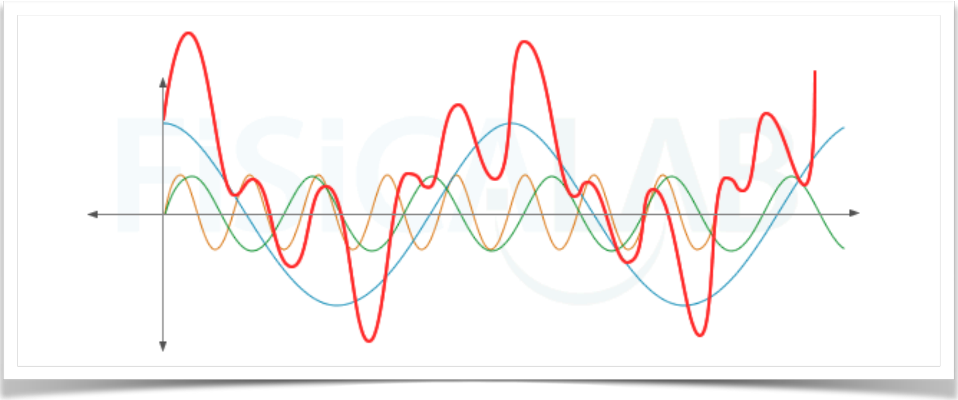
T.7. MOVIMIENTO ONDULATORIO



1. Ondas 2

2. Magnitudes movimiento ondulatorio 3

3. Ondas armónicas 6

4. Ondas estacionarias 13

5. Comparación de ondas estacionarias y armónicas 19

CUESTIONES TEÓRICAS 20

- Ondas armónicas 20
- Ondas estacionarias 21

PROBLEMAS 23

- Ondas armónicas 23
- Ondas estacionarias 26

1. Ondas

*Una **onda** consiste en la propagación de una perturbación o magnitud física a través del espacio sin que se produzca transporte de materia. Al transmitirse la propagación se está realizando un transporte de energía y de momento lineal asociado a la perturbación.*

Podemos clasificar las ondas según el medio de propagación y según la dirección en la que se propaga la perturbación.

Clasificación según el medio de propagación

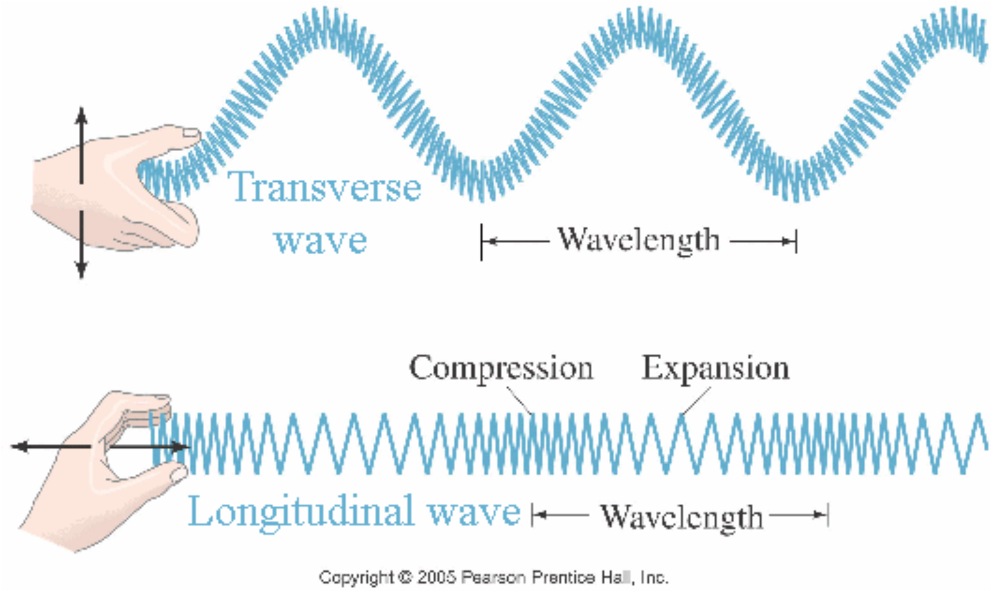
- **Ondas mecánicas:** Son aquellas que necesitan un medio material elástico para propagarse. Son ondas materiales: el sonido (que necesita el aire para su propagación), las ondas que se producen al agitar una cuerda (se propagan a través de la cuerda), las ondas que se propagan en la superficie del agua, las ondas sísmicas, etc.

- **Ondas electromagnéticas:** Son ondas que no necesitan necesariamente de un medio material para propagarse, es decir, pueden propagarse por un medio material o a través del vacío. En este tipo nos encontramos todas las ondas electromagnéticas (luz, rayos X, etc.).

Clasificación según la dirección de propagación

- **Ondas longitudinales:** Son aquellas en las que la dirección de propagación y oscilación coinciden. Son ondas longitudinales las ondas de sonido, ondas que se propagan a lo largo de un muelle, etc.

- **Ondas transversales:** Son aquellas en las que la dirección en la que se produce la perturbación y la dirección en la que se propaga son perpendiculares. Son ejemplos de ondas transversales las ondas electromagnéticas, la onda que se transmite en una cuerda, las ondas en la superficie de un lago, etc.

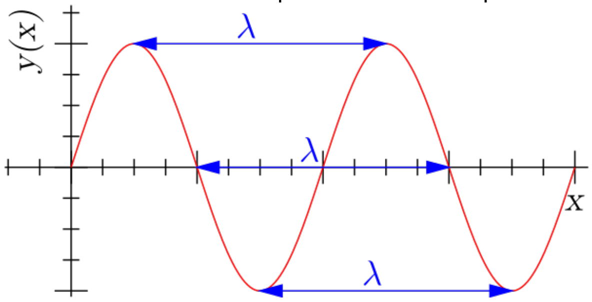


2. Magnitudes movimiento ondulatorio

Vamos a introducir una serie de magnitudes características que se utilizan para caracterizar las ondas:

Longitud de onda (λ)

Se define como la distancia mínima entre dos puntos que se encuentran en el mismo estado de oscilación. Su unidad en el sistema internacional es el metro. Cuando dos puntos de la onda se encuentran en el mismo estado de oscilación, se dice de estos puntos que están en fase y oscilan de la misma forma en torno a la posición de equilibrio.

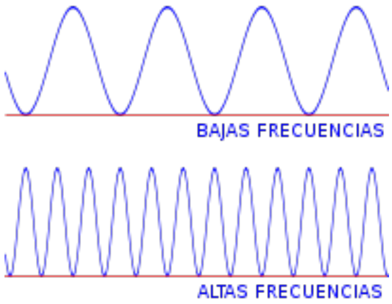


Periodo de una onda (T)

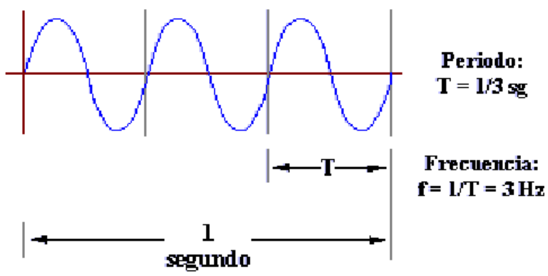
Es el tiempo que emplea la onda en avanzar una longitud de onda. Este es el tiempo que emplea un punto cualquiera afectado por la perturbación en efectuar una oscilación completa. En el sistema internacional se mide en segundos.

Frecuencia (f)

Es el número de ondas que pasan por un punto del medio por unidad de tiempo. También puede definirse como el número de oscilaciones que efectúa un punto del medio por unidad de tiempo. La unidad en el sistema internacional es el hercio (Hz) que es equivalente a s^{-1}.



