

Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS
Campus Chapecó
Ciência da Computação

Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Braulio Adriano de Mello

Lista de exercícios

Esta lista será utilizada durante todo o semestre letivo. Aguarde orientações para o desenvolvimento de cada item da lista.

1. Construa as gramáticas regulares para as seguintes linguagens:

- a) $L(G) = \{ x \mid x \in (a,b)^* \text{ onde o número de } b\text{'s é par} \}$
- b) $L(G) = \{ x \mid x \in (a,b)^* \text{ onde o número de } b\text{'s é ímpar} \}$
- c) $L(G) = \{ x \mid x \in (a,b,c)^* \text{ onde ocorra pelo menos dois padrões 'abc'} \}$
- d) $L(G) = \{ x \mid x \in (a,b,c)^* \text{ onde ocorra pelo menos um padrão 'ac'} \}$
- e) $L(G) = \{ x \mid x \in (0, 1)^* \text{ e o número de } 1\text{'s é múltiplo de } 3 \}$
- f) $L(G) = \{ x \mid x \in (a,b,c,d)^+ \text{ onde a soma de } a\text{'s e } c\text{'s é ímpar se } x \text{ começa com } a \text{ ou a soma de } a\text{'s e } d\text{'s é par se } x \text{ começa com } b. \text{ Se } x \text{ inicia por } c \text{ ou } d \text{ não existe restrição} \}$
- g) $L(G) = \{ x \mid x \in (a,b,c,d)^+ \text{ onde a soma de } b\text{'s e } c\text{'s é ímpar se } x \text{ começa com } a \text{ ou a soma de } a\text{'s e } d\text{'s é par se } x \text{ começa com } b. \text{ Se } x \text{ inicia por } c \text{ ou } d \text{ não existe restrição} \}$
- h) $L(G) = \{ x \mid x \in (a, b)^* \text{ e o número de } a\text{'s é par e } x \text{ não possui } b\text{'s consecutivos} \}$
- i) $L(G) = \{ x \mid x \in (0, 1)^+ \text{ e se } x \text{ começa com } 0 \text{ então o número de } 0\text{'s é par, senão o número de } 0\text{'s é ímpar} \}$
- j) $L(G) = \{ x \mid x \in (a, b, c)^* \text{ e o número de } a\text{'s é par E o número de } c\text{'s é ímpar} \}$
- k) $L(G) = \{ x \mid x \in a^n b^m \text{ e } x \text{ possui } n \text{ par e } m \text{ ímpar} \}$
- l) $L(G) = \{ a^n b^m c^k \mid n+k \text{ seja par e } m, n, k \geq 0 \}$
- m) $L(G) = \{ x \mid x \in (0, 1)^+ \text{ e se } x \text{ começa com } 1 \text{ então o número de } 1\text{'s é ímpar, senão o número de } 0\text{'s é ímpar} \}$.

- n) $L(G) = \{x \mid x \in (a, b, c)^* \text{ onde a soma de a's e c's é par e todos os c's são concatenados} \}$
- o) $L(G) = \{x \mid x \in (a,b,c)^* \text{ onde o número de a's é par se x não possui b's consecutivos, senão o número de a's é ímpar} \}$
- p) $L(G) = \{x \mid x \in (a, b)^* \text{ onde a soma de a's e b's é par se x possui todos os a's concatenados, senão a soma de a's e b's é ímpar} \}$
- q) $L(G) = \{x \mid x \in (0, 1)^* \text{ e o número de 0's é múltiplo de 4} \}$
- r) $L(G) = \{x \mid x \in (0, 1, 2, \dots, 9, "+", "-", ".")^+ \text{ tal que x é um número real} \}$
- s) $L(G) = \{x \mid x \in (0, 1)^*, \text{ tal que o número de 1's é múltiplo de 3 E o número de 0's é par} \}$
- t) $L(G) = \{x \mid x \in (a, b, c, d, e, f, i)^* \text{ onde todas as vogais estejam ordenadas} \}$

