferentes masas estudiamos la fuerza gravitatoria con la que un planeta atrae a un cuerpo introducimos el concepto de peso:

"Llamamos peso a la fuerza con la que atrae un planeta a un cuerpo."

Es decir, el peso es la fuerza gravitatoria con la que un planeta atrae a cualquier objeto:

$$\boxed{\vec{P} = \vec{F_g} = m\vec{g}}$$

Cuando los objetos están cerca de la superficie de la Tierra g=9,8 m/s^2. A medida que la altura va aumentando el valor del campo gravitatorio va disminuyendo y el peso disminuyo a la par.

2.3 Energía potencial gravitatoria

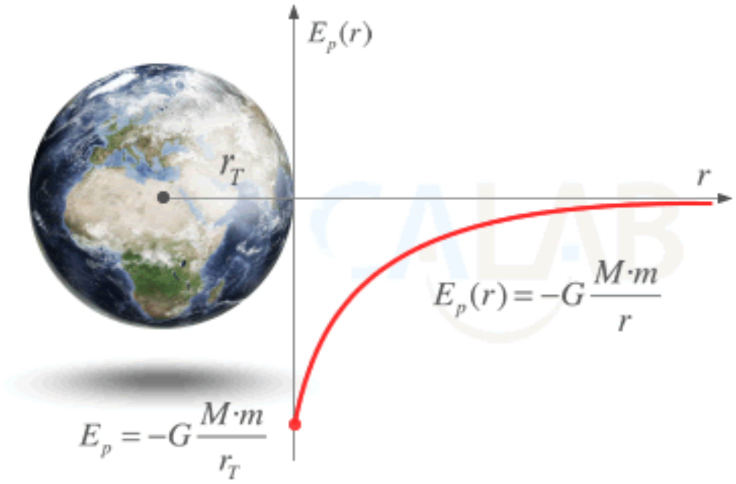
La fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa. Esto significa:

1. La energía mecánica de partículas que se mueven bajo la acción de dicho campo se conserva.
2. Podemos definir una energía potencial para el campo gravitatorio.

La energía potencial de una masa m en el seno de un campo gravitatorio creado por una masa M es:

$$\boxed{E_p = -G\frac{mM}{r}}$$

La unidad de energía en el sistema internacional es el julio. En la siguiente figura se muestra como disminuye la energía potencial gravitatoria de un objeto al ir ganando altura sobre la Tierra:



Nota: Es importante señalar que lo que tiene sentido físico es la diferencia de energía potencial y no la energía potencial. La expresión anterior proviene de:

$$\boldsymbol{E_p(r) - E_p(\infty) = -G\frac{mM}{r}}$$

Lo que se hace es adoptar como origen de energía potencial el infinito y suponer que el valor en ese punto es cero ($\boldsymbol{E_p(\infty) = 0}$). De esta forma llegamos a la expresión de la energía potencial.

Energía potencial gravitatoria en las cercanías de la superficie terrestre

La energía gravitatoria de un cuerpo de masa m en la superficie de la tierra es:

$$\mathrm{E_p(suelo) = -G\frac{mm_T}{r_T}}$$

Mientras que a cierta altura h sobre la superficie sería:

$$\mathrm{E_p(h) = -G\frac{mm_T}{(r_T + h)}}$$

La variación de la energía potencial de un cuerpo cuando cae es:

$$\mathrm{E_p(h) - E_p(suelo) = -G\frac{mm_T}{(r_T + h)} - (-G\frac{mm_T}{r_T})}$$

Sacando factor común y sumando las fracciones obtenemos:

$$\mathrm{E_p(h) - E_p(suelo) = G\frac{mm_T h}{(r_T^2 + r_T h)}}$$

Como $\mathrm{r_T \gg h \rightarrow r_T^2 \gg r_T h}$ y podemos despreciar el segundo término del numerador:

$$\mathrm{E_p(h) - E_p(suelo) = G\frac{mm_T h}{(r_T^2)}}$$

Sustituyendo el valor del campo gravitatorio en la superficie de la tierra:

$$g = G\frac{m_T}{\mathrm{r_T^2}} = 9{,}8\ m/s^2$$

Obtenemos la conocida expresión del valor de la energía potencial de un cuerpo en las proximidades de la superficie de la Tierra:

$$\mathrm{E_p(h) - E_p(suelo) = mgh}$$

En la práctica se toma como origen de energía potencial el suelo de forma que $E_p(\text{suelo}) = 0$ y obtenemos la expresión utilizada en cursos anteriores:

$$E_p(h) = mgh$$

Energía potencial de un sistema de partículas

Para calcular la energía potencial de un conjunto de partículas tenemos que sumar la energía de todas las parejas que podamos formar. Por ejemplo, en un sistema de tres partículas tendremos:

$$E_T = E_{p\,1,2} + E_{p\,1,3} + E_{p\,2,3} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{1,2}} - G\frac{m_1 m_3}{r_{1,3}} - G\frac{m_2 m_3}{r_{2,3}}$$

Esta sería la energía que tendríamos que comunicar al sistema para separar las partículas a una distancia infinita.

2.4 Potencial gravitatorio

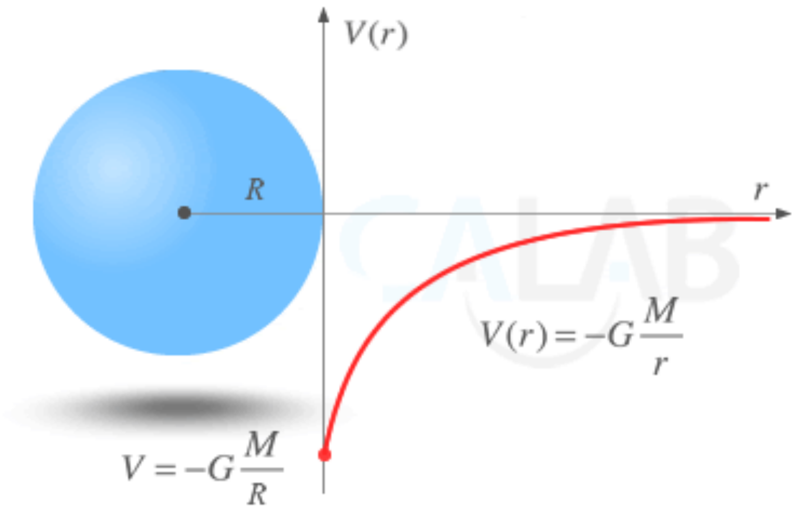
Se define el potencial gravitatorio en un punto como la energía potencial que adquiriría la unidad de masa colocada en dicho punto:

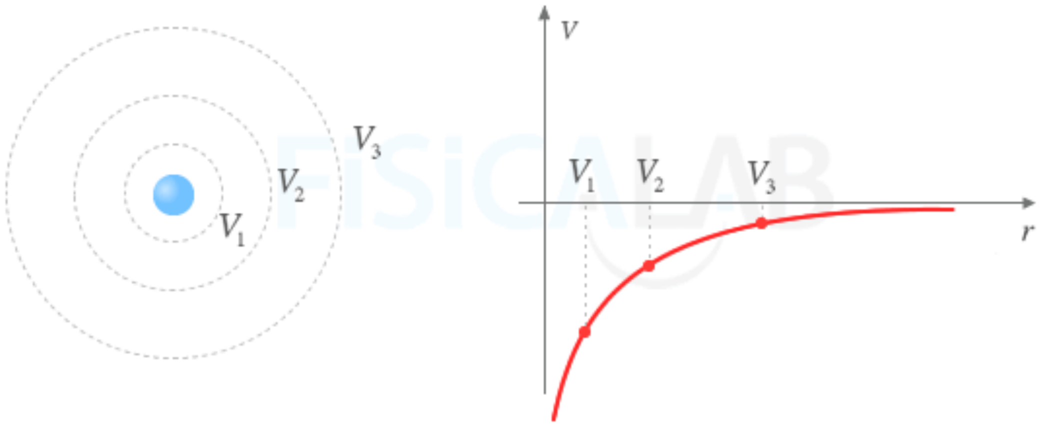
$$\boxed{\boldsymbol{V = \frac{E_p}{m} = -G\frac{M}{r}}}$$

Esta magnitud física tiene unidades de energía por unidad de masa:

$$[V] = \frac{J}{Kg}$$

En la siguiente figura se representa el potencial de campo gravitatorio creado por una masa esférica de radio R:

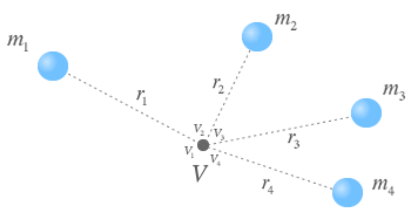




Potencial de una distribución de masas

De acuerdo con el principio de superposición el potencial de una distribución de masas en un punto es la suma escalar de los potenciales creados por cada una de las masas:

$$V_T = \sum_i -G\frac{M_i}{r_i}$$



Relación entre el potencial y la intensidad de campo

Si observamos la relación entre la expresión del potencial y la comparamos con la intensidad de campo observamos que:

$$\boxed{\vec{g} = -\left(\frac{\delta V}{\delta x}\vec{i} + \frac{\delta V}{\delta y}\vec{j} + \frac{\delta V}{\delta z}\vec{k}\right)}$$

Ejemplo: El potencial de un campo gravitatorio viene dado por la siguiente expresión:

$$V = 9{,}8z\ J/kg$$

Calcula el vector intensidad de campo gravitatorio.

