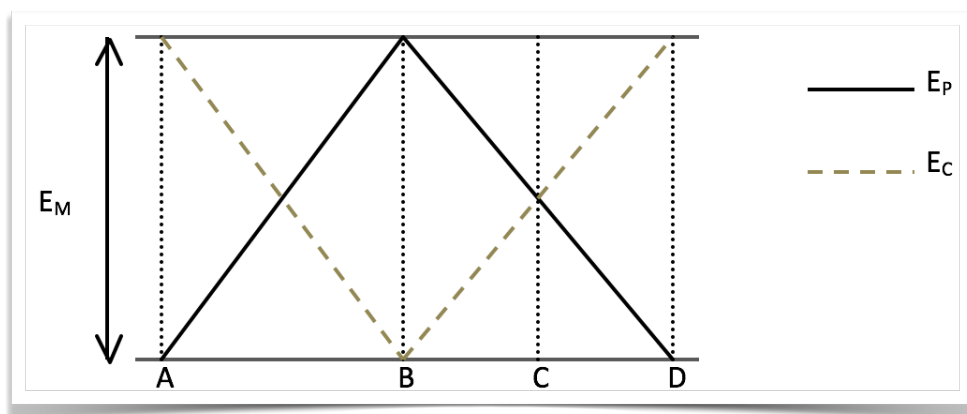


T.4. TRABAJO Y ENERGÍA



1. Energía	3
1.1 Definición	3
1.2 Unidades	3
1.3 Energía mecánica	3
1.4 Tipos de energía	4
1.5 Propiedades de la energía	5
1.6 Como se transfiere la energía	5
2. Trabajo mecánico producido por una fuerza	6
3. Trabajo total: trabajo producido por varias fuerzas	7
4. Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento	7
5. Trabajo total: relación con la energía cinética	8
6. Trabajo motor y resistente	10
7. Trabajo producido por una fuerza conservativa: relación con la energía potencial	11
7.1 Fuerza conservativa	11
7.2 Relación del trabajo con la energía potencial	11
8. Principio de conservación de la energía mecánica	14
8.1 Análisis energético del movimiento de caída libre	14
8.2 Características de las fuerzas conservativas	17
9. Variación de la energía mecánica: Balance de energía	19
9.1 Fuerza no conservativa y su relación con la energía mecánica	19
9.2 Análisis energético del movimiento de caída libre con rozamiento	19
10. Potencia	21

CUESTIONES TEÓRICAS	22
Trabajo	22
Energía potencial	23
Conservación de la energía mecánica y fuerzas conservativas	23
Fuerzas no conservativas. Disipación de energía	28
Potencia	29
PROBLEMAS	30
Trabajo	30
Energía potencial	31
Fuerzas conservativas y conservación de la energía	32
Disipación de energía	35
Potencia	41

1. Energía

1.1 Definición

El término energía tiene diversas acepciones y definiciones. En general podemos definir la energía como:

Capacidad para producir transformaciones o cambios

Los cambios pueden ser de distinta índole. Por ejemplo, cambios en la velocidad de un objeto o cambios en la temperatura de un objeto.

En el universo no existe ningún proceso físico, químico o biológico en el que no se produzcan intercambios energéticos. De ahí proviene la importancia de este concepto físico.

1.2 Unidades

En el sistema internacional la energía se mide en **Julios ([E]=J)**. Podemos definir un Julio como:

Energía que tiene un cuerpo de 1 kg que se mueve a una velocidad de 1 m/s

También se suele medir la energía en calorías (1 cal=4'18 J)

1.3 Energía mecánica

Es la energía que se encuentra ligada a la posición y velocidad de los cuerpos

La **energía mecánica** de un cuerpo es la suma de sus energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p$$

Energía cinética (E_c)

Es la energía que tienen los cuerpos por encontrarse en movimiento

Su valor depende de la masa del cuerpo (m) y de su velocidad (v):

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Energía potencial (E_p)

Es la energía que tienen los cuerpos por ocupar una determinada posición en el espacio

Vamos a distinguir en este tema dos tipos de energía potencial:

-Energía potencial gravitatoria: Es la energía que tienen los cuerpos por encontrarse a una determinada altura sobre la superficie terrestre. Su valor depende de la masa del

cuerpo (m), de la aceleración de la gravedad (g) y de la altura a la que se encuentra sobre la superficie del suelo (h):

$$E_p = mgh$$

-Energía potencial elástica: Es la energía que tienen los cuerpos ligados a un muelle que se encuentra comprimido o estirado respecto a su longitud natural. Su valor depende de la constante elástica del cuerpo (k) y de la deformación (Δx):

$$E_p = \frac{1}{2} k(\Delta x)^2$$

1.4 Tipos de energía

Tipo de energía	Fuerzas implicadas o forma de almacenamiento
Mecánica	Energía cinética: Asociada al movimiento de los cuerpos o sistemas Energía potencial: Asociada a las fuerzas mecánicas: gravitatoria y elástica
Electromagnética	Energía de la corriente eléctrica y del campo electromagnético Asociada a las fuerzas eléctrica y magnética
Luminosa o radiante	Asociada al transporte de la radiación electromagnética Energía de la luz visible y no visible
Térmica	Asociada a la agitación interna molecular Asociada al concepto de temperatura
Química	Energía de los enlaces químicos Aparece en las reacciones químicas
Nuclear	Energía de cohesión interna de los núcleos Aparece en las reacciones nucleares

1.5 Propiedades de la energía

-**La energía se transforma.** Cuando dejamos caer un cuerpo desde cierta altura su energía potencial se transforma en cinética y aumenta su velocidad.

-**La energía se transfiere de unos cuerpos a otros.** El Sol transfiere energía radiante a la Tierra.

-**La energía se puede almacenar y transportar.** La energía eléctrica se puede almacenar en pilas y transportar a través del tendido eléctrico.

-**La energía se degrada.** Cuando dejamos botar un balón de baloncesto parte de la energía se pierde en forma de calor (se degrada), por este motivo el bote cada vez es menor hasta que se para.

-**La energía se conserva.** En cada transformación la cantidad de energía total se conserva. En la cantidad total de energía tenemos que incluir la energía que se degrada en forma de calor.

1.6 Como se transfiere la energía

Cuando dos cuerpos intercambian energía sólo lo pueden hacer de dos maneras:

- De forma mecánica mediante la realización de un **trabajo**.
- De forma térmica, mediante el intercambio de **calor**.

Tanto el calor como el trabajo son dos formas de intercambiar energía:

-Dos cuerpos intercambian energía en forma de trabajo cuando uno ejerce una fuerza sobre otro que produce un desplazamiento.

-Dos cuerpos intercambian energía en forma de calor cuando están a distinta temperatura.

2. Trabajo mecánico producido por una fuerza

Es la energía que una fuerza transfiere a un cuerpo provocándole un desplazamiento

El trabajo mecánico producido por una fuerza (W_F) viene dado por:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\Delta r \cos \alpha$$

Donde:

- \vec{F} es la fuerza aplicada sobre el objeto.

- $\Delta\vec{r}$ es el desplazamiento del objeto.

- α es el ángulo formado entre la fuerza y el desplazamiento

Es importante que entendamos que el trabajo mecánico es una transferencia de energía producida por una fuerza.

Atendiendo a la definición anterior:

Un **julio** se puede definir también como el trabajo que realiza una fuerza de 1 N aplicada en la dirección del movimiento para producir el desplazamiento de 1 m:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N } 1 \text{ m}$$

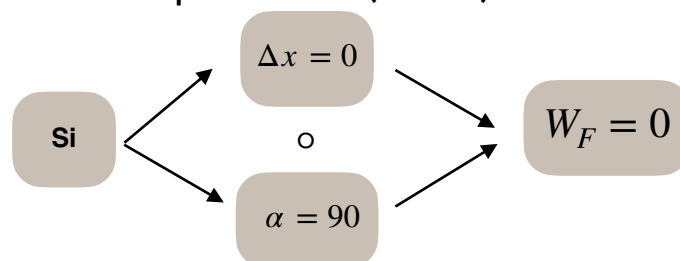


Consecuencias

Según la definición anterior hay que destacar que **el trabajo mecánico producido por una fuerza es cero** si:

-No hay desplazamiento producido por la fuerza ($\Delta x = 0$).

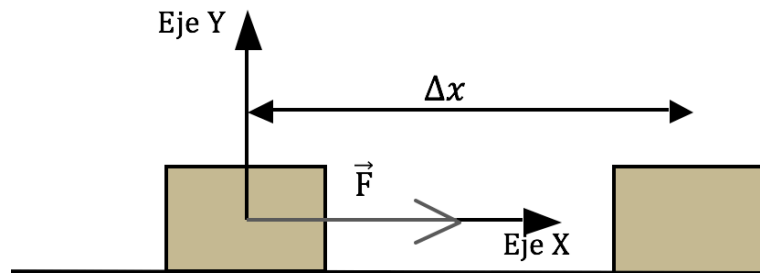
-La fuerza es perpendicular al desplazamiento ($\alpha = 90$).



En las **condiciones anteriores** la fuerza no transfiere energía al objeto.

Fuerza paralela a la dirección de desplazamiento

Supongamos que aplicamos una fuerza (\vec{F}) que provoca un desplazamiento horizontal (Δx) sobre un objeto:

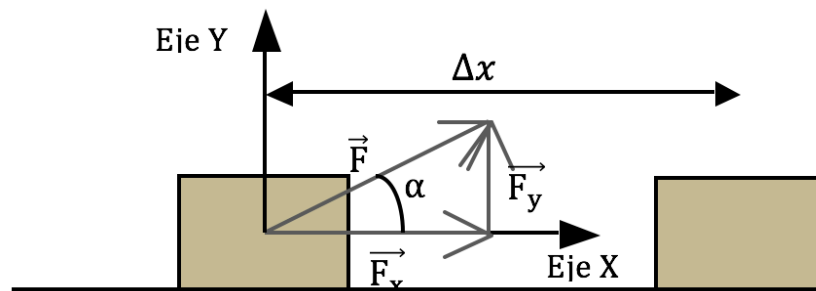


Matemáticamente el trabajo realizado (W) se calcula multiplicando el módulo de la fuerza aplicada (F) por el módulo del vector desplazamiento (Δx):

$$W_F = F \cdot \Delta x$$

Fuerza no paralela a la dirección de desplazamiento

Este es el caso general ya que la fuerza aplicada sobre el objeto puede estar orientada en cualquier dirección. Supongamos que la fuerza aplicada forma un ángulo α con la horizontal:



En este caso la fuerza aplicada no está orientada en la dirección del desplazamiento. Tal y como hemos visto en este caso:

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos(\alpha)$$

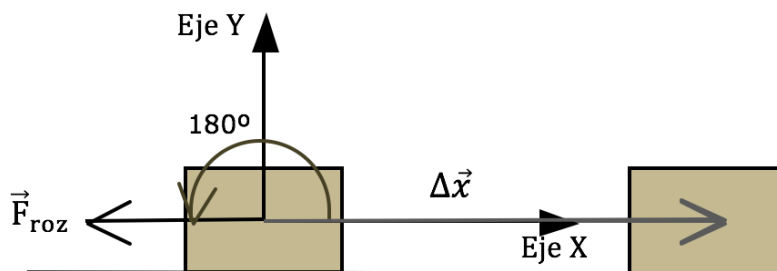
3. Trabajo total: trabajo producido por varias fuerzas

