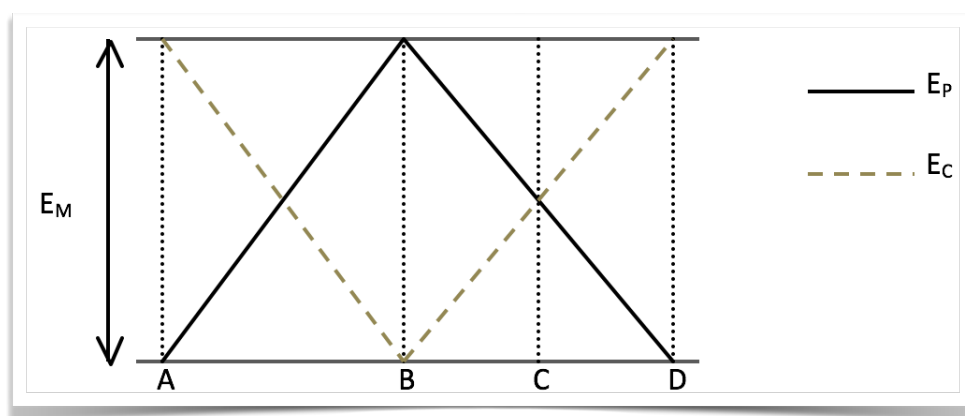


T.4. TRABAJO Y ENERGÍA



1. La energía	3
1.1 Definición	3
1.2 Unidades	3
1.3 Energía mecánica	3
1.4 Tipos de energía	4
1.5 Propiedades de la energía	5
1.6 Como se transfiere la energía	5
2. Trabajo mecánico producido por una fuerza	7
3. Trabajo total: trabajo producido por varias fuerzas	8
4. Trabajo producido por la fuerza de rozamiento	9
5. Trabajo total: relación con la energía cinética	10
6. Trabajo motor y resistente	12
7. Trabajo producido por una fuerza conservativa: relación con la energía potencial	13
7.1 Fuerza conservativa	13
7.2 Relación del trabajo con la energía potencial	13
8. Principio de conservación de la energía mecánica	16
8.1 Análisis energético del movimiento de caída libre	16
8.2 Características de las fuerzas conservativas	19
9. Variación de la energía mecánica: Balance de energía	20
9.1 Fuerza no conservativa y su relación con la energía mecánica	20
9.2 Análisis energético del movimiento de caída libre con rozamiento	20
10. Potencia	22

CUESTIONES TEÓRICAS	23
Preguntas generales	23
Conservación de la energía mecánica	23
Balance de energía	25
PROBLEMAS	27
Trabajo de una fuerza	27
Trabajo de la fuerza de rozamiento	27
Trabajo total	27
Trabajo de fuerzas conservativas	29
Conservación de la energía	30
Balance de energía	34
Potencia	36

1. La energía

1.1 Definición

El término energía tiene diversas acepciones y definiciones. En general podemos definir la energía como:

Capacidad para producir transformaciones o cambios

Los cambios pueden ser de distinta índole. Por ejemplo, cambios en la velocidad de un objeto o cambios en la temperatura de un objeto.

En el universo no existe ningún proceso físico, químico o biológico en el que no se produzcan intercambios energéticos. De ahí proviene la importancia de este concepto físico.

1.2 Unidades

En el sistema internacional la energía se mide en **Julios ([E]=J)**. Podemos definir un Julio como:

Energía que tiene un cuerpo de 1 kg que se mueve a una velocidad de 1 m/s

También se suele medir la energía en calorías (1 cal=4'18 J)

1.3 Energía mecánica

Es la energía que se encuentra ligada a la posición y velocidad de los cuerpos

La **energía mecánica** de un cuerpo es la suma de sus energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p$$

Energía cinética (E_c)

Es la energía que tienen los cuerpos por encontrarse en movimiento

Su valor depende de la masa del cuerpo (m) y de su velocidad (v):

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Energía potencial (E_p)

Es la energía que tienen los cuerpos por ocupar una determinada posición en el espacio

Vamos a distinguir en este tema dos tipos de energía potencial:

-Energía potencial gravitatoria: Es la energía que tienen los cuerpos por encontrarse a una determinada altura sobre la superficie terrestre. Su valor depende de la masa del

cuerpo (m), de la aceleración de la gravedad (g) y de la altura a la que se encuentra sobre la superficie del suelo (h):

$$E_p = mgh$$

-Energía potencial elástica: Es la energía que tienen los cuerpos ligados a un muelle que se encuentra comprimido o estirado respecto a su longitud natural. Su valor depende de la constante elástica del cuerpo (k) y de la deformación (Δx):

$$E_p = \frac{1}{2} k(\Delta x)^2$$

1.4 Tipos de energía

Tipo de energía	Fuerzas implicadas o forma de almacenamiento
Mecánica	Energía cinética: Asociada al movimiento de los cuerpos o sistemas
	Energía potencial: Asociada a las fuerzas mecánicas: gravitatoria y elástica
Electromagnética	Energía de la corriente eléctrica y del campo electromagnético Asociada a las fuerzas eléctrica y magnética
Luminosa o radiante	Asociada al transporte de la radiación electromagnética Energía de la luz visible y no visible
Térmica	Asociada a la agitación interna molecular Asociada al concepto de temperatura
Química	Energía de los enlaces químicos Aparece en las reacciones químicas
Nuclear	Energía de cohesión interna de los núcleos Aparece en las reacciones nucleares

Energía térmica

La energía térmica es la energía que se transfiere de un cuerpo que está a más temperatura a un cuerpo con menor temperatura.

Energía química

Es la energía que se desprende o se absorbe en las reacciones químicas. Es debida a los enlaces que se establecen o se rompen en una reacción química entre los átomos y demás partículas que forman una sustancia.

Energía radiante

La energía radiante es la energía que transmiten las ondas electromagnéticas, ya sean luz visible, ondas de radio, rayos X, etc. Por ejemplo, la energía que transporta la luz visible procedente del Sol se aprovecha para calentar agua o para producir electricidad.

Energía nuclear

La energía nuclear es la energía que se libera espontánea o artificialmente en las reacciones nucleares. Esta energía se emite cuando los núcleos de los átomos se rompen (fisión) o se unen (fusión) para formar otros.

En resumen:

1.5 Propiedades de la energía

-La energía se transforma. Cuando dejamos caer un cuerpo desde cierta altura su energía potencial se transforma en cinética y aumenta su velocidad.

-La energía se transfiere de unos cuerpos a otros. El Sol transfiere energía radiante a la Tierra.

-La energía se puede almacenar y transportar. La energía eléctrica se puede almacenar en pilas y transportar a través del tendido eléctrico.

-La energía se degrada. Cuando dejamos botar un balón de baloncesto parte de la energía se pierde en forma de calor (se degrada), por este motivo el bote cada vez es menor hasta que se para.

-La energía se conserva. En cada transformación la cantidad de energía total se conserva. En la cantidad total de energía tenemos que incluir la energía que se degrada en forma de calor.

1.6 Como se transfiere la energía

Cuando dos cuerpos intercambian energía sólo lo pueden hacer de dos maneras:

- De forma mecánica mediante la realización de un **trabajo**.
- De forma térmica, mediante el intercambio de **calor**.

Tanto el calor como el trabajo son dos formas de intercambiar energía:

-Dos cuerpos intercambian energía en forma de trabajo cuando uno ejerce una fuerza sobre otro que produce un desplazamiento.

-Dos cuerpos intercambian energía en forma de calor cuando están a distinta temperatura.

2. Trabajo mecánico producido por una fuerza

Es la energía que una fuerza transfiere a un cuerpo provocándole un desplazamiento

El trabajo mecánico producido por una fuerza (W_F) viene dado por:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha$$

Donde:

- F es la fuerza aplicada sobre el objeto.
- $-\Delta x$ es el desplazamiento del objeto.
- $-\alpha$ es el ángulo formado entre la fuerza y el desplazamiento

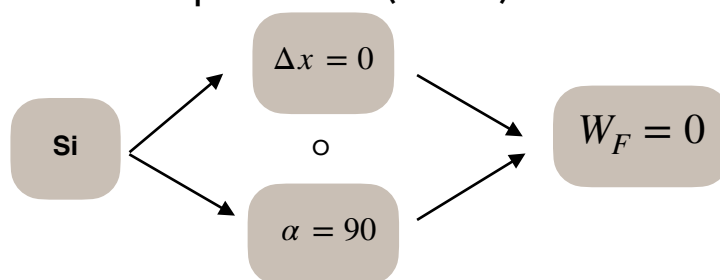
Es importante que entendamos que el trabajo mecánico es una **transferencia de energía producida por una fuerza**.



Consecuencias

Según la definición anterior hay que destacar que **el trabajo mecánico producido por una fuerza es cero** si:

- No hay desplazamiento producido por la fuerza ($\Delta x = 0$).
- La fuerza es perpendicular al desplazamiento ($\alpha = 90$).

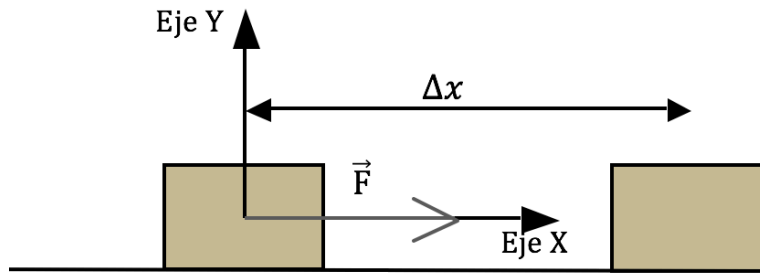


En las **condiciones anteriores** la fuerza **no transfiere energía** al objeto.