Derivando el potencial obtenemos la intensidad de campo:

$$\vec{g} = -\frac{\delta V}{\delta z}\vec{k} = -\,(9{,}8\ N/kg)\ \vec{k}$$

2.5 Relación entre las magnitudes del campo gravitatorio

En el siguiente diagrama se muestran las relaciones entre las magnitudes que utilizamos para estudiar el campo gravitatorio. La energía potencial y la fuerza se consiguen multiplicando el vector intensidad de campo y el potencial por la masa. El vector intensidad de campo y la fuerza se pueden conseguir derivando respecto a las coordenadas espaciales el vector intensidad de campo y la energía potencial.

$$
\begin{tikzcd}
\vec{g} \arrow[rr, "\times m"] & & \vec{F} = m\vec{g} \\
V \arrow[u, "\vec{g} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath}"] \arrow[rr, "\times m"'] & & E_p = mV \arrow[u, "\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{\imath}"']
\end{tikzcd}
$$

Ejemplo: El punto A esta situado sobre la superficie de Marte y el punto B a 400 km sobre la superficie., Calcula:

a) Al intensidad del campo gravitatorio en los puntos A y B

b) El módulo de la aceleración de la gravedad en esos puntos.

c) El módulo de la fuerza con que el planeta atrae a una masa de 500 kg situada en dichos puntos.

d) El valor del potencial gravitatorio en los puntos A y B.

e) La energía potencial gravitatoria de una masa de 500 kg situada en dichos puntos.

Datos: M_M=6,45x1023 kg; R_M=3380 km

a) *Calculamos la intensidad de campo en el punto A:*

$$g_A = G\frac{M_M}{r_M^2} = 3{,}8\ N/kg$$

Calculamos la intensidad de campo en el punto B:

$$g_B = G\frac{M_M}{(r_M+h)^2} = 3\ N/kg$$

b) *el valor de la aceleración de la gravedad es el calculado con la intensidad de campo:*

$$g_A = 3{,}8\ m/s^2 \text{ y } g_B = 3{,}0\ m/s^2$$

c) *Calculamos la fuerza con la que el planeta atrae a la masa:*

$$F_A = mg_A = 1900\ N$$
$$F_B = mg_B = 1500\ N$$

d) *El valor del potencial gravitatorio:*

$$V_A = -G\frac{M_M}{r_M} = -1{,}27\times10^7\ J/kg$$
$$V_B = -G\frac{M_M}{r_M+h} = -1{,}14\times10^7\ J/kg$$

e) *Calculamos la energía potencial gravitatoria en los dos puntos anteriores:*

$$E_{PA} = mV_A = -6{,}35\times10^9\ J$$
$$E_{PB} = mV_B = -5{,}70\times10^9\ J$$

2.6 Representación del campo gravitatorio

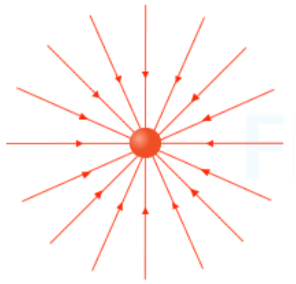
Tal y como vimos al principio del tema el campo gravitatorio se puede representar gráficamente a través de las líneas de campo y las superficies equipotenciales.

Líneas de campo

-Son tangentes al vector intensidad de campo en cada punto. Se dibujan de forma que el número de líneas por unidad de área en cada punto es proporcional al módulo de la intensidad del campo.

-**Las líneas de campo nunca se pueden cruzar** ya que eso implicaría la existencia de dos valores del campo en un punto, lo cual es imposible, ya que el campo tiene un valor para cada punto del espacio.
-**Van dirigidas siempre de las zonas de mayor potencial a las de menor**.

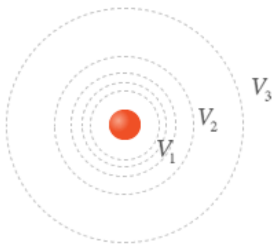
-En el caso de una **masa puntual las líneas de campo tienen la dirección radial y sentido hacia la masa que crea el campo**.



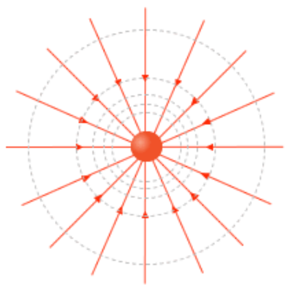
Líneas y superficies equipotenciales

-Son las regiones del espacio en las que el potencial tiene el mismo valor.
-Las **líneas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo** en cada punto.
-Al igual que las líneas de campo las superficies equipotenciales no se pueden cortar.

En la siguiente figura se muestran las superficies equipotenciales creadas por: una masa puntual:



Normalmente se representan las líneas de campo y las superficies equipotenciales en un mismo diagrama:



3. Campo eléctrico

Consideramos el campo eléctrico como la perturbación que un cuerpo produce en el espacio que lo rodea por el hecho de tener carga. Se suele identificar el campo eléctrico con el vector intensidad de campo.

3.1 Vector intensidad de campo gravitatorio

El campo eléctrico generado por una carga Q a una distancia r viene dado por la siguiente expresión:

$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})} = \boldsymbol{K}\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{r}^2}\overrightarrow{\boldsymbol{U}_r}}$$

Donde K es la permitividad del medio. En el vacío $k = 9 \times 10^9\, Nm^2/C^2$ y r es la distancia desde la carga al punto donde queremos calcular el campo.

El vector intensidad de campo generado por una carga tiene las siguientes características:

1. Módulo: El módulo viene dado por la siguiente expresión:

$$E = K\frac{Q}{r^2}$$

Es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional a la distancia que las separa.

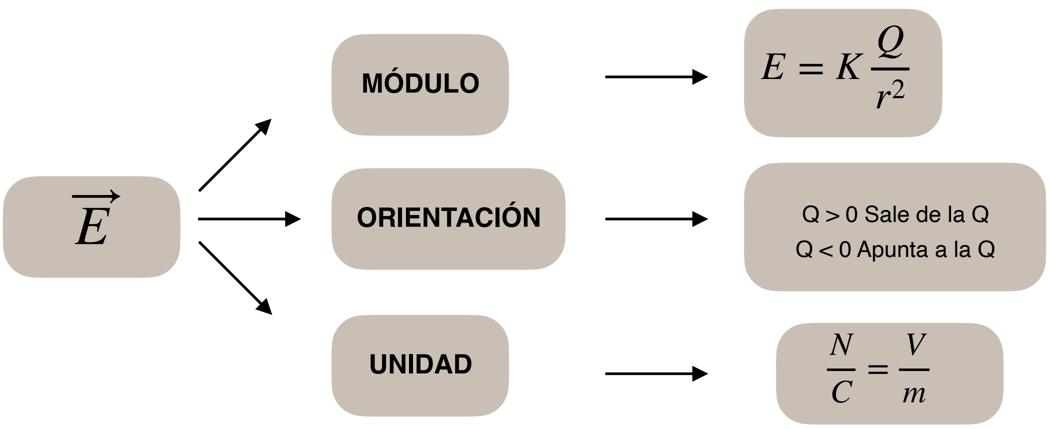
2. Unidades: Esta magnitud física que tiene unidades de aceleración o de fuerza por unidad de masa:

$$\left[\overrightarrow{E(r)}\right] = \frac{m}{s^2} = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

3. Orientación: Apunta a la masa que ejerce la fuerza. Es una **magnitud vectorial radial.** $\overrightarrow{U_r}$ es siempre un vector unitario que tiene la dirección de la recta que une Q con el punto donde calculamos el campo. El sentido es hacia el exterior de la carga si esta es positiva y apuntando hacia ella si la carga es negativa.

-Su **valor varía con el inverso del cuadrado de la distancia**.

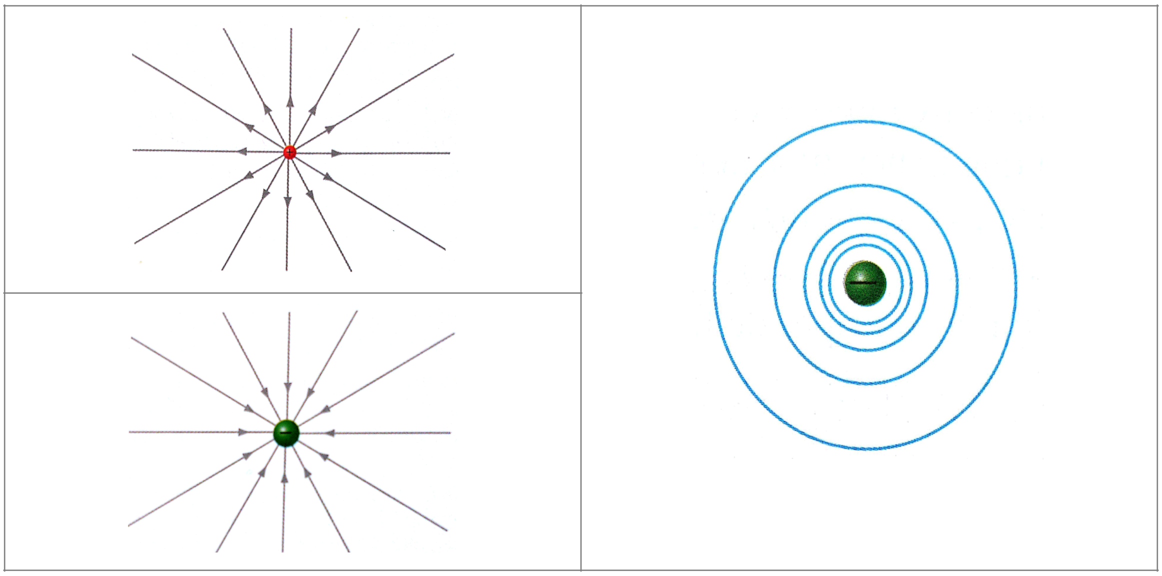
-Si **Q>0 las líneas de campo salen de la carga. Si Q<0el campo eléctrico apunta hacia la carga**.