En la siguiente gráfica se relacionan los valores del periodo y la frecuencia para una onda concreta:



La relación entre el periodo y la frecuencia viene dada por la siguiente expresión:

$$\boxed{\boldsymbol{f = \frac{1}{T}}}$$

Número de ondas (K)

El número de ondas expresa el número de longitudes de onda por unidad de distancia:

$$k' = \frac{1}{\lambda}$$

Esta magnitud se mide en ondas por metro. A nivel práctico resulta más útil expresar esta magnitud en radianes por metro. Sabiendo que un ciclo comprende 2π radianes:

$$\boxed{\boldsymbol{k = \frac{2\pi}{\lambda}}}$$

Esta magnitud nos da una idea del número de veces que la onda vibra por unidad de distancia. Se mide en radianes por metro.

Frecuencia angular (ω)

La frecuencia nos mide el número de longitudes de onda (i.e de ondas) por unidad de tiempo:

$$f = \frac{1}{T}$$

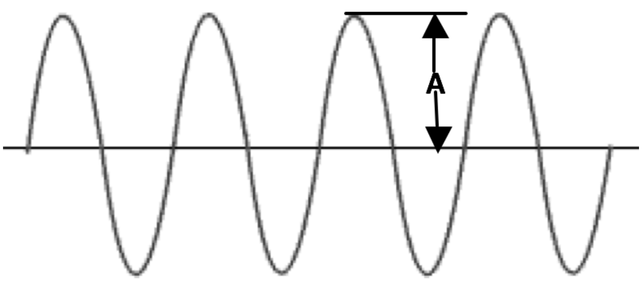
De la misma forma podemos definir una frecuencia angular:

$$\boxed{\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T}}}$$

Esta magnitud se mide en radianes por segundo y nos da una idea del número de veces que la onda vibra por unidad de tiempo.

Amplitud (A)

Es el valor máximo que adquiere la perturbación. Para medirlo se determina la altura de una cresta desde la línea base (la que divide en dos a la onda)



Velocidad de propagación (v)

Si consideramos que la onda se propaga con una velocidad constante en una trayectoria rectilínea (MRU). Sabemos que la velocidad es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado en hacerlo:

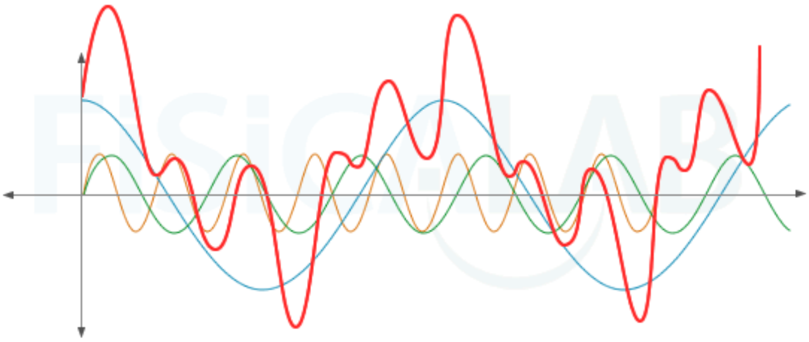
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Teniendo en cuenta que en el tiempo T la onda avanza una distancia igual a una longitud de onda obtenemos:

$$\boxed{\boldsymbol{v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}}}$$

3. Ondas armónicas

Una onda armónica es aquella que produce en los puntos del medio un movimiento armónico simple (MAS). Si podemos expresar la perturbación de la onda mediante ***funciones senos o cosenos*** decimos que **la onda es armónica**.
Muchos fenómenos físicos pueden ser descritos por estas ondas (ondas en la superficie del agua, ondas que se propagan en una cuerda, etc). Es importante señalar que este tipo de ondas son de vital importancia ya que cualquier movimiento ondulatorio puede expresarse como superposición de ondas armónicas (Teorema de Fourier) y los campos eléctricos y magnéticos están formados por ondas que se propagan de ese modo.
En la siguiente gráfica se representa una onda compleja (rojo) que se puede estudiar como composición de ondas armónicas sencillas (azul, verde y naranja).



Ecuación de una onda armónica

La ecuación de una onda armónica viene dada por la siguiente expresión:

Número de onda (rad/m)

Frecuencia angular (rad/s)

$$\boldsymbol{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx \pm \omega t + \delta)}$$

Valor de la perturbación

Fase inicial (rad)

Amplitud (m)

Signo - para ondas que se propaguen ***hacia la derecha***.

Signo + para ondas que se propaguen ***hacia la izquierda.***

Nota:
Es importante señalar que podemos encontrarnos diferentes ecuaciones de una onda armónica:

1. Resulta indiferente utilizar para la ecuación de onda el seno o el coseno:

$$\boxed{\boldsymbol{y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t + \delta)}}$$

La única diferencia entre el coseno y el seno es la fase inicial ($cos(\alpha) = sen(\alpha + \frac{\pi}{2})$).

2. También podemos encontrar el orden inverso en el factor temporal y espacial de la onda:

$$\boxed{\boldsymbol{y(x,t) = A\cos(\omega t \pm kx + \delta)}} \qquad \boxed{\boldsymbol{y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t \pm kx + \delta)}}$$

Esta expresión de la onda coincide con las anteriores utilizando algunas relaciones trigonométricas. La interpretación del signo es la misma que en la ecuación que hemos planteado inicialmente.

Ejemplo: La ecuación de una onda, expresada en unidades S I, viene dada por:

$$y(x,t) = A_o sen(2{,}5x - 4t)$$

Calcular su velocidad de propagación, longitud de onda, frecuencia y periodo.

Comparamos la ecuación dada con la ecuación general de una onda armónica:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

Y obtenemos:

$$k = 2{,}5\ rad/m$$
$$\omega = 4\ rad/s$$
$$\delta = 0\ rad$$

Calculamos la longitud de onda, la frecuencia y el periodo:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \to \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2{,}51\ m$$
$$\omega = 2\pi f \to f = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}64\ s^{-1}$$
$$T = \frac{1}{f} = 1{,}57\ s$$

Finalmente calculamos la velocidad de propagación de la onda:

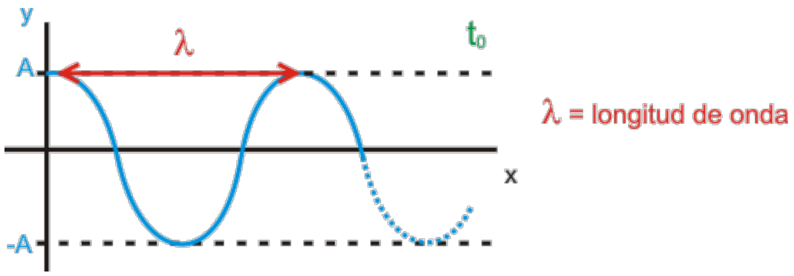
$$v = \lambda f = 1{,}6\ m/s$$

Doble periodicidad de la onda armónica

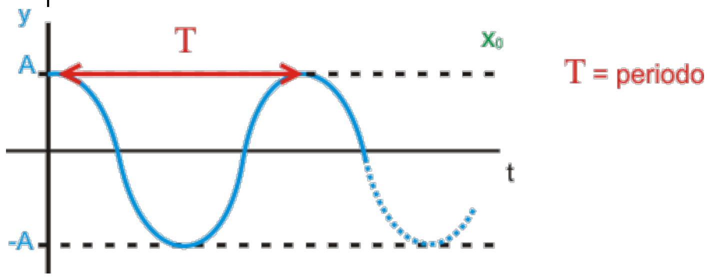
Es sabido que la función seno es una función periódica, por tanto, la función de ondas, al depender del seno de las variables espacio (x) y tiempo (t), será doblemente periódica. Es periódica con respecto al tiempo (**período T**) y con respecto al espacio (**longitud de onda λ**).