Para estudiar el concepto de trabajo vamos a estudiar un par de situaciones:

Fuerza paralela a la dirección de desplazamiento

Supongamos que aplicamos una fuerza (\vec{F}) que provoca un desplazamiento horizontal (Δx) sobre un objeto:

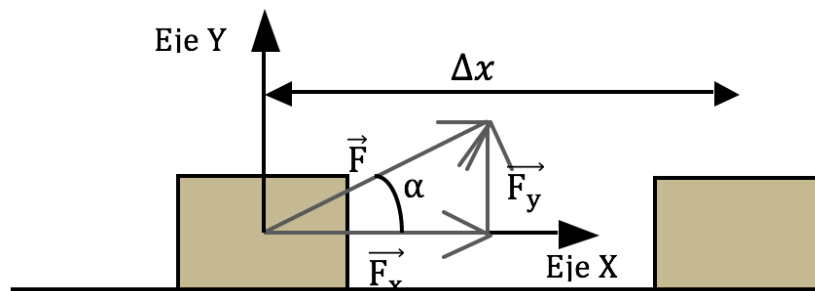


Matemáticamente el trabajo realizado (W) se calcula multiplicando el módulo de la fuerza aplicada (F) por el módulo del vector desplazamiento (Δx):

$$W_F = F \cdot \Delta x$$

Fuerza no paralela a la dirección de desplazamiento

Este es el caso general ya que la fuerza aplicada sobre el objeto puede estar orientada en cualquier dirección. Supongamos que la fuerza aplicada forma un ángulo α con la horizontal:



En este caso la fuerza aplicada no está orientada en la dirección del desplazamiento. Tal y como hemos visto en este caso:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos(\alpha)$$

3. Trabajo total: trabajo producido por varias fuerzas

En el caso de que tengamos varias fuerzas actuando sobre un objeto podemos calcular el trabajo total como la suma de los trabajos individuales de cada una de las fuerzas:

$$W_T = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r} = F_{resultante} \Delta r \cos \alpha$$

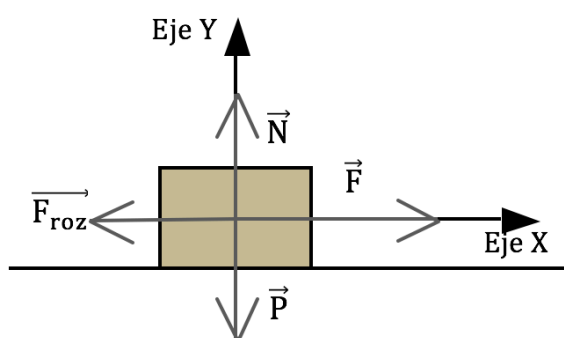
4. Trabajo producido por la fuerza de rozamiento

La **fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento**. Por lo tanto, **forma un ángulo de 180° con el desplazamiento**:

Siempre se cumple que **el trabajo ejercido por la fuerza de rozamiento es negativo**:

$$W_{F_r} = F_r \cdot \Delta x \cdot \cos(180) = -F_r \cdot \Delta x$$

Ejemplo: Calcula el trabajo de la fuerza de rozamiento que actúa sobre una caja de 0.75 kg de masa que se desplaza 0.8 m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0.4$) bajo la acción de una fuerza de 5 N tal y como se muestra en la siguiente figura:



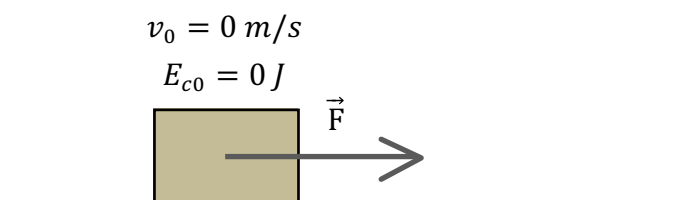
El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{F_{roz}} = F_{roz} \Delta x \cos \alpha = \mu N \Delta x \cos 180 = \mu mg \Delta x \cos 180 = 0.4 \times 0.75 \text{ N} \times 0.8 \text{ m} \times (-1) = -2.35 \text{ J}$$

5. Trabajo total: relación con la energía cinética

El trabajo es el modo en que los cuerpos intercambian energía cuando existe una fuerza que provoca un desplazamiento. Por tanto, siempre que se realiza un trabajo sobre un cuerpo varía su energía mecánica.

Para demostrarlo vamos a suponer la siguiente situación, tenemos un cuerpo que parte del reposo sobre el que actúa una fuerza constante:



Al aplicar la fuerza el cuerpo se mueve y adquiere cierta velocidad siendo su energía cinética distinta de cero:

Si calculamos el trabajo que realiza la fuerza sobre el cuerpo:

$$W_F = F \Delta x \cos 0 = ma \Delta x$$

Como la fuerza es constante la aceleración también lo es y el cuerpo realiza un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Utilizando las ecuaciones de la posición y velocidad para este caso ($v_0 = 0 \text{ m/s}$):

$$v = a \times t \rightarrow a = \frac{v}{t}$$
$$x = x_0 + \frac{a \times t^2}{2} \rightarrow \Delta x = \frac{a \times t^2}{2}$$

Si sustituimos en la segunda ecuación la aceleración por el valor obtenido ($a = \frac{v}{t}$):

$$\Delta x = \frac{\frac{v}{t} \times t^2}{2} = \frac{v \times t}{2}$$

Si sustituimos en la fórmula del trabajo los valores obtenidos para el desplazamiento ($\Delta x = \frac{v \times t}{2}$) y la aceleración ($a = \frac{v}{t}$) obtenemos:

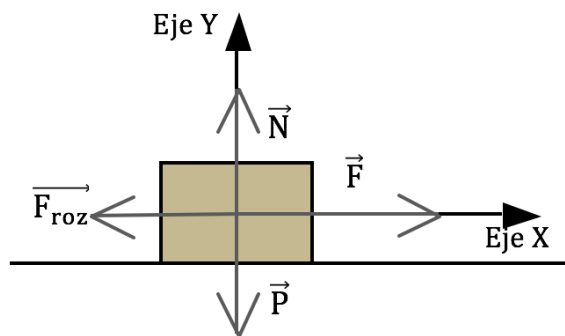
$$W_F = ma \Delta x = m \left(\frac{v}{t} \right) \left(\frac{v \times t}{2} \right) = \frac{1}{2} mv^2$$

Por lo tanto el trabajo coincide con la energía cinética que adquiere el cuerpo. Si el cuerpo no partiera del reposo, la fuerza se emplea en aumentar su energía cinética inicial:

$$W_T = \Delta E_c = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

Esta expresión es general, cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza que le provoca un desplazamiento en su misma dirección, el trabajo desarrollado coincide con la variación de energía cinética que experimenta el cuerpo.

Ejemplo: Una caja de 0'75 kg parte del reposo y se desplaza 0'8 m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0'4$) bajo la acción de una fuerza de 5 N tal y como se muestra en la siguiente figura:



a) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan sumando la contribución de cada una.

b) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan a través de la variación de la energía cinética.

a) El trabajo total es la suma del trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre la caja:

$$W_T = W_F + W_{F_{roz}} + W_N + W_P$$

Vamos a calcular el valor del trabajo realizado por cada fuerza:

$$W_F = F \Delta x \cos \alpha = 5N \times 0.8m \times \cos 0 = 4J$$

Como la fuerza normal y el peso son perpendiculares al desplazamiento el trabajo que realizan es nulo:

$$W_P = P \Delta x \cos \alpha = P \times \Delta x \cos 90 = 0J$$

$$W_N = N \Delta x \cos \alpha = N \times \Delta x \cos 90 = 0J$$

Mientras que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{F_{roz}} = F_{roz} \Delta x \cos \alpha = \mu N \Delta x \cos 180 = \mu mg \Delta x \cos 180 = 0.4 \times 0.75N \times 0.8m \times (-1) = -2.35J$$

El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre la caja es:

$$W_T = W_F + W_{F_r} = F\Delta x - F_r\Delta x = (F - \mu mg)\Delta x = 1.65J$$

Del trabajo realizado para tirar de la caja (4J) solo se aprovechan 1.65J el resto se pierde debido al rozamiento.

b) Podemos calcular el trabajo total a través de la variación de la energía cinética:

$$W_T = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Para calcular el trabajo total en este caso necesitamos conocer la velocidad final. Para ello, primero vamos a calcular la aceleración utilizando la segunda ley de Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} (X) F - F_r = ma \rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m} \\ (Y) N - P = 0 \rightarrow N = mg \end{array} \right.$$

Podemos calcular la velocidad en el punto final con la siguiente fórmula:

$$v_f^2 = 2a\Delta x$$

Sustituimos la expresión de la aceleración calculada anteriormente:

$$v_f^2 = 2\left(\frac{F - \mu mg}{m}\right)\Delta x$$

En la fórmula del trabajo total obtenemos finalmente:

$$W_T = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}m\left(2\left(\frac{F - \mu mg}{m}\right)\Delta x\right) = (F - \mu mg)\Delta x = 1.65J$$

Cómo vemos obtenemos la misma expresión analítica que habíamos obtenido anteriormente y por lo tanto el mismo valor del trabajo total.

6. Trabajo motor y resistente

Dependiendo de si la energía transferida por una fuerza es positiva o negativa podemos distinguir dos casos:

Trabajo motor: Es aquel que produce un incremento de energía cinética del cuerpo
($W = \Delta E_c > 0$)

Trabajo resistente: Es aquel que produce un decremento de energía cinética del cuerpo
($W = \Delta E_c < 0$)

Por lo tanto el trabajo motor es aquel que produce un aumento de la velocidad del cuerpo. El trabajo motor siempre es positivo. El trabajo resistente a aquel que disminuye la velocidad del cuerpo. Un ejemplo de fuerza que produce siempre un trabajo resistente es la fuerza de rozamiento.