Representación gráfica

En la figura se muestra el vector intensidad de campo eléctrico en los dos casos posibles:

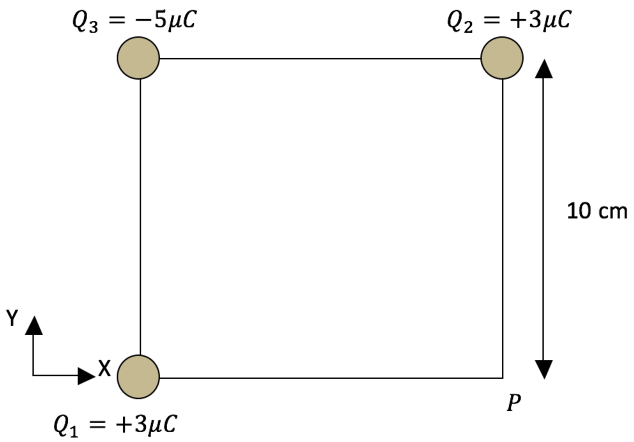
En la siguiente figura se muestran las líneas de campo de una carga positiva y otra negativa (izquierda) y las superficies equipotenciales (derecha).



Principio de superposición

En caso de que tengamos un sistema de dos o más partículas, el vector intensidad de campo eléctrico en un punto es la suma de los campos creados por cada una de las partículas en dicho punto.

Ejemplo: Representa el campo eléctrico en el punto P para la distribución de cargas de la figura y calcula su módulo si el medio que rodea a las cargas es el vacío.



Elegimos un sistema de referencia para poder representar matemáticamente los vectores tal y como se muestra en la figura. Calculamos el campo eléctrico generado por cada una de las cargas:

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{i} = \left(9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\right)\times\frac{3\times10^{-6}\ C}{(0{,}1\ m)^2}\vec{i} = 2{,}7\times10^6 N/C\ \vec{i}$$

$$\vec{E}_2 = -K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{j} = \left(-9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\right)\times\frac{3\times10^{-6}\ C}{(0{,}1\ m)^2}\vec{j} = -2{,}7\times10^6 N/C\ \vec{j}$$

La carga 3 genera el siguiente campo eléctrico:

$$\vec{E}_3 = K\frac{Q_3}{r_3^2}\left(+\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}\right)$$

En este caso, el vector unitario se encuentra entre el eje x y el eje y. Calculamos la distancia de la carga al punto P utilizando el teorema de Pitágoras:

$$r_3^2 = r_1^2 + r_2^2 \rightarrow r_3 = \sqrt{r_1^2+r_2^2} = 0{,}14\ m$$

$$\vec{E}_3 = K\frac{Q_3}{r_3^2}\left(-\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}+\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}\right) = \left(9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\right)\times\frac{-5\times10^{-6}\ C}{(0{,}14\ m)^2}\left(+\frac{\vec{i}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}\right) = 1{,}6\times10^6 N/C\left(-\vec{i}+\vec{j}\right)$$

Finalmente el campo resultante es la suma de los tres:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\vec{E}_T = [(2{,}7\times10^6 - 1{,}6\times10^6)\ \vec{i} + (-2{,}7\times10^6 + 1{,}6\times10^6)\vec{j}\,]\,N/C$$

$$\vec{E}_T = [(1{,}1\times10^6)\ \vec{i} + (-1{,}1\times10^6)\vec{j}\,]\,N/C$$

Obtenemos el módulo del campo eléctrico en el punto p:

$$\vec{E}_T = |\vec{E}_T| = \sqrt{\left(1{,}1\times10^6\right)^2 + \left(1{,}1\times10^6\right)^2}N/C = 1{,}6\times10^6\ N/C$$

3.2 Fuerza eléctrica: Ley de Coulomb

En el S. XVIII el francés Charles Coulomb estableció el valor de la interacción entre las partículas cargadas. Es lo que se conoce como ley de Coulomb:

"La interacción electrostática entre dos partículas puntuales cargadas es proporcional al valor de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas y su dirección es según la recta que las une".

La ley de Coulomb se puede expresar matemáticamente y en forma vectorial como:

$$\boxed{\vec{F_E} = K\frac{qQ}{r^2}\vec{U_r}}$$

El valor de la constante eléctrica **k** depende del medio en el que se encuentren las cargas eléctricas. Para el vacío:

$k = 9x10^9\ N\ C^{-2}\ m^2$

La fuerza eléctrica tiene las siguientes **características:**

1. Módulo: El módulo viene dado por la siguiente expresión:

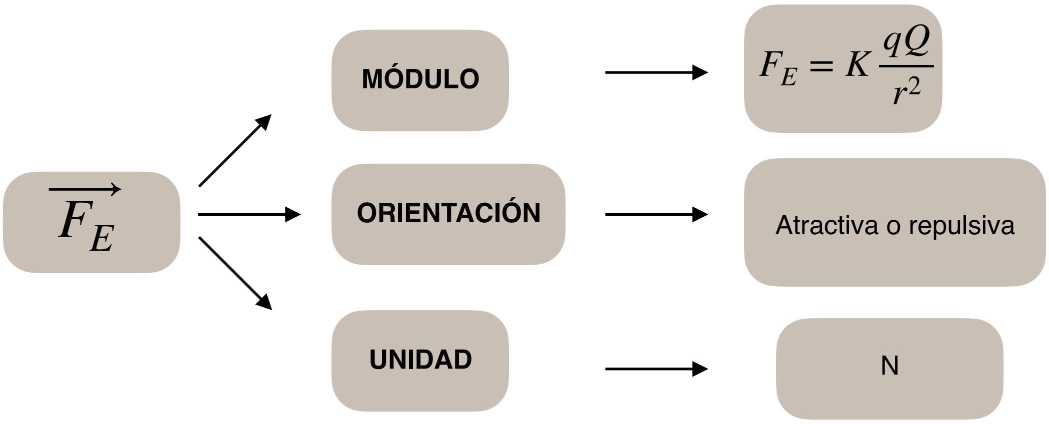
$$F_E = K\frac{qQ}{r^2}$$

Es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional a la distancia que las separa. Su **valor depende del medio** a través de la constante K que depende del medio. Su **valor varía con el inverso del cuadrado de la distancia**.

2. Unidades: Esta magnitud física que tiene unidades de aceleración o de fuerza por unidad de masa:

$$[F_E] = N$$

3. Orientación: Apunta a la carga que ejerce la fuerza. Puede ser **atractiva o repulsiva** dependiendo de si las cargas tienen el mismo signo o contrario.



Relación entre la intensidad de campo y la fuerza electrostática

Hemos visto que una carga puntual (Q) genera un campo eléctrico que viene dado por:

$$\vec{E}(r) = K\frac{Q}{r^2}\vec{U}_r$$

Si colocamos a una distancia r a una partícula de de carga q, la fuerza electrostática a la que esta sometida bajo la acción de ese campo eléctrico es:

$$\vec{F}_E = K\frac{Qq}{r^2}\vec{U}_r$$

Si comparamos las dos expresiones anteriores vemos que la fuerza y el campo eléctrico están relacionados a través de la siguiente expresión:

$$\boxed{\overrightarrow{\boldsymbol{F_E}} = \boldsymbol{q}\vec{\boldsymbol{E}}}$$

La fuerza electrostática a la que se encuentra sometida un cuerpo de carga q es igual al producto entre su carga y el campo eléctrico que existe donde se encuentra situada

3.3 Energía potencial

Al igual que la fuerza gravitatoria la **fuerza eléctrica es conservativa**. Esto nos permite introducir el concepto de **energía potencial electrostática**, que sería la energía potencial que adquiere una carga al situarla en una determinada posición.

La energía potencial de una masa q en el seno de un campo eléctrico creado por una carga Q es:

$$\boxed{\boldsymbol{E_p = K\frac{qQ}{r}}}$$

La unidad de energía en el sistema internacional es el julio.

Trabajo debido a la fuerza eléctrica

Al ser el campo eléctrico una fuerza conservativa podemos calcular el trabajo entre dos puntos como:

$$W_{F_E}^{i->f} = -\Delta E_p$$

De la expresión anterior se puede concluir que el **trabajo de la fuerza eléctrica no depende de la trayectoria**.

Si tenemos una carga que se desplaza en el seno de otra el trabajo tendría la siguiente expresión:

$$W_{F_E}^{i->f} = -\Delta E_p = -(K\frac{qQ}{r_f} + K\frac{qQ}{r_i})$$

De la expresión anterior se puede concluir que el movimiento natural (W>0)de una carga en el seno de un campo que produce otra se da:

-Cuando las cargas se alejan (si ambas son del mismo signo)

-Cuando las cargas se acercan (si ambas son de distinto signo).

3.4 Potencial de campo eléctrico

Se define el potencial gravitatorio en un punto como la energía potencial que adquiriría la unidad de masa colocada en dicho punto:

$$\boxed{\boldsymbol{V = \frac{E_p}{q} = k\frac{Q}{r}}}$$

Esta magnitud física tiene unidades de energía por unidad de carga:

$$[V] = \frac{J}{C} = V$$

La unidad de potencial en el sistema internacional se denomina voltio (V).

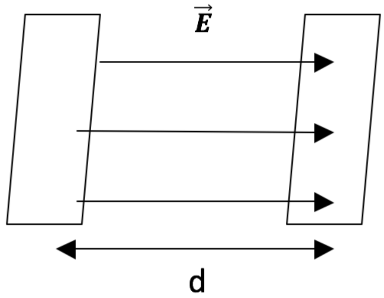
Como se puede ver en la fórmula, **V>0 si Q>0 y V<0 si Q<0**.

