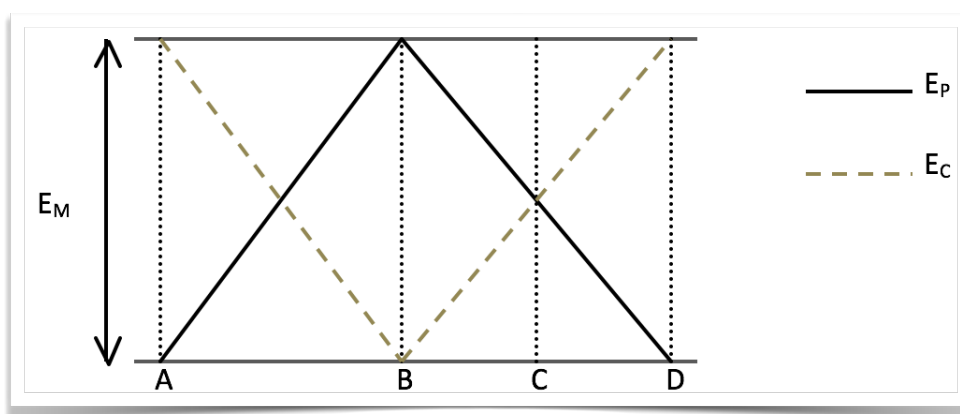


## T.2. TRABAJO Y ENERGÍA



1. Energía	3
1.1 Definición	3
1.2 Unidades	3
1.3 Energía mecánica	3
1.4 Tipos de energía	4
1.5 Propiedades de la energía	5
1.6 Como se transfiere la energía	5
2. Trabajo mecánico producido por una fuerza	6
3. Trabajo total: trabajo producido por varias fuerzas	7
4. Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento	7
5. Trabajo total: relación con la energía cinética	8
6. Trabajo motor y resistente	8
7. Trabajo producido por una fuerza conservativa: relación con la energía potencial	8
7.1 Fuerza conservativa	8
7.2 Relación del trabajo con la energía potencial	8
8. Principio de conservación de la energía mecánica	11
8.1 Análisis energético del movimiento de caída libre	11
8.2 Características de las fuerzas conservativas	14
9. Variación de la energía mecánica: balance de energía	15
9.1 Fuerza no conservativa y su relación con la energía mecánica	15
9.2 Análisis energético del movimiento de caída libre con rozamiento	15
10. Potencia	17

---

<b>CUESTIONES TEÓRICAS</b>	<b>18</b>
Trabajo y energía mecánica	18
Conservación de la energía mecánica y fuerzas conservativas	18
<b>PROBLEMAS</b>	<b>21</b>
Movimientos en superficies	21

---

# 1. Energía

## 1.1 Definición

El término energía tiene diversas acepciones y definiciones. En general podemos definir la energía como:

**Capacidad para producir transformaciones o cambios**

Los cambios pueden ser de distinta índole. Por ejemplo, cambios en la velocidad de un objeto o cambios en la temperatura de un objeto.

En el universo no existe ningún proceso físico, químico o biológico en el que no se produzcan intercambios energéticos. De ahí proviene la importancia de este concepto físico.

## 1.2 Unidades

En el sistema internacional la energía se mide en **Julios ([E]=J)**. Podemos definir un Julio como:

**Energía que tiene un cuerpo de 1 kg que se mueve a una velocidad de 1 m/s**

También se suele medir la energía en calorías (1 cal=4'18 J)

## 1.3 Energía mecánica

**Es la energía que se encuentra ligada a la posición y velocidad de los cuerpos**

La **energía mecánica** de un cuerpo es la suma de sus energías cinética y potencial:

$$E_m = E_c + E_p$$

### Energía cinética ( $E_c$ )

**Es la energía que tienen los cuerpos por encontrarse en movimiento**

Su valor depende de la masa del cuerpo (m) y de su velocidad (v):

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

### Energía potencial ( $E_p$ )

**Es la energía que tienen los cuerpos por ocupar una determinada posición en el espacio**

Vamos a distinguir en este tema dos tipos de energía potencial:

**-Energía potencial gravitatoria:** Es la energía que tienen los cuerpos por encontrarse a una determinada altura sobre la superficie terrestre. Su valor depende de la masa del

cuerpo (m), de la aceleración de la gravedad (g) y de la altura a la que se encuentra sobre la superficie del suelo (h):

$$E_p = mgh$$

**-Energía potencial elástica:** Es la energía que tienen los cuerpos ligados a un muelle que se encuentra comprimido o estirado respecto a su longitud natural. Su valor depende de la constante elástica del cuerpo (k) y de la deformación ( $\Delta x$ ):

$$E_p = \frac{1}{2} k(\Delta x)^2$$

## 1.4 Tipos de energía

Tipo de energía	Fuerzas implicadas o forma de almacenamiento
<b>Mecánica</b>	<p><b>Energía cinética:</b> Asociada al movimiento de los cuerpos o sistemas</p> <p><b>Energía potencial:</b> Asociada a las fuerzas mecánicas: gravitatoria y elástica</p>
<b>Electromagnética</b>	<p>Energía de la corriente eléctrica y del campo electromagnético</p> <p>Asociada a las <b>fuerzas eléctrica y magnética</b></p>
<b>Luminosa o radiante</b>	<p>Asociada al <b>transporte de la radiación electromagnética</b></p> <p><b>Energía de la luz</b> visible y no visible</p>
<b>Térmica</b>	<p>Asociada a la <b>agitación interna molecular</b></p> <p>Asociada al <b>concepto de temperatura</b></p>
<b>Química</b>	<p>Energía de los <b>enlaces químicos</b></p> <p>Aparece en las <b>reacciones químicas</b></p>
<b>Nuclear</b>	<p>Energía de <b>cohesión interna de los núcleos</b></p> <p>Aparece en las reacciones nucleares</p>

---

## 1.5 Propiedades de la energía

-**La energía se transforma.** Cuando dejamos caer un cuerpo desde cierta altura su energía potencial se transforma en cinética y aumenta su velocidad.