Ejemplo: Sobre un cuerpo de 5 kg que se mueve con una velocidad inicial de 3 m/s actúa una fuerza de 2 N en la misma dirección y sentido del movimiento a lo largo de 15 m. ¿Qué velocidad adquiere el cuerpo?

Para resolver este problema utilizamos la fórmula que relaciona el trabajo con la energía cinética:

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Despejando de la ecuación anterior la velocidad final obtenemos:

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{2W}{m}}$$

Para calcular la velocidad final necesitamos conocer el trabajo realizado por la fuerza:

$$W = F \times \Delta x \times \cos\alpha = 2\text{N} \times 15\text{m} \times \cos 0 = 30\text{J}$$

Sustituyendo el valor del trabajo en la ecuación de la velocidad final:

$$v_f = \sqrt{(3\text{m/s})^2 + \frac{2 \times 30\text{J}}{5\text{kg}}} = 4.6\text{ m/s}$$

7. Trabajo producido por una fuerza conservativa: relación con la energía potencial

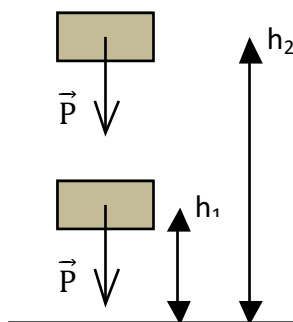
7.1 Fuerza conservativa

Fuerza conservativa es aquella que **no disipa energía** y que por lo tanto **conserva el valor de la energía mecánica** del cuerpo sobre el que actúa

En este tema solo vamos a trabajar con dos fuerzas conservativas: el **peso** y la **fuerza elástica**.

7.2 Relación del trabajo con la energía potencial

Como vimos, podemos definir la energía potencial como la capacidad de producir trabajo que tiene un cuerpo por encontrarse en una determinada posición del espacio. Supongamos un objeto que cae en caída libre tal y como se muestra en la siguiente figura:



Si calculamos el trabajo que realiza la fuerza peso sobre el objeto:

$$W = P \times \Delta x \times \cos\alpha = mg \times (h_2 - h_1) \times \cos 0$$

Finalmente obtenemos la expresión del trabajo que se puede relacionar con la energía potencial:

$$W = mgh_2 - mgh_1 = -(mgh_1 - mgh_2) = -(E_{pf} - E_{p0}) = -\Delta E_p$$

Matemáticamente la relación que hay entre el trabajo y la energía potencial viene dada por la siguiente ecuación:

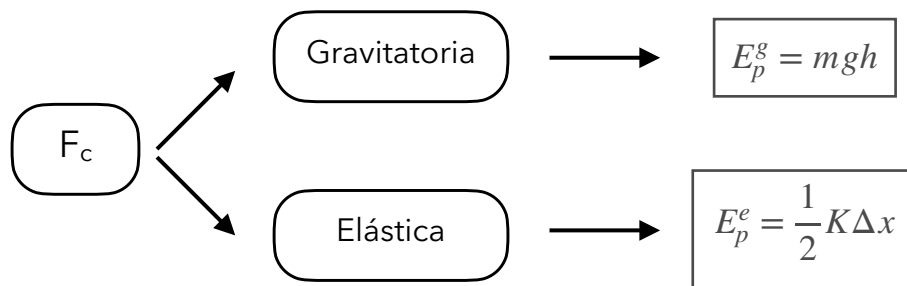
$$W_{F_c} = -\Delta E_p$$

Es importante señalar que la **ecuación anterior solo puede utilizarse para calcular la energía que transfiere una fuerza conservativa**.

De la ecuación anterior podemos inferir las siguientes propiedades de las fuerzas conservativas:

1. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas solo **depende de la posición inicial y final** del cuerpo. Es independiente, por lo tanto, de la trayectoria.
2. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una **trayectoria cerrada** es cero.

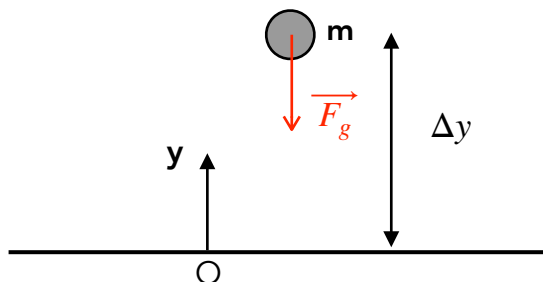
Tenemos las siguientes expresiones para la energía potencial:



Ejemplo: Calcula la energía que el peso le transfiere a un cuerpo de 1 kg que cae desde una altura de 10 m de dos formas:

a) Utilizando: $W_F = F \cdot \Delta y \cdot \cos \alpha$

b) Utilizando: $W_{F_c} = -\Delta E_p$



a) En este caso tendríamos:

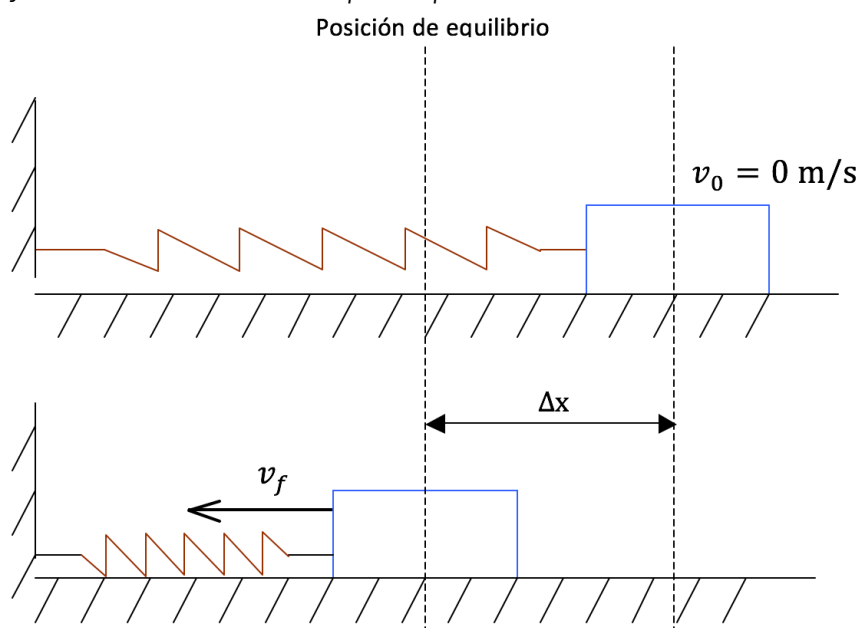
$$W_p = mgh \cos(0) = mgh = 98J$$

b) Si utilizamos la relación del trabajo con la energía potencial:

$$W_p = -\Delta E_p = -(E_p(f) - E_p(i)) = -(mgh - 0) = mgh = 98J$$

Ejemplo: Determina la velocidad con la que pasa por el punto de equilibrio un cuerpo de 1 kg que se encuentra ensartado a un muelle con constante elástica $k=1N/m$. Inicialmente el muelle parte del reposo y se encuentra a 2 m de la posición de equilibrio del muelle.

En la siguiente figura se ilustra la situación. El punto de equilibrio es aquel en el que el muelle tiene su longitud natural, es decir, no se encuentra ni comprimido ni estirado. Inicialmente el muelle se encuentra estirado y tiende a acelerar el cuerpo al que se encuentra unido:



Para calcular la velocidad final vamos a utilizar la formula que relaciona el trabajo con la energía potencial:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{po}) = -(0J - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2)$$
$$W = \frac{1}{2} \times \left(1 \frac{N}{m}\right) \times (2\text{ m})^2 = 2\text{ J}$$

Finalmente utilizamos la formula que relaciona la energía cinética con el trabajo y obtenemos la velocidad final:

$$W = \Delta E_c = (E_{cf} - E_{co}) = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Despejando:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2J}{1\text{ kg}}} = 2\text{ m/s}$$

8. Principio de conservación de la energía mecánica

Si sobre un cuerpo **solo actúan fuerzas conservativas** (o el efecto de las que no lo son no implica ningún tipo de transferencia energética) la **energía mecánica del cuerpo se conserva**

Fuerzas conservativas son aquellas que no provocan una pérdida de energía mecánica en el sistema. Por lo tanto, cuando sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas la energía mecánica se conserva. Ejemplos de fuerzas conservativas son el peso, la fuerza elástica dada por la ley de Hooke, etc. En este caso, tal y como ocurre en el ejemplo anterior, se pueden utilizar las fórmulas que relacionan el trabajo con la energía potencial y cinética:

$$W_{F_c} = -\Delta E_p = \Delta E_c$$

Si desarrollamos la expresión anterior:

$$\begin{aligned} -\Delta E_p &= \Delta E_c \\ -(E_p(f) - E_p(i)) &= (E_c(f) - E_c(i)) \end{aligned}$$

Reagrupando términos obtenemos:

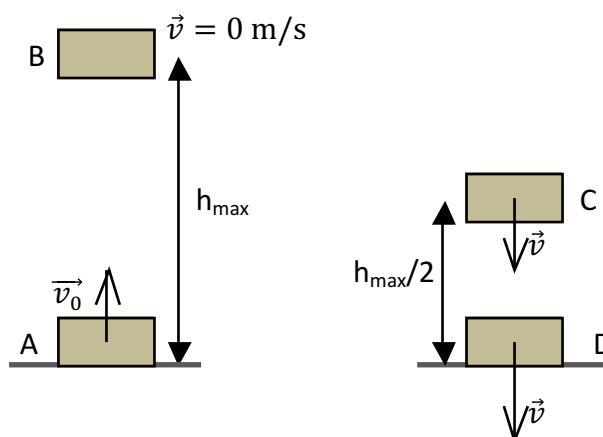
$$E_c(i) + E_p(i) = E_c(f) + E_p(f)$$

Finalmente obtenemos la conservación de la energía mecánica:

$$E_M(i) = E_M(f) \rightarrow E_M = cte$$

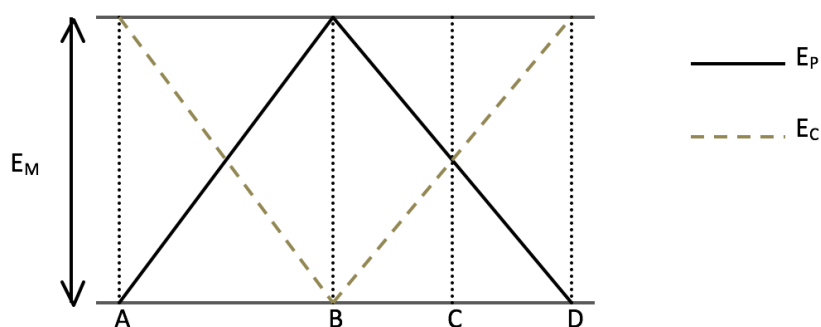
8.1 Análisis energético del movimiento de caída libre

