HW1

黄君贤　计算机视觉与图形图像处理

Grading

- 考勤10分
  - 允许1次无理由缺勤，此外一次缺勤扣3分
- 编程作业 (Programming Assignments - PA) 36分
  - 一共6个允许迟交不扣分的天数
  - 每次迟交1天扣10%分数
- 理论作业 (Homework - HW) 24分
  - 一共6个允许迟交不扣分的天数
  - 与PA的迟交天数独立
  - 每次迟交1天扣10%分数
- 闭卷期末考试 (Final) 30分
  - 以课件内容为主
- 课堂表现 100分外额外5分

HW1

- 总时间3周（10.11 – 11.1），截止时间晚11点
- 理论作业整学期不允许少交
- 一共6个允许迟交不扣分的天数（与PA的迟交天数独立）
- 每次迟交1天扣10%分数（以邮件时间戳为准）
- 交作业方式：
  - 给 jim@njau.edu.cn 发邮件
  - 标题：“计算机视觉+HWn+姓名+学号”（本次n=1）

写作业的方法

- 普通办法
  - 用word排版
  - 把word文件电子版email上交
- 鼓励办法
  - 用LaTeX排版
  - 把.tex文件（或包含更多子文件的项目文件夹打包）和生成的.pdf文件email上交
- 不接受手写！

注意事项

- 严禁抄袭舞弊，如果被发现可能会挂科！

作业封皮内容

- 标题：计算机视觉与图形图像处理 HW1
- 指导老师：黄君贤
- 学年：202X-202X
- 学期：第X学期
- 姓名：你的名字
- 学号：你的学号
- 院系：你的院系
- 完成日期：交作业那天的日期

1 Question 1

The continuous convolution of two functions $f(x)$ and $g(x)$ is given by

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)\, g(x-y)\, \mathrm{d}y. \tag{1}$$

The Gaussian function at scale s is defined as

$$G_s(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \exp\left(-\frac{x^2}{2s}\right), \tag{2}$$

and has the property that

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_s(x)\, \mathrm{d}x = 1. \tag{3}$$

Prove that this class of functions satisfies the *semigroup property*: the convolution of one Gaussian with another produces a third Gaussian with scale equal to their sum, or

$$(G_{s_1} * G_{s_2})(x) = G_{s_1+s_2}(x). \tag{4}$$

2 Question 2

In class we derived a finite-difference approximation to the derivative of the univariate function $f(x)$ by considering the Taylor polynomial approximations of $f(x+h)$ and $f(x-h)$. We showed that

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2),$$

so that the derivative can be approximated by convolving a discrete version of $f(x)$—a vector of values $(\ldots, f(x_o - \Delta),\ f(x_o),\ f(x_o + \Delta), \ldots)$—with kernel $(1/2,\ 0,\ -1/2)$. This is termed a *central difference* because its interval is symmetric about a sample point.

1. Derive a higher order central-difference approximation to $f'(x)$ such that the truncation error tends to zero as h^4 instead of h^2. *Hint*: consider Taylor polynomial approximations of $f(x \pm 2h)$ in addition to $f(x \pm h)$.

2. What is the corresponding convolution (not correlation!) kernel?