POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Cahier-réponses

Contrôle périodique 2

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)	
Nom : Kim	**Prénom :** Victor
Signature :	**Matricule :** 1954607 **Groupe :** 3

Réservé
Q1: 35 /40
Q2: 26 /50
Q3 11 /60
Q4: 10 /50
Total : 82 / 200

Sigle et titre du cours			
PHS1101 **Mécanique pour ingénieurs**			
Professeur		*Groupe*	*Trimestre*
Djamel Seddaoui		**Tous**	**Hiver 2021**
Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Samedi	**27 mars 2021**	**2h00**	**09h30 à 11h30**

Documentation	*Calculatrice*	*Outils électroniques*
☒ Aucune	☐ Aucune	**Les appareils électroniques personnels sont interdits.**
☐ Toute	☐ Toutes	
☐ Voir directives particulières	☒ Non programmable	

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement.**
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.
- Aucune documentation permise, par contre un aide-mémoire pour les formules vues en cours et le formulaire des positions des centres de masse des corps simples se trouvent à la fin de ce cahier.
- Ne débrochez pas ce cahier
- Écrivez votre matricule dans toutes les pages de l'examen.

Cet examen contient **4** questions sur un total de **20** pages **(incluant cette page).**

La pondération de cet examen est de ~~25~~%. 30%

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

Question 1 (40 points) – Questions à court développement

35/40

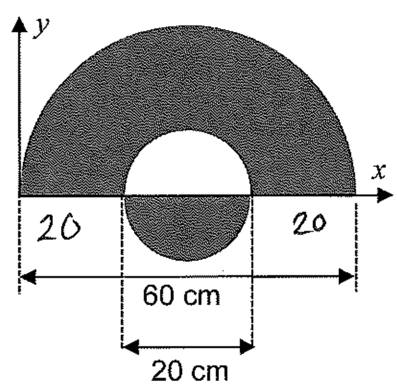
Répondez aux sous-questions suivantes en **expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.**

A. Vrai ou faux : L'énergie mécanique d'un système isolé (sur lequel aucune force externe ne s'applique) est toujours conservée. Justifiez votre réponse (5 points)

B. Vrai ou faux : Si j'applique une force sur un objet et que cet objet demeure immobile, alors l'impulsion de ma force est nulle. Justifiez votre réponse (5 points)

C. Une voiture roule sur une route parfaitement horizontale. Son moteur développe une puissance constante $P = 120\,\mathrm{kW}$ alors que le module de la résultante des forces de frottement est donné par $f = 1{,}3 \times v^2$ où f est en Newton et v en m/s. Déterminer la vitesse maximale que peut atteindre la voiture. (15 points)

D. Déterminer la position $(\bar{x}, \bar{y})$ du centre de masse de la pièce grise 2D ci-dessous. La pièce a une masse surfacique homogène. (15 points)



19 54607

A. Vrai car il n'y a aucun travail fait donc

$\sum U_{nc} = \Delta E$ et si $\sum U_{nc} = 0$ alors $E_1 = E_2$

forces internes existantes

B. Faux car si elle était en mouvement au début et que par la suite après l'application de la force elle devient immobile l'impulsion n'est pas nulle $Imp = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$ si $\vec{L}_2 = 0$ $Imp = -\vec{L}_1$

C. $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ $120\,000 = 1.3v^2 \cdot v$ $120\,000 = 1.3v^3$

$\Rightarrow v = 45.2\ m/s$ est le module maximum de la vitesse.

D. ① 

60cm

$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(30)}{3\pi} = 12.7cm$

$\bar{x} = 30cm$

$A_1 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(30)^2}{2} = 1413.72\ cm^2$

② 

20

$\bar{y} = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4(10)}{3\pi} = 4.24cm$

$\bar{x} = 20+10 = 30cm$

$A_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(10)^2}{2} = 157cm^2$

③ 

$\bar{y} = \frac{-4r}{3\pi} = \frac{-4(10)}{3\pi} = -4.24$

$\bar{x} = 20+10 = 30cm$

$A_3 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(10)^2}{2} = 157cm^2$

$\bar{y} = \frac{1413.72 \cdot 12.7 - 157 \cdot 4.24 + 157 \cdot -4.24}{1413.72 - 157 + 157}$