Relación entre el potencial y la intensidad de campo

Si observamos la relación entre la expresión del potencial y la comparamos con la intensidad de campo observamos que:

$$\boxed{\boldsymbol{\vec{E} = -(\frac{\delta V}{\delta x}\vec{i} + \frac{\delta V}{\delta y}\vec{j} + \frac{\delta V}{\delta z}\vec{k})}}$$

Ejemplo: Tenemos un campo eléctrico de 1000 N/C entre dos placas cargadas de un condensador que se encuentran a 0,5 metros. Calcula la diferencia de potencial que tiene que haber entre las dos placas para producir ese campo eléctrico uniforme.



Para resolver el problema utilizamos la relación entre la intensidad de campo y el potencial:

$$\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta x}\vec{i}$$

Despejamos la diferencia de potencial de la ecuación anterior:

$$\Delta V = -(E\,\Delta x)$$

Sustituimos los números:

$$\Delta V = -(1000\ N/C \times 0{,}5\ m) = -500\ V$$

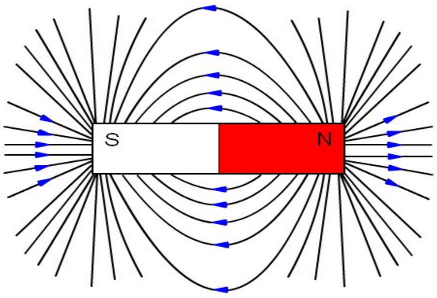
3.5 Relación entre las magnitudes de campo eléctrico

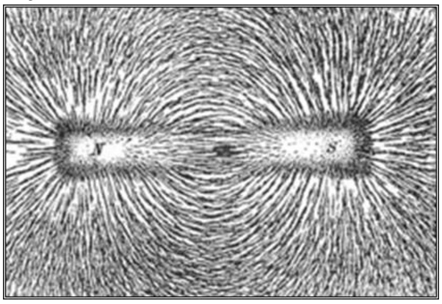
$$\begin{tikzcd}
\vec{E} \arrow[rr, "\times q"] & & \vec{F} = q\vec{E} \\
V \arrow[u, "\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}"] \arrow[rr, "\times q"'] & & E_p = qV \arrow[u, "\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i}"']
\end{tikzcd}$$

4. Campo magnético

Los fenómenos magnéticos fueron descubiertos por los griegos. Observaron cierto tipo de piedras (magnetita) que atraían al hierro. Estas piedras se denominaron imanes. Estos fenómenos fueron observados por primera vez en la ciudad de Magnesia, de ahí proviene el término magnetismo.

Hoy en día sabemos que el campo magnético esta generado por corrientes eléctricas. En el interior de los imanes existen pequeñas corrientes cerradas debido al movimiento de los electrones de los átomos. Estas corrientes producen el campo magnético que observamos en los imanes. Este campo puede ser fácilmente 'dibujado' con limaduras de hierro:

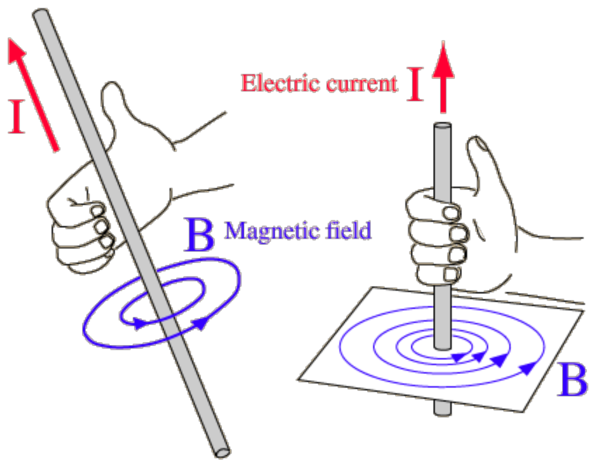




En un imán las líneas de campo son cerradas y van desde el polo norte hasta el sur. Es importante destacar que en el campo magnético no se ha comprobado la existencia de monopolos magnéticos, solo dipolos. Por esta razón las líneas de campo magnético son cerradas. Esto quiere decir que no existen 'cargas magnéticas' aisladas.

4.1 Vector intensidad de campo magnético ($\vec{B}$)

Al igual que en el caso del campo gravitatorio y eléctrico representamos el campo magnético con líneas de campo. Podemos representar de manera sencilla las líneas de campo magnético generadas por una corriente rectilínea con la 'regla de la mano derecha'. El pulgar representa el sentido de la corriente eléctrica (I) mientras que los dedos marcarán el sentido del campo magnético.



El campo magnético en el sistema internacional se mide en teslas:

$$\left[\vec{B}\right] = T$$

Al tratarse de una unidad muy pequeña muchas veces se utilizan los Gauss:

$$1G = (10^{-4})T$$

4.2 Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

Podemos calcular la fuerza a la que se ve sometida una carga en movimiento en el seno de un campo magnético. Para ello, hacemos uso de la fuerza de Lorentz:

$$\boxed{\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}$$

En la expresión de la fuerza de Lorentz la velocidad multiplica vectorialmente al campo magnético. El resultado de esta operación es un nuevo vector que tiene las siguientes características:

-Módulo:

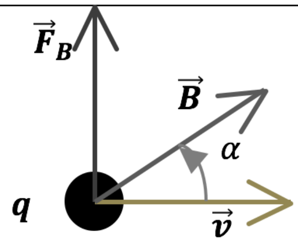
El módulo de la fuerza magnética viene dado por:

$$\boxed{|\vec{F}_B| = |qvBsen(\alpha)|}$$

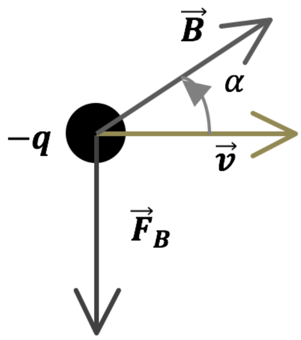
Donde α es el ángulo que forman la velocidad de la carga y el campo magnético.

-Orientación:

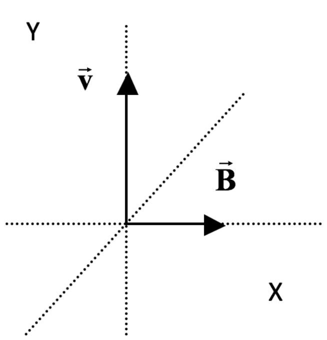
Para hallar la orientación de la fuerza magnética utilizamos la regla del tornillo o de la mano derecha:



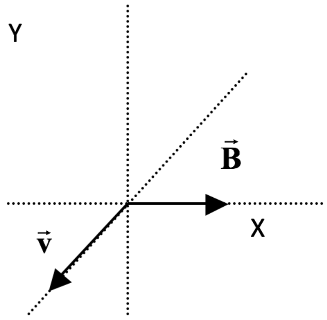
En el caso de que la carga q sea negativa cambia el sentido del vector resultante del producto escalar:



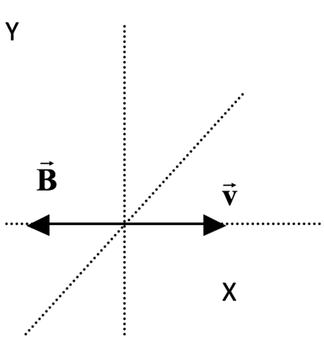
Ejemplo: Indica la dirección y el sentido de la fuerza magnética que sentirá en los siguientes casos una carga positiva. ¿Cómo se modificaría si la carga eléctrica es negativa?



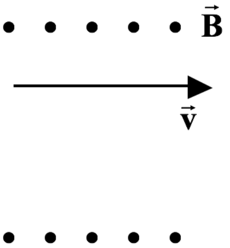
Ejercicio a



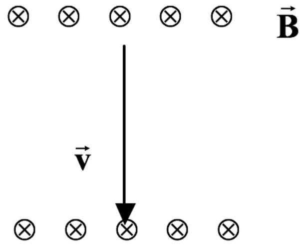
Ejercicio b



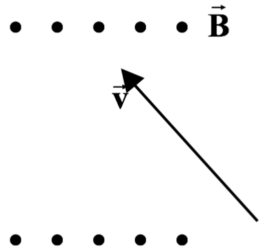
Ejercicio c



Ejercicio d



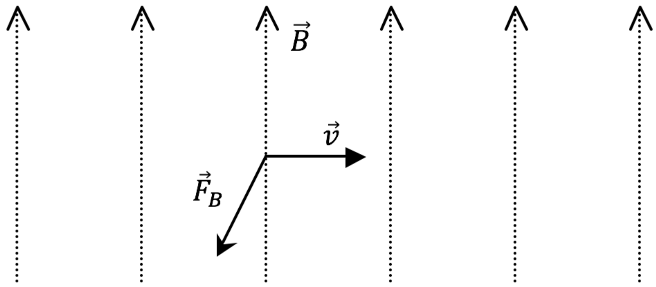
Ejercicio e



Ejercicio f

<u>**Ejemplo**</u> Un electrón penetra en un campo uniforme de $2x10^{-2}$ T con una velocidad de 1200 m/s con una orientación perpendicular al campo. Dibuja la fuerza magnética que ejerce el campo y calcula su módulo. Datos: q_e=-1,6x10^{-19} C

Aplicando la regla de la mano izquierda podemos hallar la dirección y el sentido de la fuerza magnética:



Hallamos el módulo de la fuerza magnética utilizando la fuerza de Lorentz:

$$|\vec{F}_B| = \left|QvBsen(\alpha)\right| = 1{,}6 \times 10^{-19}C \times 1200\, m/s \times 2 \times 10^{-2}T \times sen(90)$$

$$|\vec{F}_B| = 3{,}8 \times 10^{-18}N$$

<u>Carácter no conservativo del campo magnético</u>

Por último destacar que para el campo magnético no se puede definir ni potencial ni energía potencial ya que el no es conservativo.