-**La energía se transfiere de unos cuerpos a otros.** El Sol transfiere energía radiante a la Tierra.

-**La energía se puede almacenar y transportar.** La energía eléctrica se puede almacenar en pilas y transportar a través del tendido eléctrico.

-**La energía se degrada.** Cuando dejamos botar un balón de baloncesto parte de la energía se pierde en forma de calor (se degrada), por este motivo el bote cada vez es menor hasta que se para.

-**La energía se conserva.** En cada transformación la cantidad de energía total se conserva. En la cantidad total de energía tenemos que incluir la energía que se degrada en forma de calor.

## 1.6 Como se transfiere la energía

Cuando dos cuerpos intercambian energía sólo lo pueden hacer de dos maneras:

- De forma mecánica mediante la realización de un **trabajo**.
- De forma térmica, mediante el intercambio de **calor**.

Tanto el calor como el trabajo son dos formas de intercambiar energía:

-Dos cuerpos intercambian energía en forma de trabajo cuando uno ejerce una fuerza sobre otro que produce un desplazamiento.

-Dos cuerpos intercambian energía en forma de calor cuando están a distinta temperatura

## 2. Trabajo mecánico producido por una fuerza

Es la energía que una fuerza transfiere a un cuerpo provocándole un desplazamiento

El trabajo mecánico producido por una fuerza ( $W_F$ ) viene dado por:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\Delta r \cos \alpha$$

Donde:

- $\vec{F}$  es la fuerza aplicada sobre el objeto.

- $\Delta\vec{r}$  es el desplazamiento del objeto.

- $\alpha$  es el ángulo formado entre la fuerza y el desplazamiento

Es importante que entendamos que el trabajo mecánico es una transferencia de energía producida por una fuerza.

Atendiendo a la definición anterior:

Un **julio** se puede definir también como el trabajo que realiza una fuerza de 1 N aplicada en la dirección del movimiento para producir el desplazamiento de 1 m:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N } 1 \text{ m}$$

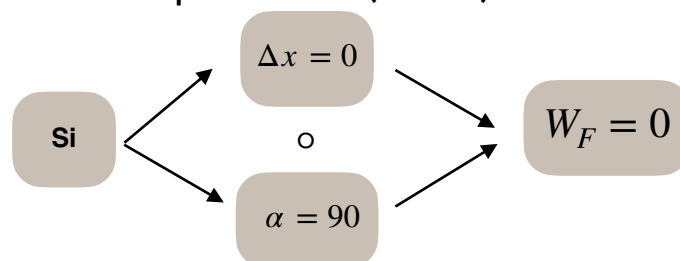


### Consecuencias

Según la definición anterior hay que destacar que **el trabajo mecánico producido por una fuerza es cero** si:

-No hay desplazamiento producido por la fuerza ( $\Delta x = 0$ ).

-La fuerza es perpendicular al desplazamiento ( $\alpha = 90$ ).



En las **condiciones anteriores** la fuerza no transfiere energía al objeto.

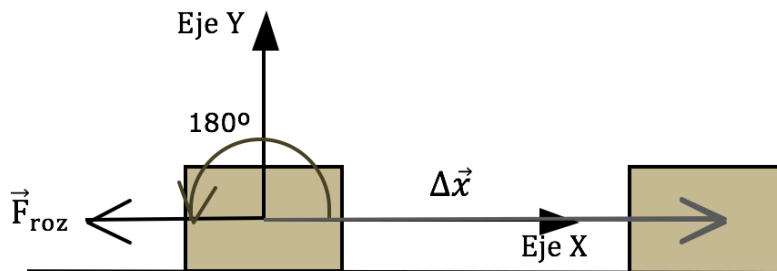
### 3. Trabajo total: trabajo producido por varias fuerzas

En el caso de que tengamos varias fuerzas actuando sobre un objeto podemos calcular el trabajo total como la suma de los trabajos individuales de cada una de las fuerzas:

$$W_T = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r} = F_{\text{resultante}} \Delta r \cos \alpha$$

### 4. Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

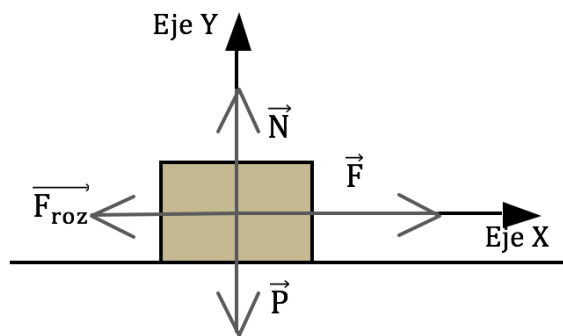
La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento. Por lo tanto, forma un ángulo de  $180^\circ$  con el desplazamiento:



Siempre se cumple que el trabajo ejercido por la fuerza de rozamiento es negativo:

$$W_{roz} = F_{roz} \cos 180^\circ \times \Delta x = -F_{roz} \times \Delta x$$

**Ejemplo:** Calcula el trabajo total que realizan las fuerzas que actúan sobre una caja de  $0.75 \text{ kg}$  de masa que se desplaza  $0.8 \text{ m}$  en una superficie con rozamiento ( $\mu = 0.4$ ) bajo la acción de una fuerza de  $5 \text{ N}$  tal y como se muestra en la siguiente figura:



El trabajo total es la suma del trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre la caja:

$$W_T = W_F + W_{F_{roz}} + W_N + W_P$$

Vamos a calcular el valor del trabajo realizado por cada fuerza:

$$W_F = F \Delta x \cos \alpha = 5 \text{ N} \times 0.8 \text{ m} \times \cos 0 = 4 \text{ J}$$

Como la fuerza normal y el peso son perpendiculares al desplazamiento el trabajo que realizan es nulo:

$$W_P = P \Delta x \cos \alpha = P \times \Delta x \cos 90 = 0 \text{ J}$$

$$W_N = N \Delta x \cos \alpha = N \times \Delta x \cos 90 = 0 \text{ J}$$

Mientras que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{F_{roz}} = F_{roz} \Delta x \cos \alpha = \mu N \Delta x \cos 180 = \mu mg \Delta x \cos 180 = 0.4 \times 0.75 \text{ N} \times 0.8 \text{ m} \times (-1) = -2.35 \text{ J}$$

El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre la caja es:

$$W_T = W_F + W_{F_{roz}} = 4J - 2'35J = 1'65J$$

Del trabajo realizado para tirar de la caja (4J) solo se aprovechan 1'65J el resto se pierde debido al rozamiento.