$= 11.8 cm$

$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i}$

$= \frac{1413.72 \cdot 30 - 157 \cdot 30 + 157 \cdot 30}{1413.72 - 157 + 157}$

$= 30cm$

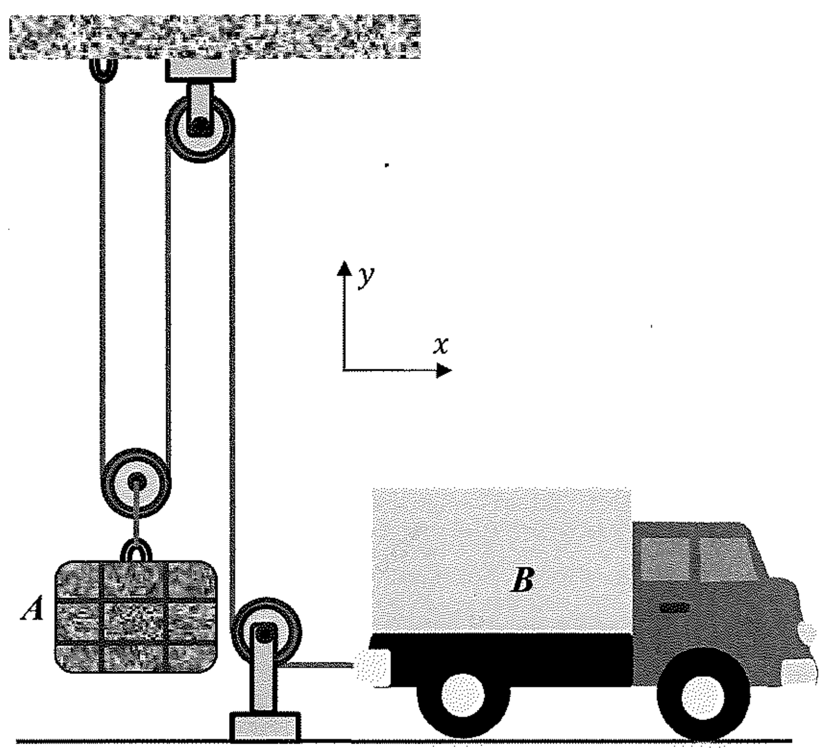
$\boxed{(\bar{x}, \bar{y}) = (30, 11.8)cm}$

Question 2 (50 points)

On utilise le dispositif de la figure ci-dessous pour soulever une charge A de masse $m_A = 1800\ \mathrm{kg}$ en se servant de la force du camion B de masse m_B. Le moteur du camion produit une force vers l'avant donnée par $F = \alpha(\beta - v_B)$ où α et β sont des constantes et v_B est la vitesse du camion.