Vamos a estudiar el principio de conservación de la energía mecánica con un ejemplo práctico: el **movimiento de un cuerpo en caída libre en ausencia de rozamiento**. Supongamos que lanzamos un objeto hacia arriba con una velocidad inicial (punto A) tal y como se muestra en la figura:



El objeto alcanzará la altura máxima cuando su velocidad sea nula (punto B) y volverá a caer al suelo. En la figura anterior el objeto se encuentra a la mitad de la altura máxima en el punto C

y llega al suelo en el punto D. Podemos analizar el movimiento del objeto desde un punto de vista energético haciendo uso del siguiente diagrama de energía:

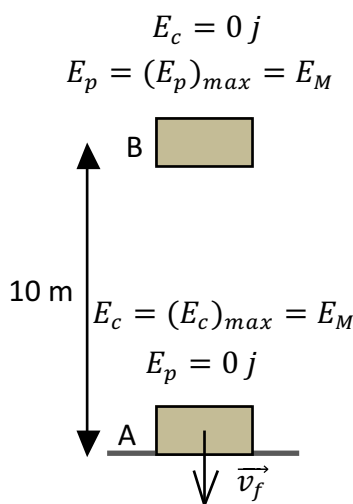


El eje vertical muestra la energía del cuerpo mientras que el eje horizontal representa el recorrido del objeto en su trayectoria. La línea negra representa la energía potencial gravitatoria del objeto, la línea gris discontinua representa la energía cinética. Los puntos de la trayectoria (A, B, C Y D) vienen representados con líneas discontinuas verticales.

Como se puede ver en el diagrama anterior en el punto inicial (A) toda la energía del cuerpo es cinética mientras que la potencial vale cero. A medida que el cuerpo sube la energía cinética se va transformando en potencial hasta que el cuerpo alcanza su máxima altura (B). En ese punto el objeto solo tiene energía potencial, que coincide con la energía mecánica. Después el objeto cae al suelo produciéndose el proceso inverso. En el punto intermedio (C) la energía cinética es exactamente igual a la potencial, siendo la suma de ambas igual a la energía mecánica inicial. A lo largo de la trayectoria del objeto se produce un balance entre su energía cinética y potencial cumpliéndose en cualquier instante que la suma de las dos es una cantidad constante que es lo que denominamos energía mecánica ($E_M = E_c + E_p = cte$).

Ejemplo: Utilizando conceptos energéticos calcula la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura de 10 m. Despreciar el efecto del rozamiento del aire sobre el objeto.

La situación es la que es la que se muestra en el siguiente diagrama:



Si despreciamos el efecto del rozamiento del aire solo actúa la fuerza de la gravedad sobre el objeto. Esta fuerza es conservativa, por lo tanto podemos utilizar el principio de conservación de la energía

mecánica para resolver el problema. Lo aplicamos para el punto inicial (B) y el final (A). Se cumple, por lo tanto, que la energía mecánica inicial es igual a la final:

$$E_M(i) = E_M(f)$$

En el punto inicial solo tenemos energía potencial ($E_p(i)$) mientras que en el punto final solo tenemos energía cinética ($E_c(f)$). Por lo tanto el principio de conservación de la energía mecánica queda:

$$E_p(i) = E_c(f)$$

Vemos, por lo tanto, que la energía potencial inicial se transforma en energía cinética cuando llega al suelo:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Despejando obtenemos la velocidad final:

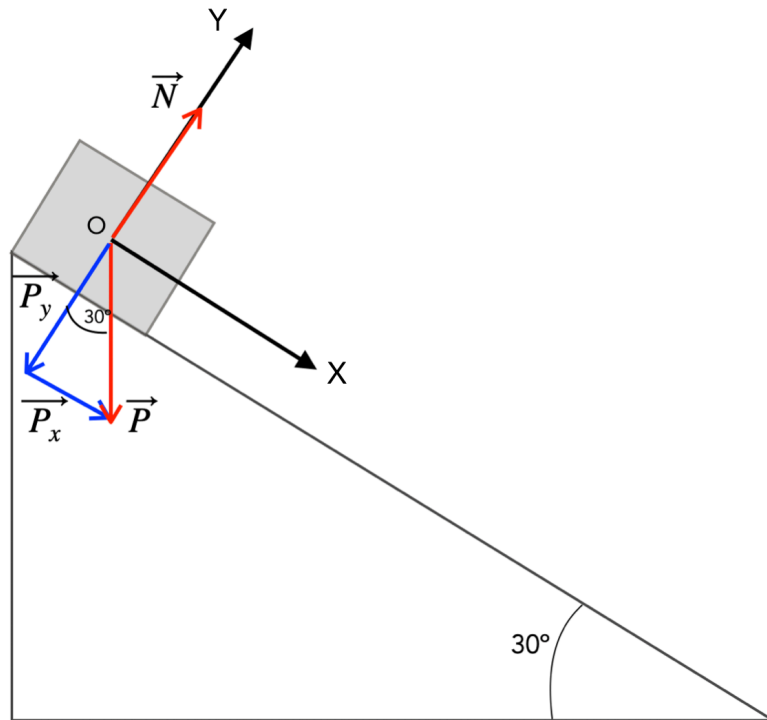
$$v_f = \sqrt{2gh} = 14 \text{ m/s}$$

Ejemplo: Dejamos caer un objeto desde lo alto de un plano inclinado de 30 grados y 10 metros de altura. Calcula la velocidad con la que llega a la base del plano del inclinado con:

a) Razonamientos dinámicos (segunda ley de Newton).

b) Razonamientos energéticos.

a) La situación es la que se muestra en el siguiente diagrama:



Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\begin{cases} (X) \, mg \sin 30 = m a \\ (Y) \, N - mg \cos 30 = 0 \end{cases}$$

Obtenemos la expresión de la aceleración despejando:

$$mg \sin 30 = m a \rightarrow a = \frac{mg \sin 30}{m} = g \sin 30 = 4,9 \text{ m/s}^2$$

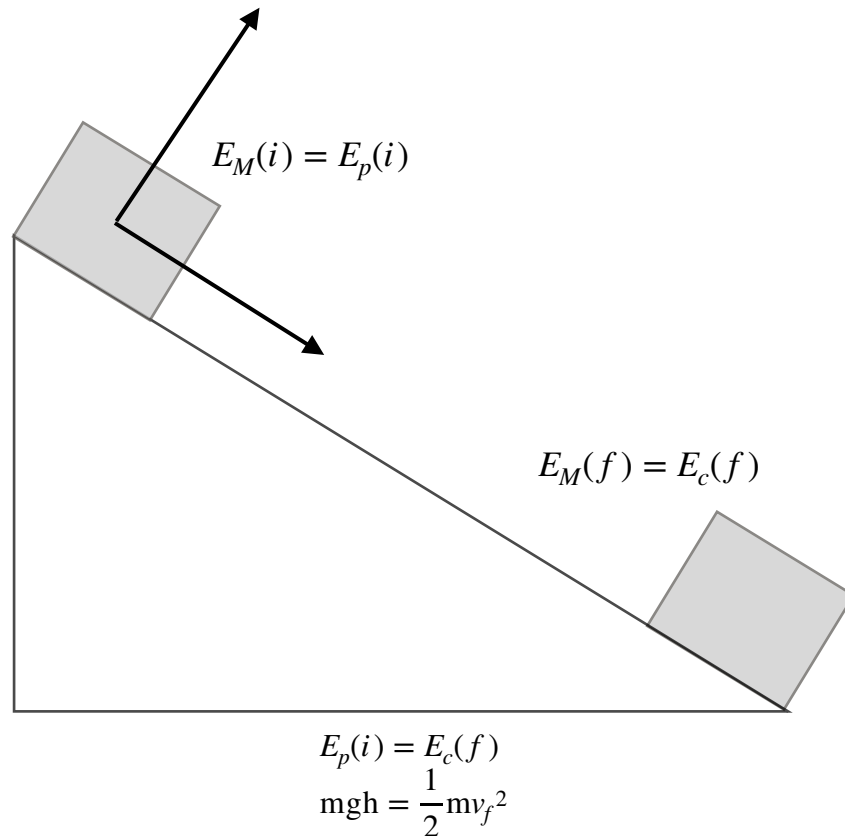
Para poder calcular la velocidad con la que llega a la base del plano necesitamos calcular la longitud del plano inclinado:

$$\text{sen}(30) = \frac{h}{l} \rightarrow l = \frac{h}{\text{sen}(30)} = 20 \text{ m}$$

Finalmente calculamos la velocidad utilizando la fórmula del cuadrado de la velocidad:

$$v^2 = 2al \rightarrow v^2 = 2g\text{sen}(30)l \rightarrow v = \sqrt{2g\text{sen}(30)l} = 14 \text{ m/s}$$

b) En este caso vamos a aplicar el principio de conservación de la energía mecánica entre el punto inicial y final:



Despejando la velocidad:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl\text{sen}(30)} = 14 \text{ m/s}$$

Cómo se puede ver la expresión analítica que tenemos coincide con la que habíamos obtenido utilizando razonamientos dinámicos.