5. Analogías y diferencias entre las interacciones

Analogías entre el campo gravitatorio y eléctrico

Interacciones	Entre	Tipo	Ley	Características
Gravitatoria	masas	atracción	$F = G\frac{Mm}{r^2}$	Conservativa Newtoniana No depende del medio
Eléctrica	cargas	Atracción ≠ signo Repulsión = signo	$F = k\frac{Qq}{r^2}$	Conservativa Newtoniana Depende del medio
Magnética	Conductores (corrientes)	Atracción = sentido Repulsión ≠ sentido	$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I \times I'}{r}\right)$	No conservativa No Newtoniana Depende del medio

Ambos son **campos newtonianos**. Este quiere decir que ambos satisfacen las siguientes condiciones:

1. Ambos son **campos centrales**. Esto significa que la fuerza que ejerce el campo generado por una masa o carga sobre otra está en la misma línea que los une.
2. Su **intensidad** es directamente **proporcional a la masa o carga** que crea el campo e **inversamente proporcional al cuadrado de la distancia**.

Diferencias entre el campo gravitatorio y eléctrico

Campo gravitatorio	Campo eléctrico
Siempre atractivas	Atractivas y repulsivas
G no depende del medio	K depende del medio

Diferencias entre el campo eléctrico y magnético

Campo eléctrico	Campo magnético
-Creado por cargas eléctricas en reposo o movimiento	-Creado por cargas eléctricas en movimiento
-Afecta a cualquier carga eléctrica	-Solo afecta a cargas eléctricas en movimiento
-Las fuentes del campo son cargas que se pueden aislar.	-Los polos magnéticos no se pueden aislar. Cualquier imán presenta dos polos.
-Sus líneas de campo son abiertas, salen de las cargas positivas y terminan en las negativas.	-Las líneas de campo son cerradas. Salen del polo norte del imán y llegan al sur. Continuan por el interior del imán hasta volver al norte.

CUESTIONES TEÓRICAS

Campo gravitatorio

1. **a)** Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: “Si en un punto del espacio cerca de dos masas el campo gravitatorio es nulo, también lo será el potencial gravitatorio”. **(Junio 2021)**

2. **a) i)** ¿Puede ser nulo el campo gravitatorio en alguna región del espacio cercano a dos partículas sabiendo que la masa de una de ellas es el doble que la de la otra? **ii)** ¿Y el potencial gravitatorio? Razone las respuestas apoyándose en un esquema. **(Julio 2020)**

3. a) Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación y justifique la respuesta: “Si en un punto del espacio la intensidad del campo gravitatorio creado por varias masas es nulo, también lo será el potencial gravitatorio”. **(Junio 2019)**

4. **a)** Dibuje las líneas de campo gravitatorio de dos masas puntuales de igual valor y separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto donde la intensidad de campo gravitatorio se anula? ¿Y el potencial gravitatorio? Razone sus respuestas. **(Septiembre 2018)**

5. **a)** Dos partículas, de masas m y 2m, se encuentran situadas en dos puntos del espacio separados una distancia d. ¿Es nulo el campo gravitatorio en algún punto cercano a las dos masas? ¿Y el potencial gravitatorio? Justifique las respuestas. **(Junio 2017)**

6. **a)** Un bloque de acero está situado sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso si la masa de la Tierra se redujese a la mitad y se duplicase su radio. **(Junio 2017)**

7. **a)** Explique brevemente el concepto de potencial gravitatorio. Discuta si es posible que existan puntos en los que se anule el campo gravitatorio y no lo haga el potencial en el caso de dos masas puntuales iguales separadas una distancia d. **(Septiembre 2017)**

8. **a)** Explique las características del campo gravitatorio terrestre.
   b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m, situado a una altura h sobre la superficie de la Tierra, se puede calcular con la fórmula Ep = mgh. Explique el significado y los límites de validez de dicha expresión. ¿Se puede calcular la energía potencial gravitatoria de un satélite utilizando la fórmula anterior? Razone la respuesta. **(Junio 2015)**

9. **a)** Explique las características del campo gravitatorio de una masa puntual
   b) Dos masas m y 2m están separadas a cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas. **(Junio 2014)**

10. **a)** Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.

b) Dos partículas puntuales de masa m están separadas una distancia r. Al cabo de un cierto tiempo la masa de la primera se ha reducido a la mitad y la de la segunda es la octava parte. Para que la fuerza de atracción entre ellas tenga igual valor que la inicial ¿es necesario alejarlas o alejarlas? Razone la respuesta. **(Septiembre 2014)**

11. **a)** Indique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.
b) Explique en que punto, entre dos masas puntuales, puede encontrarse en equilibrio una tercera masa puntual y cuál será su energía potencial.
(Junio 2010)

12. **a)** La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m situado a una altura h puede escribirse como E_p=mgh. Comente el significado y los límites de validez de dicha expresión.
b) Un cuerpo se eleva a una altura h de dos formas diferentes: directamente y mediante un plano inclinado. Razone que el trabajo de la fuerza peso es igual en ambos casos.
(Junio 2010)

13. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M.
a) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?
b) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta. **(Junio 2005)**

14. Una partícula de masa m, situada en un punto A, se mueve en línea recta hacia otro punto B, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M.
a) Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es mayor que en el punto A, razona si la partícula se acerca o se aleja de M.
b) Explica las transformaciones energéticas de la partícula durante el desplazamiento indicado y escribe su expresión. ¿Qué cambios cabría esperar si la partícula fuera de A a B siguiendo una trayectoria no rectilínea?

15. a) La energía potencial de un cuerpo de masa m en el campo gravitatorio producido por otro cuerpo de masa m´ depende de la distancia entre ambos. ¿Aumenta o disminuye dicha energía potencial al alejar los dos cuerpos? ¿Por qué?
b) ¿Qué mide la variación de energía potencial del cuerpo de masa m al desplazarse desde una posición A hasta otra B? Razona la respuesta

16. a) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m situado a una altura h suele escribirse como E_p=m g h. Comenta el significado y los límites de validez de dicha expresión.
b) ¿Por qué la energía potencial gravitatoria de un planeta aumenta cuando se aleja del Sol?

17. Razona las respuestas a las siguientes preguntas:
a) Si el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m se sitúa en la superficie de la Tierra, ¿cuál es el valor de la energía potencial de la partícula cuando ésta se encuentra a una distancia infinita de la Tierra?
b) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria? ¿puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?

18. **a)** Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga algunos ejemplos de fuerzas conservativas y no conservativas.
b) Un campo uniforme es aquel cuya intensidad es la misma en todos los puntos. ¿Tiene el mismo valor su potencial en todos los puntos? Razone la respuesta.

Campo eléctrico

19. **a)** Explique cómo se define el campo eléctrico creado por una carga puntual y razone cuál es el valor del campo eléctrico en el punto medio entre dos cargas de valores q y -2q. **(Septiembre 2017)**

20. **a)** Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones : **i)**"Al analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico observamos que se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial mayor"; **ii)**"Dos esferas de igual carga se repelen con una fuerza F. Si duplicamos el valor de la carga de cada una de las esferas y también duplicamos la distancia entre ellas, el valor F de la fuerza no varia”. **(Junio 2017)**

21. **a)** Defina las características del potencial eléctrico creado por una carga eléctrica puntual positiva.
b) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto intermedio del segmento que une a dos cargas puntuales del mismo valor q? Razónelo en función del signo de las cargas. **(Junio 2015)**

22. **a)** Campo eléctrico de una carga eléctrica puntual.
b) Dos cargas eléctricas puntuales positivas están situadas en dos puntos A y B de una recta. ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto de esa recta? ¿Y si las dos cargas fueran negativas? Razone las respuestas. **(Junio 2011)**

23. **a)** Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos.
b) Una partícula cargada se desplaza espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga. **(Junio 2010)**

24. **a)** Enuncie la ley de Coulomb y aplique el principio de superposición para determinar la fuerza que actúa sobre una carga en presencia de otras dos.
b) Dos cargas $+q_1$ y $-q_2$ están situadas en dos puntos de un plano. Explique, con ayuda de una gráfica, en qué posición habría que colocar una tercera carga, $+q_3$, para que estuviera en equilibrio. **(Junio 2009)**

25. **a)** Explique las características de la interacción eléctrica entre dos cargas puntuales en reposo.
b) ¿Es nulo el campo eléctrico en algún punto del segmento que une dos cargas puntuales de igual valor absoluto pero de signo contrario? Razone la respuesta. **(Septiembre 2008)**

26. Comente las siguientes afirmaciones relativas al campo eléctrico:
a) Cuando una carga se mueve sobre una superficie equipotencial no cambia su energía mecánica.
b) Dos superficies equipotenciales no pueden cortarse. **(Septiembre 2003)**

27. **a)** Investiga que es un campo eléctrico uniforme y cómo se representan sus líneas de fuerza.

28. **a)** Explique las analogías y diferencias entre el campo eléctrico creado por una carga puntual y el campo gravitatorio creado por una masa puntual, en relación con su origen, intensidad relativa, dirección y sentido.
b) ¿Puede anularse el campo gravitatorio y/o el campo eléctrico en un punto del segmento que une a dos partículas cargadas? Razone la respuesta.

29. Dos cargas eléctricas puntuales, positivas e iguales, están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:
    a) ¿Puede ser nulo el potencial en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? ¿y el campo eléctrico?
    b) Si separamos las cargas a una distancia doble de la inicial, ¿se reduce a la mitad la energía potencial del sistema?

