

# 1 第一次优化作业

注意:

- 作业请用A4纸手写或者电脑输入然后打印，本次作业提交时间为10月25日，请各班学习委员收齐后交给我。
- 该作业通过latex生成，如果你需要latex源码并在上面直接写作业，请私下联系我。
- 作业内容就是期末考试题库内容，请大家认真独立完成。

1. 计算下面向量或矩阵变量函数的导数(请写出过程)

- $f(x) = \frac{1}{2}\|Ax - b\|_2^2, A \in \mathbf{R}^{m \times n}, x \in \mathbf{R}^n, y \in \mathbf{R}^m.$
- $f(X) = a^T X b$ , 其中  $X \in \mathbf{R}^{m \times n}, a \in \mathbf{R}^m, b \in \mathbf{R}^n$  为给定的向量。
- $f(X) = \text{Tr}(X^T A X)$ , 其中  $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$  为长方形矩阵,  $A$  为方阵 (但不一定对称)

2. 求优化目标函数  $J$  关于变量  $F$  和  $G$  的梯度和二阶导数(海塞矩阵)

$$J(F, G) = - \sum_{i,j=1}^n (s_{ij} \theta_{ij} - \log(1 + \exp(\theta_{ij})))$$

其中  $F = [f_1, f_2, \dots, f_n] \in \mathbf{R}^{c \times n}, G = [g_1, g_2, \dots, g_n] \in \mathbf{R}^{c \times n}, \theta_{ij} = \frac{1}{2} f_i^T g_j, s_{ij}$  为常量。

3. 试证明球及椭球为凸集。(请查看教材P38的球和椭球的定义)