8.2 Características de las fuerzas conservativas

Como hemos visto, son fuerzas conservativas aquellas bajo cuya acción se conserva la energía mecánica del sistema. Esta característica confiere a las fuerzas conservativas las siguientes propiedades:

1. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas solo **depende de la posición inicial y final** del cuerpo. Es independiente, por lo tanto, de la trayectoria.
2. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una **trayectoria cerrada** es cero.

9. Variación de la energía mecánica: Balance de energía

Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas la energía mecánica del cuerpo irá disminuyendo con el tiempo

9.1 Fuerza no conservativa y su relación con la energía mecánica

Fuerza no conservativa es aquella que **disipa energía** y que por lo tanto produce una **perdida de energía mecánica** del cuerpo sobre el que actúa

En este tema solo vamos a considerar una fuerza no conservativa: la **fuerza de rozamiento**.

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza de rozamiento la energía mecánica no se conserva y se cumple que la suma de la energía mecánica inicial con el trabajo (contribución negativa) nos dará el valor de la energía mecánica final del sistema:

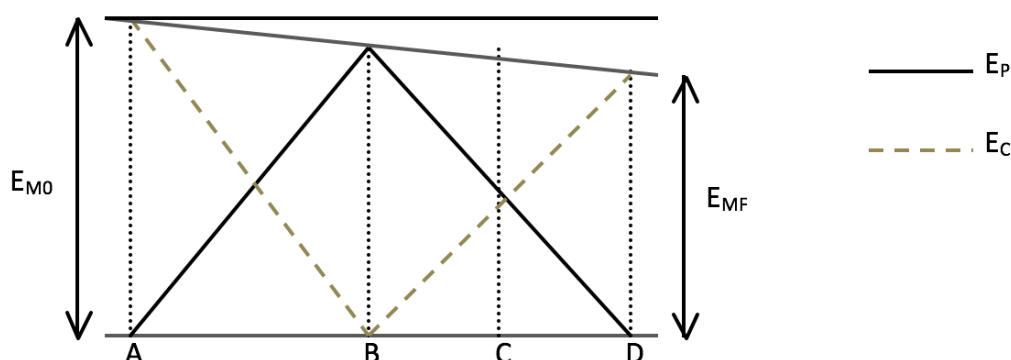
$$E_M(i) + W_{FR} = E_M(f)$$

Características fuerzas no conservativas

- Son fuerzas no conservativas todas las fuerzas de rozamiento ya que producen una pérdida de energía mecánica.
- Siempre realizan un trabajo negativo.
- La energía mecánica que disipan se pierde en forma de calor.

9.2 Análisis energético del movimiento de caída libre con rozamiento

Si consideramos el mismo ejemplo estudiado en el apartado 7.1 pero añadimos el efecto del rozamiento del aire, tenemos el siguiente diagrama de energía:



En este caso tenemos el mismo balance entre energía potencial y cinética que teníamos en el caso en el que despreciábamos el rozamiento. Sin embargo, en este caso la energía va disminuyendo gradualmente a medida que el objeto se mueve. Al final del trayecto tenemos una energía mecánica inferior a la inicial ($E_M(i) > E_M(f)$). Este hecho queda reflejado en la siguiente ecuación de **balance energético**:

$$E_M(i) + W_{F_R} = E_M(f)$$

La contribución negativa de la fuerza de rozamiento hace que la energía mecánica final sea menor que la inicial.

10. Potencia

Cuando una máquina realiza un trabajo, no solo interesa la cantidad de energía que produce, sino también el tiempo que tarda en hacerlo. Por este motivo, se establece una nueva magnitud física: la potencia (P). La potencia es el cociente entre el trabajo realizado (W) y el tiempo empleado (t):

$$P = \frac{W}{t}$$

La potencia mide la rapidez con la que se realiza un trabajo.

Unidades

En el sistema internacional la potencia se mide en vatios (W):

$$[W] = 1W = \frac{1J}{1s}$$

Un vatio es la potencia de una máquina que puede realizar un trabajo de un julio por segundo. También se suele medir la potencia en caballos de vapor (CV):

$$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$$

Relación entre la potencia y la velocidad

Cuando el resultado de las máquinas es producir movimiento resulta de utilidad expresar la potencia del motor en función de la velocidad a la que se desplaza:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times \Delta x}{t} = F \times v$$

Por lo tanto:

$$P = F \times v$$

Podemos conocer la potencia a partir de la fuerza desarrollada y la velocidad a la que se desplaza un móvil.

CUESTIONES TEÓRICAS

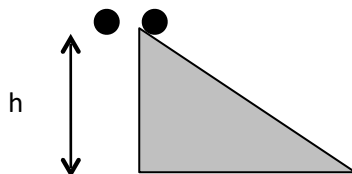
Preguntas generales

1. Explica cuando una fuerza produce un trabajo; escribe la expresión matemática del trabajo realizado por una fuerza, y di en qué casos ese trabajo será un trabajo motor, y en cuáles será un trabajo resistente.
2. ¿Realiza trabajo cualquier fuerza que actúa sobre un objeto en movimiento?
3. Cuando una fuerza realiza un trabajo sobre un objeto, la energía cinética de este siempre aumenta. ¿verdadero o falso? razona tu respuesta
4. ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza centrípeta sobre un cuerpo en movimiento circular uniforme?
5. Un paracaidista desciende hacia la tierra con velocidad constante. ¿Qué ocurre con se energía mecánica? ¿permanece constante? ¿y su energía total?
6. ¿Es posible ejercer una fuerza y al mismo tiempo no transferir energía?
7. Calcula el trabajo que realiza un deportista cuando:
 - a) Levanta una barra de 50 kg a una altura de 2 m.
 - b) Sostiene la carga de 50 kg a la misma altura durante 3 s
8. Explica qué es la energía cinética y calcula su expresión matemática a partir del trabajo que realiza un cuerpo (que parte del reposo) cuando se le aplica una fuerza de módulo **F** durante cierto tiempo **t**.
9. ¿Qué es la energía mecánica? ¿Se conserva siempre la energía mecánica? Justifica tu respuesta.
10. Desde lo más alto de un edificio de 6 m soltamos al mismo tiempo una piedra de 400 g y otra de 100 g.
 - a) ¿Qué tipo de energía poseen cuando están en la azotea? ¿Se podría decir cuál tiene más y calcularla? En el caso de que sea así haz el cálculo
 - b) ¿Al llegar al suelo que tipo de energía poseen? ¿Se podría decir cuál de las dos tiene más energía en ese momento? En el caso de que sea así haz el cálculo.
 - c) Sin hacer cálculos indica cuál llegará antes al suelo si no hay rozamiento apreciable y por qué.

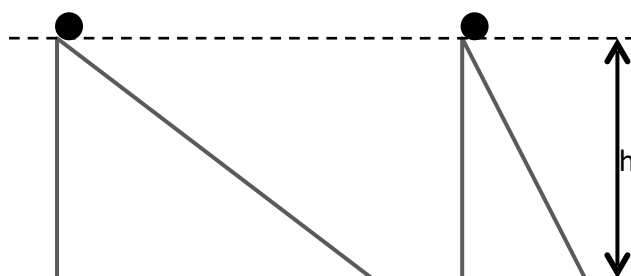
Conservación de la energía mecánica

11. Dos cuerpos iguales de 20 Kg de masa se encuentran a 10 m de altura (h), como se ve en la figura. Uno se deja caer verticalmente mientras que el otro cae por una rampa inclinada (sin

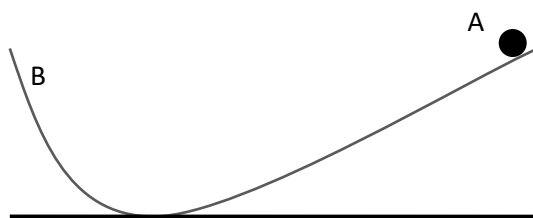
rozamiento apreciable) de longitud 15 m. Calcula la variación de energía potencial de los cuerpos desde que salen hasta que llegan al suelo. Utilizando conceptos energéticos, ¿podrías decir cuál de los dos llegará al suelo con mayor velocidad? ¿Cambiaría el resultado si la masa de uno fuese el doble de la masa del otro? Justifica tu respuesta.



- 12 Si dejamos caer estas dos bolas por los planos inclinados. ¿Cuál de las dos llegará con mayor velocidad al suelo? Razona tu respuesta



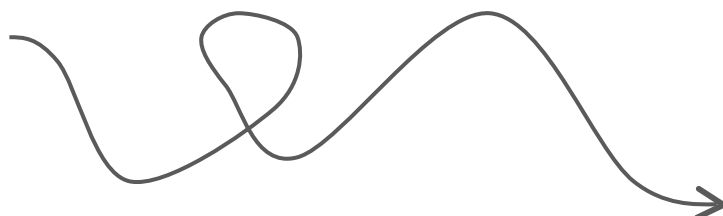
13. La bola negra desciende por el tobogán desde una altura de 2 m (A). Calcula con qué velocidad llegará hasta a la parte más baja y hasta que altura volverá a subir (B). Razonar la respuesta.



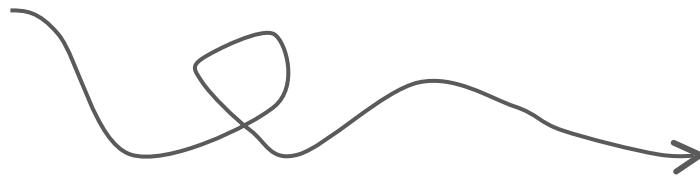
Responde a las dos preguntas anteriores suponiendo que entre la bola y la superficie existe rozamiento.