30. **a)** Una partícula cargada negativamente pasa de un punto A a otro B, cumpliéndose que: $V_A > V_B$. Razona si la partícula gana o pierde energía potencial.

31. a) Razone si la energía potencial electrostática de una carga q aumenta o disminuye, al pasar del punto A al B, siendo el potencial en A mayor que en B.
b) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo. Razone si la carga Q es positiva o negativa.

32. Dos cargas puntuales positivas e iguales (+Q) se encuentran en el eje X. Una de ellas está en el punto (-a,0) y la otra en el punto (a,0). Calcula:
a) La intensidad del campo eléctrico y el potencial electrostático en el origen de coordenadas.
b) Si además de las anteriores se coloca una tercera carga de valor -2Q en x = -2a, ¿cuáles serían los nuevos valores del campo y el potencial?
Datos: K
Sol: a) $E = -K\frac{Q}{a^2}.i + K\frac{Q}{a^2}i = o$; $V = 2\frac{K.Q}{a}$

33. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿puede ser nulo el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales en un punto del segmento que las une?
b) ¿se puede determinar el campo eléctrico en un punto si conocemos el valor del potencial electrostático en ese punto?

34. Dos cargas eléctricas puntuales, positivas e iguales, están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:
a) ¿Puede ser nulo el potencial en algún punto del espacio que rodea a ambas cargas? ¿y el campo eléctrico?
b) Si separamos las cargas a una distancia doble de la inicial, ¿se reduce a la mitad la energía potencial del sistema?

Campo magnético

35. **a)** Indica las principales diferencias entre el campo gravitatorio y el magnético.

PROBLEMAS

Campo gravitatorio

1. **b)** Dos masas m1 = 10 kg y m2 = 10 kg se encuentran situadas en los puntos A(0,0) m y B(0,2) m, respectivamente. **i)** Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto C(1,1) m y determine su valor. **ii)** Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa m3 = 1 kg se desplaza desde el punto D(1,0) m hasta el punto C(1,1) m. Datos: G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} **(Junio 2021)**

2. **b)** Dos masas de 2 kg y 5 kg se encuentran situadas en los puntos (0,3) m y (4,0) m, respectivamente. Calcule: **i)** El potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. **ii)** El trabajo necesario para desplazar una masa de 10 kg desde el origen de coordenadas al punto (4,3) m y comente el resultado obtenido. Datos: G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} **(Julio 2020)**

3. **b)** Dos cuerpos, de 10 kg de masa, se encuentran en dos de los vértices de un triángulo equilátero, de 0,6 m de lado. **i)** Calcule el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo. **ii)** Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria de las dos masas para traer otro cuerpo de 10 kg desde el infinito hasta el tercer vértice del triángulo. Datos: G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} **(Junio 2019)**

4. **b)** Dos masas iguales de 50 kg se sitúan en los puntos A (0,0) m y B (6,0) m. Calcule: (i) El valor de la intensidad del campo gravitatorio en el punto P (3,3) m; (ii) si situamos una tercera masa de 2 kg en el punto P, determine el valor de la fuerza gravitatoria que actúa sobre ella. G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} **(Septiembre 2018)**

5. **b)** La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule cuál sería la masa y el peso en la superficie de Marte de una persona que en la superficie terrestre tuviera un peso de 700 N.
   g_T = 9,8 m s^{-2} **(Junio 2018)**

6. **b)** Dos masas de 10 kg se encuentran situadas, respectivamente, en los puntos (0, 0) m y (0, 4) m, Represente en un esquema el campo gravitatorio que crean en el punto (2,2) m y calcule su valor. G=6, $67\text{x}10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} **(Junio 2017)**

7. Dos partículas m_1=3 kg y m_2=5 kg se encuentran situadas en los puntos P_1(-2,1) m y P_2(3,0) m, respectivamente.
   a) Represente el campo gravitatorio resultante en el punto O(0,0) y calcule su valor.
   b) Calcule el trabajo realizado para desplazar otra partícula de 2 kg desde el punto O(0,0) m al punto P(3,1) m. Justifique si es necesario especificar la trayectoria en dicho desplazamiento.
   Datos: G **(Junio 2016)**

8. Dos masas puntuales de 5 y 10 kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0) m, respectivamente.
   a) Determine el punto entre las dos masas donde el campo gravitatorio es cero.
   b) Calcula el potencial gravitatorio en los puntos A(-2,0) m y B(3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 kg. Comente el significado del signo del trabajo.
   Datos:G **(Junio 2014)**

9. Dos masas puntuales de 10 kg y 5 kg están situadas en los puntos (0,3) m y (4,0) m, respectivamente.
   a) Dibuje el campo gravitatorio producido por cada una de las masas en el punto A(0,0) m y en el punto B (4,3) m y calcule el campo gravitatorio total en ambos puntos.
   b) Determine el trabajo necesario para desplazar una partícula de 0,5 kg desde el punto B al A. Discuta el signo de este trabajo y razone si su valor depende de la trayectoria seguida.
   Datos: G
   (Septiembre 2010a)

10. La masa de la Tierra es 81 veces la de la Luna y la distancia entre sus centros es $3{,}84 \times 10^5$ km.
    a) Calcule en que punto, entre la Tierra y la Luna se encontraría en equilibrio un meteorito de 200 kg.
    b) ¿Cuál sería le energía potencial del meteorito en ese punto?
    Datos: $G=6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $M_L=7{,}35 \times 10^{22}$ kg
    (Septiembre 2010)

11. Se determina, experimentalmente, la aceleración con la que cae un cuerpo en el campo gravitatorio terrestre en dos laboratorios diferentes, uno situado al nivel del mar y otro situado en un globo que se encuentra a una altura h = 19570 m sobre el nivel del mar. Los resultados obtenidos son g= 9,81 m/s^2 en el primer laboratorio y g´ = 9,75 m/s^2 en el segundo laboratorio.
    a) Determina el valor del radio terrestre.
    b) Sabiendo que la densidad media de la Tierra es $_T$ = 5.523 kg/m^3, determinar el valor de la constante de gravitación G.
    Sol: a) R_T = 6.370 km., b) G = 6,67 . 10^{-11} $N.m^2/kg^2$

12. Un cuerpo A de 1kg de masa, y otro B de 2 kg, se encuentran situados en los puntos (2,2) y (-2,0), respectivamente, las coordenadas están expresadas en metros. Calcula:
    a) El vector intensidad de campo gravitatorio creado por el cuerpo A en el punto (-2.0).
    b) El vector intensidad de campo gravitatorio creado por B en (2,2).
    c) La fuerza gravitatoria que ejerce el cuerpo A sobre el B.
    Datos G = $6{,}67.10^{-11}$ U.I.
    Sol: a) g_A = ($2{,}98.10^{-12}$ i + $1{,}49.10^{-12}$j) N/kg.
    b) g_B = ($-5{,}96.10^{-12}$ i – $2{,}98.10^{-12}$j) N/kg.
    c) F = $6{,}67.10^{-12}$ N.

13. Calcula el módulo del campo gravitatorio de la Tierra en un punto situado a 5 km sobre la superficie terrestre y la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo de 10 kg situado en ese punto.
Sol: 9,81 N/kg; 98,1 N

14. Calcula el campo gravitatorio en el punto medio del segmento que une los centros de la Tierra y la Luna. Luego, calcula la fuerza gravitatoria que actúa sobre un satélite artificial de 1200 kg de masa situado en dicho punto. Datos: $d=3,84x10^{8}$ m; $M_T= 5,98x10^{24}$ kg; $M_L= 7,47x10^{22}$ kg
Sol: $1,1x10^{-2}$ N/kg; 13,2 N

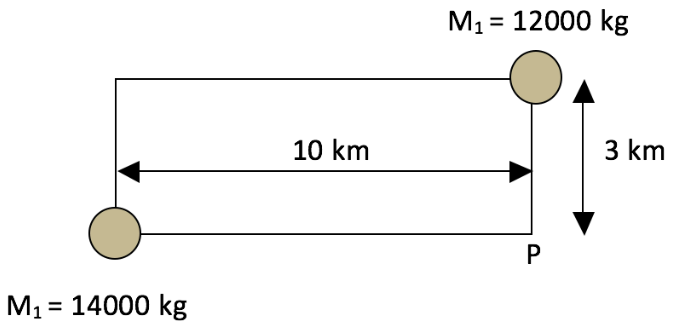
15. Determina en qué punto del segmento que une la Tierra con la Luna se anula el campo gravitatorio.
Sol: $3,86x10^{7}$ m del centro de la Luna.