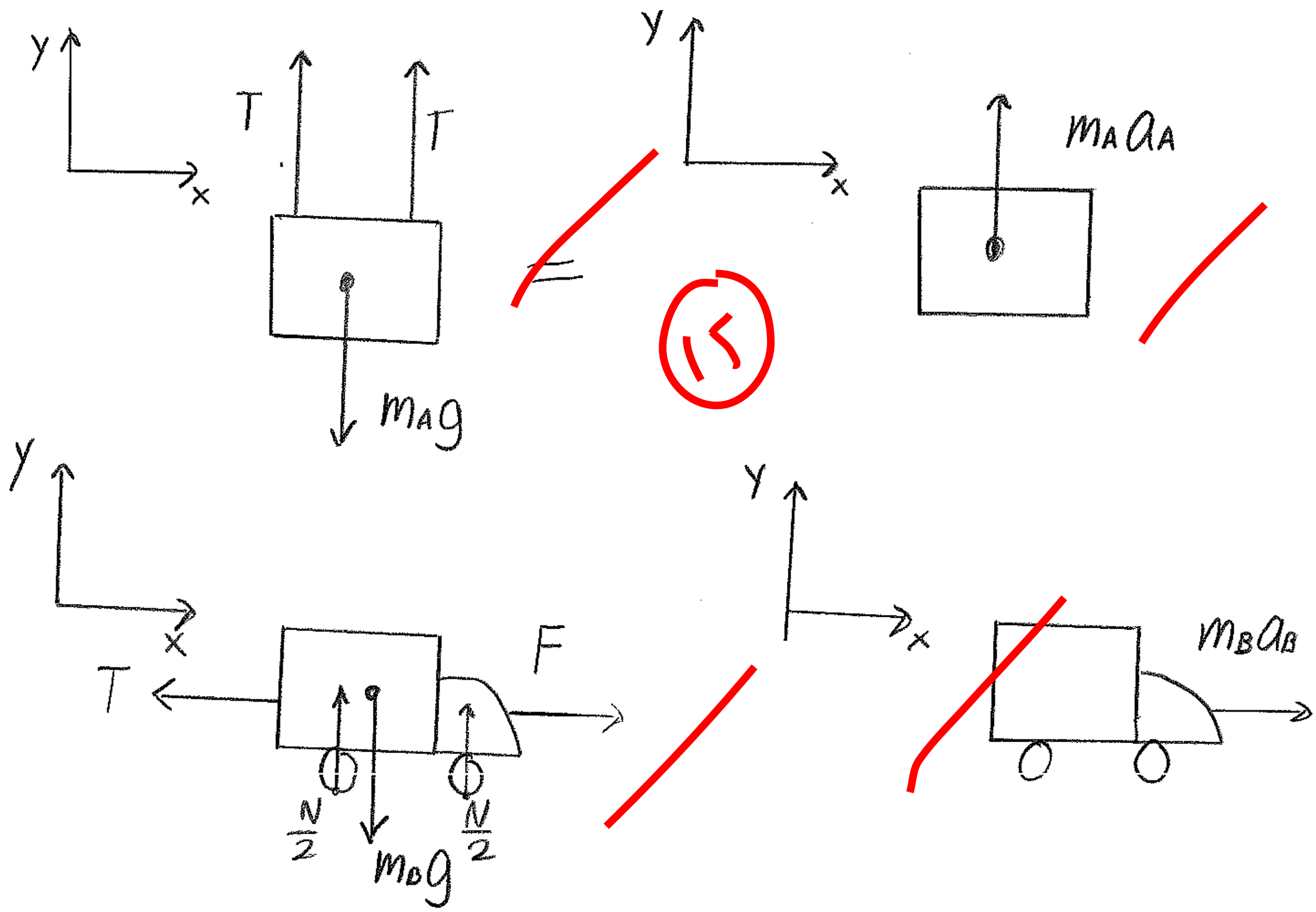
On donne : $\alpha = 300\ \mathrm{kg/s}$ et $\beta = 30\ \mathrm{m/s}$

- **A.** Faire le DCL-DCE de la charge A et du camion B séparément. (15 points)
- **B.** Déterminer l'expression algébrique de l'accélération de la charge a_A en fonction de sa vitesse v_A et des paramètres constants du problème. (20 points)
- **C.** Déterminer la vitesse maximale v_{Amax} atteinte par la charge A. (15 points)



1954607

A.



B. Mouvements contraintes

Le frottement fournit F

$\Delta x_B = 2\Delta y_A$

$\downarrow \frac{d}{dt}$

$V_B = 2V_A$

$\downarrow \frac{d}{dt}$

$a_B = 2a_A$

Camion B

$\sum F_x = m_B a_B$

$m_B a_B = \alpha(\beta - V_B) - T$

$a_B = 300(30 - V_B) - T$

$$\boxed{a_A = \frac{1}{2} a_B = 150(30 - 2V_A) - \frac{T}{2}}$$

je suppose qu'il n'y a pas de frottements car pas de données

$V_B = 2V_A$

9/20

?

Pour C voir p. 9

On te demande une expression algébrique !!