14. Indica el perfil de la montaña rusa que corresponde a cada situación:

A)



B)



c)



a) Real, b) Imposible, c) Teórica. Razona tu respuesta.

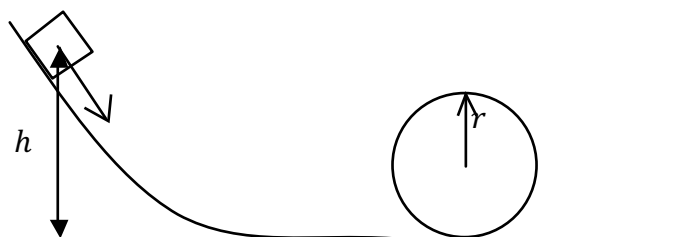
15. El trabajo realizado en una oscilación completa de un muelle desde la posición inicial A hasta la B y de nuevo A, siendo x la distancia entre A y B es:
- a) $2kx^2$
 - b) $4kx^2$
 - c) cero

16. Deduce haciendo uso del principio de conservación de la energía la altura que alcanza un cuerpo lanzado verticalmente con velocidad v_0 .

17. La Luna gira con velocidad constante alrededor de la Tierra debido a la fuerza de atracción gravitatoria que sobre la Luna ejerce nuestro planeta. Calcula el trabajo realizado por esta fuerza.

18. ¿Desde que altura mínima comparada con el radio r debemos dejar resbalar un cuerpo en la pista de la figura para que complete el rizo si suponemos que no hay fricción?

Sol: $5/2r$



19. Demuestra que si en el ejercicio anterior la caja logra pasar por el punto más alto del rizo de radio r con la velocidad mínima para no desplomarse, entonces su velocidad en el punto más bajo es $v = \sqrt{5gr}$

Balance de energía

- 20 Si un coche se mueve con velocidad v , y el coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo es μ , deduce a partir de las consideraciones energéticas una expresión para la distancia mínima en la que el vehículo se detiene.

-
21. Un cuerpo es lanzado con una velocidad v_0 desde la base de un plano inclinado de 45° . Si el coeficiente de rozamiento es μ demuestra que la altura hasta la que asciende viene dada por la expresión:

$$h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu)}$$

PROBLEMAS

Trabajo de una fuerza

1. Un esquimal tira de un trineo de 80 kg de masa con una fuerza de 180 N formando un ángulo de 20° con la horizontal. Calcula el trabajo realizado por el inuit para arrastrar el trineo 5m. Suponemos que parte del reposo y no existe rozamiento.

Sol: $W=845'7 \text{ J}$

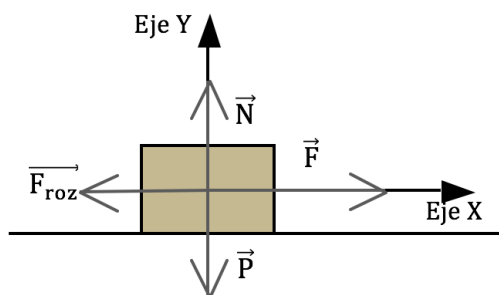
Trabajo de la fuerza de rozamiento

2. Calcula el trabajo de la fuerza de rozamiento que actúa sobre una caja de 0'75 kg de masa que se desplaza 0'8 m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0'4$) bajo la acción de una fuerza de 5N que forma 45 grados respecto a la horizontal.
3. Un coche de unos 500 kg viaja a 90 km/h. Percibe un obstáculo y frena a tope. Por las marcas del suelo se sabe que el espacio de frenada fue 125 m. ¿Cuánto valía la fuerza de rozamiento entre el coche y la carretera?
4. Mediante una cuerda queremos arrastrar un objeto de 100 kg por una superficie sin rozamiento. Si la fuerza aplicada es 10 N y el ángulo que forma la cuerda con la dirección del desplazamiento es 35° , calcula la velocidad que tendrá el cuerpo cuando lo hayamos desplazado 15 m.
5. Un vehículo de 1200 kg va a 108 km/h en una carretera horizontal, cuando se le para el motor. Si se detiene después de recorrer 180 m, calcula:
 - a) La aceleración media.
 - b) La fuerza media que le obliga a detenerse.
 - c) El trabajo realizado por esa fuerza.

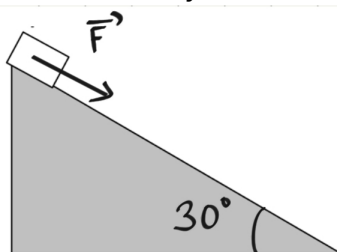
Sol: $2'5 \text{ m/s}^2$, 3000 N, -540000 J

Trabajo total

6. Una caja de 1 kg parte del reposo y se desplaza 2m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0,1$) bajo la acción de una fuerza de 10N tal y como se muestra en la siguiente figura:

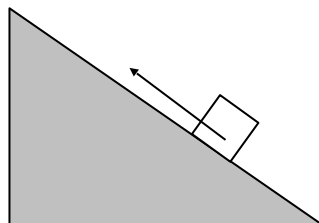


- a) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan sumando la contribución de cada una.
- b) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan a través de la variación de la energía cinética.
7. Una caja de 1 kg parte del reposo y se desplaza 2m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0,1$) bajo la acción de una fuerza de 10N que forma 30° con la horizontal.
- a) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan sumando la contribución de cada una.
- b) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan a través de la variación de la energía cinética.
8. Un bloque de masa 1 kg cae por un plano inclinado con un coeficiente de rozamiento 0,01, longitud de 10 metros y un ángulo de 30° . Sobre el bloque actúa una fuerza de 10N paralela a la superficie del plano inclinado tal y como se muestra en la figura:



Calcula:

- a) El trabajo total realizado sobre el cuerpo por todas las fuerzas sumando la contribución individual de cada una de ellas.
- b) El trabajo total realizado sobre el cuerpo por todas las fuerzas calculando el incremento de energía cinética ($W_T = \Delta E_c$)
9. Un cuerpo de 2 Kg asciende por el plano inclinado de 10° de la figura gracias a una fuerza de módulo $F = 40 \text{ N}$. Entendiendo que empieza su movimiento en el suelo y que no hay rozamiento apreciable calcula:
- a) El trabajo que realiza la fuerza F cuando el cuerpo se desplaza 5 m sobre la rampa.
- b) El trabajo total realizado sobre el cuerpo en ese mismo desplazamiento (Tendrás que calcular los trabajos realizados por todas las fuerzas que actúan sobre ese cuerpo) ¿Qué fuerza (o fuerzas) realizan un trabajo motor y cuál (o cuáles) un trabajo resistente?
- c) Sabiendo que parte del reposo ¿cuál es la velocidad del cuerpo tras recorrer esos 5 m? (el cálculo debe realizarse de dos formas: utilizando conceptos dinámicos y energéticos)



Trabajo de fuerzas conservativas

10. Calcula la energía que el peso le transfiere a un cuerpo de 10 kg que cae desde una altura de 10 m de dos formas:

a) Utilizando: $W_F = F \cdot \Delta y \cdot \cos \alpha$

b) Utilizando: $W_{F_c} = -\Delta E_p$

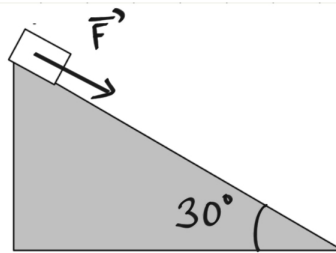
11. Determina la velocidad con la que pasa por el punto de equilibrio un cuerpo de 10 kg que se encuentra ensartado a un muelle con constante elástica $k=1\text{N/m}$. Inicialmente el muelle parte del reposo y se encuentra a 5 m de la posición de equilibrio del muelle.

12. Calcula la energía transferida (i.e trabajo) por el peso a un cuerpo de masa de 1 kg que cae desde una altura de 100 m de altura de dos formas distintas:

a) Utilizando la definición del trabajo de una fuerza ($W_F = F \times \Delta y \times \cos(\alpha)$)

b) Utilizando la relación entre el trabajo de una fuerza conservativa y la energía potencial ($W_{F_c} = -\Delta E_p$)

13. Un bloque de masa 1 kg cae por un plano inclinado con un coeficiente de rozamiento 0,01, longitud de 10 metros y un ángulo de 30° . Sobre el bloque actúa una fuerza de 10N paralela a la superficie del plano inclinado tal y como se muestra en la figura:



Calcula el trabajo realizado por el peso utilizando su relación con la energía potencial ($W_{F_c} = -\Delta E_p$)

14. Se deja caer un objeto de 2 kg desde 100 m de altura. Calcula:

a) Su energía potencial inicial.

b) Su energía potencial cuando se encuentra a 50 m del suelo.

c) Su velocidad y su energía cinética a 50 m de altura.

d) La suma de ambas energías a esa altura.

e) ¿Qué conclusión obtienes?

15. Al calibrar un muelle, observamos que si se cuelga una masa de 500 g, se estira 5 cm. ¿Cual será su energía potencial elástica cuando lo estiremos 10 cm?

16. Un muelle de constante recuperadora $k = 5 \text{ N/m}$ es comprimido hasta que su elongación es $\Delta x = 40 \text{ cm}$. ¿Cuánto vale su energía potencial elástica? Si ahora soltamos el muelle, ¿qué trabajo realizará hasta volver a su estado de equilibrio?

Sol: 0'4 J, 0'4 J.

17. Mediante un resorte vertical queremos impulsar un cuerpo de 2 kg para que alcance una altura de 5 m. Si la constante recuperadora del muelle vale $k = 10 \text{ N/m}$, ¿cuánto tendremos que comprimir el resorte para conseguirlo?

Sol: 4'43 m.