En el caso de que tengamos varias fuerzas actuando sobre un objeto podemos calcular el trabajo total como la suma de los trabajos individuales de cada una de las fuerzas:

$$W_T = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r} = F_{\text{resultante}} \Delta r \cos \alpha$$

4. Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

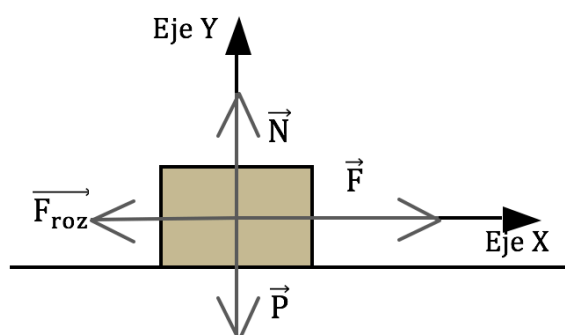
La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento. Por lo tanto, forma un ángulo de 180° con el desplazamiento:



Siempre se cumple que el trabajo ejercido por la fuerza de rozamiento es negativo:

$$W_{\text{roz}} = F_{\text{roz}} \cos 180^\circ \times \Delta x = -F_{\text{roz}} \times \Delta x$$

Ejemplo: Calcula el trabajo de la fuerza de rozamiento que actúa sobre una caja de 0'75 kg de masa que se desplaza 0'8 m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0'4$) bajo la acción de una fuerza de 5 N tal y como se muestra en la siguiente figura:



El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{F_{\text{roz}}} = F_{\text{roz}} \Delta x \cos \alpha = \mu N \Delta x \cos 180 = \mu mg \Delta x \cos 180 = 0'4 \times 0'75 \text{ N} \times 0'8 \text{ m} \times (-1) = -2'35 \text{ J}$$

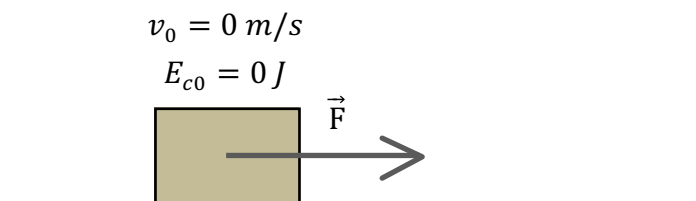
5. Trabajo total: relación con la energía cinética

El trabajo es el modo en que los cuerpos intercambian energía cuando existe una fuerza que provoca un desplazamiento. Por tanto, siempre que se realiza un trabajo sobre un cuerpo varía su energía mecánica.

Para demostrarlo vamos a suponer la siguiente situación, tenemos un cuerpo que parte del reposo sobre el que actúa una fuerza constante:



Al aplicar la fuerza el cuerpo se mueve y adquiere cierta velocidad siendo su energía cinética distinta de cero:



Si calculamos el trabajo que realiza la fuerza sobre el cuerpo:

$$W_F = F \Delta x \cos 0 = ma \Delta x$$

Como la fuerza es constante la aceleración también lo es y el cuerpo realiza un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Utilizando las ecuaciones de la posición y velocidad para este caso ($v_0 = 0 \text{ m/s}$):

$$v = a \times t \rightarrow a = \frac{v}{t}$$

$$x = x_0 + \frac{a \times t^2}{2} \rightarrow \Delta x = \frac{a \times t^2}{2}$$

Si sustituimos en la segunda ecuación la aceleración por el valor obtenido ($a = \frac{v}{t}$):

$$\Delta x = \frac{\frac{v}{t} \times t^2}{2} = \frac{v \times t}{2}$$

Si sustituimos en la fórmula del trabajo los valores obtenidos para el desplazamiento ($\Delta x = \frac{v \times t}{2}$) y la aceleración ($a = \frac{v}{t}$) obtenemos:

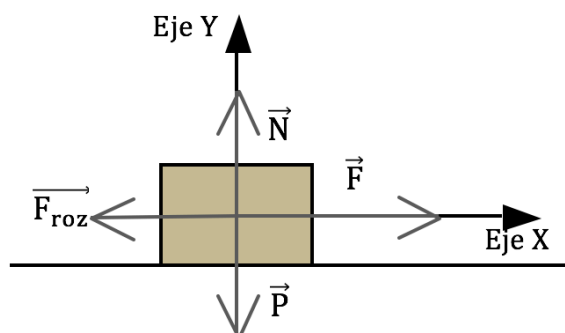
$$W_F = ma \Delta x = m \left(\frac{v}{t} \right) \left(\frac{v \times t}{2} \right) = \frac{1}{2} mv^2$$

Por lo tanto el trabajo coincide con la energía cinética que adquiere el cuerpo. Si el cuerpo no partiera del reposo, la fuerza se emplea en aumentar su energía cinética inicial:

$$W_T = \Delta E_c = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

Esta expresión es general, cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza que le provoca un desplazamiento en su misma dirección, el trabajo desarrollado coincide con la variación de energía cinética que experimenta el cuerpo.

Ejemplo: Una caja de 0'75 kg parte del reposo y se desplaza 0'8 m en una superficie con rozamiento ($\mu = 0'4$) bajo la acción de una fuerza de 5 N tal y como se muestra en la siguiente figura:



a) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan sumando la contribución de cada una.

b) Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan a través de la variación de la energía cinética.

a) El trabajo total es la suma del trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre la caja:

$$W_T = W_F + W_{F_{roz}} + W_N + W_P$$

Vamos a calcular el valor del trabajo realizado por cada fuerza:

$$W_F = F \Delta x \cos \alpha = 5N \times 0'8m \times \cos 0 = 4J$$

Como la fuerza normal y el peso son perpendiculares al desplazamiento el trabajo que realizan es nulo:

$$W_P = P \Delta x \cos \alpha = P \times \Delta x \cos 90 = 0J$$

$$W_F = N \Delta x \cos \alpha = N \times \Delta x \cos 90 = 0J$$

Mientras que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{F_{roz}} = F_{roz} \Delta x \cos \alpha = \mu N \Delta x \cos 180 = \mu mg \Delta x \cos 180 = 0'4 \times 0'75N \times 0'8m \times (-1) = -2'35J$$

El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre la caja es:

$$W_T = W_F + W_{F_r} = F\Delta x - F_r\Delta x = (F - \mu mg)\Delta x = 1,65J$$

Del trabajo realizado para tirar de la caja (4J) solo se aprovechan 1'65J el resto se pierde debido al rozamiento.

b) Podemos calcular el trabajo total a través de la variación de la energía cinética:

$$W_T = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Para calcular el trabajo total en este caso necesitamos conocer la velocidad final. Para ello, primero vamos a calcular la aceleración utilizando la segunda ley de Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\times) F - F_r = ma \rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m} \\ (\gamma) N - P = 0 \rightarrow N = mg \end{array} \right.$$

Podemos calcular la velocidad en el punto final con la siguiente fórmula:

$$v_f^2 = 2a\Delta x$$

Sustituimos la expresión de la aceleración calculada anteriormente:

$$v_f^2 = 2\left(\frac{F - \mu mg}{m}\right)\Delta x$$

En la fórmula del trabajo total obtenemos finalmente:

$$W_T = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}m\left(2\left(\frac{F - \mu mg}{m}\right)\Delta x\right) = (F - \mu mg)\Delta x = 1,65J$$

Cómo vemos obtenemos la misma expresión analítica que habíamos obtenido anteriormente y por lo tanto el mismo valor del trabajo total.

6. Trabajo motor y resistente

Dependiendo de si la energía transferida por una fuerza es positiva o negativa podemos distinguir dos casos:

Trabajo motor: Es aquel que produce un incremento de energía cinética del cuerpo
($W = \Delta E_c > 0$)

Trabajo resistente: Es aquel que produce un incremento de energía cinética del cuerpo
($W = \Delta E_c < 0$)

Por lo tanto el trabajo motor es aquel que produce un aumento de la velocidad del cuerpo. El trabajo motor siempre es positivo. El trabajo resistente a aquel que disminuye la velocidad del cuerpo. Un ejemplo de fuerza que produce siempre un trabajo resistente es la fuerza de rozamiento.

Ejemplo: Sobre un cuerpo de 5 kg que se mueve con una velocidad inicial de 3 m/s actúa una fuerza de 2 N en la misma dirección y sentido del movimiento a lo largo de 15 m. ¿Qué velocidad adquiere el cuerpo?

Para resolver este problema utilizamos la fórmula que relaciona el trabajo con la energía cinética:

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Despejando de la ecuación anterior la velocidad final obtenemos:

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{2W}{m}}$$

Para calcular la velocidad final necesitamos conocer el trabajo realizado por la fuerza:

$$W = F \times \Delta x \times \cos\alpha = 2\text{N} \times 15\text{m} \times \cos 0 = 30\text{J}$$

Sustituyendo el valor del trabajo en la ecuación de la velocidad final:

$$v_f = \sqrt{(3\text{m/s})^2 + \frac{2 \times 30\text{J}}{5\text{kg}}} = 4.6\text{ m/s}$$

7. Trabajo producido por una fuerza conservativa: relación con la energía potencial

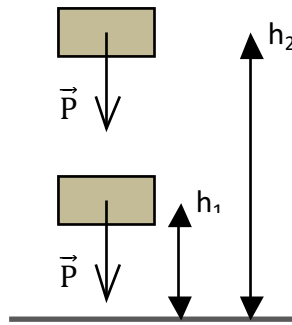
7.1 Fuerza conservativa

Fuerza conservativa es aquella que **no disipa energía** y que por lo tanto **conserva el valor de la energía mecánica** del cuerpo sobre el que actúa

En este tema solo vamos a trabajar con dos fuerzas conservativas: el **peso** y la **fuerza elástica**.

7.2 Relación del trabajo con la energía potencial

Como vimos, podemos definir la energía potencial como la capacidad de producir trabajo que tiene un cuerpo por encontrarse en una determinada posición del espacio. Supongamos un objeto que cae en caída libre tal y como se muestra en la siguiente figura:



Si calculamos el trabajo que realiza la fuerza peso sobre el objeto:

$$W = P \times \Delta x \times \cos\alpha = mg \times (h_2 - h_1) \times \cos 0$$

Finalmente obtenemos la expresión del trabajo que se puede relacionar con la energía potencial:

$$W = mgh_2 - mgh_1 = -(mgh_1 - mgh_2) = -(E_{pf} - E_{p0}) = -\Delta E_p$$

Matemáticamente la relación que hay entre el trabajo y la energía potencial viene dada por la siguiente ecuación:

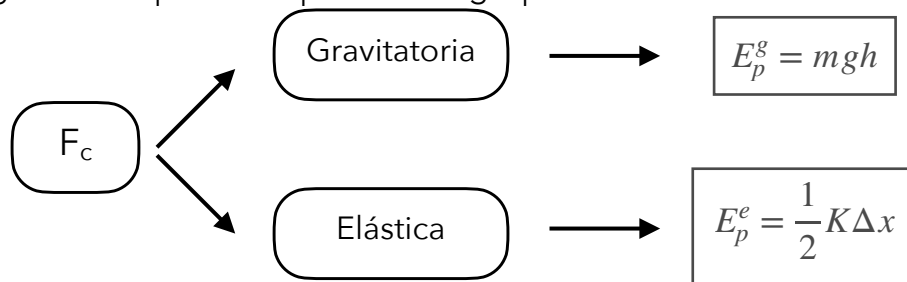
$$W_{F_c} = -\Delta E_p$$

Es importante señalar que la **ecuación anterior solo puede utilizarse para calcular la energía que transfiere una fuerza conservativa**.