1954607

C. $a = \frac{dV}{dt}$ $\quad \int dt = \int \frac{dv}{a} \quad \int dt = \int \left(\frac{1}{150(30) - 2V_A} - \frac{2}{T} \right) dv$

$t + C = -\frac{1}{2} \ln |4500 - 2V_A| - \frac{2}{T} V_A \qquad t = 0, V_A = 0$

$0 + C = -\frac{1}{2} \ln |4500 - 2(0)| - \frac{2}{T}(0)$

$C = -4.2$

2/15

$t - 4.2 = -\frac{1}{2} \ln |4500 - 2V_A| - \frac{2}{T} V_A$

$e^{-2t + 4.2} = 4500 - 2V_A - \frac{2}{T} V_A$

$2V_A \left(1 + \frac{1}{T}\right) = 4500 - e^{-2t + 4.2}$

$V_A = \frac{4500 - e^{-2t + 4.2}}{1 + \frac{1}{T}}$ $\quad V_{A\,max} = \frac{dV}{dt} = 0$?

$\left(\frac{-1}{1 + \frac{1}{T}} \right) \cdot -e^{-2t + 4.2} \cdot -2 = \frac{-2}{1 + \frac{1}{T}} \cdot e^{-2t + 4.2} = 0$

Donc c'est pas bon

On te demande v_max. Donc, faut juste mettre a_A=0...

Avec ta méthode, après avoir trouvé T (que tu n'as pas) et après avoir fait ton intégration, il te faut dériver v pour trouver a, mettre ça a zéro pour trouver la valeur de t, qui se trouverait être très grand. C'est beaucoup de travail et c'est compliqué, alors qu'il y a beaucoup plus simple.

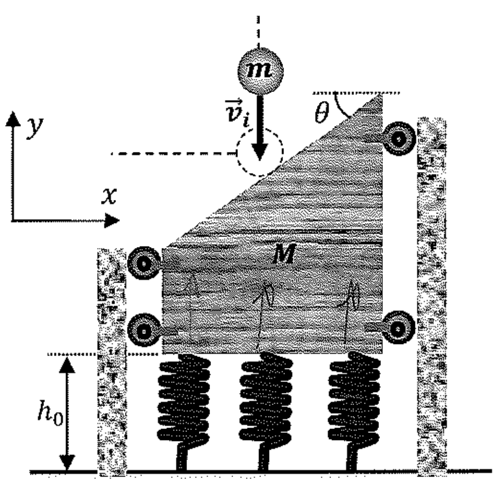
Aussi, tu as beaucoup d'erreurs dans ton travail, et tu as rien expliqué de ce que tu fais...

11/60

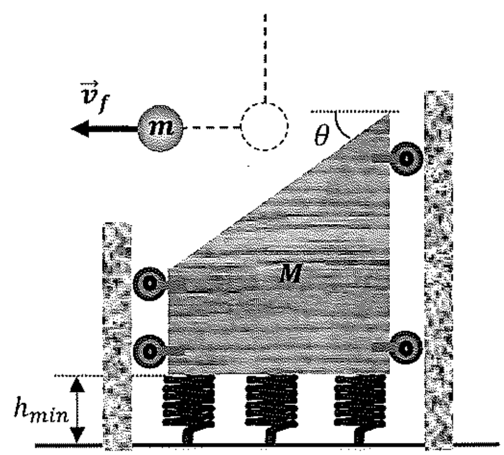
Question 3 (60 points)

Le bloc de masse $M = 5\,\mathrm{kg}$ représenté sur la figure ci-dessous repose sur trois ressorts identiques de longueurs naturelles $L_0 = 0{,}8\,\mathrm{m}$ et de constantes k. Le bloc est susceptible de se déplacer verticalement sans frottement sur un guide grâce à des roulettes. On note h la position verticale de sa face inférieure (h représente aussi la longueur des ressorts). Une balle de dimensions négligeables et de masse $m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ percute la face inclinée du bloc avec une vitesse initiale verticale v_i puis rebondit dans la direction horizontale avec une vitesse v_f tel que représenté sur la figure. On considérera que l'impact est élastique et de durée très courte. On négligera aussi tout frottement. Avant l'impact, le bloc est au repos à une hauteur $h = h_0$ du sol. Après l'impact, le bloc descend jusqu'à une hauteur minimale $h = h_{min}$. On donne : $h_0 = 0{,}5\,\mathrm{m}$ et $h_{min} = 0{,}3\,\mathrm{m}$.