16. Calcula la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Júpiter. ¿A qué altura sobre su superficie se reduce g al valor superficial terrestre?
Datos: G = ; $M_J = 1,90.10^{27}$ kg ; $R_J = 6,98.10^{7}$m
Sol: a) $g = 26$ m/s^2; $h= 4,40.10^{7}$ m

17. Representa el campo gravitatorio creado por las masas $M_1=5x10^{4}$ kg y $M_2=7x10^{3}$ kg en el punto P y determina su módulo. ¿Qué fuerza actúa sobre una masa de 1500 kg al situarla en el punto P?
Sol: $1,8x10^{-15}$ N/kg; $2,7x10^{-12}$ N

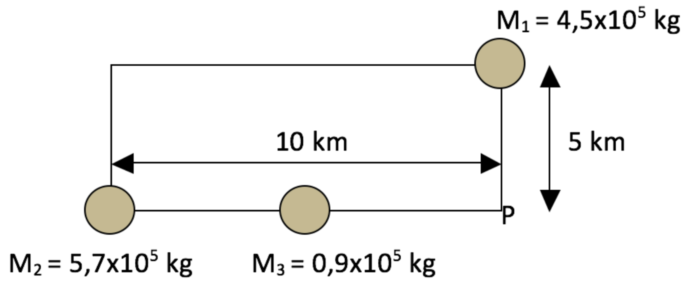
18. Dos masas $M_1=3x10^{8}$ kg y $M_2=1,5x10^{9}$ kg, están situadas en los puntos de coordenadas (3,4) y (-5,-1), respectivamente. Representa el campo gravitatorio resultante en el punto (3,-1) y determina su módulo. Las coordenadas se dan en metros.
Sol: $1,7x10^{-3}$ N/kg

19. Representa el campo gravitatorio creado por las masas M_1 y M_2 en el punto P de la figura y calcula su módulo. ¿Qué fuerza actúa sobre una masa M_3=10000 kg al situarla en el punto P? **Sol:** $8,9x10^{-14}$ N/kg; $8,9x10^{-10}$ N



20. En los cuatro vértices de un cuadrado de 20 km de lado se sitúan cuatro masas iguales de 1000 kg. Calcula el módulo del vector intensidad del campo gravitatorio en el centro del cuadrado.
Sol: 0 N/kg

21. Representa el campo gravitatorio que crea el sistema de masas de la figura en el punto P y determina su módulo.
Sol: $1,3 \times 10^{-12}$ N/kg



22. Se determina, experimentalmente, la aceleración con la que cae un cuerpo en el campo gravitatorio terrestre en dos laboratorios diferentes, uno situado al nivel del mar y otro situado en un globo que se encuentra a una altura h = 19570 m sobre el nivel del mar. Los resultados obtenidos son g= 9,81 m/s^2 en el primer laboratorio y g´ = 9,75 m/s^2 en el segundo laboratorio.
a) Determina el valor del radio terrestre.
b) Sabiendo que la densidad media de la Tierra es $_T$ = 5.523 kg/m^3, determinar el valor de la constante de gravitación G.
Sol: a) R_T = 6.370 km., b) G = 6,67 . 10^{-11} $N.m^2/kg^2$

23. La masa de la Tierra es 81 veces la de la Luna y la distancia entre sus centros es $3,84 \times 10^5$ km.
a) Calcule en que punto, entre la Tierra y la Luna se encontraría en equilibrio un meteorito de 200 kg.
b) ¿Cuál sería le energía potencial del meteorito en ese punto?
Datos: $G=6,67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $M_L=7,35 \times 10^{22}$ kg
(Septiembre 2010)

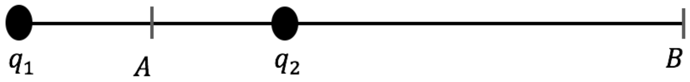
Campo eléctrico

24. **b**) Dos cargas puntuales $q_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ C y q 2 = $-5 \cdot 10^{-6}$ C están situadas en los puntos A (0,0) m y B (2,0) m respectivamente. Calcule el valor del campo eléctrico en el punto C (2,1) m. $K=9 \times 10^9$ Nm^2/C^2 **(Junio 2018)**

25. **b)** Se coloca una carga puntual de 4×10^{-9} C en el origen de coordenadas y otra carga puntual de-3×10^{-9} C en el punto (0, 1) m. Calcule el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de 2×10^{-9} C desde el punto (1, 2) m hasta el punto (2, 2) m.
$K=9 \times 10^9$ N m^2 C^{-2} **(Junio 2017)**

26. Dos cargas eléctricas puntuales q1= -5μC y q2= 2μC están separadas una distancia de 10 cm. Calcule:

a) El valor del campo y el potencial eléctricos en el punto B, situado en la línea que une ambas cargas, 20 cm a la derecha de la carga positiva, tal y como indica la figura.



b) El trabajo necesario para trasladar una cara q3 =-12μC desde el punto A, punto medio de las cargas q1 y q2, hasta el punto B. ¿Qué fuerza actúa sobre q3 una vez situada en B?
K=9x109 Nm2/C2 **(Septiembre 2013)**

27. Dos cargas q_1=-8x10^{-9} C y q_2=32/3x10^{-9} C se colocan en los puntos A(3,0) m y B(0,-4) m, en el vacío.

a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico creado por una carga en el punto (0,0) y calcule el campo eléctrico total en dicho punto.

b) Calcule el trabajo necesario para trasladar la carga q_1 desde su posición hasta el punto (0,0).
Datos: K

28. Dos cargas puntuales de +10^{-5} C se encuentran en el vacio, fijas en los puntos A(0,0) m y B(0,3) m.

a) Calcule el campo y el potencial electrostáticos en el punto C (4,0) m.

b) Si abandonáramos otra carga puntual de +10^{-7} C en el punto C. ¿Cómo se movería? Justifique la respuesta.
Datos: K **(2011)**

29. Una carga de 3x10^{-6}C se encuentra en el origen de coordenadas y otra de -3x10^{-6}C está situada en el punto (1,1) m.

a) Dibuje un esquema de campo eléctrico en el punto B(2,0) m y calcule su valor. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto B?

b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una carga de 10x10^{-6} C desde el punto A(1,0) m hasta el punto B (2,0) m.
Datos: k **(2010)**

30. Considere dos cargas eléctricas puntuales q_1=2x10^{-6} C y q_2=-4x10^{-6} C separadas 0,1 m.

a) Determine el valor del campo eléctrico en el punto medio del segmento que une ambas cargas. ¿Puede ser nulo el campo en algún punto de la recta les une?

b) Razone si es posible que el potencial eléctrico se anule en algún punto de dicha recta y, en su caso, calcule la distancia de ese punto a las cargas.
Datos: K. **(2009)**

31. Dos cargas q_1=-4C y q_2=2C se encuentran en los puntos (0,0) y (1,0) m respectivamente.

a) Determina el valor del campo eléctrico en el punto (0,3) m.

b) Razone qué trabajo hay que realizar para trasladar una carga q_3=5C desde el infinito al punto (0,3) m e interprete el signo del resultado.
Datos: K **(2009)**

32. **a)** Explica el concepto de potencial eléctrico. ¿Qué potencial eléctrico crea una carga puntual? .Dibuja sus superficies equipotenciales

b) Dos partículas con igual carga, $3\mu C$, están separadas una distancia de 3 m, calcula el potencial y el campo eléctrico en el punto medio entre ambas.

Datos: K

Sol: b) V = 36000V; E = 0;

33. Se tienen 3 cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero, cuyas coordenadas (expresadas en cm) son: A(0,2), B(-v3,-1) y C(v3,-1). Sabiendo que las cargas situadas en los puntos B y C son idénticas e iguales a 2 μC y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determina:

a) El valor y el signo de la carga situada en el punto A.

b) El potencial en el origen de coordenadas.

Datos: K.

Sol: a) q_A= 2 mmC, b) V = $2{,}7.10^6$ V.

34. En el átomo de hidrógeno el electrón se encuentra sometido al campo eléctrico y gravitatorio creado por el protón.

a) Dibuja las líneas del campo eléctrico creado por el protón así como las superficies equipotenciales.

b) Calcula la fuerza electrostática con la que se atraen ambas partículas y compárala con la fuerza gravitatoria entre ellas, suponiendo que están separadas una distancia de $5{,}2.10^{-11}$m.

c) Calcula el trabajo realizado por el campo eléctrico para llevar el electrón desde un punto P1, situado a $5{,}2.10^{-11}$m. Del núcleo, a otro punto P2 situado a 8.10^{-11} m del núcleo. Comenta el signo del trabajo.

Datos: K,G,me,mp,qe y qp

Sol: b) Fe=$8{,}52.10^{-8}$N; Fg= $3{,}83.10^{-47}$ N; c) W=$-1{,}55.10^{-18}$ J.

35. Dadas dos cargas eléctricas, una de 100 μC, situada en A(-3,0) y otra de 50 μC situada en B(3,0), (las coordenadas están expresadas en metros), calcula:

a) El campo eléctrico y el potencial en el punto O(0,0).

b) El trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de –2 C desde el infinito hasta O(0,0).

Datos: K= 9.10^9 U.I.

Sol: a) E = 1,5x105 N/C; V= 4,5x105 V; b) W= 9x105 J.

36. Dos cargas puntuales positivas e iguales (+Q) se encuentran en el eje X. Una de ellas está en el punto (-a,0) y la otra en el punto (a,0). Calcula:

a) La intensidad del campo eléctrico y el potencial electrostático en el origen de coordenadas.

b) Si además de las anteriores se coloca una tercera carga de valor -2Q en x = -2a, ¿cuáles serían los nuevos valores del campo y el potencial?

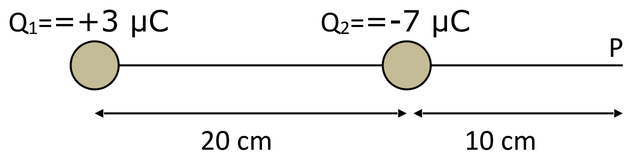
Datos: K

Sol: a) $E = -K\frac{Q}{a^2}.i + K\frac{Q}{a^2}i = o$; $V = 2\frac{K.Q}{a}$

b) $E = -\frac{K.Q}{2.a^2} i$; $V = \frac{K.Q}{a}$;

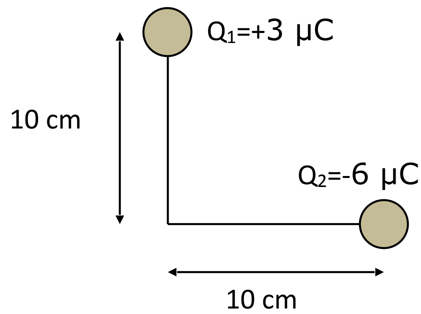
37. Dos cargas puntuales iguales, de -1,2.10^{-6} C cada una, están situadas en los puntos A(0,8)m y B(6,0) m. Una tercera carga, de -1,5.10^{-6} C, se sitúa en el punto P(3,4) m.
a) Representa en un esquema las fuerzas que se ejercen entre las cargas y calcula la resultante sobre la tercera carga.
b) Calcula la energía potencial de dicha carga.
Dato: K = 9x10^{9} N.m^{2}.C^{-2}
Sol: a) F_R = 0 ; b) Ep = 6,48.10^{-3}J

38. Determina el campo eléctrico creado por las cargas Q_1=+3 µC y Q_2=-7 µC situado en el punto P. ¿Qué fuerza actúa sobre un electrón al colocarlo en el punto P?