La representación gráfica de la función de ondas y(x,t), con respecto a cada una de las variables x y t, consistirá en sendas funciones sinusoidales que tendrá el valor de la **amplitud A**, como valor máximo y mínimo.

La representación con respecto al espacio me indicará el estado de todos los puntos de la onda en un instante dado (x = variable; t = constante). En esta representación el valor de la onda se repite cada **longitud de onda**.



La representación con respecto al tiempo indica como varía la perturbación en un punto determinado (x = constante; t = variable), es decir, representa como actúa el punto sin considerar el resto de la onda. Este punto como hemos comentado anteriormente tendrá un movimiento armónico simple.



En esta representación la periodicidad vendrá representada por el periodo.
En resumidas cuentas, para saber cuál es la elongación de un punto deberemos conocer el tiempo y la distancia al origen.
La ecuación de una onda tiene una doble dependencia: del tiempo y de la distancia al origen.

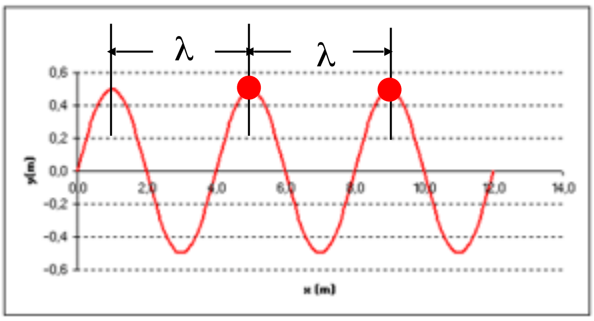
Fase de los puntos de la onda

La fase de los puntos de la onda indica el estado de oscilación de cada uno ellos. Dos puntos de una onda **oscilan en fase** cuando están en idéntico estado de movimiento. Por ejemplo si en un instante dado ambos están en una cresta de la onda. Dos puntos están en fase cuando estén separados por una distancia igual a un número entero de longitudes de onda:

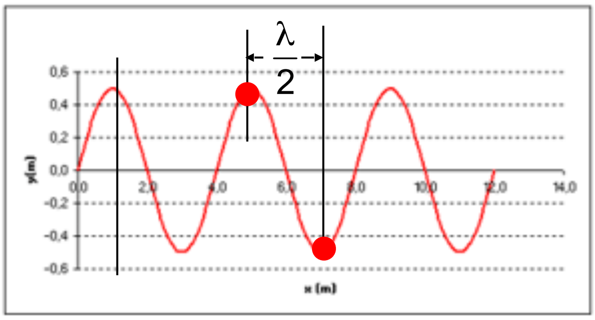
$$\Delta x = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots = n\lambda$$

Dos puntos se dice que están en **oposición de fase** si su estado de movimiento es opuesto, es decir sus velocidades tienen idéntico valor, pero se mueven en sentido contrario. Esto sucede, por ejemplo, cuando uno de los puntos está en una cresta y otro en un valle.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, 5\frac{\lambda}{2} \ldots = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$



Puntos oscilando en fase



Puntos oscilando en oposición

El desfase entre dos puntos, en consecuencia, depende de la distancia entre ambos y podremos calcularlo restando las fases (ángulo) de la ecuación de onda correspondiente. Si imaginamos dos puntos de una misma onda situados a una distancia x_1 y x_2 del origen, en un instante dado (t), tendrán una elongación (y) dada por:

$$y_1 = A\text{sen}(kx_1 - \omega t + \delta)$$
$$y_2 = A\text{sen}(kx_2 - \omega t + \delta)$$

El desfase vendrá dado por:

$$\Delta\varphi = \left(kx_2 - \omega t + \delta\right) - \left(kx_1 - \omega t + \delta\right) = kx_2 - kx_1$$
$$\boldsymbol{\Delta\varphi = k(x_2 - x_1)}$$

Como hemos visto, si los puntos considerados están separados por una distancia igual a un múltiplo entero de longitudes de onda estarán en fase, y si lo están por un número impar de semilongitudes de onda lo harán en oposición.

Ejemplo: Para la onda de ecuación:

$$y(x,t) = 2sen(\frac{\pi}{2}x - 5\pi t)$$

Determinar:

a) ¿Cuál será el desfase situado a 4 m de distancia?

b) ¿Cuál será el desfase situado a 6 m de distancia?

c) ¿Cuál será el desfase situado a 5,6 m de distancia?

a) De la ecuación de onda podemos calcular la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \rightarrow \lambda = 4m$$

Esto quiere decir que los puntos que se encuentren separados 4m se encuentran en fase.

b) De lo dicho en el apartado anterior se deduce que dos puntos situados a 6 m oscilarán en oposición, ya que 6 m es la distancia correspondiente a tres semilongitudes de onda

c) Dos puntos separados 5,6 m no oscilaran ni en fase ni en oposición. El desfase, en este caso, es intermedio entre ambas situaciones y vale:

$$\Delta\varphi = k(\Delta x) = \left(\frac{\pi}{2}\,rad/m\right) \times 5{,}6\,m = 2{,}8\,\pi\,rad$$

Velocidad y aceleración

Para calcular la velocidad de un punto de una onda obtenemos la derivada respecto del tiempo de la ecuación de onda (hay que tener en cuenta que la derivada sería entonces parcial, ya que la elongación de un punto depende de t y de x):

$$\boldsymbol{v = \frac{\delta y}{\delta t} = \pm A\omega\cos(kx \pm \omega t + \delta)}$$

Para hallar la aceleración derivamos la velocidad:

$$\boldsymbol{a = \frac{\delta v}{\delta t} = \mp A\omega^2\text{sen}(kx \pm \omega t + \delta)}$$

Ejemplo: La función de una onda armónica en una cuerda es, en unidades del SI: $y = 0{,}001sen(314t + 62{,}8x)$. Determina:

a) En que sentido se mueve la onda y con qué velocidad; b) la longitud de onda, el periodo y la frecuencia; c) las ecuaciones de la velocidad y de la aceleración en función del tiempo para una partícula de la cuerda que se encuentra en el punto x=-3 cm.

a) El signo positivo de la onda indica que esta se propaga en el sentido negativo del eje X. Calculamos la velocidad de propagación:

$$v = \frac{\omega}{k} = 5\ m/s$$

b) Calculamos la longitud de onda, el periodo y la frecuencia:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0{,}1\ m$$

$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 50\ s^{-1}$$

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}02\ s$$

c) Obtenemos la ecuación dela velocidad derivando respeto al tiempo la ecuación de onda:

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 0{,}314\cos\left(314t + 62{,}8x\right) m/s$$

Para x=-0,03 m:

$$v = 0{,}314\cos(314t - 1{,}88) m/s$$

Calculamos la aceleración de la partícula derivando respecto a la velocidad:

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -98{,}6\ sen\left(314t + 62{,}8x\right)\ m/s^2$$

Para x=-0,03 m:

$$a = -98{,}6\ sen(314t + 1{,}88)\ m/s^2$$

Fase inicial

La ***fase inicial está relacionada con las condiciones iniciales*** o instante en el que se comienza a contar el tiempo (t=0). Dependiendo del problema podemos calcular la fase inicial a partir de la posición inicial y de la velocidad inicial en cualquier punto de la onda:

$$y(x,0) = A\text{sen}(kx + \delta)$$
$$v(x,0) = A\omega\cos(kx + \delta)$$

Si hacemos el cálculo para x=0 m:

$$y_0 = y(0{,}0) = A\text{sen}(\delta) \rightarrow\ \delta = \text{sen}^{-1}\frac{y_0}{A}$$
$$v_0 = v(0{,}0) = A\omega\cos(\delta) \rightarrow \delta = \cos^{-1}\frac{v_0}{-A\omega}$$