## 5. Trabajo total: relación con la energía cinética

Se puede demostrar que el trabajo de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto es igual a la variación de su energía cinética:

$$W_T = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

## 6. Trabajo motor y resistente

Dependiendo de si la energía transferida por una fuerza es positiva o negativa podemos distinguir dos casos:

**Trabajo motor:** Es aquel que produce un incremento de energía cinética del cuerpo  
( $W = \Delta E_c > 0$ )

**Trabajo resistente:** Es aquel que produce un decremento de energía cinética del cuerpo  
( $W = \Delta E_c < 0$ )

Por lo tanto el trabajo motor es aquel que produce un aumento de la velocidad del cuerpo. El trabajo motor siempre es positivo. El trabajo resistente es aquel que disminuye la velocidad del cuerpo. Un ejemplo de fuerza que produce siempre un trabajo resistente es la fuerza de rozamiento.

## 7. Trabajo producido por una fuerza conservativa: relación con la energía potencial

### 7.1 Fuerza conservativa

Fuerza conservativa es aquella que **no disipa energía** y que por lo tanto **conserva el valor de la energía mecánica** del cuerpo sobre el que actúa

A lo largo de este curso vamos a trabajar con las siguientes fuerzas conservativas: **gravitatoria**, **electrostática** y **elástica**.

### 7.2 Relación del trabajo con la energía potencial

Matemáticamente la relación que hay entre el trabajo y la energía potencial viene dada por la siguiente ecuación:



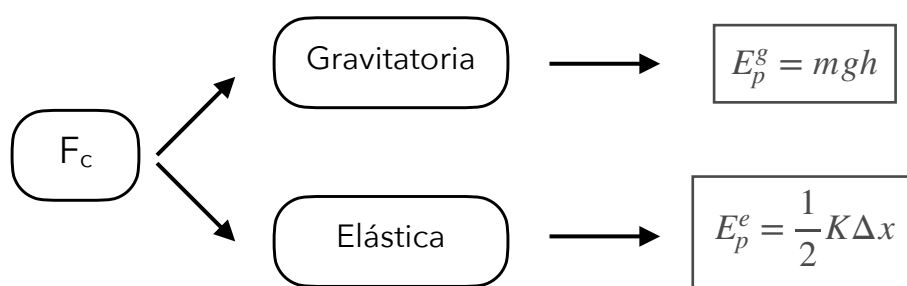
$$W_{F_c} = -\Delta E_p$$

Es importante señalar que la **ecuación anterior solo puede utilizarse para calcular la energía que transfiere una fuerza conservativa**.

De la ecuación anterior podemos inferir las siguientes propiedades de las fuerzas conservativas:

1. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas solo **depende de la posición inicial y final** del cuerpo. Es independiente, por lo tanto, de la trayectoria.
2. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una **trayectoria cerrada** es cero.

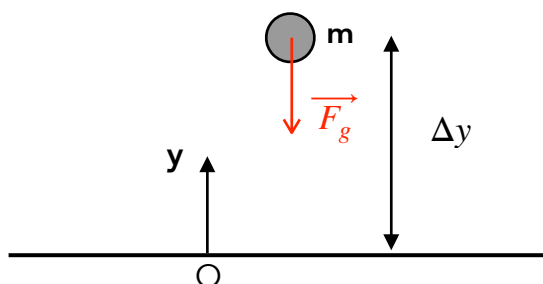
Tenemos las siguientes expresiones para la energía potencial:



**Ejemplo:** Calcula la energía que el peso le transfiere a un cuerpo de 1 kg que cae desde una altura de 10 m de dos formas:

a) Utilizando:  $W_F = F \cdot \Delta y \cdot \cos \alpha$

b) Utilizando:  $W_{F_c} = -\Delta E_p$



a) En este caso tendríamos:

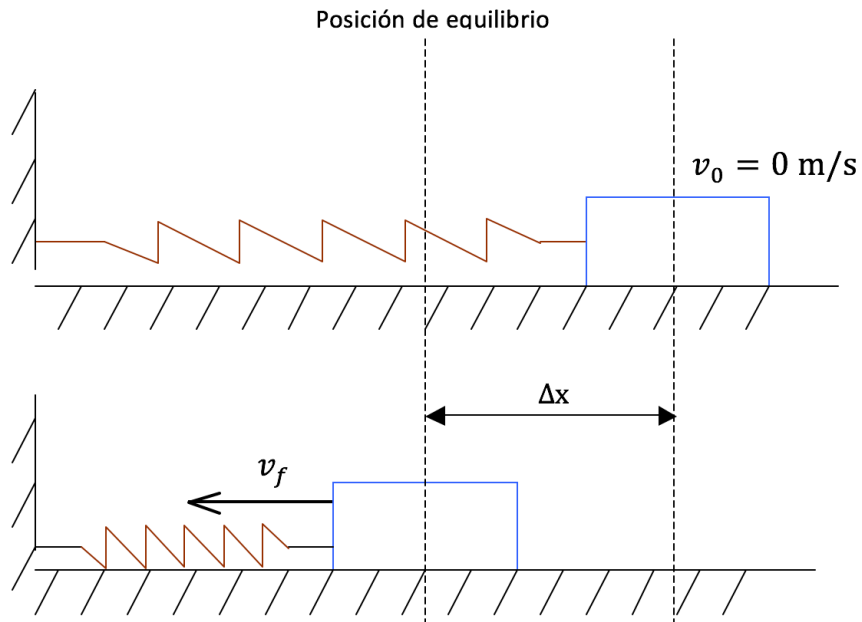
$$W_p = mgh \cos(0) = mgh = 98J$$

b) Si utilizamos la relación del trabajo con la energía potencial:

$$W_p = -\Delta E_p = -(E_p(f) - E_p(i)) = -(mgh - 0) = mgh = 98J$$

**Ejemplo:** Determina la velocidad con la que pasa por el punto de equilibrio un cuerpo de 1 kg que se encuentra ensartado a un muelle con constante elástica  $k=1N/m$ . Inicialmente el muelle parte del reposo y se encuentra a 2 m de la posición de equilibrio del muelle.