18. Un cuerpo de 0,5 kilogramos de masa se deja caer (sin rozamiento) desde una altura de 2 metros sobre un pequeño resorte vertical sujeto al suelo y cuya constante es $K = 200 \text{ N/m}$. Calcula la máxima deformación del resorte (*mediante razonamientos energéticos*)

Conservación de la energía

19. Desde lo alto de un plano inclinado de longitud 5 metros sin rozamiento de ángulo 30° se deja caer un objeto con una velocidad de 2 m/s.

a) Calcula la velocidad con la que llega a la base del plano del inclinado utilizando conceptos **dinámicos y cinemáticos**.

a1) Realiza un dibujo representando las fuerzas que actúan sobre el objeto y el sistema de referencia empleado.

a2) Plantea la segunda ley de Newton.

a3) Calcula la velocidad al final del plano.

b) Calcula la velocidad con la que llega a la base del plano del inclinado utilizando **conceptos energéticos**.

20. Dejamos caer un objeto desde lo alto de un plano inclinado de 45 grados y 5 metros de altura. Calcula la velocidad con la que llega a la base del plano del inclinado con:

a) Razonamientos dinámicos (segunda ley de Newton).

b) Razonamientos energéticos.

21. Desde la parte mas alta (altura 5 metros) de un plano inclinado sin rozamiento de ángulo 30° se deja caer un objeto. Calcula la velocidad con la que llega el objeto a la base del plano:

a) Utilizando métodos dinámicos y cinemáticos.

b) Utilizando métodos energéticos.

22. Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad de 20 m/s. Calcula la altura máxima que alcanzará el objeto:

a) Utilizando métodos dinámicos y cinemáticos.

b) Utilizando métodos energéticos.

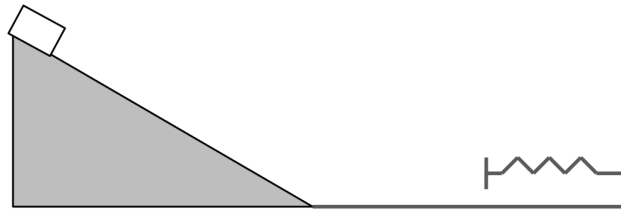
23. Desde la base de un plano inclinado (desde el suelo) sin rozamiento de ángulo 30° se lanza hacia arriba un objeto con una velocidad de 2 m/s. Calcula la altura máxima y la longitud recorrida sobre el plano inclinado:

a) Utilizando métodos dinámicos y cinemáticos.

b) Utilizando métodos energéticos.

24. Desde la parte mas alta de un plano inclinado sin rozamiento de 30° con la horizontal dejamos caer una caja de 500 g a la que se imprime una velocidad de 1 m/s. La longitud

del plano inclinado es de 2 m. En el plano horizontal se encuentra un muelle con constante $k=200 \text{ N/m}$.



Calcula:

- a) La velocidad con la que llega la bola a la base del plano inclinado utilizando razonamientos energéticos.
- b) Cuanto se comprimirá el muelle utilizando razonamientos energéticos.

25. En una montaña rusa, la altura de uno de los picos es de 15 m y del siguiente es de 10 m. Cuando el vagón pasa por el primer pico, la velocidad que lleva es 5 m/s. Si la masa del vagón más la de los pasajeros es de 500 kg. Calcula:

- a) La velocidad del vagón en el segundo pico en el caso que no haya rozamiento.
- b) La velocidad que alcanza el vagón cuando la altura es cero.
- c) La altura máxima que podrá alcanzar el vagón en esa montaña rusa.

Dato: Suponer que no existe rozamiento en todo el trayecto.

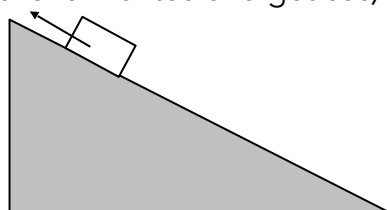
26. Calcula, utilizando el principio de conservación de la energía mecánica, la altura máxima alcanzada por una piedra lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 5 m/s. ¿Cuál es la velocidad de la piedra en la mitad de su recorrido? (Realiza los cálculos de dos maneras diferentes. Utilizando razonamientos cinemáticos y energéticos).

27. Desde una altura de 100 m se deja caer una pelota de tenis de 58 g.

- a) ¿Cuánto valdrá su energía potencial en el punto más alto?
- b) ¿Cuál será su velocidad en el punto medio del recorrido?
- c) ¿Con qué velocidad llegará al suelo?
- d) ¿Cuánto valdrá su energía cinética al llegar al suelo?

28. Un cuerpo de 80 Kg. desciende por un plan inclinado de 70° en el que no existe rozamiento a pesar de que existe una Fuerza de módulo $F = 150 \text{ N}$ que tira de él hacia arriba. Calcula:

- a) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas a las que está sometido el cuerpo cuando se desplaza 8 m.
- b) El trabajo total realizado sobre el cuerpo. Identifica qué fuerza realiza el trabajo motor y cuál el resistente y explica por qué
- c) Teniendo en cuenta que parte del reposo, calcula la velocidad que lleva tras recorrer esos 8 metros en la rampa (utilizar razonamientos energéticos)



29. Desde la parte más alta de un plano inclinado 25° con la horizontal dejamos caer por su pendiente una bola de 2 kg. Si la altura del plano es $h = 3$ m y no existe rozamiento entre el cuerpo y la superficie, calcula:

- a) El trabajo de la fuerza gravitatoria durante el descenso.
- b) La velocidad de la bola cuando ha recorrido 1 m sobre el plano.

Sol: 58,8 J, 2,9 m/s

30. En un punto de una montaña rusa situado a 20 m de altura el tren lleva una velocidad de 30 km/h.

- a) ¿Hasta que altura máxima podrá ascender el tren?
- b) ¿Qué velocidad llevará cuando pase por el siguiente pico situado a 10 m de altura?
- c) ¿Cuál será la velocidad al final del recorrido a cero metros de altura?

31. Un arquero situado en una terraza a 20 m de altura lanza una flecha a 100 km/h formando un ángulo de 45° sobre la horizontal. Aplicando el principio de conservación de la energía y suponiendo que no hay rozamiento con el aire:

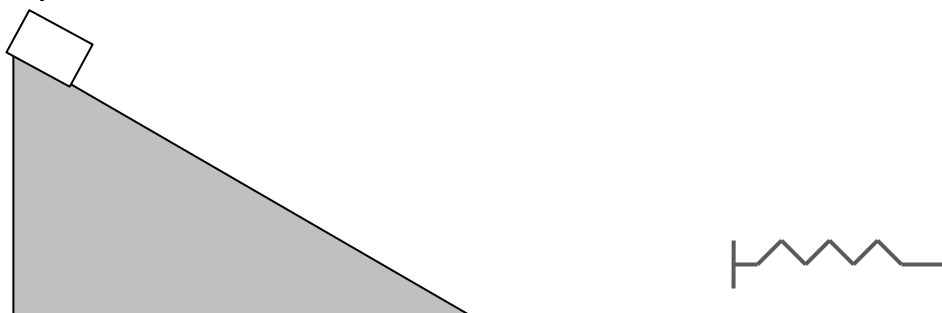
- a) ¿Con que velocidad llegará la flecha hasta el suelo?
- b) ¿Tiene alguna influencia el ángulo de lanzamiento sobre la velocidad? explica tu respuesta.

32. Un cuerpo de 0'5 kg de masa se deja caer desde una altura de 1 m sobre un pequeño resorte vertical sujeto al suelo y cuya constante elástica es $k = 2000$ N/m. Calcula la deformación máxima del resorte.

33. Desde lo alto de un plano inclinado de 2 m de longitud y 30° de inclinación se deja resbalar un cuerpo de 500 g al que se imprime una velocidad de 1 m/s. Supongamos que no existe rozamiento:

- a) ¿Con que velocidad llega a la base del plano?
- b) Si al llegar a la superficie plana choca contra un muelle de constante $k = 200$ N/m, ¿Qué distancia se comprimirá el muelle?

Sol: 4'54 m/s, 22'6 cm



34. Desde lo alto de un plano inclinado de 2 m de longitud y 30° de inclinación se deja resbalar un cuerpo de 500 g al que se imprime una velocidad inicial de 1 m/s. Supongamos que no existe fricción en todo el recorrido:

- a) ¿Con qué velocidad llega a la base del plano?

b) Si al llegar a la superficie plana choca contra un muelle de constante $k=200 \text{ N/m}$, ¿qué distancia comprimirá el muelle?

Sol: 4'54 m/s; 22'6 cm.

35. En una montaña rusa, la altura de uno de los picos es de 15 m y del siguiente es de 10 m. Cuando el vagón pasa por el primero, la velocidad que lleva es 5 m/s. Si la masa del vagón más la de los pasajeros es de 500 kg. Calcula:

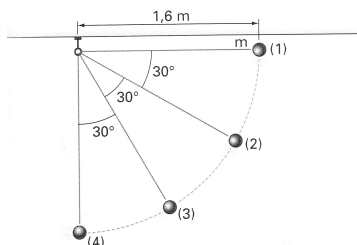
a) La velocidad del vagón en el segundo pico en el caso que no haya rozamiento.

b) Si la velocidad real con la que pasa por el segundo pico es de 8 m/s, ¿Cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento?

Sol: 11'1 m/s; -14775 J.

36. Un péndulo de 1'6 m de longitud se deja caer desde la posición (1). Considerando que no hay rozamiento, calcula la velocidad del péndulo en las posiciones (2), (3) y (4). ¿Cuál es la energía cinética y cuál la energía potencial en (2) y (3) si $m=100 \text{ g}$?

Sol: 4 m/s, 5'2 m/s, 5'6 m/s, 0'8 J; 1'35 J.



37. En un punto de una montaña rusa situado a 20 m de altura el tren lleva una velocidad de 30 km/h.

a) ¿Hasta que altura máxima podrá ascender el tren?

b) ¿Qué velocidad llevará cuando pase por el siguiente pico situado a 10 m de altura?

c) ¿Cuál será la velocidad al final del recorrido a cero metros de altura?

