

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»  
(УНИВЕРСИТЕТ ИТМО)

Факультет «Систем управления и робототехники»

## ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3

По дисциплине «Частотные методы»  
на тему: «Жесткая фильтрация»

Студент:  
Охрименко Ева

Преподаватели:  
Догадин Егор Витальевич  
Пашенко Артем Витальевич

г. Санкт-Петербург  
2025

# Содержание

<b>1 Task. Жесткие фильтры</b>	<b>2</b>
1.1 Краткое условие . . . . .	2
1.2 Убираем высокие частоты . . . . .	2
1.2.1 Предподготовка . . . . .	2
1.2.2 Фиксирую $b$ . . . . .	3
1.2.3 Вывод . . . . .	5
1.2.4 Фиксирую $\nu_0$ . . . . .	5
1.2.5 Вывод . . . . .	7
1.3 Убираем специфические частоты . . . . .	8
1.4 Убираем низкие частоты? . . . . .	8
<b>2 Task. Фильтрация звука</b>	<b>8</b>
2.1 Краткое условие . . . . .	8

# 1 Task. Жесткие фильтры

## 1.1 Краткое условие

Рассмотрите функцию  $g(t)$ , заданную как:

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2], \\ 0, & t \notin [t_1, t_2], \end{cases}$$

и её зашумлённую версию:

$$u(t) = g(t) + b\xi(t) + c \sin(dt),$$

где  $\xi(t) \sim U[-1, 1]$  — белый шум, а  $b, c, d$  — параметры.

- При  $c = 0$  найдите Фурье-образ  $u(t)$ , обнулите его вне  $[-\nu_0, \nu_0]$  и выполните обратное преобразование. Исследуйте влияние  $\nu_0$  и  $b$ .
- При ненулевых  $b, c, d$  обнулите Фурье-образ на выбранных частотах, подавляя шум и гармонику. Исследуйте влияние параметров.
- бнулите Фурье-образ в окрестности  $\nu = 0$ , пропустите сигнал через фильтр и оцените результат.

### Ожидаемые результаты:

Графики исходного, зашумлённого и фильтрованного сигналов, а также их Фурье-образов. Выводы по каждому пункту.

## 1.2 Убираем высокие частоты

### 1.2.1 Предподготовка

Для начала выберу все нужные параметры для этого задания:

$$a = 4, t_0 = 0, t_1 = 3, c = 0, d = 5$$

Тогда у меня получится прямоугольная функция:

$$g(t) = \begin{cases} 4, & t \in [0, 3], \\ 0, & t \notin [0, 3], \end{cases}$$

Теперь посмотрим, какая функция белого шума получилась:

$$u(t) = g(t) + 0.5\xi(t) + 0 \sin(dt),$$

где  $\xi(t) \sim U[-1, 1]$  — равномерное распределение на интервале  $[-1, 1]$ .

Слагаемое с синусом отсутствует, поэтому колебаний у шума также не будет.

Теперь посмотрим на график функций  $g(t)$  и  $u(t)$ :

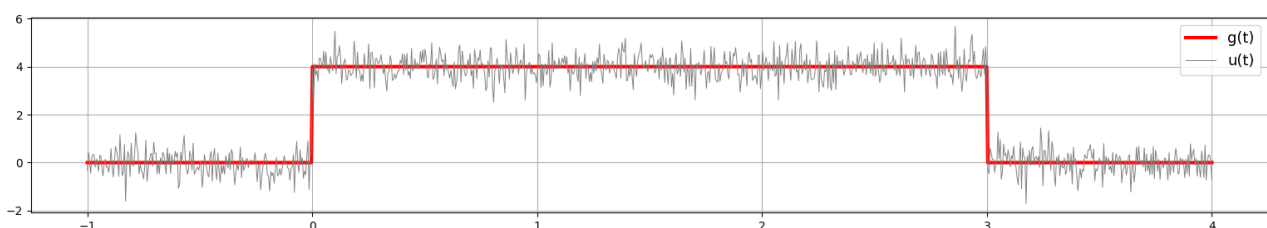


Рис. 1: График  $g(t)$  и  $u(t)$

Дальше в задании нужно найти фурье-образ  $u(t)$ , обнулить его значение на диапазоне  $[-\nu_0, \nu_0]$  и восстановить сигнал с помощью обратного преобразования фурье. Код задания.