A. Déterminer la constante k des ressorts. (10 points)
B. Déterminer la grandeur de la vitesse v_i de la balle juste avant l'impact. (20 points)
C. Déterminer la grandeur de la vitesse v_f de la balle juste après l'impact. (15 points)
D. Quel est l'angle d'inclinaison θ de la face inclinée du bloc? (15 points)



Instant avant l'impact. Le bloc est à sa hauteur initiale.



Instant où le bloc est à sa hauteur minimale après l'impact.

1954607

A. Collision élastique → conservation énergie mecanique
Pas de travail des forces non conservatives

Avant l'impact juste considérer M

I I

$$E_1 = Mgh_0 + 3\left(\tfrac{1}{2}k(+h_0 - 0.8)^2\right)$$

$$= 5\cdot 9.81 \cdot 0.5 + 3\left(\tfrac{1}{2}k(+0.5-0.8)^2\right)$$

$$= 24.525 + 0.135k \qquad 0.135$$

Il y a aussi de l'énergie cinétique en jeu à l'état initial

$$E_2 = Mgh_{min} + 3\left(\tfrac{1}{2}k(+h_{min} - 0.8)^2\right)$$

$$= 5\cdot 9.81\cdot 0.3 + 3\left(\tfrac{1}{2}k(+0.3-0.8)^2\right)$$

$$= 14.715 + 0.375k \qquad 0.375$$

Mauvaise représentation des énergies dans chaque état

5/10

$$E_2 = E_1 \qquad 0.24k = 9.81 \qquad \boxed{k = 40.9\ N/m}$$

B. ~~Pas de force externe → conservation quantité mouvements~~

Force ressort 3

$L_{1x} = 0 \qquad L_{2x} = 0$

3

$L_{1y} = mV_i \qquad L_{2y} = (m+M)V_f$

On va dire que la courte durée est de 0.3 s

$$\int_0^{0.3} kr\,dr = \frac{40.9}{2} r^2 \Big|_0^{0.3} = 1.8135\ Ns \qquad 3(1.8135) = 5.4405\ Ns$$

$5.5V_f -$

1954607

Conservation énergie mais avec m et M comme système

$E_1 = \frac{1}{2} m v_i^2 +$

3

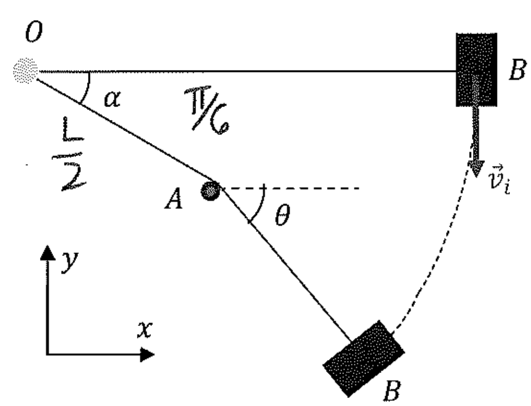
6/20

Question 4 (50 points)

Un bloc B de masse $m = 2\,\mathrm{kg}$ est attaché à un clou O à l'aide d'une corde inextensible de longueur $L = 0{,}8\,\mathrm{m}$ (de masse négligeable). Le bloc est susceptible de glisser sur une table horizontale. Le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et la table est $\mu_k = 0{,}1$. On lance le bloc avec une vitesse initiale $v_i = 2\ \mathrm{m/s}$ comme représenté sur la figure ci-dessous. Le bloc tourne d'abord autour de O puis autour de la cheville A fixée sur la table lorsque la corde la touche. On prendra comme origine du temps ($t = 0$) l'instant où la corde touche la cheville A. Sur la figure, la gravité agit perpendiculairement à la page dans le sens entrant.

On donne : $\overline{OA} = L/2$ et $\alpha = \pi/6$ rad.