Si representamos los valores de fase inicial que obtenemos para distintos valores de la posición y la velocidad inicial en una tabla:

δ	y_0	v_0
0	0	$A\omega$
$\frac{\pi}{2}$	A	0
π	-0	$-A\omega$
$\frac{3\pi}{2}$	$-A$	0

Ejemplo: Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje OX. Si A=5 mm, f=200 Hz y $\lambda = 10$ cm y en el instante t=0 s la elongación en x=0 es 2,5 mm y ese punto se mueve hacía arriba, determina: a) la ecuación de onda; b) la velocidad máxima de un punto de la cuerda; c) en que instante será máxima la elongación en un punto situado a 5 cm del foco emisor.

a) La ecuación general de una onda armónica viene dada por la siguiente expresión:

$$y(x,t) = A\text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

Tenemos que determinar k, ω y δ para escribir la ecuación de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}1\ m} = 20\pi\ rad/m$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(200)\ rad/s = 400\pi\ rad/s$$

Podemos escribir la ecuación de onda de la siguiente forma:

$$y(x,t) = 0{,}005 sen(400\pi t - 20\pi x + \delta)$$

Para hallar el valor de la fase inicial tenemos que tener en cuenta las condiciones iniciales:

$$x = 0\ m\ ;\ t = 0\ s \rightarrow \begin{cases} y(0s, 0m) = 2{,}5 \times 10^{-3}\ m \\ v(0s, 0m) > 0 \end{cases}$$

Sustituyendo en las ecuaciones:

$$\begin{cases} 2{,}5 \times 10^{-3}\ m = 0{,}005\ sen(\delta) \\ 2\pi\ cos(\delta) > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} sen(\delta) = 0{,}5 \\ cos(\delta) > 0 \end{cases}$$

Infinitos ángulos satisfacen la primera condición:

$$sen(\delta) = 0{,}5 \rightarrow \delta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}, \ldots$$

Nos quedamos con los dos primeros ($\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$). El único de los dos que satisface la segunda condición es:

$$cos(\delta) > 0 \rightarrow \delta = \frac{\pi}{6}$$

Finalmente obtenemos la ecuación de la onda:

$$y(x,t) = 0{,}005\ sen(400\pi t - 20\pi x + \frac{\pi}{6})$$

b) Para hallar la velocidad de un punto de la cuerda derivamos la ecuación de onda:

$$v(x,t) = \frac{\delta y}{\delta t} = 2\pi \cos(400\pi t - 20\pi x + \frac{\pi}{6})$$

La velocidad máxima vendrá cuando el coseno valga 1, por lo tanto:

$$v_{max} = 2\pi\ m/s$$

c) La elongación será máxima cuando:

$$sen\left(400\pi t - 20\pi x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

Para x=0,05 m se cumple:

$$sen\left(400\pi t - \pi + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$400\pi t - \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n\ \ n \in \mathbb{Z}$$

Despejando el tiempo:

$$t = \frac{\frac{4}{3} + 2n}{400}$$

El primer máximo aparece para n=0 y es t=3,3x10^{-3}s. Para n=1,2,3,… obtendríamos los sucesivos máximos.

Energía asociada a una onda

Una de las características más sobresalientes (y útiles) del movimiento ondulatorio es que las ondas transportan energía de un punto a otro sin que exista transporte de masa. Si la onda es armónica los puntos del medio oscilan con MAS y su energía será la suma de la energía cinética y la potencial:

$$\mathrm{E} = \mathrm{E_C} + \mathrm{E_p} = \frac{1}{2}\mathrm{KA}^2$$

A partir de aquí se puede establecer una relación entre la energía que una onda transfiere a los puntos del medio y sus parámetros característicos, tales como la frecuencia:

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2}\mathrm{KA}^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}\omega^2\mathrm{A}^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}4\pi^2 f^2\mathrm{A}^2 = (2\pi^2 m)f^2\mathrm{A}^2$$

La energía transferida por una onda a un punto del medio en el que se propaga depende del cuadrado de su frecuencia y del cuadrado de su amplitud.

4. Ondas estacionarias

Ecuación de una onda estacionaria

Las **ondas estacionarias** es un caso especial de interferencia producida por dos ondas de iguales características (igual amplitud, frecuencia, velocidad, etc.) que se propagan en una misma dirección pero con sentidos contrarios. Las ecuaciones de las ondas que interfieren son:

$$y_1 = A\,\text{sen}(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A\,\text{sen}(kx + \omega t)$$

La ecuación de la onda resultante al superponerse las dos ondas anteriores será:

$$y = y_1 + y_2 = A\,\text{sen}(kx - \omega t) + A\,\text{sen}(kx + \omega t)$$

Utilizando la siguiente fórmula trigonométrica:

$$\text{sen}A + \text{sen}B = 2cos\left(\frac{A-B}{2}\right)\text{sen}\left(\frac{A+B}{2}\right)$$

Obtenemos la ecuación de una onda estacionaria:

$$\boxed{\boldsymbol{y = 2Asen(kx)cos(\omega t)}}$$

Nota:

En algunos libros de texto podemos encontrarnos la siguiente ecuación para las ondas estacionarias:

$$y = 2Acos(kx)sen(\omega t)$$

Amplitud resultante

Si observamos la ecuación resultante, existe un término dependiente de la posición y otro término dependiente del tiempo. Todo el término que es independiente del tiempo es la **amplitud resultante** de la onda estacionaria en el punto:

$$y = A_r sen(\omega t)$$

Donde

$$\boldsymbol{A_r = 2Acos(kx)}$$

Nodos y vientres

A partir de la expresión anterior se puede comprobar que <u>la amplitud resultante tiene distintos valores dependiendo de la posición del punto</u>. Habrá puntos donde la amplitud resultante siempre sea nula (**nodos**) y otros puntos donde la amplitud resultante tenga un valor máximo (**vientres**). Vamos a calcular en que posiciones se encuentran dichos puntos.

Para calcular las posiciones de los nodos imponemos **A_R=0**:

$$A_R = 0 \rightarrow sen(kx) = 0$$

La condición anterior se cumple para un número infinito de ángulos:

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

Podemos expresar los ángulos anteriores en la siguiente ecuación:

$$kx = n\pi$$

Despejando obtenemos las posiciones de los nodos:

$$\boxed{\boldsymbol{x_{nodos} = n\frac{\lambda}{2}}}$$

<u>En las ondas estacionarias los nodos se localizan en un número entero de semilongitudes de onda</u>.
Es importante señalar que debido a la existencia de nodos en este tipo de ondas no existe transmisión de energía. La energía no se transporta ya que queda confinada entre los nodos que son puntos que no vibran.