De la ecuación anterior podemos inferir las siguientes propiedades de las fuerzas conservativas:

1. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas solo **depende de la posición inicial y final** del cuerpo. Es independiente, por lo tanto, de la trayectoria.
2. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una **trayectoria cerrada** es cero.

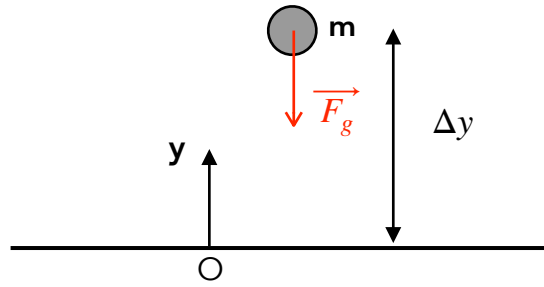
Tenemos las siguientes expresiones para la energía potencial:



Ejemplo: Calcula la energía que el peso le transfiere a un cuerpo de 1 kg que cae desde una altura de 10 m de dos formas:

a) Utilizando: $W_F = F \cdot \Delta y \cdot \cos \alpha$

b) Utilizando: $W_{F_c} = -\Delta E_p$



a) En este caso tendríamos:

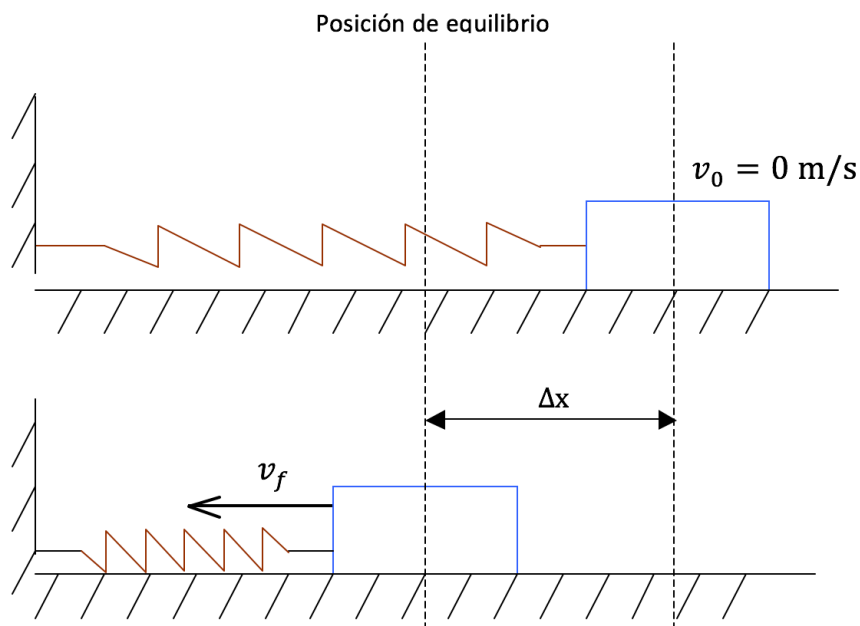
$$W_p = mgh \cos(0) = mgh = 98J$$

b) Si utilizamos la relación del trabajo con la energía potencial:

$$W_p = -\Delta E_p = -(E_p(f) - E_p(i)) = -(mgh - 0) = mgh = 98J$$

Ejemplo: Determina la velocidad con la que pasa por el punto de equilibrio un cuerpo de 1 kg que se encuentra ensartado a un muelle con constante elástica $k=1\text{N/m}$. Inicialmente el muelle parte del reposo y se encuentra a 2 m de la posición de equilibrio del muelle.

En la siguiente figura se ilustra la situación. El punto de equilibrio es aquel en el que el muelle tiene su longitud natural, es decir, no se encuentra ni comprimido ni estirado. Inicialmente el muelle se encuentra estirado y tiende a acelerar el cuerpo al que se encuentra unido:



Para calcular la velocidad final vamos a utilizar la formula que relaciona el trabajo con la energía potencial:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{po}) = -(0J - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2)$$

$$W = \frac{1}{2} \times \left(1 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \times (2 \text{ m})^2 = 2 \text{ J}$$

Finalmente utilizamos la formula que relaciona la energía cinética con el trabajo y obtenemos la velocidad final:

$$W = \Delta E_c = (E_{cf} - E_{co}) = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Despejando:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2J}{1 \text{ kg}}} = 2 \text{ m/s}$$

8. Principio de conservación de la energía mecánica

Si sobre un cuerpo **solo actúan fuerzas conservativas** (o el efecto de las que no lo son no implica ningún tipo de transferencia energética) la **energía mecánica del cuerpo se conserva**

Fuerzas conservativas son aquellas que no provocan una pérdida de energía mecánica en el sistema. Por lo tanto, cuando sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas la energía mecánica se conserva. Ejemplos de fuerzas conservativas son el peso, la fuerza elástica dada por la ley de Hooke, etc. En este caso, tal y como ocurre en el ejemplo anterior, se pueden utilizar las fórmulas que relacionan el trabajo con la energía potencial y cinética:

$$W_{F_c} = -\Delta E_p = \Delta E_c$$

Si desarrollamos la expresión anterior:

$$\begin{aligned} -\Delta E_p &= \Delta E_c \\ -(E_p(f) - E_p(i)) &= (E_c(f) - E_c(i)) \end{aligned}$$

Reagrupando términos obtenemos:

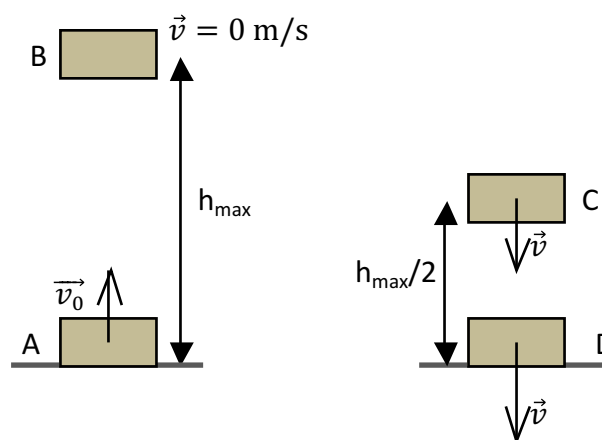
$$E_c(i) + E_p(i) = E_c(f) + E_p(f)$$

Finalmente obtenemos la conservación de la energía mecánica:

$$E_M(i) = E_M(f) \rightarrow E_M = cte$$

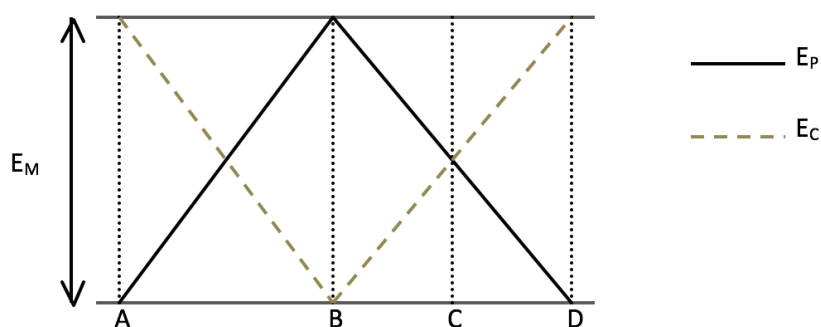
8.1 Análisis energético del movimiento de caída libre

Vamos a estudiar el principio de conservación de la energía mecánica con un ejemplo práctico: el **movimiento de un cuerpo en caída libre en ausencia de rozamiento**. Supongamos que lanzamos un objeto hacia arriba con una velocidad inicial (punto A) tal y como se muestra en la figura:



El objeto alcanzará la altura máxima cuando su velocidad sea nula (punto B) y volverá a caer al suelo. En la figura anterior el objeto se encuentra a la mitad de la altura máxima en el punto C

y llega al suelo en el punto D. Podemos analizar el movimiento del objeto desde un punto de vista energético haciendo uso del siguiente diagrama de energía:

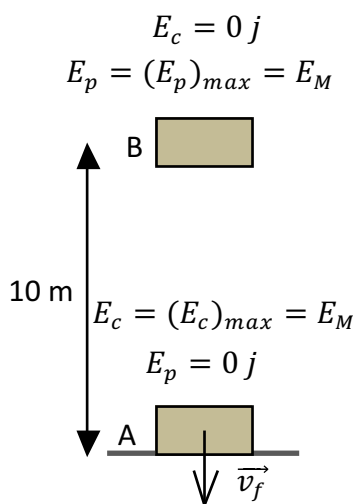


El eje vertical muestra la energía del cuerpo mientras que el eje horizontal representa el recorrido del objeto en su trayectoria. La línea negra representa la energía potencial gravitatoria del objeto, la línea gris discontinua representa la energía cinética. Los puntos de la trayectoria (A, B, C Y D) vienen representados con líneas discontinuas verticales.

Como se puede ver en el diagrama anterior en el punto inicial (A) toda la energía del cuerpo es cinética mientras que la potencial vale cero. A medida que el cuerpo sube la energía cinética se va transformando en potencial hasta que el cuerpo alcanza su máxima altura (B). En ese punto el objeto solo tiene energía potencial, que coincide con la energía mecánica. Después el objeto cae al suelo produciéndose el proceso inverso. En el punto intermedio (C) la energía cinética es exactamente igual a la potencial, siendo la suma de ambas igual a la energía mecánica inicial. A lo largo de la trayectoria del objeto se produce un balance entre su energía cinética y potencial cumpliéndose en cualquier instante que la suma de las dos es una cantidad constante que es lo que denominamos energía mecánica ($E_M = E_c + E_p = cte$).

Ejemplo: Utilizando conceptos energéticos calcula la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura de 10 m. Despreciar el efecto del rozamiento del aire sobre el objeto.