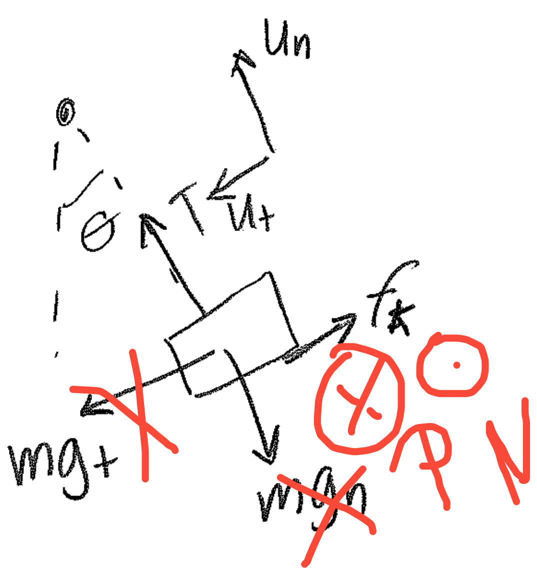
A. Déterminer la vitesse v_0 du bloc à l'instant $t = 0$. (10 points)
B. Faire le DCL-DCE du bloc pour un angle θ quelconque compris entre 30° et 90°. Utiliser le même angle de vue que dans la figure. (10 points)
C. Déterminer l'expression algébrique de la tension T de la corde en fonction du temps, de v_0 et des paramètres constants du problème lorsque $t \geq 0$. (20 points)
D. Quelle est la distance totale Δs parcourue par le bloc à partir de son lancement jusqu'à son arrêt total? (10 points)

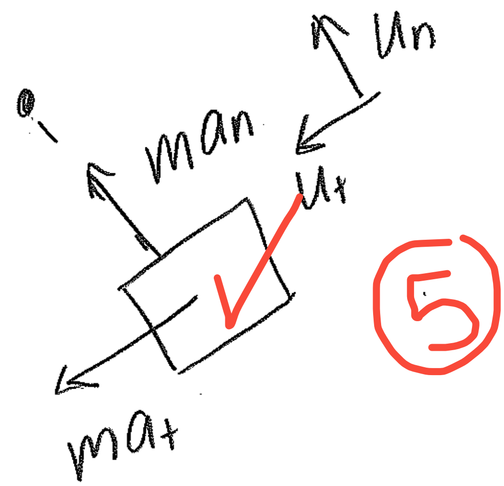


1954607

A. $V_0 = V_i = 2 m/s$

B.





C. $\Sigma F_n = m a_n$ $\qquad a_n = \frac{V_0^2}{\vec{AB}} = \frac{V_0^2}{0,4}$

$m a_n = T - m g_n$

$T = m(a_n + g)$

$$\boxed{T = 2\left(\frac{V_0^2}{0.4} + 9.81\right)}$$

$\frac{ds}{dt} = V$

$V dt = ds$

$2\int dt = \int ds$

D. de 0 à $\frac{\pi}{6}$ $\qquad$ de $\frac{\pi}{6}$ à quelque chose

$S_1 = \vec{OB} \cdot \frac{\pi}{6}$

$= 0.8 \cdot \frac{\pi}{6}$

$= \frac{2\pi}{15}$

5

$S_{tot} = S_1 + S_2$

$2t + C = S$

$2(0) + C = 0$

$C = 0$

$2t + 0 =$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

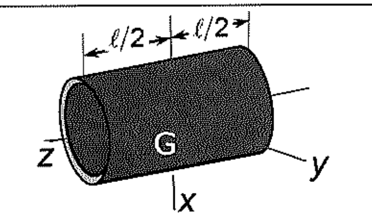
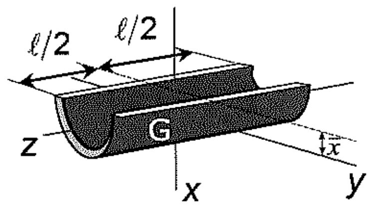
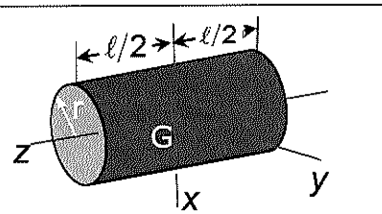
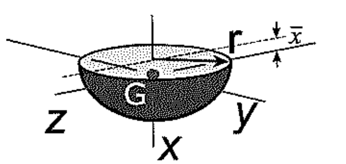
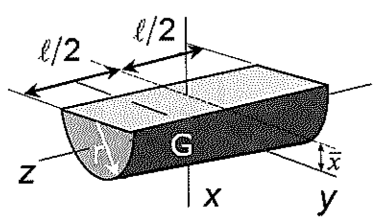
Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$
Moment d'un couple :	$M = Fd$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \qquad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$
Pression :	$p = F_n/A, \qquad \tilde{p} = p - p_0$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \dfrac{\rho g h A}{2}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}, \qquad \vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}, \qquad \alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$

