

Exercices Semaine 9

9.131 p. 486

Moment d'inertie d'un pendule

Satellites

Question d'examen

Équations de la semaine

Moment d'inertie d'une particule

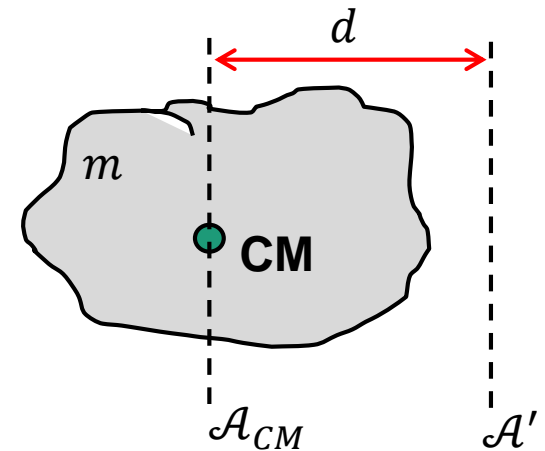
$$I = mR^2$$

- Mesure de la répartition de la masse d'un objet autour d'un axe de rotation
- Équivalent de la masse, mais en rotation
- Plus il est élevé, plus la rotation est difficile
- Se référer au formulaire Moodle pour les moments d'inertie de solides simples !

Équations de la semaine

Rayon de giration

$$\kappa_A = \sqrt{\frac{I_A}{m}}$$



Théorème des axes parallèles

$$I_{\mathcal{A}'} = I_{\mathcal{A}_{CM}} + md^2$$

Attention!

Le moment d'inertie du membre de droite doit être pris par rapport à un axe qui passe par le CM de l'objet (voir formulaire).

Méthode de résolution

1. Décomposer le corps en **corps simples**.
2. Construire un 1^{er} tableau contenant la masse et la position du CM de chaque corps simple (une ligne par corps simple).

Objet	m_i (kg)	x_{G_i} (m)	y_{G_i} (m)	z_{G_i} (m)
1				
2	$m = \rho V$			
⋮				
Total	m_{tot}			

**Symétrie ou
formulaire**

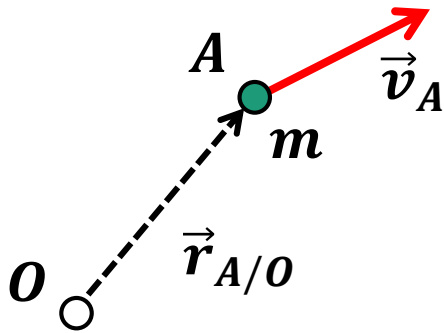
3. Construire un 2^e tableau pour appliquer le théorème des axes parallèles à chaque corps simple (une ligne par corps simple).

Objet	I_{G_i} (kg·m ²)	$m_i d_{G_i A}^2$ (kg·m ²)	I_{iA} (kg·m ²)
1			
2	Formulaire	Géométrie	Th. des axes parallèles
⋮			
Total			I_A

$$I_A = \sum I_{iA}$$

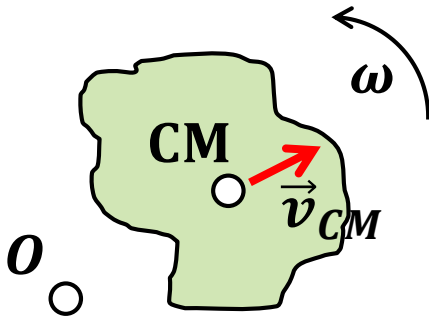
Équation de la semaine

Moment cinétique (MC)



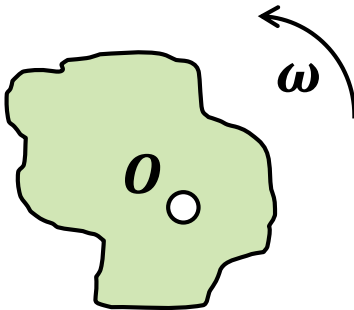
Particule

$$\vec{H}_O = \vec{r}_{A/O} \times m\vec{v}_A \rightarrow \text{QM! } (\vec{L})$$



Corps rigide

$$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM/O} \times m\vec{v}_{CM} + I_{CM}\vec{\omega}$$



Corps rigide contraint de tourner autour du point O

$$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$$

Équation de la semaine

Lien entre moment de force et MC

$$\vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$$

Conservation du MC

Si $\sum \vec{M}_O = \vec{0}$, alors $\vec{H}_O = \text{constant}$:

$$\vec{H}_{O1} = \vec{H}_{O2}$$

Attention à bien définir le système ainsi que les états initial et final!