Repetimos el cálculo para calcular las posiciones de los vientres. En los vientres se cumple:

$$A_r = \pm A \rightarrow \ sen(kx) = \pm 1$$

La condición anterior se cumple para un número infinito de ángulos:

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

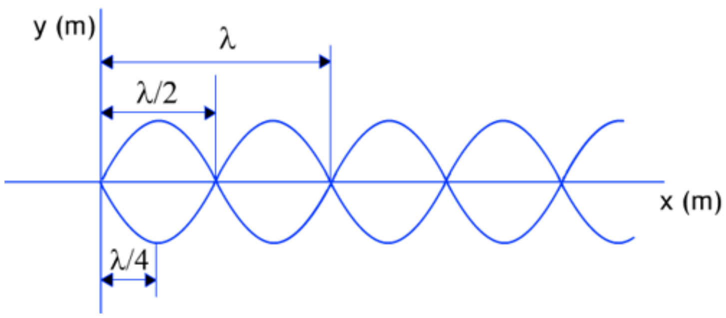
Como vemos son múltiplos impares de $\pi/2$:

$$kx = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Despejando finalmente obtenemos:

$$\boxed{\boldsymbol{x_{vientres} = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}}$$

<u>Los vientres se localizan a distancias iguales a un número impar de cuartos de longitud de onda</u>



Como se puede ver en la figura anterior la distancia entre:

-dos nodos es igual a $\boldsymbol{\lambda}/2$

-dos vientres es igual a $\boldsymbol{\lambda}/2$

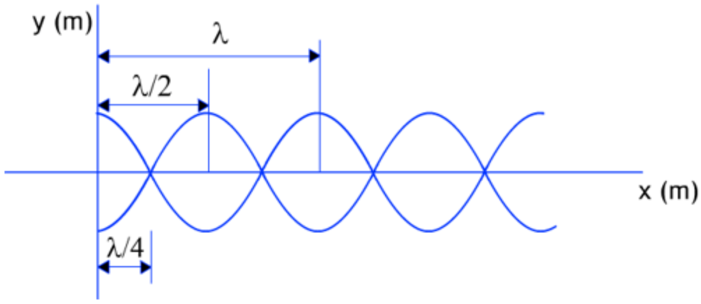
-un nodo y un vientre $\boldsymbol{\lambda}/4$

<u>Nota importante:</u>

En el caso en el que hubiéramos utilizado como ecuación de una onda estacionaria:

$$y = 2A\cos(kx)sen(\omega t)$$

La situación cambiaría de la siguiente forma:



En este caso se puede observar (ver figura) que los vientres se localizan a una distancia igual a un número entero de semilongitudes de onda:

$$\boldsymbol{x_{vientres}} = \boldsymbol{n}\frac{\boldsymbol{\lambda}}{2}$$

y los nodos a un número impar de cuartos de la longitud de onda.

$$\boldsymbol{x_{nodos}} = (2\boldsymbol{n} + 1)\frac{\boldsymbol{\lambda}}{4}$$

<u>Ejemplo</u> à La ecuación de una onda estacionaria es:

$$y = 6\cos(0{,}2\pi x)\mathrm{sen}(4\pi t)$$

Determina:

a) La amplitud máxima de la onda.
b) La amplitud de las ondas que la han originado.
c) Las posiciones de los nodos.
d) La velocidad de una partícula en el punto x=2m.

a) Para determinar la amplitud máxima de la onda, comparamos con la ecuación general de la onda estacionaria:

$$y = 6\cos(0{,}2\pi x)\mathrm{sen}(4\pi t) = A_r\mathrm{sen}(\omega t)$$

De donde deducimos:

$$A_r = 6\cos(0{,}2\pi x)$$

La amplitud máxima se consigue cuando el coseno es igual a la unidad:

$$(A_r)_{max} = 6\ m$$

b) La amplitud de las ondas que se superponen para dar la estacionaria es igual a la mitad de la amplitud máxima resultante:

$$A = 3\ m$$

c) Para conocer las posiciones de los nodos primero calculamos la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}2\pi} = 10\ m$$

Los nodos se encuentran en aquellos puntos que cumplen la siguiente condición:

$$\cos(0{,}2\pi x) = 0 \rightarrow 0{,}2\pi x = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

$$x = \frac{\frac{\pi}{2} + n\pi}{0{,}2\pi} = \frac{\frac{1}{2} + n}{0{,}2} = \left(2{,}5 + \frac{n}{0{,}2}\right)\ m$$

d) Para calcular la velocidad de vibración de una partícula derivamos la ecuación de ondas:

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 24\cos(0{,}2\pi x)\cos(4\pi t)$$

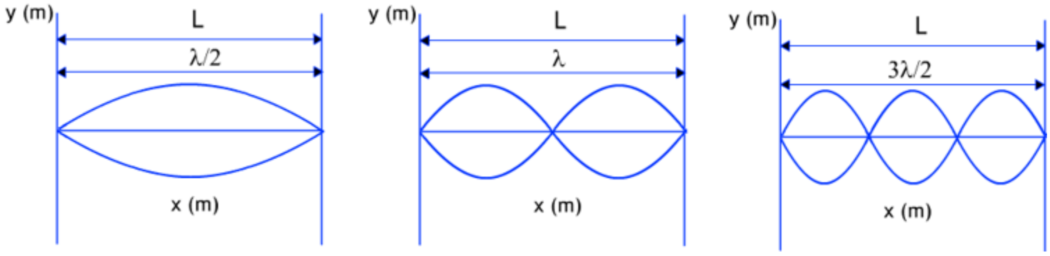
Para x=2 m:

$$v = 23{,}3\cos(4\pi t)\ m/s$$

Ondas estacionarias en cuerdas vibrantes

Un caso muy corriente de aparición de ondas estacionarias son las cuerdas vibrantes. En estos casos existe una restricción importante impuesta por las condiciones físicas en los extremos de la onda **(condiciones de contorno).**

Debido a que en los extremos debe existir un nodo no son posibles todas las ondas, *debe cumplirse que la longitud de la cuerda sea igual a un número entero de semilongitudes de onda* tal y como se muestra en la siguiente figura:



Según lo anterior se debe cumplir la siguiente condición:

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}}$$

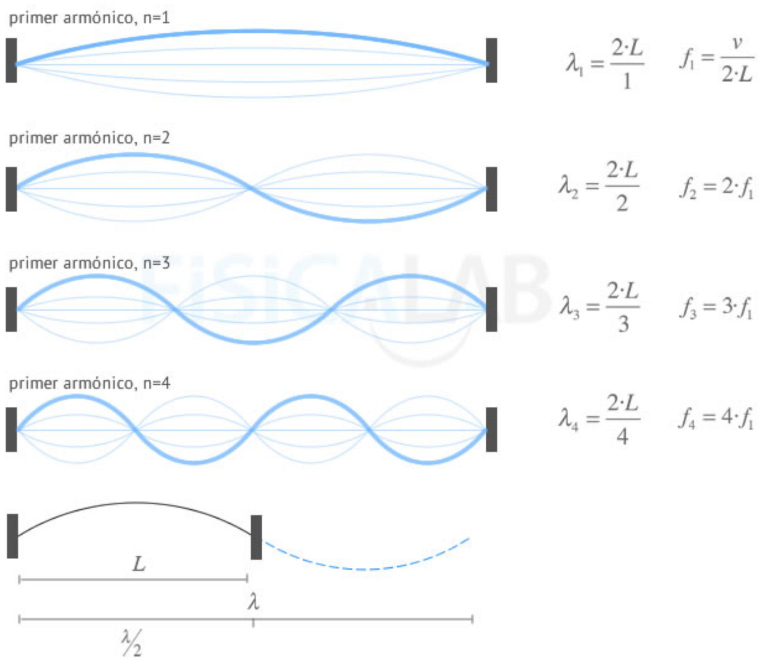
A las diferentes ondas estacionarias que se forman en la cuerda se les llaman modos de vibración:

-El primer modo de vibración se obtiene para n = 1 y se denomina ***modo fundamental o primer armónico.***

-Para n =2 tenemos el segundo modo de vibración o ***segundo armónico***. Tiene un nodo en el centro. Observar que ***la frecuencia de la onda es doble*** en este modo (long. de onda, mitad que la fundamental)

-Para n =3 tenemos el tercer modo de vibración o ***tercer armónico***. Tiene dos nodos. Observar que la frecuencia de la onda es triple en este modo (long. de onda, un tercio de la fundamental).