2. Construa as gramáticas livres de contexto/sensíveis ao contexto para as seguintes linguagens:

- a) $L(G) = \{x \mid x \in 1^n 0^m 2^n \text{ onde } n \text{ e } m > 0 \}$
- b) $L(G) = \{x \mid x \in a^n b^m c^n \text{ onde } n > 0 \text{ e } m > 0 \}$
- c) $L(G) = \{x \mid x \in a^n b^m c^n \text{ onde } n > 0 \text{ e } m \geq 0 \}$
- d) $L(G) = \{x \mid x \in a^m b^n c^n \text{ onde } n > 0 \text{ e } m \geq 0 \}$
- e) $L(G) = \{x \mid x \in 0^m 1^n \text{ onde } m = n/2 - 1 \}$
- f) $L(G) = \{x \mid x \in a^m b^n \text{ onde } m \neq n \}$
- g) $L(G) = \{x \mid x \in a^n b^m c^k \text{ onde } m = n + k \text{ e } n, m, k \geq 0 \}$
- h) $L(G) = \{x \mid x \in (a,b,c)^* \text{ onde o número de a's é igual ao número de c's} \}$
- i) $L(G) = \{x \mid x \in a^n b^m \text{ onde } n \text{ é par e } m > 0 \}$
- j) $L(G) = \{x \mid x \in 1^n 0^m \text{ onde } n, m > 0 \text{ e } n \neq m \}$
- k) $L(G) = \{x \mid x \in a^i b^j d^k \text{ onde } i, j, k > 0, i \neq k \}$
- l) $L(G) = \{x \mid x \in \{a^{2i+1} b^{i+3} \mid i > 0\} \cup \{a^{i+4} b^{i+3} \mid i \geq 0\} \}$
- m) $L(G) = \{x \mid x \in a^i b^k \text{ onde } k > 0 \text{ e } i > k \}$
- n) $L(G) = \{x \mid x \in a^i b^j c^j d^i e^3 \text{ onde } i, j \geq 0 \}$
- o) $L(G) = \{x \mid x \in a^i b^1 c^k \text{ onde } i, j, k \geq 0 \text{ e } i < k \}$

3. Construa as expressões regulares para as seguintes linguagens, considerando o alfabeto (0,1):

- a) Cadeias que terminam por 110
- b) Cadeias com exatamente 2 zeros
- c) Cadeias com número ímpar de 1's
- d) Cadeias que iniciam por 0 e terminam por 0
- e) Cadeias com pelo menos 2 padrões 000
- f) Cadeias cujo antepenúltimo símbolo seja sempre 0
- g) Com número par de 1s e 0s
- h) Com número ímpar de ocorrências do padrão 00
- i) Com pelo menos duas ocorrências do padrão 101
- j) Todas as cadeias que começam com 01 e terminam com 10
- k) Todas as cadeias que contenham exatamente quatro 1s
- l) Construir as expressões regulares para as linguagens definidas item 1.

4. Determine os automatos finitos das gramáticas a seguir:

- a)

$$\begin{aligned}
 S &::= aA \mid bB \mid a \\
 A &::= aS \mid bC \\
 B &::= aC \mid bS \\
 C &::= aB \mid bA \mid b
 \end{aligned}$$
- b)

$$\begin{aligned}
 S &::= aA \mid bB \mid b \mid cS \mid c \mid \varepsilon \\
 A &::= aS \mid a \mid bC \mid cA \\
 B &::= aA \mid cB \mid cS \mid c \\
 C &::= aS \mid a \mid cA \mid cC
 \end{aligned}$$