En la siguiente figura se ilustra la situación. El punto de equilibrio es aquel en el que el muelle tiene su longitud natural, es decir, no se encuentra ni comprimido ni estirado. Inicialmente el muelle se encuentra estirado y tiende a acelerar el cuerpo al que se encuentra unido:



Para calcular la velocidad final vamos a utilizar la formula que relaciona el trabajo con la energía potencial:

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pf} - E_{po}) = -(0J - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2)$$

$$W = \frac{1}{2} \times \left(1 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \times (2 \text{ m})^2 = 2 \text{ J}$$

Finalmente utilizamos la formula que relaciona la energía cinética con el trabajo y obtenemos la velocidad final:

$$W = \Delta E_c = (E_{cf} - E_{co}) = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Despejando:

$$v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 2J}{1 \text{ kg}}} = 2 \text{ m/s}$$

## 8. Principio de conservación de la energía mecánica

Si sobre un cuerpo **solo actúan fuerzas conservativas** (o el efecto de las que no lo son no implica ningún tipo de transferencia energética) la **energía mecánica del cuerpo se conserva**

Cuando la fuerza que actúa sobre el objeto es conservativa podemos utilizar las fórmulas que relacionan el trabajo con la energía potencial y cinética:

$$W_{F_c} = -\Delta E_p = \Delta E_c$$

Si desarrollamos la expresión anterior:

$$\begin{aligned} -\Delta E_p &= \Delta E_c \\ -\left(E_{pf} - E_{po}\right) &= \left(E_{cf} - E_{co}\right) \end{aligned}$$

y reagrupamos términos:

$$E_{co} + E_{po} = E_{cf} + E_{pf}$$

obtenemos:

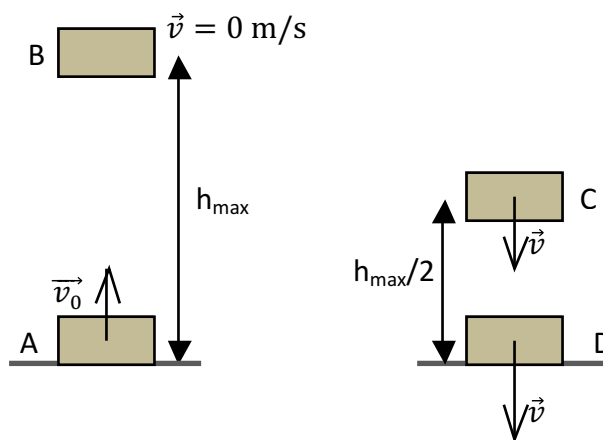
$$E_{mo} = E_{mf}$$

Este es el principio de conservación de la energía mecánica, la energía mecánica se conserva:

$$E_{mo} = E_{mf} \rightarrow E_m = \text{cte}$$

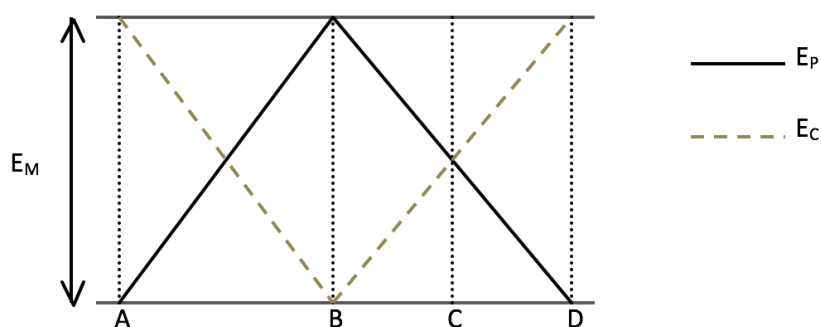
### 8.1 Análisis energético del movimiento de caída libre

Vamos a estudiar el principio de conservación de la energía mecánica con un ejemplo práctico: el **movimiento de un cuerpo en caída libre en ausencia de rozamiento**. Supongamos que lanzamos un objeto hacia arriba con una velocidad inicial (punto A) tal y como se muestra en la figura:



El objeto alcanzará la altura máxima cuando su velocidad sea nula (punto B) y volverá a caer al suelo. En la figura anterior el objeto se encuentra a la mitad de la altura máxima en el punto C

y llega al suelo en el punto D. Podemos analizar el movimiento del objeto desde un punto de vista energético haciendo uso del siguiente diagrama de energía:

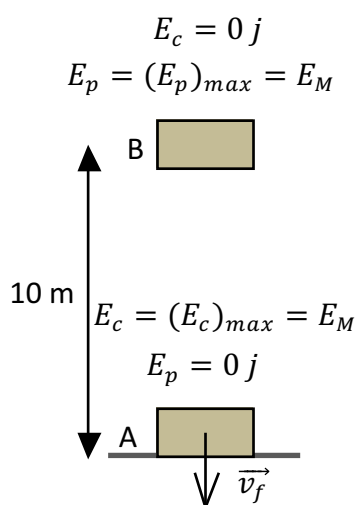


El eje vertical muestra la energía del cuerpo mientras que el eje horizontal representa el recorrido del objeto en su trayectoria. La línea negra representa la energía potencial gravitatoria del objeto, la línea gris discontinua representa la energía cinética. Los puntos de la trayectoria (A, B, C Y D) vienen representados con líneas discontinuas verticales.