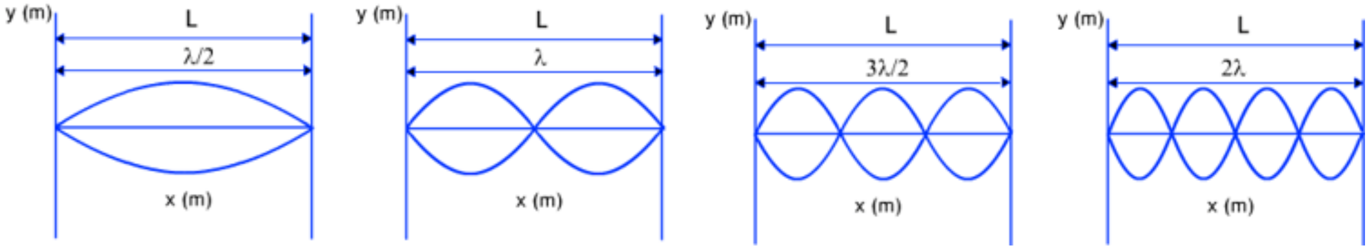
Las frecuencias de los armónicos son doble, triple...etc. de la fundamental.



En los instrumentos de cuerda: violín, guitarra, violoncello o piano se producen este tipo de ondas al pulsar las cuerdas

Ejemplo: Realice un dibujo del cuarto armónico de una onda estacionaria en una cuerda de piano sujeta por ambos extremos.
a) Si la longitud de la cuerda es de 100 cm, ¿cuánto vale la longitud de onda?
b) Si la frecuencia generada por este cuarto armónico es de 925 Hz, ¿cuánto vale la velocidad de propagación?
c) Cuánto vale la frecuencia del primer armónico?

a) Se muestran a continuación los cuatro primeros modos de vibración para una cuerda que vibra con los extremos fijos:



Como se ve en la figura, para una cuerda con los extremos fijos todos los armónicos han de cumplir la condición de contorno de que ***en los extremos existan nodos****. Para el cuarto modo su longitud de onda es un cuarto de la del modo fundamental y, en consecuencia, su frecuencia será cuatro veces superior a la frecuencia fundamental.*

Para una cuerda supuesta por ambos extremos se tiene:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \frac{2}{n}L$$

Por tanto para el cuarto modo de vibración:

$$\lambda = 0{,}5\ m$$

b) La velocidad de propagación sería:

Q

$$v = \lambda f = 462{,}5\ m/s$$

c) Tal y como se explica más arriba el primer armónico tienen una longitud de onda cuatro veces superior a la del cuarto, por tanto su frecuencia será cuatro veces menor:

$$f_{fundamental} = 231{,}3\ \mathrm{Hz}$$

Ejemplo: Una onda estacionaria en una cuerda tensa tiene por función de ondas:

$$y = 0{,}04\cos(40\pi t)sen(5\pi x)$$

Determine:
a) La localización de todos los nodos en $0 \leq x \leq 0{,}4\ m$
b) El periodo del movimiento de un punto cualquiera de la cuerda diferente de un nodo.

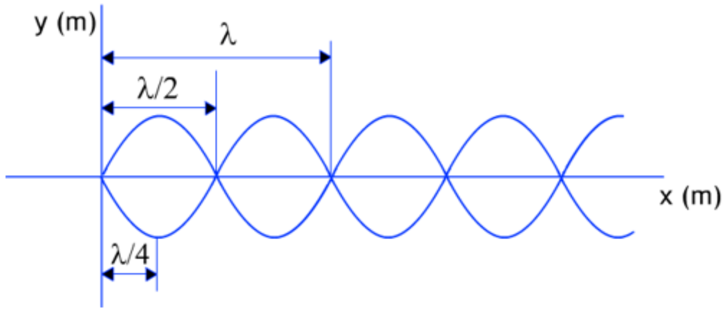
a) La ecuación dada no está correctamente escrita (al menos sus términos están desordenados). Debería de haberse escrito en la forma:

$$y = 0{,}04sen(5\pi x)\cos(40\pi t)$$

Donde:

$$A_r = 0{,}04sen(5\pi x)$$

Ahora observamos claramente que para x = 0, $A_R = 0$. El esquema para la onda estacionaria es el siguiente:



Sacamos la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 0{,}4\ m$$

Por tanto, entre 0 y 0,40 m existen tres nodos: uno en el origen, otro a 0,20 m (media longitud de onda) y un tercero al final, a 0,40 m (una longitud de onda).

b) Todos los puntos oscilan con MAS de idéntico periodo (aunque diferente amplitud).

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40\pi} = 0{,}05\ s$$

5. Comparación de ondas estacionarias y armónicas

En la siguiente tabla se comparan las características de ambos tipos de ondas:

	Ondas estacionarias	Ondas armónicas
Amplitud	Amplitud de oscilación variable para cada punto (nodos, vientres)	Amplitud de oscilación constante para todos los puntos
Desfase espacial	El estado de oscilación de cada punto permanece invariable, no depende del tiempo	El desfase de cada punto va cambiando con el tiempo
Velocidad de propagación	No tienen velocidad de propagación. La onda no se propaga en el espacio	La onda se propaga en el espacio tienen una velocidad de propagación
Transporte de energía	No transportan energía (existen nodos)	Transportan energía

CUESTIONES TEÓRICAS

Ondas armónicas

1. **a)** ¿Qué significa que una onda armónica viajera tenga doble periodicidad? Realice las gráficas necesarias para representar ambas periodicidades. **(Julio 2020)**

2. **a)** Explique las diferencias entre ondas armónicas y ondas estacionarias. Escriba un ejemplo de cada tipo de ondas. **(Junio 2019)**

3. **a)** ¿Qué significa que dos puntos de la dirección de propagación de una onda armónica estén en fase o en oposición de fase? ¿Qué distancia les separaría en cada caso? **(Junio 2018)**

4. **a)** ¿Es lo mismo velocidad de vibración que velocidad de propagación de una onda? Justifique su respuesta en base a sus expresiones matemáticas correspondientes. **(Septiembre 2018)**

5. **a)** ¿Qué significa que dos puntos de la dirección de propagación de una onda armónica estén en fase o en oposición de fase? ¿Qué distancia les separaría en cada caso? **(Junio 2018)**

6. **a)** Explique las diferencias entre una onda transversal y una longitudinal y ponga un ejemplo de cada una de ellas.
   b) Una onda armónica en una cuerda puede describirse mediante la ecuación:
   $$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)$$
   Indique el significado físico de las magnitudes que aparecen en esa ecuación, así como sus respectivas unidades en el sistema internacional. **(Reserva A Junio 2013)**

7. La ecuación de una onda armónica es:
   $$y(x,t)=A\mathrm{sen}(bt-cx)$$
   a) Indique las características de dicha onda y lo que representa cada uno de los parámetros A, b y c.
   b) ¿Cómo cambiarían las características de las onda si el signo negativo fuera positivo? **(2010)**

8. **a)** Explique qué magnitudes describen las periodicidades espacial y temporal de una onda e indiquen si están relacionadas entre sí.
   b) Razone qué tipo de movimiento efectúan los puntos de una cuerda por la que se propaga la onda armónica. **(2009)**

9. Considere la siguiente ecuación de una onda: y (x , t) = A sen (b t - c x) ;
   a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c? ; ¿cuáles son sus unidades? ;
   b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera “coseno” en lugar de “seno”?; ¿y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de -? **(2004)**

10. ¿Qué diferencia existe entre un movimiento armónico simple y otro vibratorio? Cita un ejemplo de cada uno de ellos.

