

T.0. HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS



1. Notación	2
2. Sistema de unidades	3
2.1 Análisis dimensional	4
3. Tipos de magnitudes	5
3.1 Magnitud escalar	5
3.2 Magnitud vectorial	5
EJERCICIOS	7
Análisis dimensional	7
Cambio de unidades	7

1. Notación

A lo largo del curso vamos a utilizar algunos símbolos que nos resultaran de especial utilidad.

Definición de incremento (Δ)

Δ se lee incremento y se pone al lado del símbolo de la magnitud a la que incrementa. Por ejemplo cuando un cuerpo se mueve desde una posición inicial ($x_{inicial}$) a otra final (x_{final}) el incremento de la posición se representa:

$$\Delta x = x_{final} - x_{inicial}$$

Tal y como se muestre en el siguiente ejemplo, este símbolo matemático se puede emplear sobre cualquier magnitud.

Ejemplo: Un recipiente de agua se calienta durante 5 minutos. Inicialmente se encuentra a una temperatura de 20 °C y después de calentarla su temperatura es de 33 °C. ¿Cuál es el incremento de la temperatura del agua?

Matemáticamente el incremento en la temperatura del agua se representa:

$$\Delta T = T_{final} - T_{inicial} = 33^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C} = 13^{\circ}\text{C}$$

Alfabeto griego

Es muy común utilizar el alfabeto griego para designar algunas magnitudes físicas:

El Alfabeto Griego:

Alfa	α	Nu	ν
Beta	β	Xi	ξ
Gamma	γ	Ómicron	\omicron
Delta	δ	Pi	π
Épsilon	ε	Ro	ρ
Zeta	ζ	Sigma	σ
Eta	η	Tau	τ
Teta	θ	Ypsilon	υ
Iota	ι	Fi	ϕ
Kappa	κ	Ji	χ
Lamda	λ	Psi	ψ
Mu	μ	Omega	ω

2. Sistema de unidades

Tanto la Física como la Química son ciencias experimentales que emplean el método científico para descubrir las leyes que rigen los fenómenos naturales. La medida constituye una parte esencial del método experimental. En este proceso se trata de determinar el valor de determinadas **magnitudes**. Para medir una magnitud necesitamos compararla con un patrón de medida. Una **unidad** es el patrón de medida de una determinada magnitud.

Magnitudes fundamentales

Existe un sistema de unidades que es utilizado internacionalmente. Se trata de un sistema de siete unidades, con estas unidades o combinaciones de las mismas podemos caracterizar la medida de cualquier magnitud. Se denomina **sistema internacional de unidades (SI)**:

Magnitud	Nombre	Símbolo	Símbolo dimensional
Longitud	Metro	m	L
Masa	Kilogramo	Kg	M
Tiempo	Segundo	s	T
Intensidad eléctrica	Amperio	A	I
Intensidad luminosa	Candela	cd	J
Temperatura	Kelvin	K	θ
Cantidad de sustancia	mol	mol	N

Magnitudes derivadas

Son aquellas magnitudes que se expresan en función de las magnitudes fundamentales. Por ejemplo: área, velocidad, fuerza, trabajo.

Las fórmulas dimensionales de las magnitudes derivadas son las siguientes:

Fórmulas Dimensionales Básicas					
	Magnitud	Fórmula Dimensional	Unidad	Símbolo	Definición
1	Área	L^2	metro cuadrado	m^2	
2	Volumen	L^3	metro cúbico	m^3	
3	Densidad	ML^{-3}	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	
4	Velocidad	LT^{-1}	metro por segundo	m/s	
5	Aceleración	LT^{-2}	metro por segundo cuadrado	m/s^2	
6	Fuerza	MLT^{-2}	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
7	Trabajo	ML^2T^{-2}	joule	J	$kg \cdot m^2/s^2$
8	Energía	ML^2T^{-2}	joule	J	$kg \cdot m^2/s^2$
9	Potencia	ML^2T^{-3}	watt	W	J/s
10	Presión	$ML^{-1}T^{-2}$	pascal	Pa	N/m^2
11	Período	T	segundo	s	
12	Frecuencia	T^{-1}	hercio	Hz	$1/s$
13	Velocidad angular	T^{-1}	radianes por segundo	rad/s	
14	Caudal	L^3T^{-1}	metro cúbico por segundo	m^3/s	
15	Carga eléctrica	IT	coulomb	C	A.s
16	Aceleración angular	T^{-2}	radianes por segundo cuadrado	rad/s^2	

2.1 Análisis dimensional

Podemos analizar dimensionalmente una ecuación con un doble propósito:

1. Para **comprobar si una ecuación es correcta** ya que una ecuación debe tener las mismas dimensiones a ambos lados de la igualdad. Esto nos permita evitar errores.

Ejemplo: ¿Comprobar cuales de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas?

$$s = a t ; s = \frac{1}{2} v t^2 ; s = \frac{1}{2} a t^2$$

Para todas ellas el primer término tiene como ecuación dimensional

Veamos las dimensiones del segundo término en cada caso:

$$[s] = [L]$$

$$[a t] = [L T^{-2} T] = [L T^{-1}]$$

$$\left[\frac{1}{2} v t^2 \right] = [L T^{-1} T^2] = [L T]$$

$$\left[\frac{1}{2} a t^2 \right] = [L T^{-2} T^2] = [L]$$

Vemos como la única ecuación correcta es la última. Las otras no tienen sentido físico.