Como se puede ver en el diagrama anterior en el punto inicial (A) toda la energía del cuerpo es cinética mientras que la potencial vale cero. A medida que el cuerpo sube la energía cinética se va transformando en potencial hasta que el cuerpo alcanza su máxima altura (B). En ese punto el objeto solo tiene energía potencial, que coincide con la energía mecánica. Después el objeto cae al suelo produciéndose el proceso inverso. En el punto intermedio (C) la energía cinética es exactamente igual a la potencial, siendo la suma de ambas igual a la energía mecánica inicial. A lo largo de la trayectoria del objeto se produce un balance entre su energía cinética y potencial cumpliéndose en cualquier instante que la suma de las dos es una cantidad constante que es lo que denominamos energía mecánica ( $E_M = E_c + E_p = cte$ ).

**Ejemplo:** Utilizando conceptos energéticos calcula la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura de 10 m. Despreciar el efecto del rozamiento del aire sobre el objeto.

La situación es la que es la que se muestra en el siguiente diagrama:



Si despreciamos el efecto del rozamiento del aire solo actúa la fuerza de la gravedad sobre el objeto. Esta fuerza es conservativa, por lo tanto podemos utilizar el principio de conservación de la energía

mecánica para resolver el problema. Lo aplicamos para el punto inicial (B) y el final (A). Se cumple, por lo tanto, que la energía mecánica inicial es igual a la final:

$$E_M(i) = E_M(f)$$

En el punto inicial solo tenemos energía potencial ( $E_p(i)$ ) mientras que en el punto final solo tenemos energía cinética ( $E_c(f)$ ). Por lo tanto el principio de conservación de la energía mecánica queda:

$$E_p(i) = E_c(f)$$

Vemos, por lo tanto, que la energía potencial inicial se transforma en energía cinética cuando llega al suelo:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Despejando obtenemos la velocidad final:

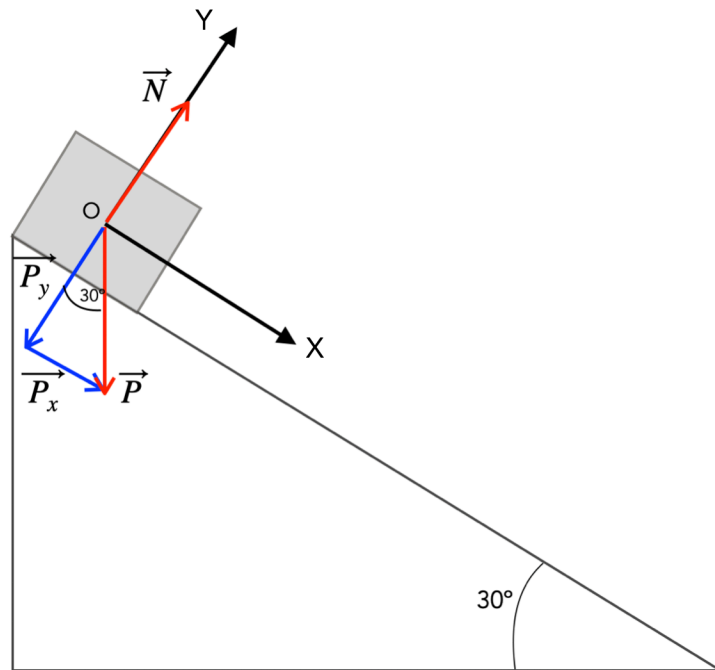
$$v_f = \sqrt{2gh} = 14 \text{ m/s}$$

**Ejemplo:** Dejamos caer un objeto desde lo alto de un plano inclinado de 30 grados y 10 metros de altura. Calcula la velocidad con la que llega a la base del plano del inclinado con:

a) Razonamientos dinámicos (segunda ley de Newton).

b) Razonamientos energéticos.

a) La situación es la que es la que se muestra en el siguiente diagrama:



Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\begin{cases} (X) \, mg \sin 30 = ma \\ (Y) \, N - mg \cos 30 = 0 \end{cases}$$

Obtenemos la expresión de la aceleración despejando:

$$mg \sin 30 = ma \rightarrow a = \frac{mg \sin 30}{m} = g \sin 30 = 4,9 \text{ m/s}^2$$

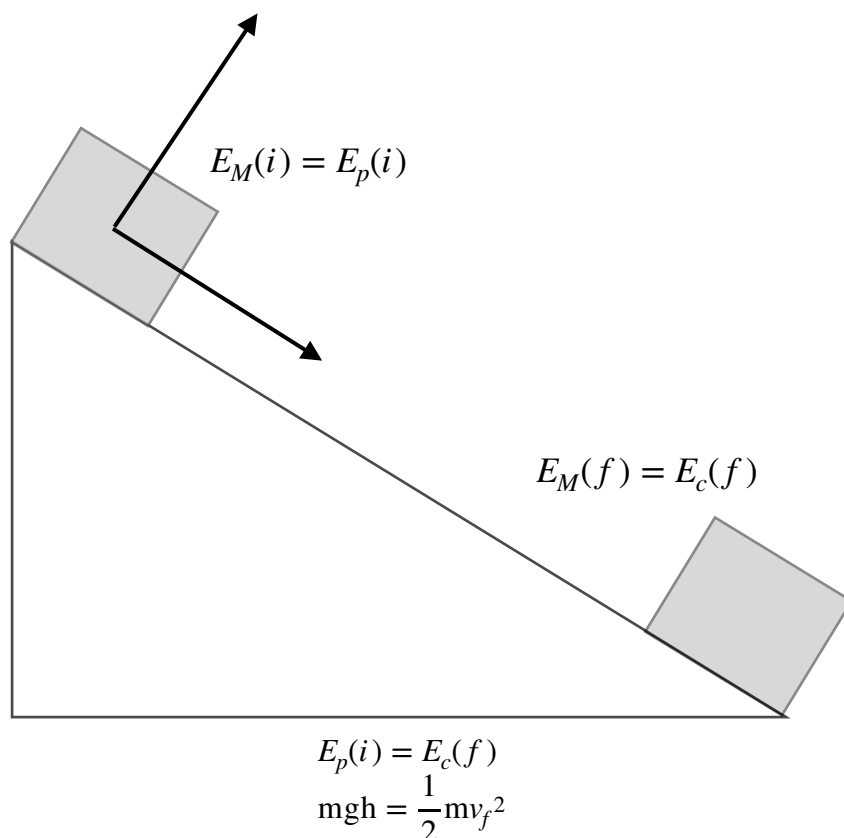
Para poder calcular la velocidad con la que llega a la base del plano necesitamos calcular la longitud del plano inclinado:

$$\sin(30) = \frac{h}{l} \rightarrow l = \frac{h}{\sin(30)} = 20 \text{ m}$$

Finalmente calculamos la velocidad utilizando la fórmula del cuadrado de la velocidad:

$$v^2 = 2al \rightarrow v^2 = 2g \sin(30)l \rightarrow v = \sqrt{2g \sin(30)l} = 14 \text{ m/s}$$

