装订线

本试卷适应范围
人工智能 学院
2021 级 本科生

南京农业大学试题纸

2021~2022 学年 第二学期 课程类型：必修 试卷类型：*A*

课程号 MATH2104 课程名 数学分析 II 5 学分

学号 ________ 姓名 ________ 班级 ________

题号	一	二	三	总分	签名
得分					

一. 填空题或选择题（每题 3 分，计 30 分. 选择题正确选项唯一）

1. 若$\int_1^A e^{x^2}dx=0$,则$A=$________ .

2. 积分$\int_2^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^p}dx$ 在p________ 时收敛 .

3. 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^p}$ 在p________ 时绝对收敛 .

4. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}}{3^n\cdot n^3}$ 的收敛半径为________.

5. 试问以下论断是否正确 ? 你的回答是________(填:正确 或 错误).

对正项级数$\sum a_n$而言，如果$\sqrt[n]{a_n}<1$，则级数$\sum a_n$收敛 .

6. 设$z=f(x+y,\ x-y)$，函数 f 有连续的偏导数，则$\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}=$________ .

7. 曲线$r^2=2\cos\theta$ 围成图形的面积为$A=$________.

8. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛于$S$，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1}-a_{n+2})$收敛于________ ·

A. $S+a_1$; B. $S+a_2$; C. $S+a_1-a_2$; D. $S-a_1+a_2$.

9. 设 $f(x,y)$在$\mathbb{R}^2$上可微，且对任意(x,y)均有$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}>0$，$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}<0$，则________ ·

A. $f(0,0)>f(1,1)$； B. $f(0,0)<f(1,1)$； C. $f(0,1)<f(1,0)$； D. $f(0,1)>f(1,0)$.

10. 设 $f(x)$为连续函数，$F(u)=\int_1^u dy\int_y^u f(x)dx$，则 $F'(2)=$________ ·

A. $2f(2)$； B. $f(2)$ ； C. $-f(2)$； D. 0.

装订线

二. 解答题 I . (每题 8 分，计 24 分)(解答题须写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

11. 试求出反常积分$\int_0^{+\infty}\left(\sqrt{x}e^{-\sqrt{x}}\right)^2 dx$ 的值 .

12. 设函数$z=z(x,y)$满足 $x^2+y^2-2z=e^{2z}$.计算 $dz,\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

13. 试给出$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$ 的收敛域.在该收敛域内记$S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$.验证$S(x)$满足$S''(x)=1+S(x)$, $S(0)=S'(0)=0$.试求出$S(x)$初等函数形式的表达式.

系主任 杨涛　　　　出卷人 朱震球

三. 解答题 II (14~17 题各 8 分，18 ,19 题各 7 分，计 46 分) (解答题须写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

14. 试证明椭球体 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1\ \left(a>0,b>0,c>0\right)$ 的体积公式为 $V_{椭球体}=\frac{4}{3}\pi abc$.

15. 证明：曲面 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=\sqrt{a}\ \ \left(a>0\right)$ 上任一点处的切平面在三根坐标轴上的截距之和为常数.

16. 计算积分 $I=\iint_D\left(x-2y\right)^2dxdy$, 其中区域 $D: x^2+y^2\le 2y$.

17. **(1).** 设函数 $z=f(x,y)$ 在 $\mathbb{R}^2$ 上可微,且有 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$. 试给出 z 关于 x,y 的函数式.

(2). 设函数 $z=f(x,y)$ 在 $\mathbb{R}^2$ 上可微,且有 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$. 求证:必定有 $z=\varphi\left(x-y\right)$ 的形式.

18. 求质地均匀、长为 $2L\ (m)$、质量为 $M\ (kg)$ 的均匀细杆与放置在该细杆垂直平分线上距离细杆 $L\ (m)$ 处、质量为 $m\ (kg)$ 的质点间的万有引力, 引力常数为 G.

19. 试问级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\pi\sqrt{n^2+1}\right)$ 是否收敛?是绝对收敛还是条件收敛?给出结论，说明理由 .

$\left(提示:\sin\left(\alpha-n\pi\right)=\left(-1\right)^n\sin\alpha\right)$