La situación es la que es la que se muestra en el siguiente diagrama:



Si despreciamos el efecto del rozamiento del aire solo actúa la fuerza de la gravedad sobre el objeto. Esta fuerza es conservativa, por lo tanto podemos utilizar el principio de conservación de la energía

mecánica para resolver el problema. Lo aplicamos para el punto inicial (B) y el final (A). Se cumple, por lo tanto, que la energía mecánica inicial es igual a la final:

$$E_M(i) = E_M(f)$$

En el punto inicial solo tenemos energía potencial ($E_p(i)$) mientras que en el punto final solo tenemos energía cinética ($E_c(f)$). Por lo tanto el principio de conservación de la energía mecánica queda:

$$E_p(i) = E_c(f)$$

Vemos, por lo tanto, que la energía potencial inicial se transforma en energía cinética cuando llega al suelo:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Despejando obtenemos la velocidad final:

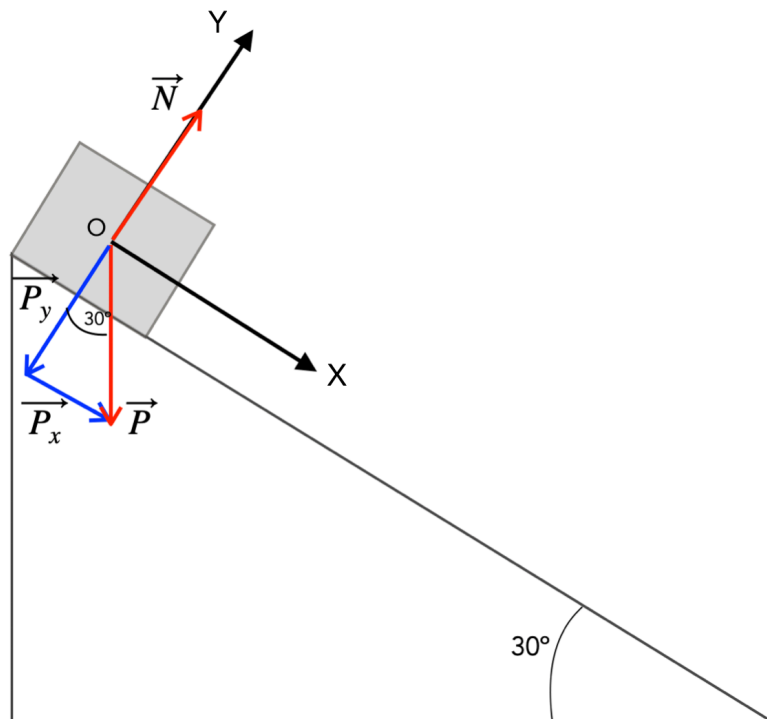
$$v_f = \sqrt{2gh} = 14 \text{ m/s}$$

Ejemplo: Dejamos caer un objeto desde lo alto de un plano inclinado de 30 grados y 10 metros de altura. Calcula la velocidad con la que llega a la base del plano del inclinado con:

a) Razonamientos dinámicos (segunda ley de Newton).

b) Razonamientos energéticos.

a) La situación es la que es la que se muestra en el siguiente diagrama:



Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(X)} \quad mg \sin 30 = ma \\ \text{(Y)} \quad N - mg \cos 30 = 0 \end{array} \right.$$

Obtenemos la expresión de la aceleración despejando:

$$mg \sin 30 = ma \rightarrow a = \frac{mg \sin 30}{m} = g \sin 30 = 4,9 \text{ m/s}^2$$

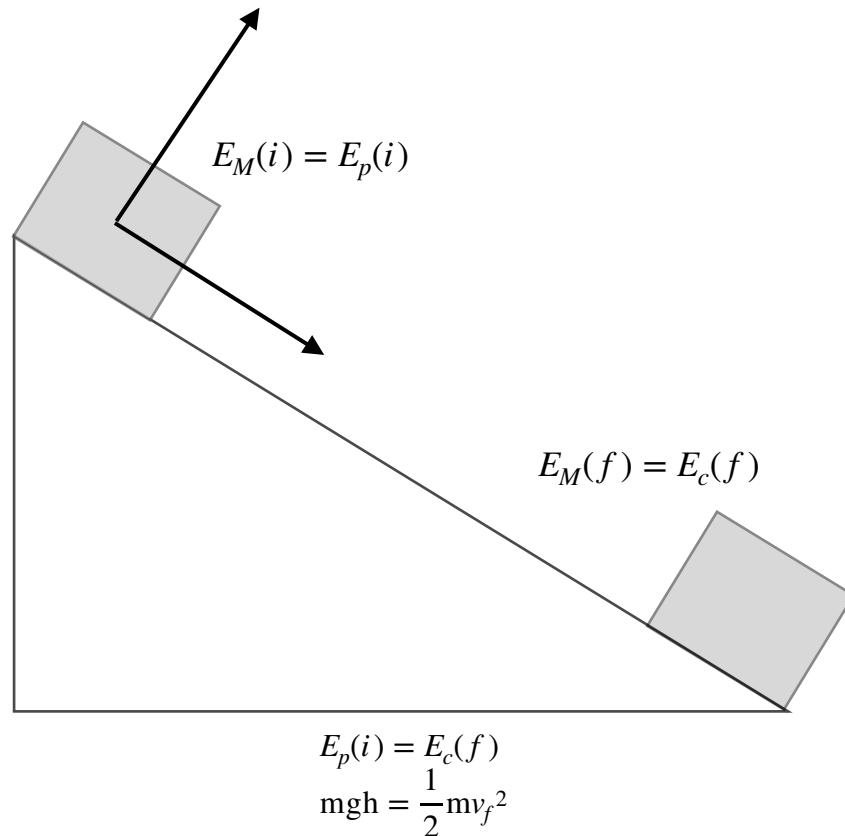
Para poder calcular la velocidad con la que llega a la base del plano necesitamos calcular la longitud del plano inclinado:

$$\text{sen}(30) = \frac{h}{l} \rightarrow l = \frac{h}{\text{sen}(30)} = 20 \text{ m}$$

Finalmente calculamos la velocidad utilizando la fórmula del cuadrado de la velocidad:

$$v^2 = 2al \rightarrow v^2 = 2g\text{sen}(30)l \rightarrow v = \sqrt{2g\text{sen}(30)l} = 14 \text{ m/s}$$

b) En este caso vamos a aplicar el principio de conservación de la energía mecánica entre el punto inicial y final:



Despejando la velocidad:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl\text{sen}(30)} = 14 \text{ m/s}$$

Cómo se puede ver la expresión analítica que tenemos coincide con la que habíamos obtenido utilizando razonamientos dinámicos.

8.2 Características de las fuerzas conservativas

Como hemos visto, son fuerzas conservativas aquellas bajo cuya acción se conserva la energía mecánica del sistema. Esta característica confiere a las fuerzas conservativas las siguientes propiedades:

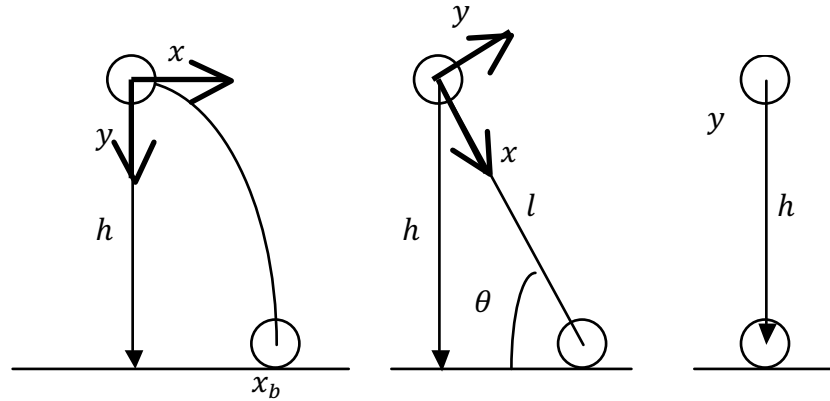
1. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas solo **depende de la posición inicial y final** del cuerpo. Es independiente, por lo tanto, de la trayectoria.
2. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una **trayectoria cerrada** es cero.

Ejemplo: Calcula el trabajo que ha realizado en cada caso la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo para llevarlo desde la altura h al suelo en los siguientes casos:

a) Tiro horizontal

b) Plano inclinado de longitud l y ángulo θ

c) Caída libre



En cada uno de los casos utilizaremos la definición de trabajo:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

a) Utilizando un sistema de referencia anclado en el suelo los vectores de posición iniciales y finales son:

$$\begin{aligned}\vec{r}_i &= 0 \vec{i} \\ \vec{r}_f &= x_b \vec{i} - h \vec{j}\end{aligned}$$

de forma que el vector desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = x_b \vec{i} + h \vec{j}$$

En este caso la fuerza que actúa sobre el objeto es la gravitatoria:

$$\vec{F} = +mg \vec{j}$$

de forma que el trabajo queda:

$$W = mg \vec{j} \cdot [x_b \vec{i} + h \vec{j}] = mgh$$

b) En este caso el desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = l \vec{i}$$

La fuerza que realiza el trabajo es la componente del peso en la dirección del plano inclinado:

$$\vec{P}_x = mg \sin \theta \vec{i}$$

de forma que el trabajo queda:

$$W = (mg \sin \theta \vec{i}) \cdot l \vec{i} = mg \sin \theta l$$

por otra parte:

$$h = l \sin \theta$$

obtenemos finalmente:

$$W = mgh$$

c) En este caso el desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = h \vec{j}$$

y la fuerza que produce el trabajo:

$$\vec{F} = mg \vec{j}$$

de forma que el trabajo queda:

$$W = mgh$$

Podemos concluir que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria es independiente de la trayectoria y solo depende de la posición inicial (altura h) y de la final (altura 0).

9. Variación de la energía mecánica: Balance de energía

Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas la energía mecánica del cuerpo irá disminuyendo con el tiempo

9.1 Fuerza no conservativa y su relación con la energía mecánica

Fuerza no conservativa es aquella que **disipa energía** y que por lo tanto produce una **perdida de energía mecánica** del cuerpo sobre el que actúa

En este tema solo vamos a considerar una fuerza no conservativa: la **fuerza de rozamiento**.

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza de rozamiento la energía mecánica no se conserva y se cumple que la suma de la energía mecánica inicial con el trabajo (contribución negativa) nos dará el valor de la energía mecánica final del sistema:

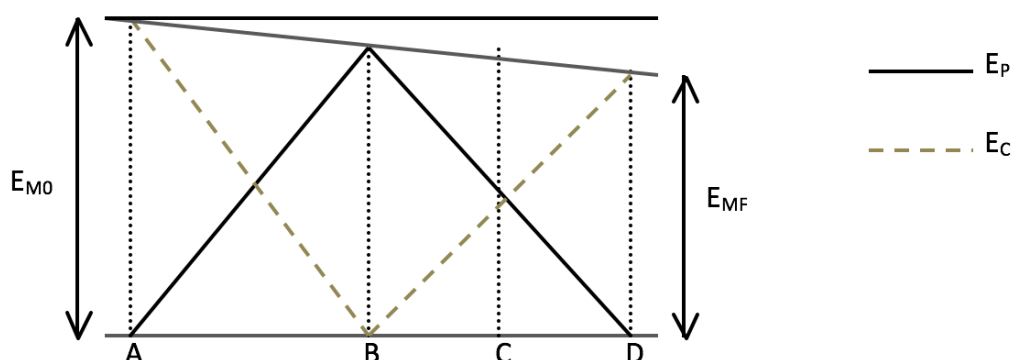
$$E_M(i) + W_{FR} = E_M(f)$$

Características fuerzas no conservativas

- Son fuerzas no conservativas todas las fuerzas de rozamiento ya que producen una pérdida de energía mecánica.
- Siempre realizan un trabajo negativo.
- La energía mecánica que disipan se pierde en forma de calor.

9.2 Análisis energético del movimiento de caída libre con rozamiento

Si consideramos el mismo ejemplo estudiado en el apartado 7.1 pero añadimos el efecto del rozamiento del aire, tenemos el siguiente diagrama de energía:



En este caso tenemos el mismo balance entre energía potencial y cinética que teníamos en el caso en el que despreciábamos el rozamiento. Sin embargo, en este caso la energía va disminuyendo gradualmente a medida que el objeto se mueve. Al final del trayecto tenemos una energía mecánica inferior a la inicial ($E_M(i) > E_M(f)$). Este hecho queda reflejado en la siguiente ecuación de **balance energético**:

$$E_M(i) + W_{F_R} = E_M(f)$$

La contribución negativa de la fuerza de rozamiento hace que la energía mecánica final sea menor que la inicial.

