

Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»
(УНИВЕРСИТЕТ ИТМО)

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

По дисциплине
«Математическая Статистика»

Студенты:
Охрименко Ева
Даниил Буцкий

Проверил:
Шкваренко Андрей Алексеевич

г. Санкт-Петербург
2025

Оглавление

0.1 Task 2

0.1 Task

В этом задании нам нужно найти оценку масштабируемого параметра θ^2 методом моментов для распределения Лапласа.

Итак, зададим массив объемов выборки:

```
1 sampleSizes = [i for i in range(10, 1000, 3)]
```

Листинг 1: Массив объемов выборок

А также зададим константы и инициализируем массивы, которые нам потребуются в задании: За `theta` обозначен параметр распределения, за `m` - количество экспериментов для каждой выборки.

```
1 theta = 0.5
2 trueThetaKvadrat = theta**2
3 m = 1000
4
5 biases = []
6 variances = []
7 mses = []
```

Листинг 2: Init

Выведем оценку θ^2 методом моментов для распределения Лапласа с плотностью:

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{2\theta} \exp\left(-\frac{|x|}{\theta}\right)$$

1. Теоретический второй момент:

$$E[X^2] = \text{Var}(X) = 2\theta^2$$

2. Выборочный второй момент:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

3. Приравниваем моменты:

$$2\theta^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

4. Оценка параметра:

$$\theta^2 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

Для каждого размера выборки сгенерируем несколько выборок, рассчитаем для каждой оценку параметра θ^2 , и сохраним результат в списке `ozenkaTheta`:

```
1 for i in sampleSizes:
2     ozenkaTheta = list()
3     for exteptiza in range(m):
4         sample = np.random.laplace(loc=0, scale=theta, size=i)
5
6         ozenkaTheta.append(np.sum(sample**2) / (2*i))
```

Листинг 3: Цикл

Теперь для каждого размера выборки вычислим смещение оценки, выборочную дисперсию оценок и среднеквадратическую ошибку (MSE), которые затем сохраним для анализа.

```
1 ozenkaTheta = np.array(ozenkaTheta)
2
3 bias = np.mean(ozenkaTheta) - trueThetaKvadrat
4 variance = np.var(ozenkaTheta, ddof=1)
5 mse = bias**2 + variance
6
7 biases.append(bias)
8 variances.append(variance)
9 mses.append(mse)
```

Листинг 4: Расчет

Теперь нарисуем полученные графики:

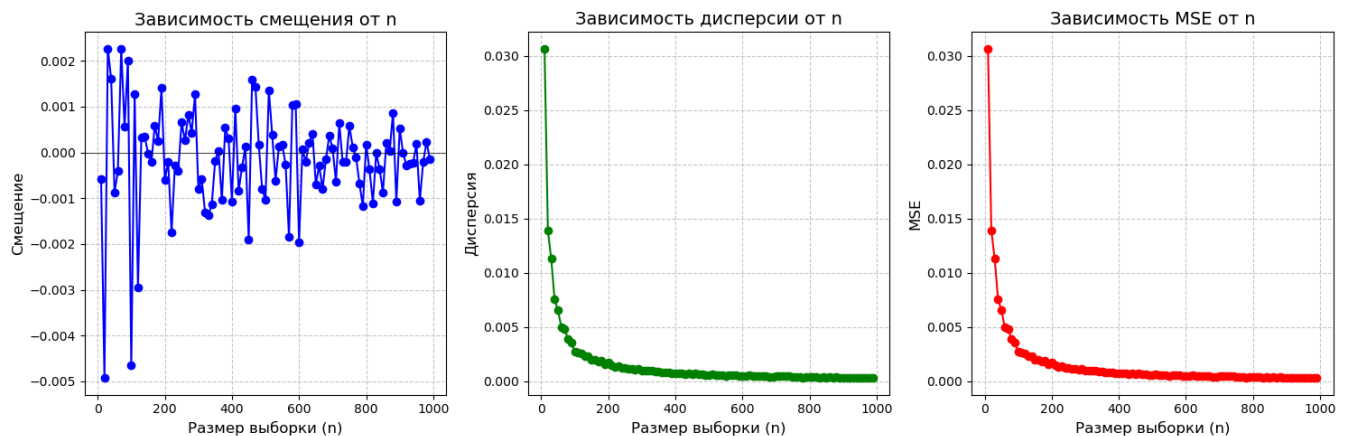


Рис. 1: Графики

Итак, можно заметить, что смещение оценки стремится к нулю (это хорошо). Дисперсия, то есть разброс оценок уменьшается, а также сумма квадрата смещения и дисперсии уменьшается, это дает нам понять, что все 3 метрики уменьшаются с увеличением объема данных.