38. Un péndulo de 1 m de longitud se desplaza 40° respecto de la vertical y desde ese punto se suelta. Si en un punto de la vertical se interpone un clavo a cierta distancia d bajo el punto de sujeción, determina el ángulo de separación θ respecto de la vertical cuando llega al otro extremo, si:

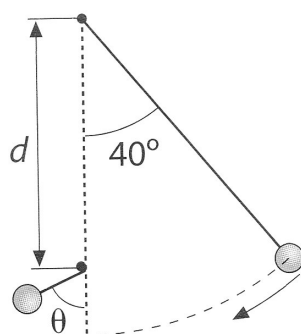
a) $d=20 \text{ cm}$

b) $d=50 \text{ cm}$

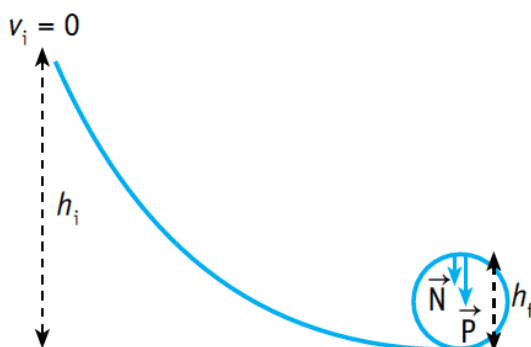
c) $d=76'6 \text{ cm}$

d) $d=80 \text{ cm}$

Sol: 45° ; $57'8^\circ$; 90° ; $99'8^\circ$



39. Un pequeño cuerpo de 1 kg riza el rizo en una pista circular vertical de 1m de radio. Calcula la mínima energía cinética que debe tener en el punto más alto del trayecto circular del rizo y la altura mínima desde la que se debe dejar caer para que describa el rizo. No hay rozamiento.



Sol: 4,9J, 2,5m

Balance de energía

40. Un coche se mueve con una velocidad de 30 m/s. El coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo vale 0'5. ¿Qué distancia recorrerá hasta pararse?

Sol: 91'8 m.

41. La fuerza de fricción entre las ruedas de un coche de 1300 kg y el suelo es de 220 N. Si el coche lleva una velocidad inicial de 110 km/h y se deja en punto muerto. ¿Qué distancia recorrerá hasta detenerse por completo?. Resuelve el problema por métodos energéticos y dinámicos y comprueba que salen los mismos resultados.

42. Se deja caer una caja de 7,4 kg de masa por un plano inclinado desde una altura inicial de 9 m. La caja esta sometida a una fuerza de rozamiento de 6'66 N y recorre una distancia de 18 m hasta llegar a la base del plano. Calcula su velocidad final.

Sol: 12 m/s

43. Un bloque de 3 kg situado a 4 m de altura se deja resbalar por una rampa curva lisa sin rozamiento. Cuando llega al suelo, recorre 10 m sobre una superficie horizontal rugosa hasta que se para. Calcula:

- La velocidad con la que llega el bloque a la superficie horizontal.
- El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.
- El coeficiente de rozamiento con la superficie horizontal.

Sol: 8'85 m/s; -117'6 J; 0'4

44. ¿Cuánto se comprimirá un muelle de constante $k = 500 \text{ N/m}$ si lo situamos a 4 m del final de la rampa del ejercicio anterior?

Sol: 50 cm

45. Un cuerpo de 375 g está en contacto con un muelle de constante 400 N/m comprimido una longitud de 5 cm.

a) Si el muelle se coloca en posición vertical, si el cuerpo queda inicialmente a 10 cm de altura. En caso de soltar el muelle, ¿qué altura máxima alcanza el cuerpo?

b) Si se coloca horizontalmente sobre una mesa que presenta un coeficiente de rozamiento de 0'20, ¿Qué distancia recorre el cuerpo sobre la mesa una vez dejado en libertad?

Sol: $h = 24 \text{ cm}$; $d = 0'68 \text{ m}$

46. Un trineo de masa 20 Kg, se desliza colina abajo desde una altura de 20 metros. El trineo parte del reposo y tiene una velocidad de 16 m/s al llegar al final de la pendiente. Estudia si ha perdido energía y en tal caso explica a qué ha sido debida esa pérdida, y la cantidad perdida. ¿Cuál es el trabajo total que se ha realizado sobre el trineo? ¿Se puede aplicar el principio de conservación de la energía mecánica en este caso? ¿Por qué?

47. Una pelota de 300 g cae desde 8 m de altura, llega al suelo y rebota hasta una altura de 6 m. Calcula la energía mecánica inicial y final (a esas alturas) de la pelota ¿Son iguales? En el caso de que **no** sean iguales explica el porqué.

48. El botafumeiro es un gran péndulo que se encuentra en la catedral de Santiago de Compostela. Al ser movido por ocho tiraboleiros asciende 25 m de altura, alcanzando una velocidad máxima de 70 km/h.

a) Comprueba si la velocidad teórica coincide con la máxima.

b) En caso contrario, explica las posibles causas.

49. Una bola de plomo cuya masa es de 20 g ha sido lanzada verticalmente hacia arriba a la velocidad inicial de 100 m/s. Si al subir se disipa el 20% de su energía inicial, ¿qué altura máxima alcanzará?

Sol: 408'16 m.

50. Una bola de acero se deja caer desde 2 m de altura sobre un firme horizontal y pulido, y rebota hasta 1,60 m. Calcula la energía mecánica disipada si la masa de la bola es de 10 g y explica cómo se transforma esa energía.

Sol: 0'0392 J

51. Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

a) ¿Cuál es la velocidad máxima que puedes alcanzar en una montaña rusa al descender 50 m de altura?

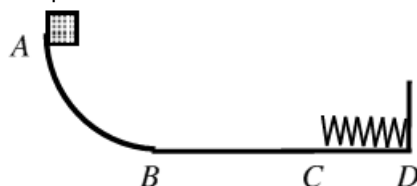
b) ¿Qué velocidad alcanzará a 10 m de altura?

c) Si pierde un 25 % de la energía inicial al llegar al final de su recorrido, ¿cuál será la velocidad final?

52. Situado sobre una mesa se encuentra un objeto de 2'5 kg sujeto a un muelle de constante $k=300 \text{ N/m}$. El muelle se estira 15 cm y se suelta. Si entre el objeto y la mesa existe rozamiento de coeficiente 0'35 , ¿Qué velocidad lleva el objeto cuando pasa por la posición $x=0 \text{ cm}$?

Sol: 1'3 m/s

53. Un bloque de 10 kg se suelta desde el punto A sobre un carril ABCD como se indica en la figura. El carril no presenta fricción en ninguna parte salvo en el tramo BC de longitud 6 m. Si la constante del muelle es de 2250 N/m y lo comprime 0.3 m desde la posición de equilibrio hasta la posición de reposo momentáneo



Determinar:

- a) El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie rugosa.

Si repetimos la experiencia colocando en el extremo libre del muelle una plataforma de 1 kg y el choque entre ésta y el bloque es perfectamente inelástico

- b) ¿cuánto se comprimirá el muelle?

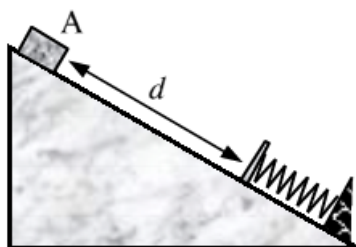
- c) ¿Cuál sería la máxima compresión del muelle con su plataforma si la superficie que se encuentra bajo él fuese rugosa y de la misma naturaleza que el tramo BC?

54. El cuerpo A de la figura tiene una masa de 2 kg. Partiendo del reposo resbala $d = 4 \text{ m}$ sobre un plano inclinado $\theta = 30^\circ$ con la horizontal hasta que choca con un muelle cuyo extremo está fijo al final del plano.

- a) Si la cte. del muelle es $k = 100 \text{ N/m}$ calcular la máxima deformación y la posición a la que volvería el cuerpo A al estirarse de nuevo el muelle si no hubiese rozamiento.

- b) ¿Cuál hubiese sido el resultado si el coeficiente de rozamiento cinético $\mu_{\text{cin.}}$ es 0.25?

- c) En este último caso ¿qué coeficiente de rozamiento estático impediría el estiramiento posterior del muelle?



Sol: a) 0,989m, 4m; b) 0,725m; c) 1,14m; 3,69

Potencia

55. a) Una persona tarda media hora en cargar una furgoneta subiendo 20 sacos de 50 Kg cada uno hasta una altura de 0,7 metros. Calcula la potencia desarrollada.

-
- b) Si la intensidad de la radiación solar media de un punto de nuestra geografía es de 2960 W/m^2 , calcula la energía que tomará un panel solar de $1,50 \text{ m}^2$ durante 5 h, si se aprovecha el 80%. Escribe esa energía también en Kwh
56. Calcula el trabajo que realiza el motor de una atracción de caída libre cuando sube un ascensor de 1500 kg con cuatro pasajeros de 50 kg hasta una altura de 60 m.
- a) ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor si tarda 20 s en subir? (Exprésala en W y CV)
- b) ¿Cuánto vale el trabajo realizado para mantener el ascensor a 60 m durante diez segundos?
57. El motor de un coche deportivo lleva la indicación de 300 CV.
- a) Expresa su potencia en vatios y en kilo vatios.
- b) ¿Qué trabajo realiza para funcionar diez minutos?
- c) ¿Cuánto tiempo tardará en consumir 10^9 J ?
58. Calcula el trabajo realizado y la potencia desarrollada por las piernas de un estudiante de 55 kg que sube por una escalera hasta una altura de 20 m en medio minuto
59. Calcula el trabajo y la potencia que realiza un deportista cuando:
- a) Levanta una carga de 10 kg a una altura de 2 m en un tiempo de 2 s.
- b) Sostiene la carga de 10 kg durante 4 s.