La plupart du temps, on choisit comme point de référence le centre de masse du système ou encore un point autour duquel le système est contraint de tourner.

Quantités conservées

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

Quantité de mouvement

Translation

$$\sum \vec{M}_O = \vec{0}$$

Moment cinétique

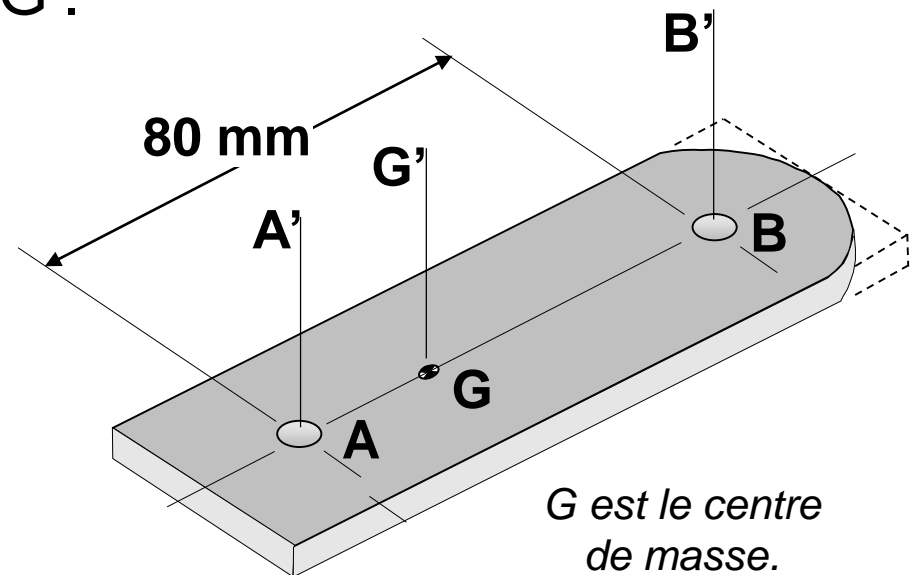
Rotation

Si ces quantités sont conservées dans un problème,
elles le sont **indépendamment** l'une de l'autre!

9.131 p.486

Après une certaine période d'utilisation, une lame de déchiqueteur est réduite à la forme illustrée et sa masse est de 0,18 kg. Sachant que les moments d'inertie de la lame par rapport aux axes AA' et BB' sont respectivement $0,320 \text{ g.m}^2$ et $0,680 \text{ g.m}^2$, calculez :

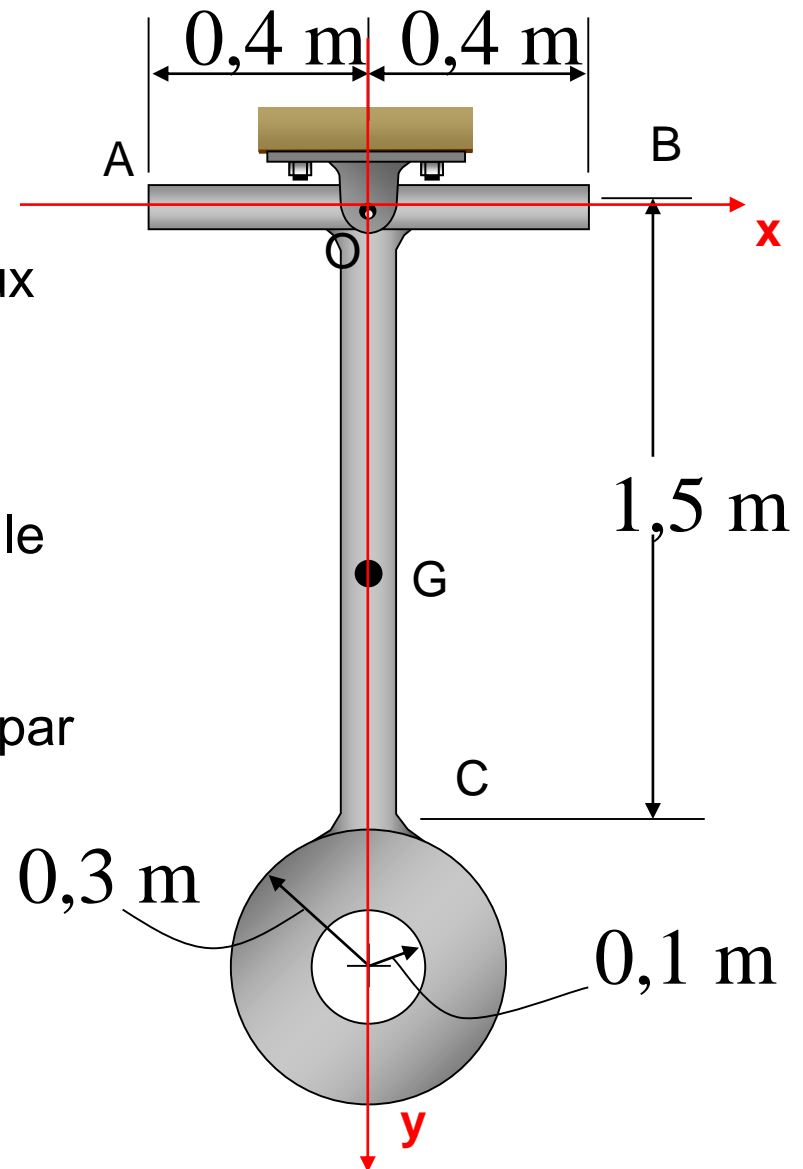
- a) La position de l'axe central GG' .
- b) Le rayon de giration de la lame par rapport à l'axe GG' .