### 1.2.2 Фиксирую $b$

Для начала выберем значения  $\nu_0 = 0.5$  и  $b = 0.5$ . Теперь посмотрим на график получившегося отфильтрованного сигнала при этих значениях. Также я приведу графики модулей фурье образов сигнала  $g(t)$ , зашумленного сигнала  $u(t)$  и отфильтрованного сигнала.

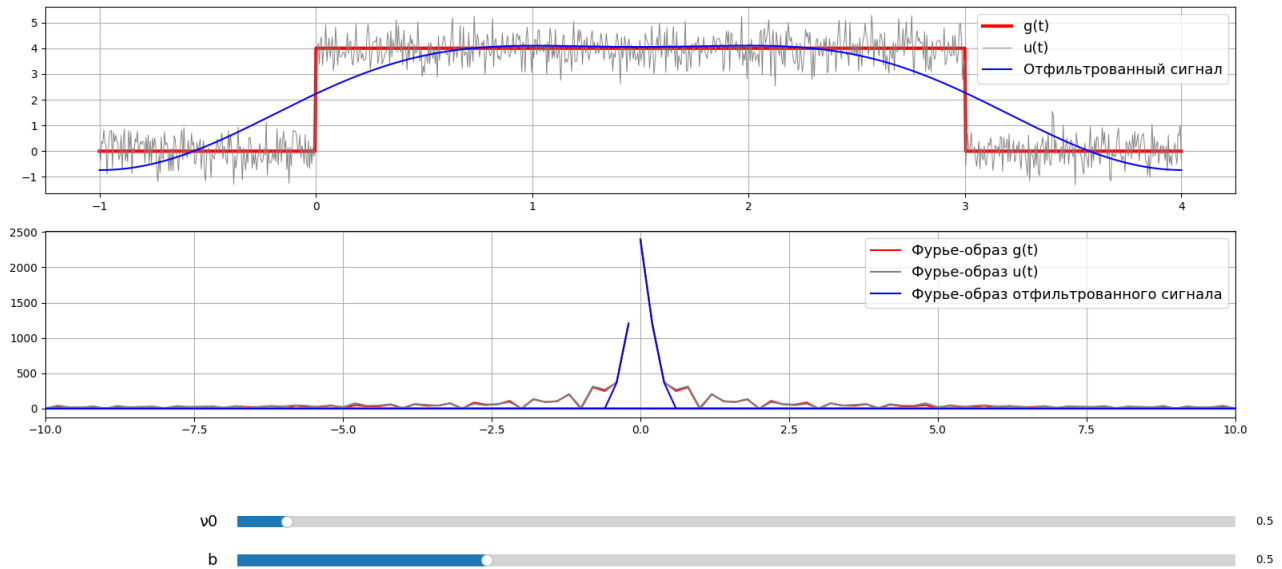


Рис. 2: Графики при  $\nu_0 = 0.5$  и  $b = 0.5$

Внизу можно заметить 2 бегунка, с помощью которых можно менять параметры. В этой части задания я зафиксирую параметр  $b = 0.5$  и буду исследовать влияние на поведение функций параметра  $\nu_0$ . Выберу несколько  $\nu_0 = \{1, 1.5, 3, 10\}$  и отрисую графики:

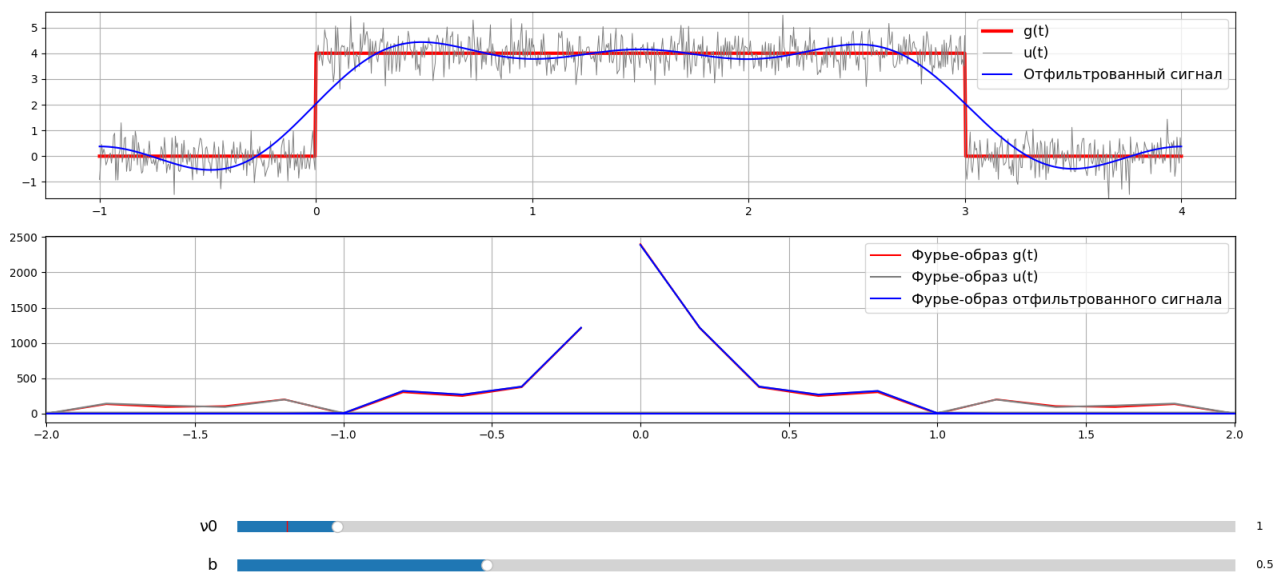


Рис. 3: Графики при  $\nu_0 = 1$  и  $b = 0.5$

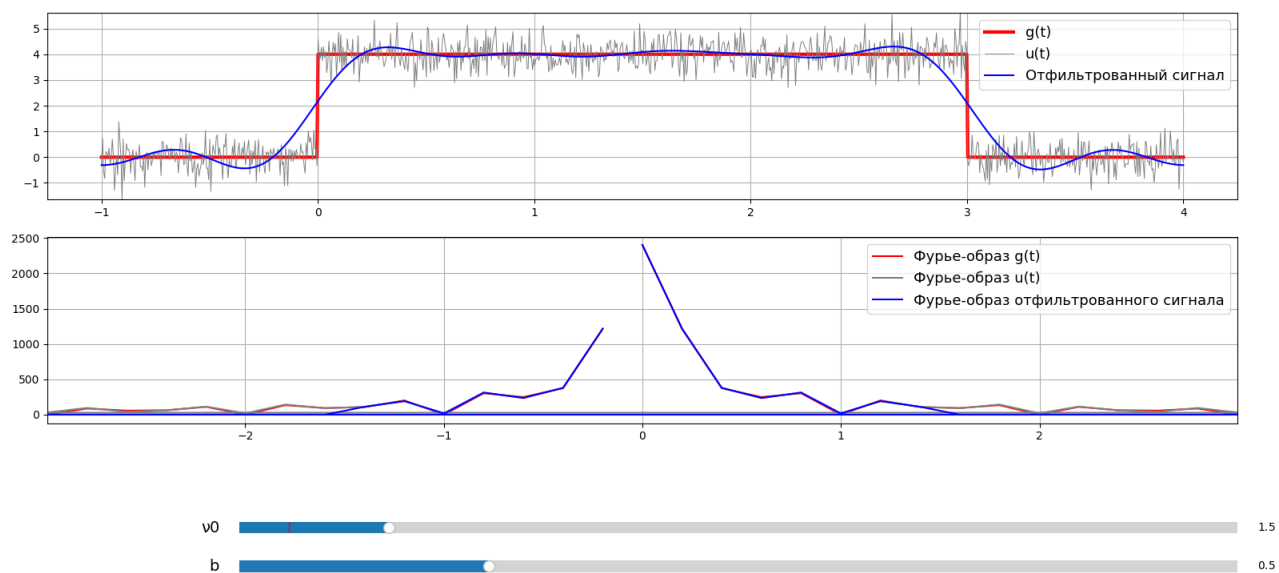


Рис. 4: Графики при  $\nu_0 = 1.5$  и  $b = 0.5$

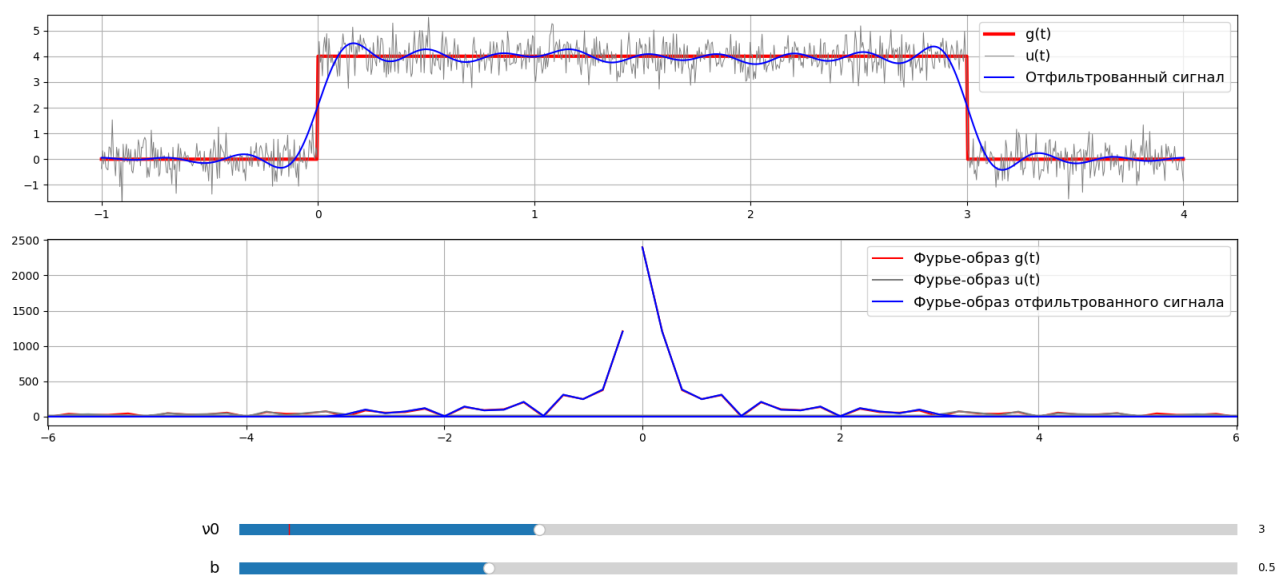


Рис. 5: Графики при  $\nu_0 = 3$  и  $b = 0.5$

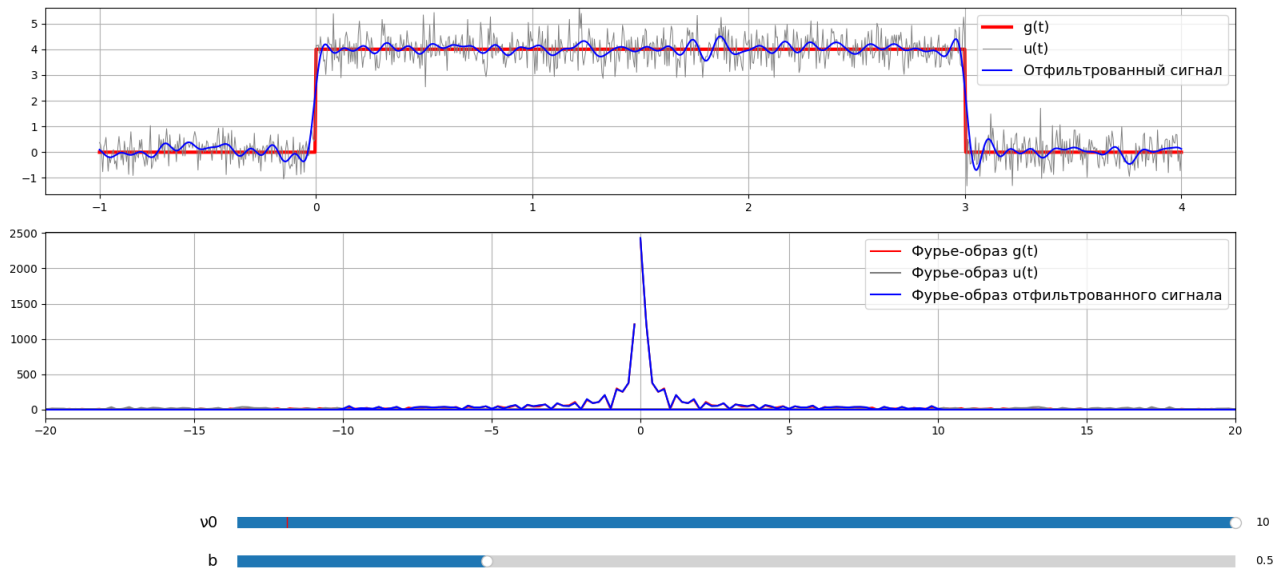


Рис. 6: Графики при  $\nu_0 = 10$  и  $b = 0.5$

### 1.2.3 Вывод

- С увеличением  $\nu_0$  изменялось количество колебаний отфильтрованного сигнала. Число гармоник увеличивалось, однако при большем значении  $\nu_0$  не всегда удавалось получить хорошо отфильтрованный сигнал. Наиболее удачным оказался график при параметрах  $\nu_0 = 3$  и  $b = 0.5$ . На этом графике форма отфильтрованного сигнала практически идеально совпадает с исходной, а шум удалён наиболее эффективно.
- Можно заметить, что графики модулей Фурье-образов отфильтрованного сигнала и шума совпадают при всех выбранных значениях  $\nu_0$ . Теперь обратим внимание на синюю линию — модуль Фурье-образа. С увеличением  $\nu_0$  синий график постепенно начинает совпадать с остальными, практически полностью повторяя их форму. Это означает, что при увеличении частоты среза  $\nu_0$  фильтр пропускает больше частот, что приводит к лучшему сохранению формы сигнала.

### 1.2.4 Фиксирую $\nu_0$

Для этого задания выберу несколько значений  $b = \{0, 0.5, 1, 2\}$ , чтобы исследовать поведение графиков при фиксированном значении  $\nu_0 = 3$ . Это значение было выбрано, поскольку ранее мне показалось, что при этом значении сигнал хорошо фильтруется. Ниже рассмотрим эти графики:

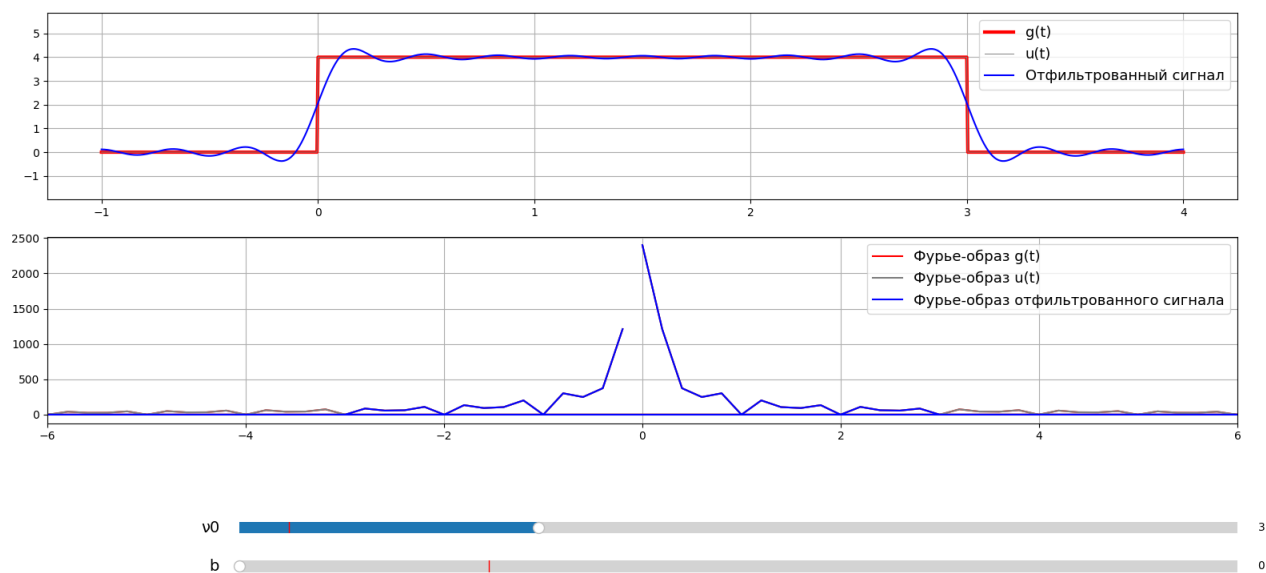


Рис. 7: Графики при  $\nu_0 = 3$  и  $b = 0$

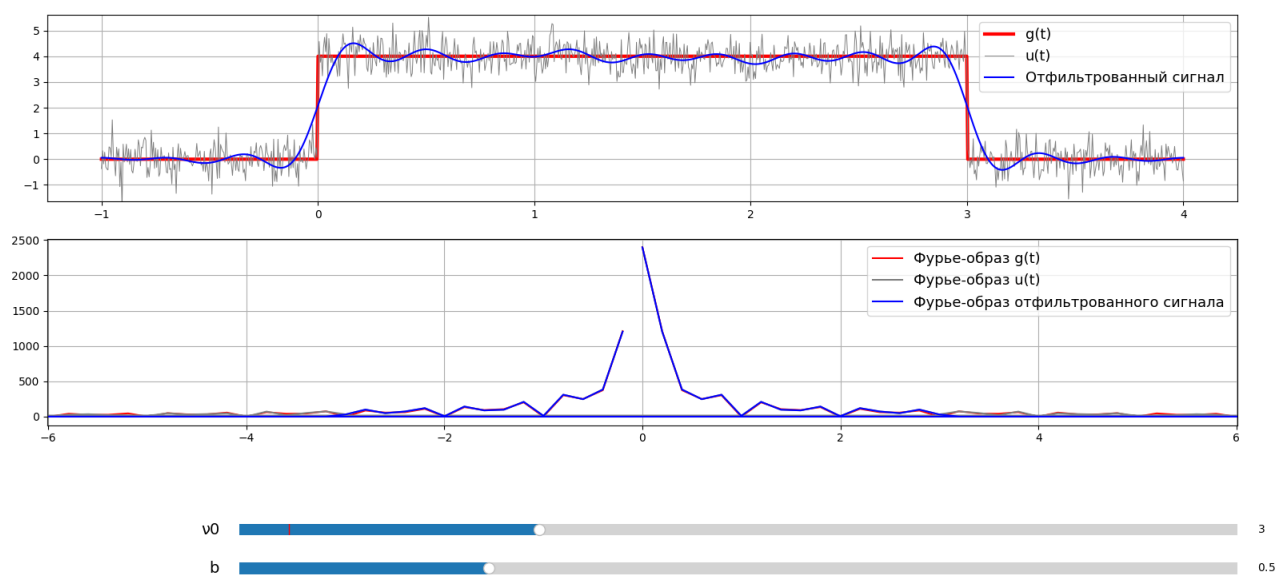


Рис. 8: Графики при  $\nu_0 = 3$  и  $b = 0.5$

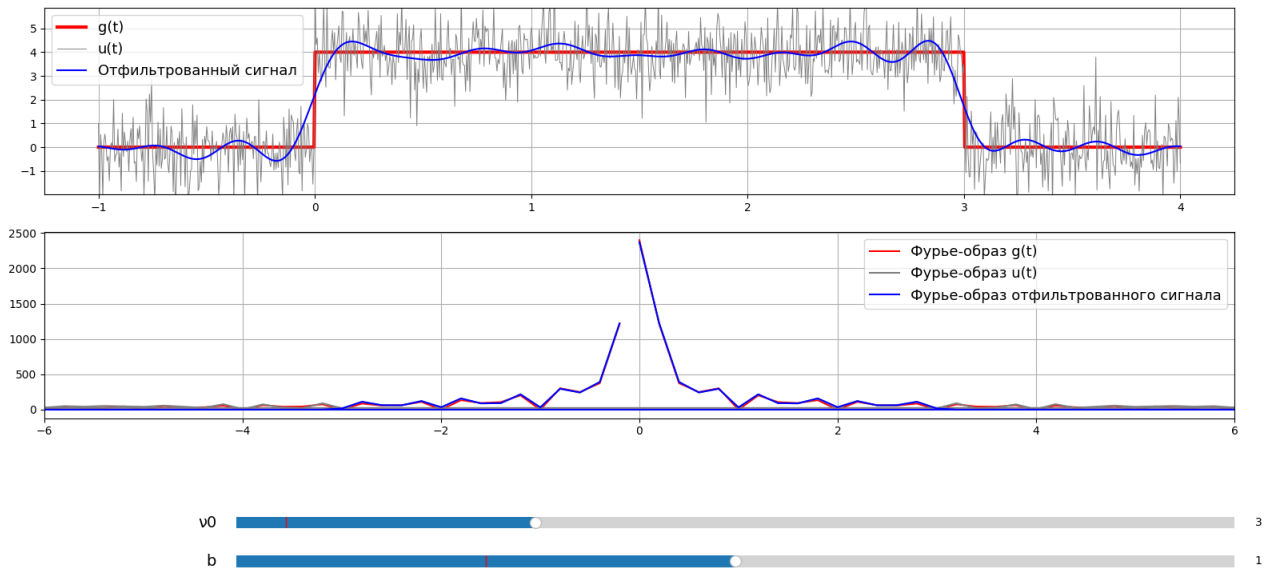


Рис. 9: Графики при  $\nu_0 = 3$  и  $b = 1$

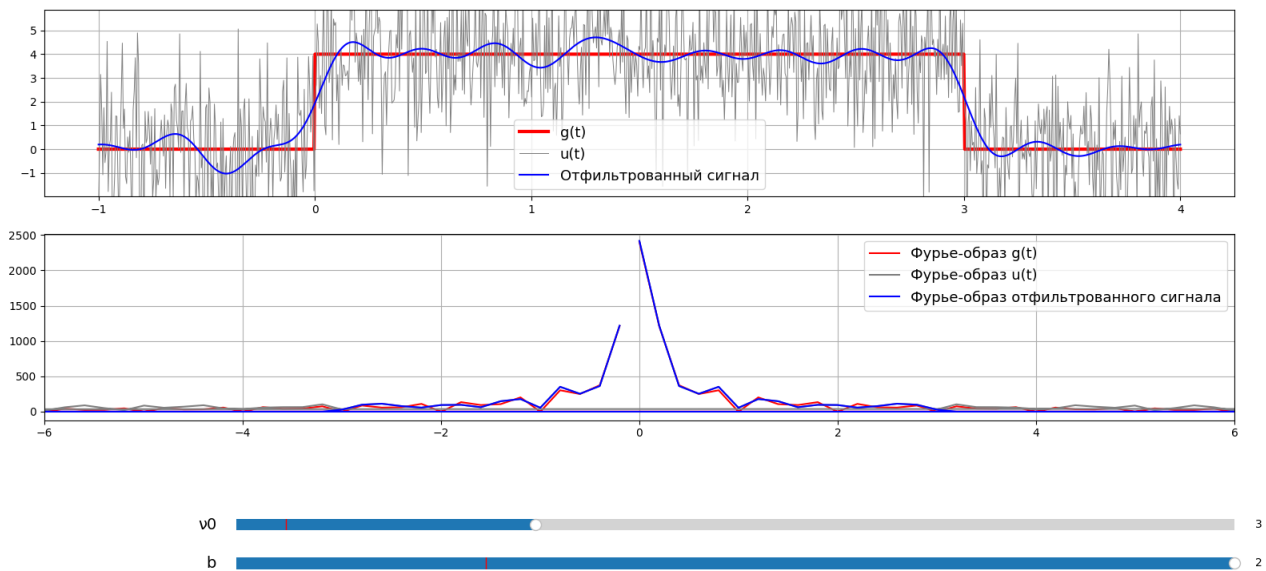


Рис. 10: Графики при  $\nu_0 = 3$  и  $b = 2$

### 1.2.5 Вывод

- При увеличении  $b$  увеличивается шум, а также растет число колебаний синего графика. То есть чем больше шум, тем больше помех в отфильтрованном сигнале. Идеальным графиком будет первый, поскольку шума совсем нет, соответственно мы фактически фильтруем не зашумленный сигнал, а идеальный.
- Спектр отфильтрованного сигнала близок к спектру  $g(t)$ , но остаются небольшие шумовые компоненты. Различия между модулями фурье-образов слабо заметны при моих параметрах  $b$ .



1.3 Убираем специфические частоты

1.4 Убираем низкие частоты?

## 2 Task. Фильтрация звука

2.1 Краткое условие