10. Potencia

Cuando una máquina realiza un trabajo, no solo interesa la cantidad de energía que produce, sino también el tiempo que tarda en hacerlo. Por este motivo, se establece una nueva magnitud física: la potencia (P). La potencia es el cociente entre el trabajo realizado (W) y el tiempo empleado (t):

$$P = \frac{W}{t}$$

La potencia mide la rapidez con la que se realiza un trabajo.

Unidades

En el sistema internacional la potencia se mide en vatios (W):

$$[W] = 1W = \frac{1J}{1s}$$

Un vatio es la potencia de una máquina que puede realizar un trabajo de un julio por segundo. También se suele medir la potencia en caballos de vapor (CV):

$$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$$

Relación entre la potencia y la velocidad

Cuando el resultado de las máquinas es producir movimiento resulta de utilidad expresar la potencia del motor en función de la velocidad a la que se desplaza:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times \Delta x}{t} = F \times v$$

Por lo tanto:

$$P = F \times v$$

Podemos conocer la potencia a partir de la fuerza desarrollada y la velocidad a la que se desplaza un móvil.

CUESTIONES TEÓRICAS

Trabajo

1. ¿Realiza trabajo cualquier fuerza que actúa sobre un cuerpo en movimiento?
2. Explica y razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
 - a) El trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto hasta otro es igual a la variación de su energía cinética.
 - b) El trabajo realizado por todas las fuerzas conservativas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto hasta otro, es menor que la variación de su energía potencial.
3. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:
 - a) Si la energía mecánica de una partícula permanece constante, ¿puede asegurarse que todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son conservativas?
 - b) Si la energía potencial de una partícula disminuye, ¿tiene que aumentar su energía cinética?
4.
 - a) ¿Qué trabajo realiza una persona al sostener un cuerpo durante un tiempo t ?
 - b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza peso de un cuerpo si éste se desplaza una distancia d por una superficie horizontal? Razona las respuestas.
5. ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza centrípeta sobre un cuerpo en movimiento circular uniforme?
6. ¿Qué trabajo se realiza al sostener un cuerpo de 20 kg durante 20 min?
7. Hemos de levantar un cuerpo hasta cierto altura y, para ello, disponemos de varios planos inclinados de diferente longitud (y, por tanto, inclinación) ¿Con cuál de ellos realizaremos la operación con menor esfuerzo? ¿Con cuál será menor el trabajo realizado?
8. Teniendo en cuenta la relación entre fuerza, trabajo y energía:
 - a) Si sobre un cuerpo en movimiento actúa una fuerza, entonces siempre se realiza un trabajo.
 - b) El trabajo realizado por cualquier fuerza equivale a la variación negativa de la energía potencial.
 - c) El trabajo realizado por cualquier fuerza equivale a la variación de la energía cinética.
9. Teniendo en cuenta la relación entre fuerza conservativa y energía:

-
- a) Si solo actúan fuerzas conservativas, la energía cinética de una partícula no cambia.
 - b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa reduce la energía potencial asociada a dicha fuerza.
 - c) El trabajo realizado por fuerzas no conservativas equivale a la variación de la energía total del sistema.

10. Cuando una fuerza realiza un trabajo sobre un cuerpo la energía cinética siempre aumenta. ¿Verdadero o falso?

11. ¿Es posible ejercer una fuerza y al mismo tiempo no transferir energía?

12. Un móvil de masa m alcanza el tronco de un árbol con velocidad v y penetra en él a una distancia d hasta quedar detenido. Explica cómo se ha transformado la energía del móvil. Si R es la fuerza de resistencia que ofrece el árbol a la penetración del móvil, deduce, a partir del teorema de las fuerzas vivas una fórmula para obtenerla.

Sol: $R = mv^2/2d$

13. ¿Cuál de las siguientes unidades equivale a 1 N?

- a) Js^{-1}
- b) kg m s^{-1}
- c) $\text{J m}^{-1} \text{s}^{-2}$
- d) W s m^{-1}
- e) W m s^{-1}

14. Una moto de 1200 kg arranca y alcanza una velocidad de 108 km/h en 300 m. Calcula, en julios, el aumento de la energía cinética y la fuerza total que actúa sobre la moto.

Sol: 540000 J; 1800 N.

Energía potencial

15. ¿Puede un sistema de varias partículas tener energía cinética igual a cero y un momento lineal distinto de cero? ¿Y puede ocurrir lo contrario? Justifica la respuesta.

16. Dos cuerpos de distinta masa tienen el mismo momento lineal. ¿Poseen la misma energía cinética?

Conservación de la energía mecánica y fuerzas conservativas

17. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases: i) El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada. ii) En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética. **(Julio 2021)**

-
18. **a)** Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas: **i)** La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo. **ii)** La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo. **(Junio 2021)**
19. **a)** ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta. **(Julio 2020)**
20. **a)** Una partícula que se encuentra en reposo empieza a moverse por la acción de una fuerza conservativa. **i)** ¿Cómo se modifica su energía mecánica? **ii)** ¿Y su energía potencial? Justifique las respuestas. **(Junio 2019)**
21. **a)** Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas: (i) sólo las fuerzas conservativas realizan trabajo; (ii) si sobre una partícula únicamente actúan fuerzas conservativas la energía cinética de la partícula no varía. **(Septiembre 2018)**
22. **a)** Explique el significado de “fuerza conservativa” y energía potencial y la relación entre ambos.
b) Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas distinta naturaleza y una no conservativa, ¿Cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa? **(2012)**
23. **a)** Energía potencial asociada a una fuerza conservativa.
b) Una partícula se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿y su energía cinética? Razone la respuesta. **(2011)**
24. **a)** Conservación de la energía mecánica.
b) Se lanza hacia arriba por un plano inclinado un bloque con velocidad v_0 . Razone como varían su energía cinética, potencial y su mecánica cuando el cuerpo sube y, después baja hasta la posición de partida. Considere los casos: **i)** que no haya rozamiento, **ii)** que lo haya. **(Junio 2011)**
25. **a)** Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.
b) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? ¿Es igual a la variación de su energía potencial? Razone las respuestas. **(Septiembre 2010)**
26. **a)** Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga algunos ejemplos de fuerzas conservativas y no conservativas. **(Septiembre 2009)**
27. En un instante t_1 la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial 12 J. En un instante posterior, t_2 , la energía cinética de la partícula es de 18 J.

-
- a) Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuál es su energía potencial en el instante t_2 ?
- b) Si la energía potencial en el instante t_2 fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula? **(Junio 2009)**
28. a) Conservación de la energía mecánica.
- b) Un cuerpo desliza hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Razone qué trabajo realiza la fuerza peso del cuerpo al desplazarse éste una distancia d sobre el plano. **(Junio 2008)**
29. a) Explique la relación entre fuerza conservativa y variación de la energía potencial.
- b) Un cuerpo cae libremente sobre la superficie terrestre. ¿Depende la aceleración de caída de las propiedades de dicho cuerpo? Razone la respuesta. **(2008)**
30. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
- a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?
- b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos? **(Junio 2007)**
31. a) Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.
- b) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? Razone la respuesta y apóyese con algún ejemplo. **(2007)**
32. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
- a) Según la ley de la gravitación la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa de éste. Sin embargo, dos cuerpos de diferente masa que se sueltan desde la misma altura llegan al suelo simultáneamente.
- b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos. **(Junio 2006)**
33. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto x_1 hasta otro punto x_2 , realizando un trabajo de 50 J.
- a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en x_1 , ¿cuánto valdrá en x_2 ?
- b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en x_1 , ¿cuál será la velocidad en x_2 ?; ¿cuál será la variación de su energía mecánica? **(2004)**
34. Comente las siguientes afirmaciones, razonando si son verdaderas o falsas:
- a) existe una función energía potencial asociada a cualquier fuerza;
- b) el trabajo de una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si el desplazamiento se realiza a lo largo de la recta que los une. **(2004)**

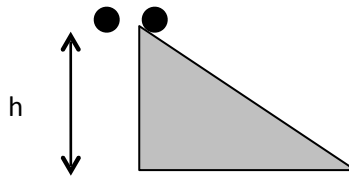
35. Comenta las siguientes afirmaciones:

a) Un cuerpo mantiene constante su energía cinética mientras actúa sobre él:

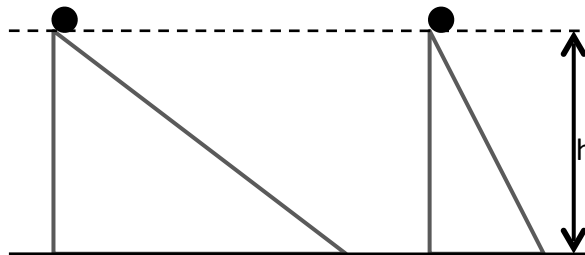
I) Una fuerza; II) Varias fuerzas

b) Un móvil aumenta su energía potencial mientras actúa sobre él una fuerza.

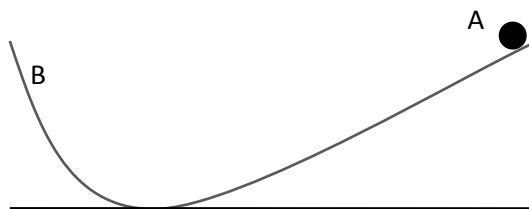
36. Dos cuerpos iguales de 20 Kg de masa se encuentran a 10 m de altura (h), como se ve en la figura. Uno se deja caer verticalmente mientras que el otro cae por una rampa inclinada (sin rozamiento apreciable) de longitud 15 m. Calcula la variación de energía potencial de los cuerpos desde que salen hasta que llegan al suelo. Utilizando conceptos energéticos, ¿podrías decir cuál de los dos llegará al suelo con mayor velocidad? ¿Cambiaría el resultado si la masa de uno fuese el doble de la masa del otro? Justifica tu respuesta.



37. Si dejamos caer estas dos bolas por los planos inclinados. ¿Cuál de las dos llegará con mayor velocidad al suelo? Razona tu respuesta

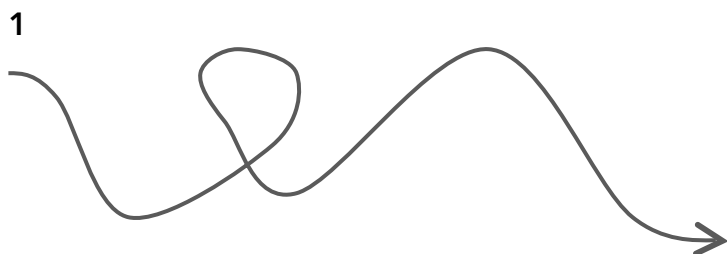


38. La bola negra desciende por el tobogán desde una altura de 2 m (A). Calcula con qué velocidad llegará hasta a la parte más baja y hasta qué altura volverá a subir (B). Razonar la respuesta.



Responde a las dos preguntas anteriores suponiendo que entre la bola y la superficie existe rozamiento.

