$\cancel{\theta''' + 3138}$

Задача 1

$$\theta''' + 3138\,\theta'' + \theta' = u$$

$$\omega = \theta'$$

$$\omega' + 3138\,\omega + \theta' = u$$

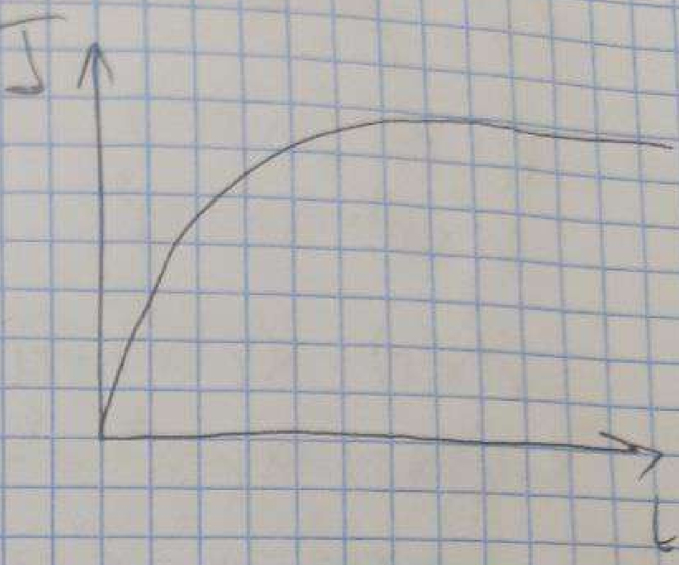
$$T_\omega = \frac{1}{3138} \qquad T_\theta = \frac{1}{1} = 1$$

$$K_e = 1$$

Задание 2

$\cancel{\ldots} = U_L = L\dfrac{dI}{dt}$

$U = L\dfrac{dI}{dt} + IR$



$U = L\dot{I} + IR$

$20 = 0{,}01\dfrac{dI}{dt} + 2I$

$0{,}01\dfrac{dI}{dt} = 20 - 2I$

$\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{20-2I}{0{,}01}$

$\dfrac{dI}{20-2I} = \dfrac{dt}{0{,}01}$

$\int\dfrac{dI}{20-2I} = \int\dfrac{dt}{0{,}01}$

$-\dfrac{\ln|I-10|}{2} + C = 100t + C$ $\qquad \cancel{e^x} \,|\cdot(-2)$

$\ln|I-10| = -200t + C'$ $\qquad |e^x$

$I - 10 = e^{200t + C'}$ $\qquad I - 10 = k$

$I - 10 = (10 - I_0)\cdot e^{-200t}$

$I = 10 + 10e^{-200t} - I_0 e^{-200t}$

Задание 4

$$\begin{cases} \dot{x} = y - x^3 \\ \dot{y} = -y^3 - x^3 \end{cases}$$

$$V(x,y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

$$\dot{V}(x,y) = x\dot{x} + y\dot{y}$$

$$\dot{V}(x,y) = x(y - x^3) + y(-y^3 - x^3)$$

$$\dot{V}(x,y) = xy - x^4 - y^4 - xy^2$$

$$\dot{V}(x,y) = -x^4 - y^4 - xy^2$$

Всегда отрицательна кроме (0,0) => ~~[illegible]~~ система устойчива

Задача 7

К найдем по методу наименьших квадратов

$$K = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

* код на python *

$K = 3 \Rightarrow$ За смену профессор стырит 3 кг золота

Тогда за 29 дней: $S = 3 \cdot 29 = 87$ кг

Ответ: 87 кг золота

Задача 8:

коэф. $K = 2{,}75$. Тогда всего стащат 79,75 кг золота

Задача 5

$$J\ddot{\theta} + \frac{k_e k_m \dot{\theta}}{R} = \frac{k_m u}{R}$$

// $e = \theta^* - \theta$

// $x = \theta - \theta^*$

Характерестическое ур-е

$$J\lambda^2 + \frac{k_m k_e}{R}\lambda + \frac{k_m k_p}{R}x = 0$$

Чтобы система не имела перерегулирования, корни должны быть из $\mathbb{R}$, тогда:

$$\left(\frac{k_e k_m}{R}\right)^2 - \frac{4 J k_m k_p}{R} \geq 0 \text{ , откуда}$$

$$k_p \leq \frac{k_e^2 k_m}{4JR} \Rightarrow k_p \leq 1.$$

Ответ: $k_p \leq 1$

Задача 6

$$J\ddot{\theta} + \frac{k_e k_m}{R}\dot{\theta} = \frac{k_m u}{R}$$

$$J\ddot{\theta} + \frac{k_e k_m}{R}\dot{\theta} = \frac{k_m}{R}\left(u(\theta^* - \theta) - k_d\dot{\theta}\right) \quad // x = \theta - \theta^*$$

$$J\ddot{x} + \left(\frac{k_e k_m + k_m k_d}{R}\right)\dot{x} + \frac{u k_m}{R}x = 0$$

Характерестическое ур-е:

$$J\lambda^2 + \left(\frac{K_e K_m + K_m K_d}{R}\right)\lambda + \frac{4K_m}{R} = 0$$

Отсутствие перерегулировки:

$$\left(\frac{K_e K_m + K_m K_d}{R}\right)^2 - \frac{4JK_m}{R}\cdot\frac{4K_m}{R} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad K_d \geq -0,1.$$

т.к. K_d - ~~постоянно~~ положительная величина, то

$\forall K_d \geq 0$ перерегулировки не будет.

Ответ: $K_d \geq 0$

Задача 3

$$\dddot{y} - \ddot{y} + \dot{y} - y = 0$$

Замена: $y = e^{\lambda t}$

$$\lambda^3 e^{\lambda t} - \lambda^2 e^{\lambda t} + \lambda e^{\lambda t} - e^{\lambda t} = 0$$

$$e^{\lambda t}(\lambda^3 - \lambda^2 - \lambda - 1) = 0 \quad \text{т.к. } e^{\lambda t} \neq 0, \text{ то } \Big| : e^{\lambda t}$$

$$\lambda^3 - \lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

Корни:

$\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = -i$

$\lambda = i$

Система не стабильна, так как решения сходятся к неопределенному значению и экспоненциально растет.