5. Construa os autômatos finitos para as gramáticas abaixo, e minimize-os

- a)

$$\begin{aligned}
 S &::= aS \mid aB \mid bS \\
 B &::= aC \\
 C &::= b
 \end{aligned}$$
- b)

$$\begin{aligned}
 S &::= aB \mid aC \mid bD \mid cC \mid dC \\
 B &::= bD \mid cC \mid dC \\
 C &::= dD \\
 D &::= bB \mid bC
 \end{aligned}$$

6. Elimine os símbolos inúteis (inalcançáveis e mortos) das gramáticas abaixo

- a) $S ::= aCD \mid ab \mid bB \mid aaS$
 $B ::= bbB \mid Daa \mid a$
 $C ::= aCa \mid BCb \mid ECab$
 $E ::= ab \mid Ea \mid Ba$
 $D ::= abB \mid ab \mid DD$
- b) $S ::= Abc \mid aBc$
 $A ::= aAb \mid AB \mid Abc \mid CD$
 $B ::= bBc \mid bC \mid Bc$
 $C ::= cCc \mid cC \mid CD$
 $D ::= bbD \mid Dbc \mid DD$
 $E ::= bEc \mid EC \mid cc$
- c) $S ::= 0A1 \mid 1B0 \mid C$
 $A ::= 1A0 \mid AC$
 $B ::= 0D1 \mid 01$
 $C ::= 1A \mid 0C$
 $D ::= 1B0 \mid 10$
- d) $S ::= E * E \mid E + E \mid (E)$
 $A ::= id \mid id * E \mid id + E \mid (id)$
 $E ::= BS \mid A + E \mid A * E \mid A$
 $B ::= id + B \mid id * E$
- e) $S ::= aAc \mid aBc \mid ac$
 $A ::= aEd \mid aAb \mid ab$
 $B ::= BaD \mid aBb \mid a$
 $C ::= aCd \mid af$
 $D ::= aDd \mid aD$
 $E ::= aEa \mid af$
- e) $S ::= aAb \mid aCd \mid ab$
 $A ::= aAb \mid aA$
 $B ::= ad \mid aBc$
 $C ::= aSa \mid aa$

7. Elimine as ϵ produções das seguintes gramáticas

- a) $X ::= 0X1 \mid 1X1 \mid AB \mid B1C0$
 $A ::= 1A1 \mid 00A \mid ABC \mid \epsilon$
 $B ::= BA \mid 1B0 \mid BAC \mid \epsilon$
 $C ::= BCB \mid 0011 \mid 1A1 \mid \epsilon$
- b) $S ::= ABC \mid aBC \mid bC$
 $A ::= aAa \mid \epsilon$
 $B ::= BC \mid bB \mid \epsilon$

$C ::= CC \mid cC \mid \varepsilon$

c) $S ::= 0A1 \mid 00B \mid A0B \mid AC$
 $A ::= 1A0 \mid 1A \mid AB \mid \varepsilon$
 $B ::= BA \mid 00B \mid 11B \mid \varepsilon$
 $C ::= 0C1 \mid 01$

d) $S ::= KL \mid MN \mid kKk$
 $K ::= kKk \mid \varepsilon$
 $L ::= lllL \mid \varepsilon$
 $M ::= mM \mid \varepsilon$
 $N ::= nNnn \mid nnn$

e) $S ::= 1AB \mid 0ABC$
 $A ::= 1A0C \mid AC \mid 1 \mid \varepsilon$
 $B ::= ACA \mid 1B \mid 0$
 $C ::= 1C \mid C1C \mid \varepsilon$

f) $S ::= 1B \mid BCD$
 $B ::= BCB \mid 01 \mid \varepsilon$
 $C ::= C1 \mid 1 \mid \varepsilon$
 $D ::= 1D0 \mid 10$

8. Elimine as produções unitárias das seguintes GLCs:

a) $S ::= 1A0 \mid 0B1 \mid B$
 $A ::= 1B0 \mid C \mid 01$
 $B ::= 10B \mid 0C1 \mid D$
 $C ::= 10 \mid 01 \mid 0C$
 $D ::= 1D0 \mid 10 \mid C$

b) $S ::= aA \mid aB \mid A$
 $A ::= bc \mid Bd \mid B$
 $B ::= aCd \mid aC \mid A$
 $C ::= aC \mid S$