Sol: 6x10^{6} N/C; 9,6x10^{-13} N

39. Representa el campo eléctrico creado por las cargas de la figura en el punto P y determina su módulo. ¿Qué fuerza actúa sobre una carga puntual Q_3=+2 µC al situarla en P?



Sol: 6,04x10^{6} N/C; 12,08 N

40. Dos cargas eléctricas puntuales de 20 µC y -12 µC están situadas en los puntos de coordenadas (5,0) m y (0,2) m, respectivamente. Representa el campo eléctrico en el origen de coordenadas y calcula su módulo. ¿Qué fuerza actúa sobre una carga de 1 µC situada en dicho punto?
Sol: $\vec{E} = \left(-7{,}2 \times 10^3 \vec{i} + 2{,}7 \times 10^4 \vec{j}\right) N/C;\ \left|\vec{E}\right| = 2{,}8 \times 10^4 N/C;\left|\vec{F}\right| = 2{,}8 \times 10^{-2}\ N$

41. Dos cargas eléctricas puntuales de -9 µC y -25 µC están situadas en los puntos de coordenadas (-1,0) m y (0,-5) m, respectivamente. Representa el campo eléctrico en el origen de coordenadas. ¿Qué fuerza actúa sobre una carga de 12 µC situada en dicho punto?

42. Se tienen 3 cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero, cuyas coordenadas (expresadas en cm) son: A(0,2), B(-v3,-1) y C(v3,-1). Sabiendo que las cargas situadas en los

puntos B y C son idénticas e iguales a 2 mmC y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determina:

a) El valor y el signo de la carga situada en el punto A.

b) El potencial en el origen de coordenadas.

Datos: K.

Sol: a) q_A= 2 mmC, b) V = $2,7.10^6$ V.

43. Dos cargas puntuales iguales, de $-1,2.10^{-6}$ C cada una, están situadas en los puntos A(0,8)m y B(6,0) m. Una tercera carga, de $-1,5.10^{-6}$ C, se sitúa en el punto P(3,4) m.

a) Representa en un esquema las fuerzas que se ejercen entre las cargas y calcula la resultante sobre la tercera carga.

b) Calcula la energía potencial de dicha carga.

Dato: K = $9x10^9$ $N.m^2.C^{-2}$

Sol: a) F_R = 0 ; b) Ep = $6,48.10^{-3}$J

44. Dadas dos cargas eléctricas, una de 100 μC, situada en A(-3,0) y otra de 50 μC situada en B(3,0), (las coordenadas están expresadas en metros), calcula:

a) El campo eléctrico y el potencial en el punto O(0,0).

b) El trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de –2 C desde el infinito hasta O(0,0).

Datos: K= 9.109 U.I.

Sol: a) E = 1,5x105 N/C; V= 4,5x105 V; b) W= 9x105 J.

45. a) Explica el concepto de potencial eléctrico. ¿Qué potencial eléctrico crea una carga puntual? .Dibuja sus superficies equipotenciales

b) Dos partículas con igual carga, $3\mu C$, están separadas una distancia de 3 m, calcula el potencial y el campo eléctrico en el punto medio entre ambas.

Datos: K

Sol: b) V = 36000V; E = 0;

Campo eléctrico y gravitatorio

46. **b)** Determine la carga negativa de una partícula, cuya masa es 3,8 g, para que permanezca suspendida en un campo eléctrico de 4500 N C^{-1}. Haga una representación gráfica de las fuerzas que actúan sobre la partícula.g = 9,8 m s^{-2} **(Septiembre 2017)**

47. **b)** Dos pequeñas esferas cargadas están separadas una distancia de 5 cm. La carga de una de las esferas es cuatro veces la de la otra y entre ambas existe una fuerza de atracción de 0,15 N. Calcule la carga de cada esfera y el módulo del campo eléctrico en el punto medio del segmento que las une. **(Septiembre 2017)**

K = $9x10^9$ N m^2 C^{-2}

48. Una partícula de 20 g y cargada con $-2x10^{-6}$ C, se deja caer desde una altura de 50 cm. Además del campo gravitatorio, existe un campo eléctrico de $2x10^4$ V/m en dirección vertical y sentido hacía abajo.

a) Dibuje un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y determine la aceleración con la que cae. ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

b) Razone si se conserva la energía mecánica de la partícula durante su movimiento. Determine el trabajo que realiza cada fuerza a la que esta sometida la partícula.

Datos: g **(Septiembre 2014)**

49. Una pequeña esfera de $5x10^{-3}$ kg y carga eléctrica q cuelga del extremo inferior de un hilo aislante, inextensible y de masa despreciable, de 0,5 m de longitud. Al aplicar el campo eléctrico horizontal de $2x10^{2}$ V/m el hilo se separa de la vertical hasta formar un ángulo de 30º.

    a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre la esfera y determine el valor de la carga q.

    b) Haga un análisis energético del proceso y calcule el cambio de energía potencial de la esfera.

    Datos: g=10 **(Septiembre 2010)**

50. Una bolita de plástico de 2 g se encuentra suspendida de un hilo de 20 cm de longitud y, al aplicar un campo eléctrico uniforme y horizontal de 1000 N C^{-1}, el hilo forma un ángulo de 15° con la vertical.

    a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico y todas las fuerzas que actúan sobre la esfera y determine su carga eléctrica.

    b) Explique cómo cambia la energía potencial de la esfera al aplicar el campo eléctrico. g = 10 m s^{-1} **(Junio 2008)**

51. Una partícula de masa m y carga -10^{-6}C se encuentra en reposo al estar sometida al campo gravitatorio terrestre y a un campo eléctrico uniforme E = 100 N C^{-1} de la misma dirección.

a) Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y calcule su masa.

b) Analice el movimiento de la partícula si el campo eléctrico aumentara a 120 N C^{-1} y determine su aceleración. g = 10 m s^{-2}

(Junio 2007)

52. Una bola de caucho de 2 g de masa, está suspendida de una cuerda de 20 cm. De longitud y de masa despreciable en un campo eléctrico cuyo valor es E= 103i N/C. Si la bola está en equilibrio cuando la cuerda forma un ángulo de 15° con la vertical, ¿cuál es la carga neta de la bola?

    Sol: q = 5,25 μC

53. Una bola de 0,2 g de masa y carga de 5.10^{-6} C está suspendida por un hilo en el interior de un campo eléctrico de intensidad E = -200k N/C. Determina la tensión del hilo en los siguientes casos:

    a) Si la carga es positiva.

    b) Si la carga es negativa.

    c) Si pierde la carga.

    Sol: a) $2,96x10^{-3}$ kN; b) $0,96x10^{3}$ kN; c) $1,96x10^{-3}$ kN.

54. Una pequeña esfera de 0,2 g. de masa pende de un hilo entre dos láminas paralelas verticales separadas 8 cm. La esfera tiene una carga de 5.10^{-9} C, y el hilo forma un ángulo de 30 grados con la vertical.

a) Realiza un diagrama con las fuerzas que actúan sobre la esfera.

b) ¿Qué campo eléctrico actúa sobre la esfera? ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las láminas?

Sol: b) E= $2,26.10^{5}$ N/C; c) $\Delta V = 1,81.10^{4}$ V.

55. En las proximidades de la superficie terrestre se aplica un campo eléctrico uniforme. Se observa que al soltar una partícula de 2g cargada con 5.10^{-5} C, permanece en reposo.

a) Determina razonadamente las características del campo eléctrico (módulo, dirección y sentido).

b) Explica que ocurriría si la carga fuera: I) 10^{-4} C II) -5.10^{-5}C

Sol: a) E = 392 N/C b) I) La partícula se alejará de la Tierra, II) La partícula será atraída por la Tierra con F=$3,92.10^{-4}$N.

Campo magnético

56. Una partícula alfa penetra en un campo magnético de $5x10^{-2}$ T con una velocidad de 6000 m/s. Dibuja la fuerza magnética que ejerce el campo sobre una partícula y calcula su módulo en los siguientes casos:

a) El campo magnético y la velocidad de la partícula son perpendiculares.

b) El campo magnético y la velocidad forman 30 grados.

Datos: $q_\alpha = 3{,}2 \times 10^{-19}\ C$

Sol: a) $9,6 \times 10^{-17}$ N; b) $4,8 \times 10^{-17}$ N

57. Una partícula de carga $3,2 \times 10^{-19}$ C penetra en un campo magnético de
$8x10^{-2}$ T con una velocidad de 5000 m/s que forma un ángulo de 60° con la dirección del campo. Calcula la fuerza ejercida sobre la partícula.

Sol: $11,1x10^{-17}$ N

58. Un electrón penetra perpendicularmente en un campo magnético con una velocidad de 1100 m/s y se ve sometido a una fuerza de $3x10^{-17}$ N. Calcula el valor del campo magnético. Datos: Q_e=$-1,6x10^{-19}$ C

Sol: 0,17 T