11. Escribe la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y t (tiempo) y que contenga las magnitudes indicadas en cada uno de los siguientes apartados:
 Frecuencia angular y velocidad de propagación
 Período y longitud de onda
 Frecuencia angular y número de onda
 Explica por qué es una función doblemente periódica

Ondas estacionarias

12. **a) i)** Justifique que en una onda estacionaria la amplitud varía en cada punto. **ii)** Realice una representación gráfica de una onda estacionaria en función del espacio, y explique qué se entiende por un nodo en este tipo de ondas. **(Julio 2021)**

13. **a)** Explique la ecuación de una onda estacionaria y comente sus características.
 b) Explique las diferencias entre una onda estacionaria y una onda viajera. **(Septiembre 2014)**

14. **a)** Explique las características de una onda estacionaria e indique como se produce.
 b) Razone el tipo de movimiento de los puntos de una cuerda tensa en la que se ha generado la onda estacionaria. **(Reserva A Septiembre 2013)**

15. **a)** Escriba la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos, y explique el significado físico de cada uno de los parámetros que aparecen en ella.
 b) Explique qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima? **(2010)**

16. **a)** Razone que características deben tener dos ondas, que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria.
 b) Explique qué valores de la longitud de onda pueden darse si la longitud de la cuerda es L. **(Junio 2009)**

17. **a)** Explique qué son ondas estacionarias y describa sus características.
 b) En una cuerda se ha generado una onda estacionaria. Expliqué por qué no se propaga energía a través de la cuerda. **(Septiembre 2008)**

18. Considere la onda de ecuación: $y(x, t) = A \cos(b x) \operatorname{sen}(c t)$;
 a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c ? ; ¿cuáles son sus unidades? ; ¿cuál es el significado del factor $A \cos(b x)$?
 b) ¿Qué son los vientres y los nodos? ; ¿qué distancia hay entre vientres y nodos consecutivos? **(Septiembre 2004)**

19. **a)** Explique las diferencias entre ondas transversales y ondas longitudinales y ponga algún ejemplo.
b) ¿Qué es una onda estacionaria? Comente sus características. **(Septiembre 2003)**

20. **a)** Explique las diferencias entre ondas transversales y ondas longitudinales y ponga algún ejemplo.
b) ¿Qué es una onda estacionaria? Comente sus características. **(2003)**

21. Cuando la interferencia de dos ondas origina una onda estacionaria, ésta cumple:
a) Su frecuencia se duplica.
b) Su amplitud tiene máximos y nulos cada $\lambda/4$.
c) La energía que transporta la onda estacionaria es proporcional al cuadrado de la frecuencia.

PROBLEMAS

Ondas armónicas

1. **b)** Una onda viajera viene dada por la ecuación:

$$y\,(x,t) = 20 \cos\,(10\,t - 50\,x)\ (S.I.)$$

Calcule: **i)** Su velocidad de propagación. **ii)** La ecuación de la velocidad de oscilación y su valor máximo. **iii)** La ecuación de la aceleración y su valor máximo. **(Julio 2020)**

2. **b)** Una onda transversal, que se propaga en sentido negativo del eje OX, tiene una amplitud de 2 m, una longitud de onda de 12 m y la velocidad de propagación es 3 m s^{-1} . Escriba la ecuación de onda sabiendo que la perturbación, y(x,t), toma el valor máximo en el punto x = 0 m, en el instante t = 0 s. **(Junio 2019)**

3. **b)** Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga hacia la derecha por una cuerda con una velocidad de 2 m s^{-1} y un periodo de 0,125 s. Determine la ecuación de la onda correspondiente sabiendo que el punto x = 0 m de la cuerda se encuentra a la máxima altura para el instante inicial, justificando las respuestas. **(Junio 2018)**

4. **b)** Dada la onda de ecuación:

$$y(x,t) = 4\ sen(10\pi\ t - 0{,}1\pi\ x)\ (SI)$$

Determine razonadamente: (i) La velocidad y el sentido de propagación de la onda; (ii) el instante en el que un punto que dista 5 cm del origen alcanza su velocidad de máxima vibración. **(Septiembre 2018)**

5. **b)** Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga hacia la derecha por una cuerda con una velocidad de 2 m s^{-1} y un periodo de 0,125 s. Determine la ecuación de la onda correspondiente sabiendo que el punto x = 0 m de la cuerda se encuentra a la máxima altura para el instante inicial, justificando las respuestas. **(Junio 2018)**

6. La ecuación de una onda que se propaga en una cuerda es:

$$y(x,t) = 0{,}04\ sen\left(6t - 2x + \frac{\pi}{6}\right)\ S.I$$

a) Explique las características de la onda y determine su amplitud, longitud de onda, periodo y frecuencia.
b) Calcule la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda situado en x=3 m en el instante t=1 s. **(Septiembre 2014)**

7. La ecuación de una onda en la superficie de un lago es:

$$y(x,t) = 5 \bullet 10^{-2}\ cos\ (0{,}5t - 0{,}1x)\ S.I$$

a) Explique qué tipo de onda es y cuáles son sus características y determine su velocidad de propagación.
b) Analice qué tipo de movimiento realizan las moléculas de agua de la superficie del lago y determine su velocidad máxima. **(2012)**

8. Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje X. Su longitud de onda es 3,75 m, su amplitud 2 m y su velocidad 3 m/s.
   a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que en el punto x=0 la perturbación es nula en t=0.
   b) Determine la velocidad y aceleración máximas de un punto del medio. **(2012)**

9. Una onda transversal se propaga por una cuerda en el sentido negativo del eje X con las siguientes características: A=0,2 m, $\lambda = 0{,}4\ m$, f=10 Hz.
   a) Escriba la ecuación de la onda sabiendo que la perturbación y(x,t) toma su valor máximo en el punto x=0, en el instante t=0s.
   b) Explique qué tipo de movimiento realiza un punto de la cuerda situado en la posición x=10 cm y calcule la velocidad de ese punto en el instante t=2s. **(2011)**

10. Por una cuerda se propaga la onda de ecuación:
   $$y(x,t) = 0{,}05\ sen\ 2\pi(2t - 5x)\ \text{S.I}$$
   a) Indique de qué tipo de onda se trata y determine su longitud de onda, frecuencia, periodo y velocidad de propagación.
   b) Represente gráficamente la posición de un punto de la cuerda situado en x=0, en el intervalo de tiempo comprendido entre t=0 y t=1s. **(2011)**

11. En una cuerda tensa se genera una onda viajera de 10 cm de amplitud mediante un oscilador de 20 Hz. La onda se propaga a 2 m/s.
   a) Escriba la ecuación de la onda suponiendo que se propaga de derecha a izquierda y que en el instante inicial la elongación en el foco es nula.
   b) Determina la velocidad de una partícula de la cuerda situada a 1 m del foco emisor en el instante 3 s. **(Junio 2010)**

12. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:
   $$y(x,t) = 0{,}03\ sen(2t - 3x)\ \text{S.I}$$
   a) Explique el tipo de onda que se trata, en que sentido se propaga y calcule el valor de la elongación en x=0,1 m para t=0,2 s.
   b) Determine la velocidad máxima de las partículas de la cuerda y la velocidad de propagación de la onda. **(2009)**

13. Una onda armónica se propaga de derecha a izquierda por una cuerda con una velocidad de 8 m s^{-1}. Su periodo es de 0.5 s y su amplitud es de 0.3 m.
   a) Escriba la ecuación de la onda, razonando como obtiene el valor de cada una de las variables que intervienen en ella.
   b) Calcule la velocidad de una partícula de la cuerda situada en x = 2 m, en el instante t = 1 s. **(Junio 2009)**

14. La ecuación de una onda mecánica que se propaga por una cuerda es: y(x,t) = 0.08 cos(16t -10x) (S.I)

a) Determine el sentido de propagación de la onda, su amplitud, periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Explique cómo se mueve a lo largo del tiempo un punto de la cuerda y calcule su velocidad máxima. **(2007)**

15. Se hace vibrar transversalmente el extremo de una cuerda de gran longitud con un período de 0,5. π s y una amplitud de 0,2 cm, propagándose a través de ella una onda con una velocidad de 0,1 m.s^{-1}.
    a) Escribe la ecuación de la onda, indicando el razonamiento seguido.
    b) Explica qué características de la onda cambian si:
        I) Se aumenta el período de vibración en el extremo de la cuerda
        II) Se varía la tensión de la cuerda.