39. Indica el perfil de la montaña rusa que corresponde a cada situación:



a) Real, b) Imposible, c) Teórica. Razona tu respuesta.

40. El trabajo realizado en una oscilación completa de un muelle desde la posición inicial A hasta la B y de nuevo A, siendo x la distancia entre A y B es:

- a) $2kx^2$
- b) $4kx^2$
- c) cero

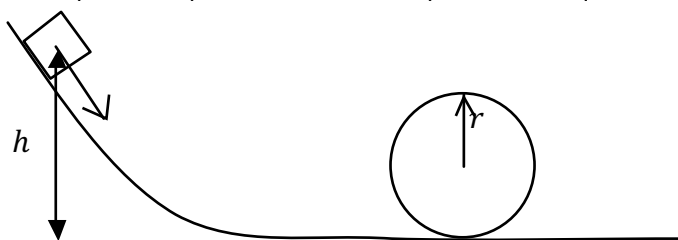
41. Deduce haciendo uso del principio de conservación de la energía la altura que alcanza un cuerpo lanzado verticalmente con velocidad v_0 .

42. Comprueba que el trabajo realizado por la fuerza gravitacional en una trayectoria cíclica o de ida y vuelta es nulo en el caso del lanzamiento vertical de un cuerpo de masa m hasta una altura h .

43. Demuestra que el trabajo total realizado por la fuerza elástica de un muelle durante una oscilación completa de ida y vuelta entre las posiciones extremas A y B es nulo.

44. La Luna gira con velocidad constante alrededor de la Tierra debido a la fuerza de atracción gravitatoria que sobre la Luna ejerce nuestro planeta. Calcula el trabajo realizado por esta fuerza.

- 45.¿Desde que altura mínima comparada con el radio r debemos dejar resbalar un cuerpo en la pista de la figura para que complete el rizo si suponemos que no hay fricción?



Sol: $5/2r$

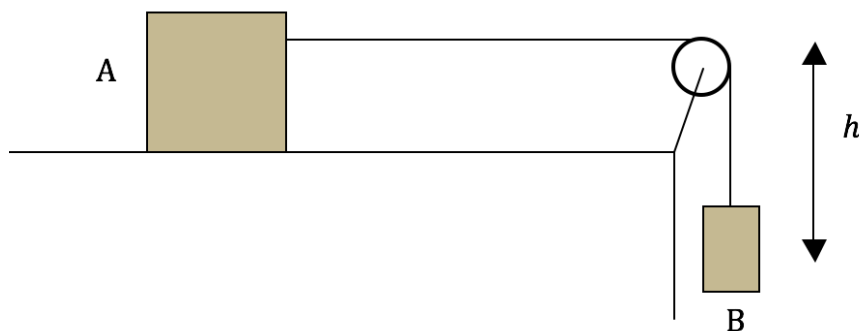
46. Demuestra que si en el ejercicio anterior la caja logra pasar por el punto más alto del rizo de radio r con la velocidad mínima para no desplomarse, entonces su velocidad en el punto más bajo es $v = \sqrt{5gr}$

47. Un cuerpo que estaba inicialmente en reposo en lo alto de una cúpula semiesférica de radio r empieza a deslizarse por ella. Demuestra que el cuerpo se despegará de la superficie cuando el ángulo $\theta = 2/3$

48. El sistema de la figura es liberado desde el reposo. Halla una expresión para la velocidad de los objetos A y B cuando B ha descendido una altura h . Resuelve el problema por:

- Procedimientos energéticos.
- Procedimientos dinámicos.

Sol: $v = \sqrt{2m_Bgh/(m_A + m_B)}$



49. Comenta las siguientes afirmaciones:

- Un cuerpo mantiene constante su energía cinética mientras actúa sobre él:
 - Una fuerza;
 - Varias fuerzas
- Un móvil aumenta su energía potencial mientras actúa sobre él una fuerza.

Fuerzas no conservativas. Disipación de energía

- 50.¿Qué opinas de la siguiente afirmación: "La energía mecánica de un sistema no puede aumentar"?

-
51. ¿Qué son las fuerzas conservativas y disipativas?
52. ¿Crees que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento solo depende de las posiciones inicial y final y no de la trayectoria que haya seguido?
53. Dos cuerpos de masas desiguales tienen la misma energía cinética y se mueven en igual dirección. Si se aplica la misma fuerza a ambos para frenarlos, ¿cómo serán en comparación las distancias que recorrerán hasta detenerse?
54. Si un coche se mueve con velocidad v , y el coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo es μ , deduce a partir de las consideraciones energéticas una expresión para la distancia mínima en la que el vehículo se detiene.
55. Demuestra que la altura a la que es capaz de ascender un cuerpo lanzado con velocidad v_0 desde la base de un plano inclinado de α grados y en el que μ es el coeficiente de rozamiento viene dada por la expresión:

$$h' = \frac{h}{1 + \mu \cot \alpha}$$

donde h es la altura a la que llega el cuerpo sin rozamiento.

56. ¿Es cierto que, a igualdad de velocidad, un coche pesado recorre más distancia en la frenada que otro más ligero?
57. Un cuerpo es lanzado con una velocidad v_0 desde la base de un plano inclinado de 45° . Si el coeficiente de rozamiento es μ demuestra que la altura hasta la que asciende viene dada por la expresión:

$$h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu)}$$

Potencia

58. Comprueba que la potencia desarrollada por el motor de un coche que se mueve con velocidad constante es $P = F v$

PROBLEMAS

Trabajo

1. Se deja caer una bola de petanca de acero de 2 kg desde una altura de 3 m, ¿hay alguna fuerza que realiza trabajo? Calculalo.

Sol: 58'8 J

2. ¿Qué trabajo realiza un telesquí cuando te remonta con velocidad constante lo largo de 2 km de una pista de 20 % de pendiente, si suponemos que no hay rozamiento? (considera $m=60$ kg) ¿Qué fuerza ejerce sobre ti el remonte en esas condiciones si se encuentra inclinado 40° con respecto a la pista?

Sol: 230633 J; 150'45 N

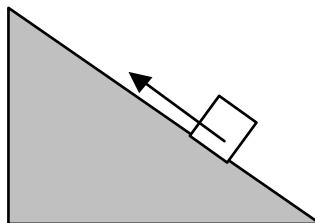
3. Un cuerpo de 3 kg se desliza por un plano inclinado de 45° con respecto a la horizontal desde una altura de 5 m. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0'32. Determina:

- a) El trabajo realizado sobre el cuerpo por cada una de las fuerzas que actúan, hasta que llega al final del plano.
b) El trabajo total realizado sobre el cuerpo en todo el trayecto.

Sol: -47'04 J, 99'96 J

4. Un cuerpo de 2 Kg asciende por el plano inclinado de 10° de la figura gracias a una fuerza de módulo $F = 40$ N. Entendiendo que empieza su movimiento en el suelo y que no hay rozamiento apreciable calcula:

- a) El trabajo que realiza la fuerza F cuando el cuerpo se desplaza 5 m sobre la rampa.
b) El trabajo total realizado sobre el cuerpo en ese mismo desplazamiento (Tendrás que calcular los trabajos realizados por todas las fuerzas que actúan sobre ese cuerpo) ¿Qué fuerza (o fuerzas) realizan un trabajo motor y cuál (o cuáles) un trabajo resistente?
c) Sabiendo que parte del reposo ¿cuál es la velocidad del cuerpo tras recorrer esos 5 m? (el cálculo debe realizarse de dos formas: utilizando conceptos dinámicos y energéticos)

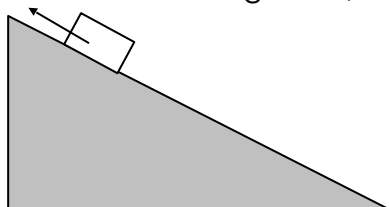


5. Sobre un cuerpo de 750 g que se mueve con una velocidad de 2'5 m/s actúa una fuerza de 15 N en la misma dirección y sentido de la velocidad de 10 s. Determina:

Sol: 15375 J; 15377'3 J; 202' 5 m/s

6. Un cuerpo de 80 Kg. desciende por un plan inclinado de 70° en el que no existe rozamiento a pesar de que existe una Fuerza de módulo $F = 150 \text{ N}$ que tira de él hacia arriba. Calcula:

- El trabajo realizado por cada una de las fuerzas a las que está sometido el cuerpo cuando se desplaza 8 m.
- El trabajo total realizado sobre el cuerpo. Identifica qué fuerza realiza el trabajo motor y cuál el resistente y explica por qué
- Teniendo en cuenta que parte del reposo, calcula la velocidad que lleva tras recorrer esos 8 metros en la rampa (utilizar razonamientos energéticos)

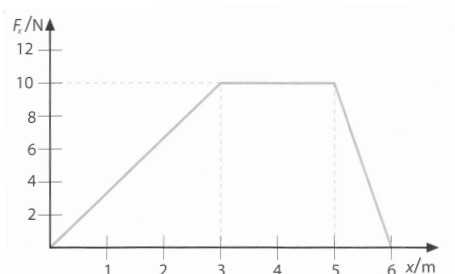


7. Un cuerpo de 3 kg de masa experimenta un desplazamiento $\Delta \vec{r} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m}$ bajo la acción de una fuerza constante que vale $\vec{F} = 10\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k} \text{ m}$. Determina:

- El trabajo realizado por la fuerza en ese desplazamiento.
- El valor de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Sol: 23 J; 6'147 N

8. Una partícula de 3 kg se mueve con una velocidad de 5 m/s cuando $x=0$. Esta partícula se encuentra sometida a una única fuerza que varía con x como se indica en la figura.



- ¿Cuál es su energía cinética en $x=0$?
- ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula se desplaza desde $x=0$ hasta $x=6\text{m}$?
- ¿Cuál es la velocidad de la partícula en $x=6\text{m}$? ¿Y en $x=3\text{m}$?

Sol: 37'5 J; 40 J; 7'18 m/s, 5'9 m/s

Energía potencial

9. Se deja caer un objeto de 2 kg desde 100 m de altura. Calcula:

- Su energía potencial inicial.
 - Su energía potencial cuando se encuentra a 50 m del suelo.
 - Su velocidad y su energía cinética a 50 m de altura.
 - La suma de ambas energías a esa altura.
- ¿Qué conclusión obtienes?

Sol: 1960 J; 980 J; 31'3 m/s, 980 J; 1960 J

10. Sobre un muelle vertical de constante $k=200$ N/m se coloca una masa de 500 g. Posteriormente se cambia la masa por otra de 2 kg. Determina la energía potencial elástica que se almacena en el muelle en cada caso.

Sol: 0'060 J; 0'96 J.

11. El mecanismo de lanzamiento de una lanzadera espacial de juguete consta de un muelle de constante $k=80$ N/m. Su longitud se reduce en 10 cm al montarla para el lanzamiento. ¿Qué energía potencial tiene el resorte en esa situación? Si toda la energía potencial elástica se transforma en cinética, ¿Con qué velocidad saldrá el cohete cuya masa es de 5 g?, ¿qué altura alcanzará el cohete?

Sol: 0'4 J, 12'7 m/s; 2 m

12. Un cuerpo de 0'5 kg de masa se deja caer desde una altura de 1 m sobre un pequeño resorte vertical cuya constante es $k=2000$ N/m. Calcula la deformación máxima del resorte.