**b)** En este caso vamos a aplicar el principio de conservación de la energía mecánica entre el punto inicial y final:



Despejando la velocidad:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl \sin(30)} = 14 \text{ m/s}$$

Cómo se puede ver la expresión analítica que tenemos coincide con la que habíamos obtenido utilizando razonamientos dinámicos.

## 8.2 Características de las fuerzas conservativas

Como hemos visto, son fuerzas conservativas aquellas bajo cuya acción se conserva la energía mecánica del sistema. Esta característica confiere a las fuerzas conservativas las siguientes propiedades:

1. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas solo **depende de la posición inicial y final** del cuerpo. Es independiente, por lo tanto, de la trayectoria.
2. El **trabajo** realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de una **trayectoria cerrada** es cero.

## 9. Variación de la energía mecánica: balance de energía

Si sobre un cuerpo **actúan fuerzas no conservativas** la **energía mecánica del cuerpo irá disminuyendo con el tiempo**

### 9.1 Fuerza no conservativa y su relación con la energía mecánica

**Fuerza no conservativa** es aquella que **disipa energía** y que por lo tanto produce una **perdida de energía mecánica** del cuerpo sobre el que actúa

En este tema solo vamos a considerar una fuerza no conservativa: la **fuerza de rozamiento**.

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza de rozamiento la energía mecánica no se conserva y se cumple que la suma de la energía mecánica inicial con el trabajo (contribución negativa) nos dará el valor de la energía mecánica final del sistema:

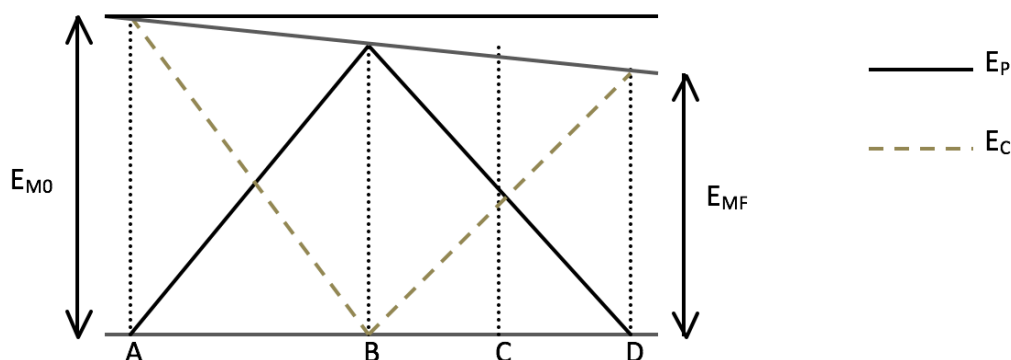
$$E_M(i) + W_{FR} = E_M(f)$$

### Características fuerzas no conservativas

- Son fuerzas no conservativas todas las fuerzas de rozamiento ya que producen una pérdida de energía mecánica.
- Siempre realizan un trabajo negativo.
- La energía mecánica que disipan se pierde en forma de calor.

### 9.2 Análisis energético del movimiento de caída libre con rozamiento

Si consideramos el mismo ejemplo estudiado en el apartado 7.1 pero añadimos el efecto del rozamiento del aire, tenemos el siguiente diagrama de energía:



En este caso tenemos el mismo balance entre energía potencial y cinética que teníamos en el caso en el que despreciábamos el rozamiento. Sin embargo, en este caso la energía va

---

disminuyendo gradualmente a medida que el objeto se mueve. Al final del trayecto tenemos una energía mecánica inferior a la inicial ( $E_M(i) > E_M(f)$ ). Este hecho queda reflejado en la siguiente ecuación de **balance energético**:

$$E_M(i) + W_{FR} = E_M(f)$$

La contribución negativa de la fuerza de rozamiento hace que la energía mecánica final sea menor que la inicial ( $E_M(i) > E_M(f)$ ).



---

## 10. Potencia

Cuando una máquina realiza un trabajo, no solo interesa la cantidad de energía que produce, sino también el tiempo que tarda en hacerlo. Por este motivo, se establece una nueva magnitud física: la potencia (P). La potencia es el cociente entre el trabajo realizado (W) y el tiempo empleado (t):

$$P = \frac{W}{t}$$

La potencia mide la rapidez con la que se realiza un trabajo.

### Unidades

En el sistema internacional la potencia se mide en vatios (W).

$$[W] = 1W = \frac{1J}{1s}$$

Un vatio es la potencia de una máquina que puede realizar un trabajo de un julio por segundo. También se suele medir la potencia en caballos de vapor (CV):

$$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$$

- ### Relación entre la potencia y la velocidad

Cuando el resultado de las máquinas es producir movimiento resulta de utilidad expresar la potencia del motor en función de la velocidad a la que se desplaza:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times \Delta x}{t} = F \times v$$

Por lo tanto:

$$P = F \times v$$

Podemos conocer la potencia a partir de la fuerza desarrollada y la velocidad a la que se desplaza un móvil.

---

# CUESTIONES TEÓRICAS

## Trabajo y energía mecánica

1. Explica y razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
  - a) El trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto hasta otro es igual a la variación de su energía cinética.
  - b) El trabajo realizado por todas las fuerzas conservativas que actúan sobre una partícula cuando se traslada desde un punto hasta otro, es menor que la variación de su energía potencial.
2. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:
  - a) Si la energía mecánica de una partícula permanece constante, ¿puede asegurarse que todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son conservativas?
  - b) Si la energía potencial de una partícula disminuye, ¿tiene que aumentar su energía cinética?
3.
  - a) ¿Qué trabajo realiza una persona al sostener un cuerpo durante un tiempo  $t$ ?
  - b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza peso de un cuerpo si éste se desplaza una distancia  $d$  por una superficie horizontal? Razona las respuestas.