Moment d'inertie d'un pendule

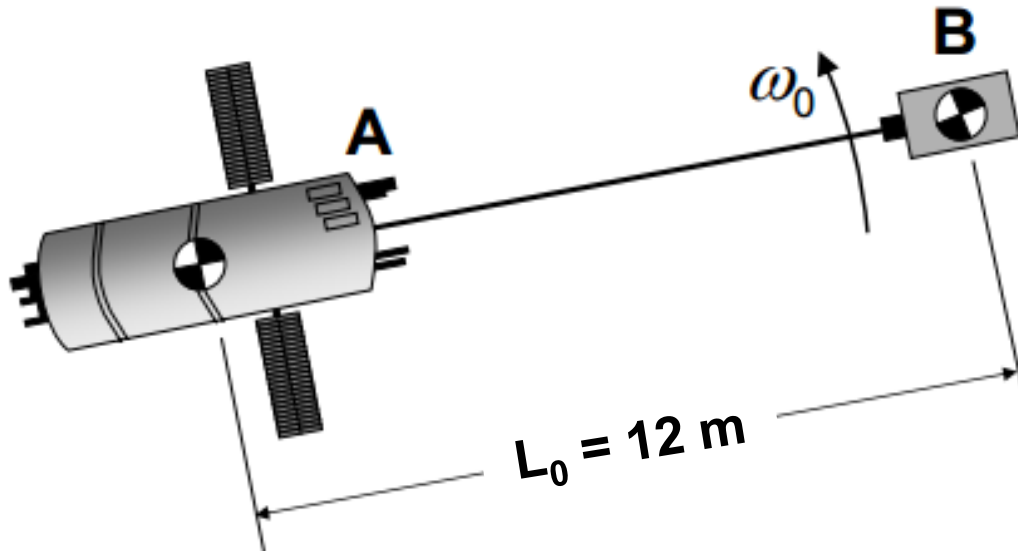
Le pendule ci-contre est constitué de deux tiges minces AB et OC ayant une masse linéaire de 5 kg/m . La mince plaque circulaire a une masse surfacique de 8 kg/m^2 . Le centre de masse G du pendule est situé à $68,4 \text{ cm}$ sous le pivot O.

Calculez le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe perpendiculaire à la figure qui passe par son centre de masse.



Satellites

Deux satellites de recherche ($m_A=250$ kg, $m_B=50$ kg) sont attachés l'un à l'autre par un câble. Les satellites et le câble tournent avec une vitesse angulaire de $\omega_0=0,25$ révolution par minute. Les contrôleurs au sol ajoutent lentement 6 m de câble additionnel. Quelle est la vitesse angulaire désormais?



Question d'examen

Un pendule est constitué de 2 masses ponctuelles identiques de masse $M=3,2$ kg. Ce pendule possède une vitesse angulaire $\omega=3$ rad/s dans le sens horaire (voir figure). Au moment où le pendule passe par la position verticale, un projectile de masse $m=30$ g voyageant à 300 m/s frappe le pendule suivant la direction indiquée sur la figure. Il reste ensuite encastré dans la masse inférieure du pendule. La masse de la tige reliant les sphères peut être considérée comme négligeable.

- A) Le moment cinétique du système pendule-projectile est-il conservé entre les instants juste avant et juste après la collision? (5 points)
- B) Quel est le moment d'inertie des masses autour du point de pivot O ? (10 points)
- C) Trouver la vitesse angulaire ω_f du système, immédiatement après l'impact du projectile. (20 points)

Note: Après l'impact, négligez l'augmentation de masse de la sphère due à la pénétration du projectile ($M+m \approx M$).