Sol: 7 cm.

13. La fuerza recuperadora de un resorte viene dada por $F=-5x$, siendo x la elongación y F la fuerza, en unidades del sistema internacional:

- a) Representa gráficamente F en función de x .
- b) Como el trabajo viene dado por el área entre la fuerza F , el eje de abscisas y las ordenadas que pasan por los extremos de la elongación, halla el trabajo de la fuerza que alargue 30 cm ese resorte.
- c) ¿Qué energía potencial tiene el resorte en esa situación?

Sol: b) 0'23 J, c) 0'23 J.

Fuerzas conservativas y conservación de la energía

14. Un plano inclinado tiene 15 m de largo, y su base, 10 m. Un cuerpo de 800 g de masa resbala desde arriba con una velocidad inicial de 1'5 m/s. ¿Qué valor tienen su energía cinética y su velocidad final del plano?

Sol: 88'55 J; 14'8 m/s

15. Un péndulo cuyo hilo mide 2 m, que sujeta una bola de masa m , es desplazado 60° con respecto a la vertical. Si en esa posición se suelta:

- a) ¿Cuál será la velocidad en el punto más bajo?
- b) ¿Qué energía cinética tendrá cuando el hilo forme 15° con la vertical?

Sol: 4'4 m/s; 9'13 mJ

16. Desde lo alto de un plano inclinado de 2 m de longitud y 30° de inclinación se deja resbalar un cuerpo de 500 g al que se imprime una velocidad inicial de 1 m/s. Supongamos que no existe fricción en todo el recorrido:

a) ¿Con qué velocidad llega a la base del plano?

b) Si al llegar a la superficie plana choca contra un muelle de constante $k=200$ N/m, ¿qué distancia comprimirá el muelle?

Sol: 4'54 m/s; 22'6 cm.

17. En una montaña rusa, la altura de uno de los picos es de 15 m y del siguiente es de 10 m. Cuando el vagón pasa por el primero, la velocidad que lleva es 5 m/s. Si la masa del vagón más la de los pasajeros es de 500 kg. Calcula:

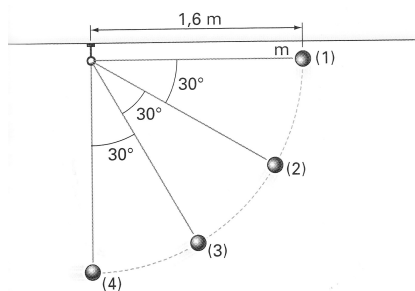
a) La velocidad del vagón en el segundo pico en el caso que no haya rozamiento.

b) Si la velocidad real con la que pasa por el segundo pico es de 8 m/s, ¿Cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento?

Sol: 11'1 m/s; -14775 J.

18. Un péndulo de 1'6 m de longitud se deja caer desde la posición (1). Considerando que no hay rozamiento, calcula la velocidad del péndulo en las posiciones (2), (3) y (4). ¿Cuál es la energía cinética y cuál la energía potencial en (2) y (3) si $m=100$ g?

Sol: 4 m/s, 5'2 m/s, 5'6 m/s, 0'8 J; 1'35 J.



19. En un punto de una montaña rusa situado a 20 m de altura el tren lleva una velocidad de 30 km/h.

a) ¿Hasta que altura máxima podrá ascender el tren?

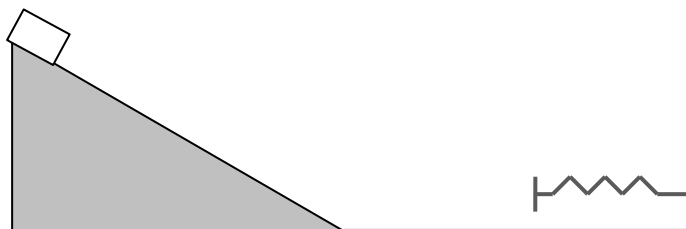
b) ¿Qué velocidad llevará cuando pase por el siguiente pico situado a 10 m de altura?

c) ¿Cuál será la velocidad al final del recorrido a cero metros de altura?

20. Desde lo alto de un plano inclinado de 2 m de longitud y 30° de inclinación se deja resbalar un cuerpo de 500 g al que se imprime una velocidad de 1 m/s. Supongamos que no existe rozamiento:

a) ¿Con que velocidad llega a la base del plano?

b) Si al llegar a la superficie plana choca contra un muelle de constante $k=200$ N/m, ¿Qué distancia se comprimirá el muelle?



Sol: 4'54 m/s, 22'6 cm

21. Calcula el trabajo realizado por la fuerza $\vec{F} = 15\vec{j} \text{ N}$ al trasladar una partícula desde el punto (0,0) hasta el punto (3,3) según las siguientes trayectorias:

a) (0,0)→(0,3)→(3,3)

b) (0,0)→(3,0)→(3,3)

c) (0,0)→(3,3)

¿Qué puede decirse de dicha fuerza?

Sol: 45 J, 45 J, 45 J

22. Un péndulo de 1 m de longitud se desplaza 40° respecto de la vertical y desde ese punto se suelta. Si en un punto de la vertical se interpone un clavo a cierta distancia d bajo el punto de sujeción, determina el ángulo de separación θ respecto de la vertical cuando llega al otro extremo, si:

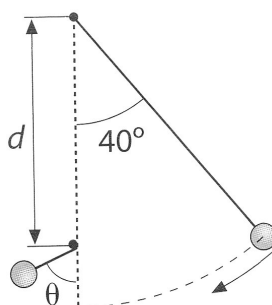
a) $d = 20 \text{ cm}$

b) $d = 50 \text{ cm}$

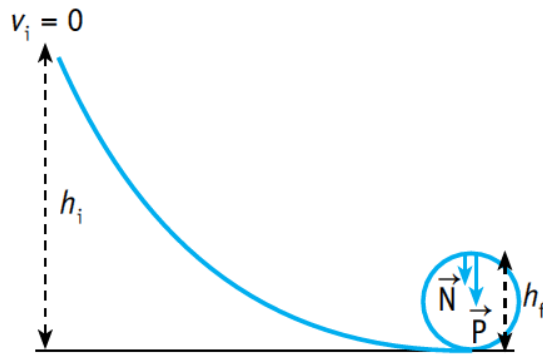
c) $d = 76'6 \text{ cm}$

d) $d = 80 \text{ cm}$

Sol: 45° ; $57'8^\circ$; 90° ; $99'8^\circ$



23. Un pequeño cuerpo de 1 kg riza el rizo en una pista circular vertical de 1m de radio. Calcula la mínima energía cinética que debe tener en el punto más alto del trayecto circular del rizo y la altura mínima desde la que se debe dejar caer para que describa el rizo. No hay rozamiento.



Sol: 4,9J, 2,5m

Disipación de energía

24. **b)** Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30° respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. **i)** Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos. **ii)** Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Julio 2021)**
25. **b)** Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0,2 con una velocidad inicial de 6 m s^{-1} . Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine: **i)** La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado. **ii)** La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Junio 2021)**
26. **b)** Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30° con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 m s^{-1} . El coeficiente de rozamiento es 0,2. **i)** Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano. Determine, mediante consideraciones energéticas: **ii)** La altura máxima que alcanza el cuerpo. **iii)** La velocidad con la que vuelve al punto de partida. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Julio 2020)**
27. **b)** Se quiere hacer subir un objeto de 100 kg una altura de 20 m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Determine: **i)** El trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento. **ii)** El trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0,2. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Junio 2019)**
28. **b)** Un cuerpo de 3 kg se lanza hacia arriba con una velocidad de 20 m s^{-1} por un plano inclinado 60° con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,3, calcule la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano durante su ascenso y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, comentando su signo. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Septiembre 2017)**

29. Un bloque de 2 kg asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de 10 m s^{-1} y se detiene después de recorrer 8 m a lo largo del plano.
- a) Calcule el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie del plano.
 - b) Razone los cambios de la energía cinética, potencial y mecánica. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Junio 2015)**
30. Un bloque de 5 kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de 60° sobre la horizontal.
- a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.
 - b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido.
- $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ **(Junio 2013)**
31. Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba por una rampa rugosa ($\mu = 0,2$), que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad de 6 m/s. Tras su ascenso por la rampa, el bloque desciende y llega al punto de partida con una velocidad de 4,2 m/s.
- a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por la rampa y, en otro esquema, las que actúan cuando desciende e indique el valor de cada fuerza.
 - b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso del bloque y comente el signo del resultado obtenido.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$
32. Un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de 30° con la horizontal, desde una altura de 0,4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0.3.
- a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano inclinado y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del plano se detiene el cuerpo?
 - b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el plano inclinado.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ **(Junio 2012)**
33. Un bloque de 200 kg asciende con una velocidad constante por un plano inclinado de 30° bajo la acción de una fuerza paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,1.
- a) Dibuje un esquema de fuerzas que actúan sobre el bloque y explique las transformaciones energéticas que tienen lugar durante su desplazamiento.
 - b) Calcule el valor de la fuerza que produce el desplazamiento del bloque y el aumento de su energía potencial en un desplazamiento de 20 m. **(2011)**

-
34. Un bloque de 2 kg se encuentra situado en la parte superior de un plano inclinado rugoso de 5 m de altura. Al liberar el bloque, se desliza por el plano inclinado llegando al suelo con una velocidad de 6 m/s.
- a) Analice las transformaciones energéticas que tienen lugar durante el deslizamiento y represente gráficamente las fuerzas que actúan sobre el bloque.
 - b) Determine los trabajos realizados por la fuerza gravitatoria y la de rozamiento. **(2011)**
35. Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de 5 m/s. Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre el plano y bloque es 0'1.
- a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.
 - b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque. Comente el signo del resultado obtenido. $g=10 \text{ m/s}^2$ **(Junio 2010)**
36. Un bloque de 8 kg desliza por una superficie horizontal sin rozamiento con una velocidad de 10 m/s e incide sobre el extremo libre de un resorte, de masa despreciable y constante elástica $k = 400 \text{ N/m}$, colocado horizontalmente.
- a) Analice las transformaciones de energía que tienen lugar desde un instante anterior al contacto del bloque con el resorte hasta que éste, tras comprimirse, recupera la longitud inicial.
 - b) Calcule la compresión máxima del resorte. ¿Qué efecto tendría la existencia de rozamiento entre el bloque y la superficie?
- (Septiembre 2010)**
37. Un muchacho subido en un trineo desliza por una pendiente con nieve (rozamiento despreciable) que tiene una inclinación de 30° . Cuando llega al final de la pendiente, el trineo continúa deslizando por una superficie horizontal rugosa hasta detenerse.
- a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar durante el desplazamiento del trineo.
 - b) Si el espacio recorrido sobre la superficie horizontal es cinco veces menor que el espacio recorrido por la pendiente, determine el coeficiente de rozamiento.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ **(2008)**
38. Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica $k = 150 \text{ N m}^{-1}$, comprimido 20 cm. Se libera el resorte de forma que el cuerpo desliza sobre el plano, adosado al extremo del resorte hasta que éste alcanza la longitud de equilibrio, y luego continúa moviéndose por el plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,2.
- a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar a lo largo del movimiento del bloque y calcule su velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio del resorte.
 - b) Determine la distancia recorrida por el bloque hasta detenerse.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ **(2007)**