## Conservación de la energía mecánica y fuerzas conservativas

4. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases: **i)** El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada. **ii)** En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética. **(Julio 2021)**
5. a) Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura  $h$  con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas: **i)** La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo. **ii)** La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo. **(Junio 2021)**
6. a) ¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta. **(Julio 2020)**
7. a) Una partícula que se encuentra en reposo empieza a moverse por la acción de una fuerza conservativa. **i)** ¿Cómo se modifica su energía mecánica? **ii)** ¿Y su energía potencial? Justifique las respuestas. **(Junio 2019)**
8. a) Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas: (i) sólo las fuerzas conservativas realizan trabajo; (ii) si sobre una partícula únicamente actúan fuerzas conservativas la energía cinética de la partícula no varía. **(Septiembre 2018)**

- 
9. **a)** Explique el significado de "fuerza conservativa" y energía potencial y la relación entre ambos.  
**b)** Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿Cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa? **(2012)**
10. **a)** Energía potencial asociada a una fuerza conservativa.  
**b)** Una partícula se desplaza bajo la acción de una fuerza conservativa ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿y su energía cinética? Razone la respuesta. **(2011)**
11. **a)** Conservación de la energía mecánica.  
**b)** Se lanza hacia arriba por un plano inclinado un bloque con velocidad  $v_0$ . Razone como varían su energía cinética, potencial y su mecánica cuando el cuerpo sube y, después baja hasta la posición de partida. Considere los casos: **i)** que no haya rozamiento, **ii)** que lo haya. **(Junio 2011)**
12. **a)** Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.  
**b)** ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? ¿Es igual a la variación de su energía potencial? Razone las respuestas. **(Septiembre 2010)**
13. **a)** Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga algunos ejemplos de fuerzas conservativas y no conservativas.  
**b)** Un campo uniforme es aquél cuya intensidad es la misma en todos los puntos. ¿Tiene el mismo valor potencial en todos los puntos? Razone la respuesta **(Septiembre 2009)**
14. En un instante  $t_1$  la energía cinética de una partícula es 30 J y su energía potencial 12 J. En un instante posterior,  $t_2$ , la energía cinética de la partícula es de 18 J.  
**a)** Si únicamente actúan fuerzas conservativas sobre la partícula, ¿cuál es su energía potencial en el instante  $t_2$ ?  
**b)** Si la energía potencial en el instante  $t_2$  fuese 6 J, ¿actuarían fuerzas no conservativas sobre la partícula? **(Junio 2009)**
15. **a)** Conservación de la energía mecánica.  
**b)** Un cuerpo desliza hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal. Razone qué trabajo realiza la fuerza peso del cuerpo al desplazarse éste una distancia  $d$  sobre el plano. **(Junio 2008)**
16. **a)** Explique la relación entre fuerza conservativa y variación de la energía potencial.  
**b)** Un cuerpo cae libremente sobre la superficie terrestre. ¿Depende la aceleración de caída de las propiedades de dicho cuerpo? Razone la respuesta. **(2008)**
17. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

- 
- a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?
- b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos? **(Junio 2007)**
18. a) Explique qué son fuerzas conservativas. Ponga un ejemplo de fuerza conservativa y otro de fuerza que no lo sea.
- b) ¿Se puede afirmar que el trabajo realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de su energía cinética? Razone la respuesta y apóyese con algún ejemplo. **(2007)**
19. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
- a) Según la ley de la gravitación la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa de éste. Sin embargo, dos cuerpos de diferente masa que se sueltan desde la misma altura llegan al suelo simultáneamente.
- b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa en el desplazamiento de una partícula entre dos puntos es menor si la trayectoria seguida es el segmento que une dichos puntos. **(Junio 2006)**
20. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto  $x_1$  hasta otro punto  $x_2$ , realizando un trabajo de 50 J.
- a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en  $x_1$ , ¿cuánto valdrá en  $x_2$ ?
- b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en  $x_1$ , ¿cuál será la velocidad en  $x_2$ ?; ¿cuál será la variación de su energía mecánica? **(2004)**
21. Comente las siguientes afirmaciones, razonando si son verdaderas o falsas:
- a) existe una función energía potencial asociada a cualquier fuerza;
- b) el trabajo de una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si el desplazamiento se realiza a lo largo de la recta que los une. **(2004)**
22. Comenta las siguientes afirmaciones:
- a) Un cuerpo mantiene constante su energía cinética mientras actúa sobre él:  
I) Una fuerza; II) Varias fuerzas
- b) Un móvil aumenta su energía potencial mientras actúa sobre él una fuerza.

---

# PROBLEMAS

## Movimientos en superficies

23. **b)** Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de  $30^\circ$  respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. **i)** Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos. **ii)** Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m.  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Julio 2021)**
24. **b)** Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0,2 con una velocidad inicial de  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine: **i)** La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado. **ii)** La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima.  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Junio 2021)**
25. **b)** Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma  $30^\circ$  con la horizontal, con una velocidad inicial de  $5 \text{ m s}^{-1}$ . El coeficiente de rozamiento es 0,2. **i)** Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano. Determine, mediante consideraciones energéticas: **ii)** La altura máxima que alcanza el cuerpo. **iii)** La velocidad con la que vuelve al punto de partida.  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Julio 2020)**
26. **b)** Se quiere hacer subir un objeto de 100 kg una altura de 20 m. Para ello se usa una rampa que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Determine: **i)** El trabajo necesario para subir el objeto si no hay rozamiento. **ii)** El trabajo necesario para subir el objeto si el coeficiente de rozamiento es 0,2.  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Junio 2019)**
27. **a)** Explique brevemente el concepto de potencial gravitatorio. Discuta si es posible que existan puntos en los que se anule el campo gravitatorio y no lo haga el potencial en el caso de dos masas puntuales iguales separadas una distancia  $d$ .  
**b)** Un cuerpo de 3 kg se lanza hacia arriba con una velocidad de  $20 \text{ m s}^{-1}$  por un plano inclinado  $60^\circ$  con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,3, calcule la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano durante su ascenso y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, comentando su signo.  
 $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Septiembre 2017)**
28. Un bloque de 2 kg asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de  $10 \text{ m s}^{-1}$  y se detiene después de recorrer 8 m a lo largo del plano.  
**a)** Calcule el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie del plano.  
**b)** Razone los cambios de la energía cinética, potencial y mecánica.  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Junio 2015)**

