

Trabalho I: Máquinas de Turing

Relatório Final

Alunos:

André Casagrande Merlo – 17200434

Fábio Henrique Antunes Coelho – 18200419

1. Implemente Máquinas de Turing com fita única para computar as seguintes linguagens:

(a) (1,0pt) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \text{ e } i \times j = k\}$

Sobre a entrada $a^i b^j c^k$:

- 1) Repete até encontrar a entrada vazia:
 - 1.1) Marca um a (q0-q1 e q8-q9)
 - 1.2) Marca todos os b, marcando também um c para cada b marcado (q1/q7/q9-q4-q5)
 - 1.3) Desmarca todos os B (q7)
- 2) Volta por toda a fita verificando se todas as entradas estão marcadas (q6)

(b) (1,0pt) $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Sobre a entrada 0^{2^n} :

- 1) Marca o primeiro 0 com um 3 (q0-q1)
- 2) Repete até encontrar a entrada vazia:
 - 2.1) Ao encontrar um novo 0 volta desmarcando todos os 3 e 2 com um 1 (q4)
 - 2.2) Marca todos os 1 com um 2 e um 0 com um 3 para cada 1 marcado (q1-q2-q3)

2. Implemente Máquinas de Turing Multifitas para computar as seguintes linguagens:

(a) (1,5pt) $L = \{ww^Rw^Rw \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ (w R é o reverso da cadeia w)

Sobre a entrada wiw^rw^rf (onde i é início e f é fim):

- 0) Armazena um símbolo de início de fita na fita 2 (q0-q1)
- 1) Armazena na segunda fita o tamanho da palavra w:
 - 1.1) Percorre a fita 1 e a cada 4 passos (número de palavras) aumenta em 1 o tamanho da fita 2 (q1-q2-q3-q4)
- 2) Armazena na segunda fita a palavra w:
 - 2.1) Volta na fita 1 removendo os símbolos da palavra wf e adicionando-os na fita 2 de trás para a frente (q5)
- 3) Confere a palavra wi:
 - 3.1) Avança na fita 1 removendo os símbolos da palavra wi (q7)
- 4) Confere as palavras wr:
 - 4.1) Avança até o final da fita 2 e volta removendo os símbolos da fita 1 (q8-q9-q8)
- 5) Aceita se a fita 1 estiver vazia (q8-q10)

(b) (1,5pt) $L = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_n\# \mid x_i \in 0, 1^* \text{ e } x_i \neq x_j, \forall i \neq j\}$ A entrada deve ser fornecida integralmente na primeira fita.

Sobre a entrada $\#x_1\#x_2\#\dots\#x_n\#$:

- 1) Copia o x mais à esquerda para a fita 2:

- 1.1) Copia um # para a fita 2, removendo-o da fita 1 (q0-q1)
- 1.2) Copia o x mais à esquerda para a fita 2, removendo-o da fita 1 (q1)
- 1.3) Copia outro # para a fita 2, sem removê-lo da fita 1 (q1-q2)
- 2) Percorre a fita 1 comparando cada símbolo com a fita 2 (q2-q3-q4)
 - 2.1) Ao encontrar um símbolo diferente, percorre a fita 1 até o próximo # e inicia novamente
- 3) Chegando ao fim da fita 1, apaga a fita 2 e reinicia do item 1 (q2-q5-q6-q7-q8-q9)
- 4) Quando a fita 1 se encontrar totalmente apagada, aceita (q9-q10)

3. Implemente Máquinas de Turing a sua escolha para computar os seguintes problemas:

- (a) (2,5pt) A série de Fibonacci. A máquina recebe como entrada uma sequência de símbolos que representa n (representação unária). Ao término, deve constar na fita uma sequência de símbolos que indica o valor do n -ésimo termo, ou seja $F_{\text{ibonacci}(n)}$. Exemplo: A máquina recebe como entrada a sequência "aaaaa"(5) e deve retornar "cccccccc"(8).

Sobre a entrada a^n :

- 1) Marca o primeiro a com um c (q0-q1)
- 2) Remove o segundo a, armazenando b na fita 2 (q1-q3)
- 3) Repete enquanto não encontrar a entrada vazia para ambas as fitas:
 - 3.1) Marca o próximo a com um x indicando o final da computação (q3-q4)
 - 3.2) Copia c da fita 1 para a fita 2:
 - 3.2.1) Para cada c da fita 1, adiciona um B à fita 2 (q4-q5-q5)
 - 3.3) Soma os b da fita 2 com os c da fita 1:
 - 3.3.1) Remove todos os b da fita 2, adicionando um c na fita 1 para cada b removido (q6)
 - 3.4) Desmarca todos os B da fita 2 com um b (q7)
 - 3.5) Limpa o x da fita 1, indicando fim da computação atual (q8-q3)
- 4) Remove os b da fita 2 (q2)

- (b) (2,5pt) O algoritmo de Euclides para o Máximo Divisor Comum. A máquina recebe como entrada uma sequência de símbolos representando n e m em representação unária. Ao término, a fita deve conter o $\text{MDC}(n, m)$.

A solução escolhida para este exercício foi utilizar uma máquina de Turing multifitas com cinco fitas.

1. Lê a entrada e escreve em duas fitas diferentes, a segunda fita receberá todos os “n”s e a terceira fita recebe todos os “m”s.
2. Considerando o número de “n”s e “m”s faz:
 - 2.1. Caso $n = m$ transita para o estado final q12;
 - 2.2. Caso $n > m$, inverte a segunda com a terceira fita.
3. Executa os seguintes passos, enquanto o resto da divisão for diferente de zero:
 - 3.1. Para cada “n” da segunda fita, apaga um “m” da terceira fita e escreve um “y” na quarta fita, que será utilizada para calcular o resto da divisão. Caso todos os “n”s sejam lidos e ainda existam “m”s na terceira fita, a segunda fita volta para o início, a quarta fita é limpa e este passo é executado novamente. (q1, q2)
 - 3.2. Quando os “m”s da terceira fita acabarem:
 - 3.2.1. A quantidade de “n” da segunda fita, é armazenada em quantidade de “m” na terceira fita. (q3, q16, q4)
 - 3.2.2. É calculado o resto da divisão utilizando a quantidade de “y”s da quarta fita, esse resto é salvo em quantidade de “n”s na segunda fita. (q4)
 - 3.2.3. A quinta fita, que armazena o último resto não nulo é limpa e depois recebe o valor do resto. (q6, q7)
 - 3.2.4. A máquina volta para o passo 3.1 com os novos valores de m e n, seguindo o algoritmo de Euclides, onde m recebe o valor de n da iteração anterior e n recebe o valor do resto da divisão da iteração anterior. (q7, q1)
4. Quando a máquina encontrar uma divisão sem resto, transita para um estado de aceitação, o MDC estará expresso em quantidades de “r”s na última fita (q8, q14, q5)