-
39. Un bloque de 2 kg está situado en el extremo de un muelle, de constante elástica 500 N m^{-1} , comprimido 20 cm. Al liberar el muelle el bloque se desplaza por un plano horizontal y, tras recorrer una distancia de 1 m, asciende por un plano inclinado 30° con la horizontal. Calcule la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado.
- a) Supuesto nulo el rozamiento
 - b) Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es 0,1.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ **(Junio 2006)**
40. Un trineo de 100 kg desliza por una pista horizontal al tirar de él con una fuerza \mathbf{F} , cuya dirección forma un ángulo de 30° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,1.
- a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el trineo y calcule el valor de F para que el trineo deslice con movimiento uniforme.
 - b) Haga un análisis energético del problema y calcule el trabajo realizado por la fuerza \mathbf{F} en un desplazamiento de 200 m del trineo.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ **(2004)**
41. Un bloque de 0,2 kg, inicialmente en reposo, se deja deslizar por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Tras recorrer 2 m, queda unido al extremo libre de un resorte, de constante elástica 200 N m^{-1} , paralelo al plano y fijo por el otro extremo. El coeficiente de rozamiento del bloque con el plano es 0,2.
- a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas. ¿Con qué aceleración desciende el bloque?
 - b) Explique los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte y calcule la máxima compresión de éste.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ **(2003)**
42. La fuerza de fricción entre las ruedas de un coche de 1300 kg y el suelo es de 220 N. Si el coche se mueve por una pista horizontal a una velocidad de 110 km/h y se deja en punto muerto, ¿qué distancia recorrerá hasta que se detenga por completo? Resuelve el problema por métodos energéticos y dinámicos y comprueba la identidad de los resultados.
- Sol:** 2758'5 N
43. Una chica empuja horizontalmente una caja de 20 kg con una velocidad constante, recorriendo 8 m en una superficie horizontal, que presenta un rozamiento al deslizamiento de coeficiente 0'35.
- a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza sobre la caja?
 - b) ¿Cuál es el trabajo total sobre la caja?
- Sol:** a) 550 J; b) 0 J

44. Un cuerpo comienza a ascender por un plano inclinado de 30° con una velocidad inicial de 4 m/s. Si el coeficiente de rozamiento con el plano es de 0'2, calcula hasta que altura asciende.

Sol: 0'6 m

45. Un vehículo de 1500 kg se mueve sobre una carretera horizontal con una velocidad inicial de 25 m/s. Si a los 70 m se detiene por la acción de la fuerza de rozamiento constante, calcula:

- a) El trabajo efectuado por la fuerza de rozamiento.
- b) El coeficiente de rozamiento cinético entre las ruedas y la carretera.

Sol: -468750 J; 0'46

46. Un chico de 63 kg que lleva unos patines de 4 kg de masa alcanza una rampa de 30° a la velocidad de 5 m/s. Si en el rozamiento se pierde un 10 % de la energía, ¿Qué espacio recorrerá en la rampa?

Sol: 2'30 m

47. Desde lo alto de un plano inclinado de 2 m de longitud y 30° de inclinación se deja resbalar un cuerpo de 500 g al que se imprime una velocidad inicial de 1 m/s. ¿Cuál será la velocidad del cuerpo cuando llegue al final del plano, si el coeficiente de rozamiento con el plano vale 0'2?

Sol: 3'71 m/s

48. Un cuerpo de 1 kg se mueve con velocidad constante hacia arriba por una pendiente de 30° y 1 m de longitud, gracias a una fuerza aplicada paralelamente al plano. El coeficiente de rozamiento es 0'3. Responde:

- a) ¿Qué trabajo se realiza para aumentar la energía potencial gravitatoria?
- b) ¿Qué trabajo se realiza contra la fuerza de rozamiento?
- c) ¿Con qué energía cinética llegará el cuerpo al suelo si se deja deslizar desde la parte más alta del plano?

Sol: a) 4'9 J; b) 2'54 J; c) 2'36 J.

49. Un coche se mueve con una velocidad de 30 m/s. El coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo vale 0'5. ¿A qué distancia mínima el coche podrá detenerse?

Sol: 91'8 m.

50. Un bloque de 3 kg situado a 4 m de altura se deja resbalar por una rampa curva lisa sin rozamiento. Cuando llega al suelo, recorre 10 m sobre una superficie horizontal rugosa hasta que se para. Calcula:

- a) La velocidad con la que llega el bloque a la superficie horizontal.
- b) El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.

c) El coeficiente de rozamiento con la superficie horizontal.

Sol: 8'85 m/s; -117'6 J; 0'4

51. ¿Cuánto se comprimirá un muelle de constante $k = 500 \text{ N/m}$ si lo situamos a 4 m del final de la rampa del ejercicio anterior?

Sol: 50 cm

52. Situado sobre una mesa se encuentra un objeto de 2'5 kg sujeto a un muelle de constante $k = 300 \text{ N/m}$. El muelle se estira 15 cm y se suelta. Si entre el objeto y la mesa existe rozamiento de coeficiente 0'35, ¿Qué velocidad lleva el objeto cuando pasa por la posición $x = 0 \text{ cm}$?

Sol: 1'3 m/s

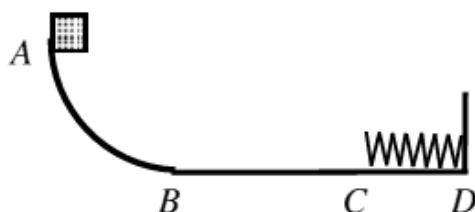
53. Un cuerpo de 375 g está en contacto con un muelle de constante 400 N/m comprimido una longitud de 5 cm.

a) Si el muelle se coloca en posición vertical, si el cuerpo queda inicialmente a 10 cm de altura. En caso de soltar el muelle, ¿qué altura máxima alcanza el cuerpo?

b) Si se coloca horizontalmente sobre una mesa que presenta un coeficiente de rozamiento de 0'20, ¿Qué distancia recorre el cuerpo sobre la mesa una vez dejado en libertad?

Sol: $h = 24 \text{ cm}$; $d = 0'68 \text{ m}$

54. Un bloque de 10 kg se suelta desde el punto A sobre un carril ABCD como se indica en la figura. El carril no presenta fricción en ninguna parte salvo en el tramo BC de longitud 6 m. Si la constante del muelle es de 2250 N/m y lo comprime 0.3 m desde la posición de equilibrio hasta la posición de reposo momentáneo



Determinar:

a) El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie rugosa.

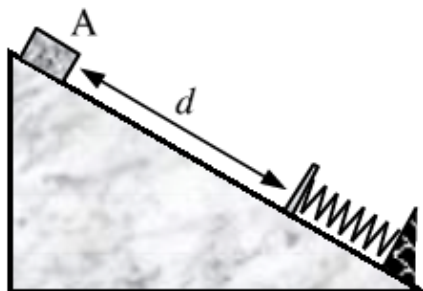
Si repetimos la experiencia colocando en el extremo libre del muelle una plataforma de 1 kg y el choque entre ésta y el bloque es perfectamente inelástico

b) ¿cuánto se comprimirá el muelle?

c) ¿Cuál sería la máxima compresión del muelle con su plataforma si la superficie que se encuentra bajo él fuese rugosa y de la misma naturaleza que el tramo BC?

55. El cuerpo A de la figura tiene una masa de 2 kg. Partiendo del reposo resbala $d = 4 \text{ m}$ sobre un plano inclinado $\theta = 30^\circ$ con la horizontal hasta que choca con un muelle cuyo extremo está fijo al final del plano.

- a) Si la cte. del muelle es $k = 100 \text{ N/m}$ calcular la máxima deformación y la posición a la que volvería el cuerpo A al estirarse de nuevo el muelle si no hubiese rozamiento.
- b) ¿Cuál hubiese sido el resultado si el coeficiente de rozamiento cinético $\mu_{\text{cin.}}$ es 0.25?
- c) En este último caso ¿qué coeficiente de rozamiento estático impediría el estiramiento posterior del muelle?



Sol: a) 0,989m, 4m; b) 0,725m; c) 1,14m; 3,69

Potencia

56. En un día despejado, la energía solar incide sobre una casa a razón de 400 W/m^2 durante 8 h. ¿Cuánta energía es captada por un ventanal de 5 m^2 ?
57. Un coche de 1700 kg es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 11 s. ¿Qué potencia necesita?
- Sol:** 81'12 CV
58. Una compañía eléctrica factura a razón de 0'09 euros el kilowatio hora. ¿Cuánto costará mantener encendida una bombilla de 100 W durante 24 h? ¿En que porcentaje reduciremos el consumo si la sustituimos por una bombilla de 25 W ?
59. Una moto de 200 kg arranca y en 10 s alcanza una velocidad de 120 km/h . Calcula en julios el aumento de la energía cinética. Si, debido al rozamiento, se ha perdido el equivalente al 25 % de la energía cinética, calcula la potencia media del vehículo.
- Sol:** 110889 J; 13861 W
60. Un piano de 300 kg es elevado en un montacargas de 1000 kg a una velocidad de $0'2 \text{ m/s}$ ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor del montacargas?
61. Por una cascada de 60 m de altura caen 50 m^3 de agua por segundo. ¿Cuántas bombillas de 100 W se podrían encender si se pudiese aprovechar el 75 % de la energía producida en la caída del agua?
- Sol:** 221000
62. Una grúa sube un contenedor de 2800 kg a 15 m de altura en 20 s. Calcula la potencia de la grúa en este trabajo.
- Sol:** 20'6 kW

-
63. Una fuerza constante de 15 N actúa durante 12 s sobre un cuerpo de 2'5 kg de masa. Este tiene una velocidad inicial de 1'5 m/s en la misma dirección y sentido de la fuerza. Calcula:
- a) La energía cinética final.
 - b) La potencia desarrollada
- Sol:** 6752'8 J; 562'5 W
64. a) Una persona tarda media hora en cargar una furgoneta subiendo 20 sacos de 50 Kg cada uno hasta una altura de 0,7 metros. Calcula la potencia desarrollada.
- b) Si la intensidad de la radiación solar media de un punto de nuestra geografía es de 2960 W/m², calcula la energía que tomará un panel solar de 1,50 m² durante 5 h, si se aprovecha el 80%. Escribe esa energía también en Kwh
65. Calcula el trabajo que realiza el motor de una atracción de caída libre cuando sube un ascensor de 1500 kg con cuatro pasajeros de 50 kg hasta una altura de 60 m.
- a) ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor si tarda 20 s en subir? (Exprésala en W y CV)
 - b) ¿Cuánto vale el trabajo realizado para mantener el ascensor a 60 m durante diez segundos?
66. El motor de un coche deportivo lleva la indicación de 300 CV.
- a) Expresa su potencia en vatios y en kilo vatios.
 - b) ¿Qué trabajo realiza para funcionar diez minutos?
 - c) ¿Cuánto tiempo tardará en consumir 10⁹ J?
67. Calcula el trabajo realizado y la potencia desarrollada por las piernas de un estudiante de 55 kg que sube por una escalera hasta una altura de 20 m en medio minuto.
68. Calcula el trabajo y la potencia que realiza un deportista cuando:
- a) Levanta una carga de 10 kg a una altura de 2 m en un tiempo de 2 s.
 - b) Sostiene la carga de 10 kg durante 4 s.