29. Un bloque de 5 kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de  $60^\circ$  sobre la horizontal.
- a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, indique el valor de cada una de ellas y calcule el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.
  - b) Determine el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comente el resultado obtenido.
- $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$  **(Junio 2013)**
30. Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba por una rampa rugosa ( $\mu = 0,2$ ), que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, con una velocidad de 6 m/s. Tras su ascenso por la rampa, el bloque desciende y llega al punto de partida con una velocidad de 4,2 m/s.
- a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por la rampa y, en otro esquema, las que actúan cuando desciende e indique el valor de cada fuerza.
  - b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso del bloque y comente el signo del resultado obtenido.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$
31. Un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, desde una altura de 0,4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0.3.
- a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano inclinado y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del plano se detiene el cuerpo?
  - b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el plano inclinado.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  **(Junio 2012)**
32. Un bloque de 200 kg asciende con una velocidad constante por un plano inclinado de  $30^\circ$  bajo la acción de una fuerza paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,1.
- a) Dibuje un esquema de fuerzas que actúan sobre el bloque y explique las transformaciones energéticas que tienen lugar durante su desplazamiento.
  - b) Calcule el valor de la fuerza que produce el desplazamiento del bloque y el aumento de su energía potencial en un desplazamiento de 20 m. **(2011)**
33. Un bloque de 2 kg se encuentra situado en la parte superior de un plano inclinado rugoso de 5 m de altura. Al liberar el bloque, se desliza por el plano inclinado llegando al suelo con una velocidad de 6 m/s.
- a) Analice las transformaciones energéticas que tienen lugar durante el deslizamiento y represente gráficamente las fuerzas que actúan sobre el bloque.
  - b) Determine los trabajos realizados por la fuerza gravitatoria y la de rozamiento. **(2011)**

- 
34. Por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de 5 m/s. Tras su ascenso por el plano inclinado, el bloque desciende y regresa al punto de partida con cierta velocidad. El coeficiente de rozamiento entre el plano y bloque es 0'1.
- a) Dibuje en dos esquemas distintos las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el ascenso y durante el descenso e indique sus respectivos valores. Razone si se verifica el principio de conservación de la energía en este proceso.
- b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso y en el descenso del bloque. Comente el signo del resultado obtenido.  $g=10 \text{ m/s}^2$  **(Junio 2010)**
35. Un bloque de 8 kg desliza por una superficie horizontal sin rozamiento con una velocidad de 10 m/s e incide sobre el extremo libre de un resorte, de masa despreciable y constante elástica  $k = 400 \text{ N/m}$ , colocado horizontalmente.
- a) Analice las transformaciones de energía que tienen lugar desde un instante anterior al contacto del bloque con el resorte hasta que éste, tras comprimirse, recupera la longitud inicial.
- b) Calcule la compresión máxima del resorte. ¿Qué efecto tendría la existencia de rozamiento entre el bloque y la superficie?
- (Septiembre 2010)**
36. Un muchacho subido en un trineo desliza por una pendiente con nieve (rozamiento despreciable) que tiene una inclinación de  $30^\circ$ . Cuando llega al final de la pendiente, el trineo continúa deslizando por una superficie horizontal rugosa hasta detenerse.
- a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar durante el desplazamiento del trineo.
- b) Si el espacio recorrido sobre la superficie horizontal es cinco veces menor que el espacio recorrido por la pendiente, determine el coeficiente de rozamiento.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  **(2008)**
37. Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica  $k = 150 \text{ N m}^{-1}$ , comprimido 20 cm. Se libera el resorte de forma que el cuerpo desliza sobre el plano, adosado al extremo del resorte hasta que éste alcanza la longitud de equilibrio, y luego continúa moviéndose por el plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,2.
- a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar a lo largo del movimiento del bloque y calcule su velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio del resorte.
- b) Determine la distancia recorrida por el bloque hasta detenerse.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  **(2007)**
38. Un bloque de 2 kg está situado en el extremo de un muelle, de constante elástica  $500 \text{ N m}^{-1}$ , comprimido 20 cm. Al liberar el muelle el bloque se desplaza por un plano horizontal y, tras recorrer una distancia de 1 m, asciende por un plano inclinado  $30^\circ$  con la horizontal. Calcule la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado.
- a) Supuesto nulo el rozamiento

---

**b)** Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es 0,1.

$g = 10 \text{ m s}^{-2}$  **(Junio 2006)**

39. Un trineo de 100 kg desliza por una pista horizontal al tirar de él con una fuerza **F**, cuya dirección forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. El coeficiente de rozamiento es 0,1.

**a)** Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el trineo y calcule el valor de **F** para que el trineo deslice con movimiento uniforme.

**b)** Haga un análisis energético del problema y calcule el trabajo realizado por la fuerza **F** en un desplazamiento de 200 m del trineo.

$g = 10 \text{ m s}^{-2}$  **(2004)**

40. Un bloque de 0,2 kg, inicialmente en reposo, se deja deslizar por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Tras recorrer 2 m, queda unido al extremo libre de un resorte, de constante elástica  $200 \text{ N m}^{-1}$ , paralelo al plano y fijo por el otro extremo. El coeficiente de rozamiento del bloque con el plano es 0,2.

**a)** Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas. ¿Con qué aceleración desciende el bloque?

**b)** Explique los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte y calcule la máxima compresión de éste.

$g = 10 \text{ m s}^{-2}$  **(2003)**