

班级_____学号_____姓名_____

1. 计算积分 (1). $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x + 1} dx$; (2). $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{2 \tan^2 x + \sin^2 x}$.

2. 试讨论反常积分的敛散性 (1). $\int_0^1 \ln^2 x dx$; (2). $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$.

3. 试证明 $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx > 0$.

4. 设函数 $f(x), g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且同是单调增加的, 求证:

$$\int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx \leq (b-a) \int_a^b f(x) g(x) dx .$$

5. 求由曲线 $y = \sin x, x \in [0, \pi]$ 与 x 轴围成图形分别绕 x 轴, y 轴旋转一周所成立体的体积 .

6. $a > 0$, 求由曲线 $(x^2 + y^2)^2 = a^3 y$ 所围成的平面图形绕 y 轴旋转一周所成的立体的体积 .

7. 求由椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 所围椭球体的体积 .

8. 求由曲线 $x^2 + xy + y^2 = 1$ 所围成的平面图形的面积 .

$$\left(\begin{array}{l} \text{计算方法之一是利用坐标变换} \begin{cases} x = -u \cos \theta + v \sin \theta \\ y = u \sin \theta + v \cos \theta \end{cases} \\ \text{此变换即是将坐标系 } xOy \text{ 绕原点 } O \text{ 逆时针旋转 } \theta \text{ 角成坐标系 } uOv \end{array} \right)$$

9. 设在长 $2a$ ($a > 0$)、质量 M 的均匀细杆的垂直平分线上距离细杆 a 处放置一质量为 m 的质点, 求此两者间的引力 .