2. Puede servirnos para determinar las unidades de una magnitud determinada.

Ejemplo: Obtener las unidades de la magnitud fuerza en el sistema internacional

La fuerza es una magnitud derivada. Según la segunda ley de Newton $F=ma$. La ecuación de dimensión es:

$$[F] = [MLT^{-2}]$$

Esto quiere decir que las unidades de la fuerza son kg por metros dividido entre segundo al cuadrado. Eso es lo que se denomina Newton.

3. Tipos de magnitudes

3.1 Magnitud escalar

Son aquellas magnitudes que quedan perfectamente descritas mediante un número y una unidad. Ejemplos de estas magnitudes son: *la masa, temperatura, energía, tiempo, longitud, etc.*

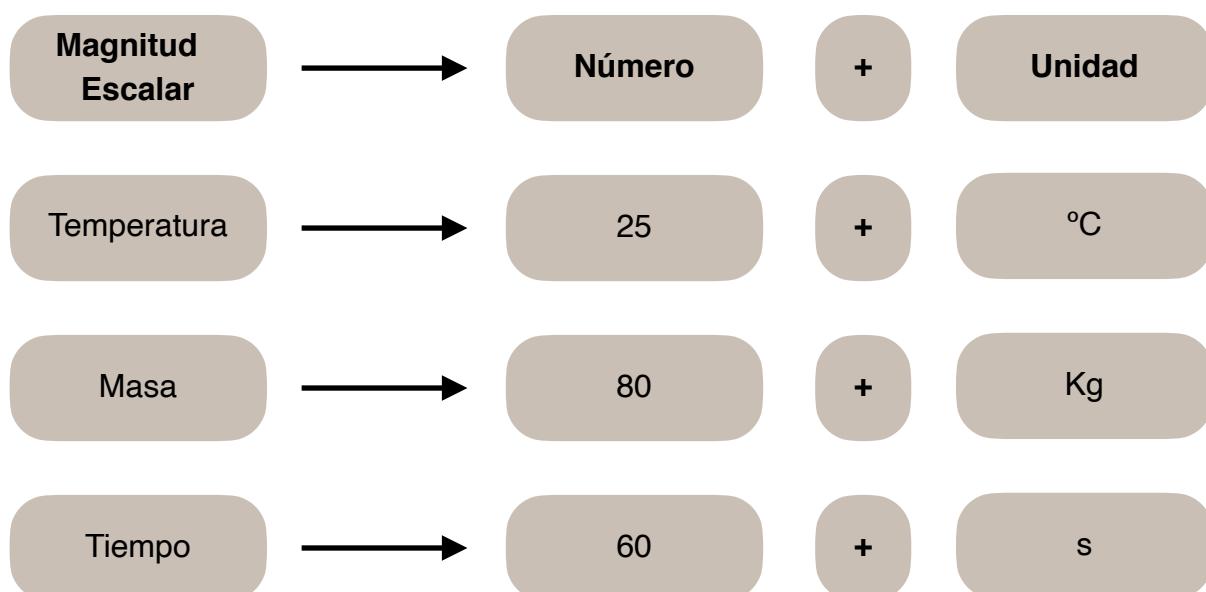
Matemáticamente nos referiremos a las **unidades** de una magnitud física mediante corchetes ([]) . Por ejemplo, si decimos que la unidad del tiempo (t) es el segundo (s), matemáticamente esto se expresa de la siguiente forma:

$$[t] = s$$

Si decimos que la masa (m) se mide en kilogramos (kg), matemáticamente se expresaría:

$$[m] = kg$$

Cualquier magnitud escalar se compone de un número y una unidad tal y como se muestra en los siguientes ejemplos:



Los ejemplos anteriores quedarían de la siguiente forma:

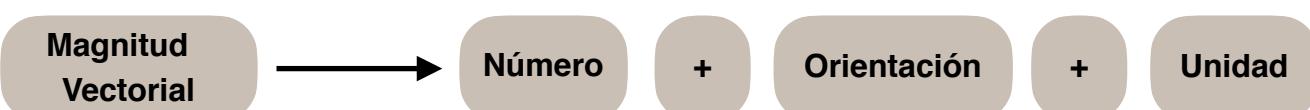
$$T = 25^{\circ}C$$

$$M = 80 \text{ kg}$$

$$t = 60 \text{ s}$$

3.2 Magnitud vectorial

Son aquellas magnitudes que para ser descritas necesitan además de un **número** y una **unidad** necesitan una **orientación en el espacio**:



Ejemplos —> **velocidad, fuerza, aceleración, etc**

Representación de una magnitud vectorial

Las magnitudes vectoriales se representan con una flecha que indica su carácter vectorial:

Magnitud vectorial	Notación
Velocidad	\vec{v}
Fuerza	\vec{F}
Aceleración	\vec{a}
Campo eléctrico	\vec{E}
Campo magnético	\vec{B}

En los diagramas de Física se suele representar los vectores con flechas:



Gráficamente un vector vendría representado por **un segmento orientado** con las siguientes características:

- Punto de aplicación:** es el punto donde se sitúa el vector.
- Módulo:** es el valor numérico de la magnitud que representa el vector y se indica mediante la longitud del vector.
- Orientación:** Viene dada por la **dirección** (recta en la que está situado el vector) y el **sentido** que indica hacia dónde señala el vector. En una misma dirección existen dos sentidos posibles.

EJERCICIOS

Análisis dimensional

1. Comprueba que las siguientes ecuaciones son homogéneas:
- a) $v=v_0+at$ b) $x=(1/2)at^2$ c) $v=at$ d) $x=x_0-vt$ e) $y=v_0t - 1/2at^2$

Cambio de unidades

2. Pasa a unidades del sistema internacional las siguientes magnitudes:
- a) 90 km/h.
b) 0'53 mg
c) 40 cm
d) 100 Mm
e) 3 h