9. Fatore as gramáticas abaixo

a) $S ::= Abc \mid bBC \mid bCD$
 $A ::= aBC \mid aDC$
 $B ::= dCc \mid dc$
 $C ::= Acd \mid cd$
 $D ::= aBC \mid abc \mid aC$

- b) $S ::= 1A0 \mid 1B1$
 $A ::= 1A0 \mid 100$
 $B ::= C10 \mid C01$
 $C ::= 11C \mid 11D$
 $D ::= 10 \mid 11$
- c) $S ::= 10D \mid 11C \mid 0B$
 $B ::= 1CD \mid 101B \mid 01$
 $C ::= 101C \mid 1B0 \mid 00$
 $D ::= 00B \mid 011D \mid 110$
- d) $S ::= aBd \mid acD \mid bC$
 $B ::= bDc \mid bCd \mid ad$
 $D ::= cdD \mid caB$
 $C ::= cbB \mid adD$

10. Elimine a recursão a esquerda das gramáticas abaixo

- a) $S ::= 01S \mid 00A \mid S10 \mid A01$
 $A ::= 00D \mid 01S \mid A00 \mid S11 \mid 0B$
 $B ::= B00 \mid B11 \mid C01 \mid 001$
 $C ::= B10 \mid C00 \mid 01C \mid 01B \mid 0$
 $D ::= D01 \mid D00 \mid 01 \mid 00$
- b) $S ::= SaB \mid Sbc \mid Acd$
 $A ::= ABc \mid Acd \mid Bcd \mid Cd$
 $B ::= Acd \mid Bcc \mid Cdc$
 $C ::= Ac \mid Cd \mid dc$
- c) $S ::= Cab \mid Ab \mid b$
 $A ::= Bcd \mid Ac \mid ab$
 $B ::= Aca \mid Bc \mid Cba \mid a$
 $C ::= DaC \mid Cc \mid c$
 $D ::= ac \mid CaD$
- d) $S ::= Aab \mid Bc \mid ScAb$
 $A ::= SAc \mid BaA \mid ab$
 $B ::= Ac \mid aBb \mid ab$

11. Construa os conjuntos FIRST e FOLLOW das gramáticas a seguir

- a) $S ::= Syx \mid Bz \mid CAw \mid AB$
 $A ::= aCB \mid Byb \mid bC$
 $B ::= cAd \mid Byd \mid aB \mid \epsilon$
 $C ::= zBd \mid wCc \mid ABy \mid \epsilon$

b) $S ::= xSy \mid ABz \mid ACw \mid BA$
 $A ::= aCB \mid Bby \mid By$
 $B ::= cCy \mid Cdy \mid \varepsilon$
 $C ::= dBz \mid cCw \mid AB_y \mid \varepsilon$

c) $S ::= aBc \mid bc \mid BCd \mid a$
 $B ::= bD \mid bc \mid \varepsilon$
 $C ::= ac \mid Bd \mid Dc \mid \varepsilon$
 $D ::= BC \mid cd \mid ac \mid Ce$

d) $S ::= Syx \mid Bz \mid CAw \mid AB$
 $A ::= aCB \mid Byb \mid bC \mid \varepsilon$
 $B ::= cAd \mid Byd \mid aB$
 $C ::= zBd \mid wCc \mid AB_y \mid \varepsilon$

e) $S ::= aB \mid Ca \mid AbC \mid CA \mid ABc$
 $A ::= cD \mid BC \mid Db$
 $B ::= bB \mid Cd \mid \varepsilon$
 $C ::= cB \mid aA \mid ab \mid Bc \mid \varepsilon$
 $D ::= cD \mid eD \mid e$