Sol: a) y = 0,002.sen(4.t-40x);

16. Un extremo de una cuerda de 3 m de longitud está sometido a un m.a.s. En el instante t = 4 s , la elongación de ese punto es de 2 cm. Se comprueba que la onda tarda 0,9s en llegar de un extremo a otro de la cuerda y que la longitud de onda es de 1 m. Calcula:
    a) La amplitud del movimiento ondulatorio
    b) La velocidad de vibración en el punto medio de la cuerda para t = 1 s.

Sol: a) A= 2.31 . 10^{-2} m; b) v= 24,19.10^{-2} m/s

17. Una onda sinusoidal avanza con una velocidad de 32 m/s. La amplitud de la onda es de 2,3 cm, y la frecuencia, de 60 Hz. Suponiendo que en el origen y en el instante inicial la elongación fuese máxima , calcula:
    a) La longitud de onda del movimiento.
    b) La ecuación del movimiento
    c) La elongación, velocidad y aceleración de un punto que dista del origen 51,2 cm para t = 2,6 s.

Sol: a) λ = 0,53 m; b) y(x,t) =0,023sen [2. π (60t- x/0.53) + π/2] o también y(x,t) =0,023cos [2. π (60t- x/0.53)] ; c) y (0,512; 2,6) = 0,0223m ; v(0,512;2,6) = - 2,16 m/s ; a (0,512; 2,6) = -3165,8 m/s^2

18. **a)** Escribe la ecuación de la propagación de una onda sinusoidal que se propaga en la dirección del semieje OX positivo, con una amplitud de 2 cm, una longitud de onda de 2 m y una frecuencia de 3 s^{-1}, si en el instante t = 0s el punto de abcisa x = 1 m tiene un desplazamiento igual a la amplitud.

b) ¿Qué cambia en la ecuación anterior si la onda se propaga en la dirección del semieje OX negativo?

c) ¿Cuál es la velocidad máxima, en módulo, de una de las partículas del medio?

Sol: a) y(x,t) = 0,02.sen (**6. π t- π x + 3π/2); c) $v_{max.}$= $^{+}$- 0,38 m/s**

19. Determina la ecuación de una onda de 6 m de amplitud y 4 Hz de frecuencia que se propaga hacia la derecha con una velocidad de 0,8 m/s, sabiendo que en el instante t = 1 s, una partícula del medio, situada a 2 m del origen, alcanza su máxima elongación positiva. ¿En qué instantes alcanzará dicha partícula su máxima aceleración?

Sol: a) y(x,t) = 6.sen [2. π .(4t- x/0.2) + π/2]; b) t = 2.5 s

20. Una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda viene dada por: y(x,t) = 0,02 sen (2,5 x – 3,2 T) en unidades del S.I.
    a) Calcula su velocidad de propagación
    b) ¿Cuál es la velocidad máxima de cualquier partícula (o segmento infinitesimal) de la cuerda?

Sol: a) v = 1.28 m/s; b) v_{max}=+- 0.064m/s

Ondas estacionarias

21. **b)** Una onda estacionaria queda descrita mediante la ecuación:

$$\mathbf{y(x,t) = 0{,}5\cdot sen((\pi/3)x)\cdot cos(40\pi t)\ (S.I.)}$$

Determine razonadamente: **i)** Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a esta onda estacionaria. **ii)** Posición de los vientres y amplitud de los mismos. **(Julio 2021)**

22. En una cuerda tensa de 16 m de longitud con sus extremos fijos se ha generado una onda de ecuación:

$$y(x,t) = 0{,}02\cos(\pi x)sen(8\pi t)\ \text{SI}$$

a) Explique de qué tipo de onda se trata y cómo podría producirse. Calcule su longitud de onda y frecuencia.
b) Calcule la velocidad en función del tiempo de los puntos de la cuerda que se encuentran a 4m y 4,5m, respectivamente, de uno de los extremos y comente los resultados. **(2012)**

23. Una onda viene descrita por:

$$y(x,t) = 0{,}5\cos(x)sen(30t)\ \text{SI}$$

a) Explique qué tipo de movimiento describen los puntos de la cuerda y calcule la velocidad máxima del punto situado en x=3,5 m.
b) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de las ondas cuya superposición darían origen a la onda indicada. **(Junio 2012)**

24. Una cuerda vibra de acuerdo con la ecuación:

$$y(x,t) = 5\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)sen(40t)\ \text{SI}$$

a) Indique qué tipo de onda es y cuáles son su amplitud y frecuencia. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas que por superposición dan lugar a la anterior?
b) Calcule la distancia entre dos nodos consecutivos y la velocidad de un punto de la cuerda situado en x=1,5 m en el instante t=2s. **(2012)**

25. La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x,t) = 0{,}1sen\left(\frac{\pi}{3}x\right)\cos(2\pi t)\ \text{S.I}$$

a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Explique qué tipo de movimiento realizan las partículas de la cuerda y determine la velocidad de una partícula situada en el punto x=1,5 m en el instante t=0,25 s.

26. La ecuación de una onda es:

$$y(x,t) = 10\, sen(\frac{\pi}{2}x) sen(100\pi t) \text{ S.I}$$

a) Explique qué tipo de onda se trata y describa sus características.

b) Determine la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición daría lugar a dicha onda. ¿Qué distancia hay entre tres nodos consecutivos? **(2010)**

27. Por una cuerda se propaga la onda:

$$y(x,t)=8x10^{-2}\cos(0{,}5x)sen(50t) \text{ S.I}$$

a) Calcule las características de la onda y la distancia entre el 2º y 5º nodo.

b) Explique las características de las ondas cuya superposición daría lugar a esa onda, escriba sus ecuaciones y calcule su velocidad de propagación. **(2009)**

28. La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x,t) = 0.4\, sen(12\pi x)\cos(40\pi t) \text{ (S.I)}$$

a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero. **(Junio 2005)**

29. La cuerda de una guitarra vibra de acuerdo con la ecuación:

$$y(x,t) = 0.01\ sen(10.\pi.x)\cos(200.\ \pi.\ t) \text{ (en unidades del S.I.)}$$

   a) Indica de qué tipo de onda se trata y calcula la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas a cuya superposición puede dar lugar a dicha onda.
   b) ¿Cuál es la energía de una partícula de la cuerda situada en el punto x = 10 cm? Razona la respuesta.

Sol: a) v = 20 m/s; b) nula

30. Una cuerda de 60 cm, con sus dos extremos fijos, oscila en un modo con dos nodos internos y una frecuencia de 200 Hz. El punto central de la cuerda oscila con una amplitud de 2 cm. Calcula:
   a) La velocidad de propagación de las ondas en la cuerda
   b) La velocidad máxima del punto central de la cuerda
   c) La amplitud de oscilación de un punto de la cuerda situado a 5 cm de uno de sus extremos.

Sol: a)v = 80 m/s ; b) v_{max} = - 25,13 m/s ; c) A = 1,4 . 10^{-2} m