

Naive Bayes

- * Modelo baseado no teorema de Bayes
- * Relaciona Probabilidade condicional entre eventos
- * chamado de Naive (ingênuo) porque assume que todas as variáveis (Atributos) são independentes entre si (não considera a correlação)
- * funciona bem com alta dimensionalidade (ex: classificação de texto)

Probabilidade a priori

↳ Basicamente a frequência da classe no conjunto de dados de treinamento

- * A Probabilidade a priori de uma classe C , escrita como $P(C)$, é a probabilidade de uma instância pertencer àquela classe antes de observar os dados

$P(M)$

↳ Antes de considerar as características ou atributos

* Como é calculada?

- Se você tem um conjunto de dados com:

- 60 exemplos da classe SPAM
- 40 exemplos da classe não SPAM
- total de 100 exemplos

$$P(\text{spam}) = \frac{60}{100} = 0.6$$

$$P(\text{Não spam}) = \frac{40}{100} = 0.4$$

- * Esses valores são a Probabilidade a priori das classes

Probabilidade a posteriori / condicional

- * Probabilidade de uma hipótese ser verdadeira depois que observamos dados/evidências

$P(H|D)$

↳ H : é a hipótese (ex: uma classe como "spam")

↳ D : são os dados observados (ex: palavras de um email)

Teorema de Bayes

$$P(H|D) = \frac{P(D|H) \cdot P(H)}{P(D)}$$

Onde,

$P(H|D)$: probabilidade a posteriori

$P(H)$: probabilidade a priori (antes de ver os dados)

$P(D|H)$: verossimilhança (chance de ver os dados se a hipótese for verdadeira)

$P(D)$: evidência (probabilidade total dos dados, normalmente usada só para normalizar)

Exemplo ↗

Objetivo

- classificar uma instância X (por exemplo, um e-mail com certas palavras) na classe mais provável (C). Ex: SPAM ou não SPAM

Teorema de Bayes aplicado

$$P(C|X) = \frac{P(X|C) \cdot P(C)}{P(X)}$$

- No classificador Naive Bayes, não precisamos calcular $P(X)$, porque ele é o mesmo para todas as classes. Então usamos:

$$P(C|X) \propto P(C) \cdot P(X|C)$$

Suposição Naive

- Assume-se que os atributos são independentes entre si, dado a classe. Então:

$$P(X|C) = \prod_{i=1}^m P(x_i|C)$$

- Assim, o classificador calcula:

$$P(C|X) \propto P(C) \cdot \prod_{i=1}^m P(x_i|C)$$

- Ou seja:

- $P(C)$: a priori da classe
- $P(x_i|C)$: verossimilhança de cada característica

- O resultado é a probabilidade a posteriori, que usamos para classificar

Resumo

Conceito	Significado
$P(C)$	Probabilidade a priori da classe
$P(x_i C)$	Verossimilhança: probabilidade de uma característica dado a classe
$P(C X)$	Probabilidade a posteriori: o que realmente queremos calcular
Π	Produto das verossimilhanças (assumindo independência)

Entendendo as fórmulas

H	C	Hipótese / Classe
D	X	Dados / Conjunto de atributos
$P(H)$	$P(C)$	Probabilidade a priori
$P(D H)$	$P(X C)$	Verossimilhança (probabilidade dos dados)
$P(H D)$	$P(C X)$	Probabilidade a posteriori (o que queremos)

Exemplo 2 \rightarrow Exemplo simples com uma única característica

Imagine que:

- 60% dos e-mails são SPAM $\rightarrow P(\text{spam}) = 0.6$
- 40% dos e-mails não são SPAM $\rightarrow P(\text{não spam}) = 0.4$

Agora, chega um e-mail contendo a palavra "promoção".

\hookrightarrow você sabe que:

$$P(\text{promoção} | \text{spam}) = 0.7$$

$$P(\text{promoção} | \text{não spam}) = 0.1$$

} Conhecimentos estimados a partir de dados históricos

Usando o teorema de Bayes:

$$P(\text{spam} | \text{promoção}) = \frac{0.7 \cdot 0.6}{0.7 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.4} = \frac{0.42}{0.46} \approx 0.913$$