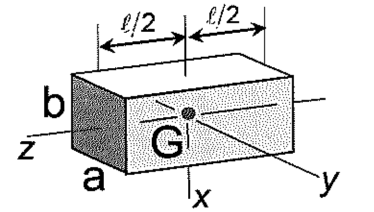
Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$
	$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \dfrac{dv}{a(v)}$
	$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x) dx$
Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
	$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
	$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
	$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
	$\rho(x) = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
Énergie cinétique (particule) :	$T = \dfrac{1}{2}mv^2$
Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$V_{res} = \dfrac{1}{2}k(L - L_0)^2$
Énergie mécanique :	$E = T + V$
Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \qquad \sum U_{nc} = \Delta E$
Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \qquad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

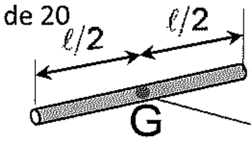
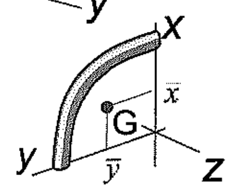
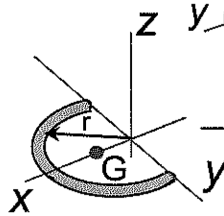
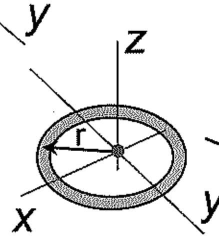
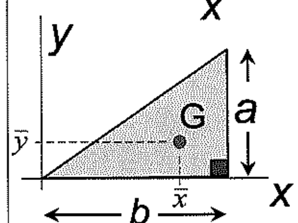
Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L} = m\vec{v}$ $\vec{L} = M\vec{v}_{CM}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
	$\Delta\vec{L} = \int \sum \vec{F}\, dt$
Force moyenne :	$\vec{F}_{\text{moy}}\Delta t = \int \vec{F} dt$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O = mR^2$
Rayon de giration :	$\kappa_O = \sqrt{I_O/m}$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'} = I_{O,CM} + md_{OO'}^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$
	$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$
	$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$
	$\Delta\vec{H}_O = \int \sum \vec{M}_O\, dt$
Système à masse variable :	$\sum \vec{F} + \frac{dm}{dt}(\vec{v}_p - \vec{v}) = m\vec{a}$
Débit dans une conduite :	$\lvert dV/dt \rvert = Sv,$
	$\lvert dm/dt \rvert = \rho Sv$
Masse en fonction du temps :	$m = m_0 + \int_0^t \frac{dm}{dt} dt$
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e = \lvert dm/dt \rvert \vec{v}_e$
	$\vec{F}_s = -\lvert dm/dt \rvert \vec{v}_s$

Vitesse de rotation :	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$
Centre instantané de rotation :	$\omega = \frac{v_A}{r_{A/CIR}} = \frac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Roulement sans glissement :	$\Delta r = R\Delta\theta$
	$v = \omega R$
	$a = \alpha R$
Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O = \vec{r}_{CM/O} \times M\vec{a}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
	$\sum \vec{M}_O = \mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
	$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$
Travail d'un couple :	$U = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$
Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res} = -\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$V_{res} = \frac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Puissance d'un couple :	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ Page 19 de 20 $I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$
	$\bar{x} = \frac{3r}{8}$	$I_{xx} = \frac{2}{5}mr^2$ $I_{yy} = I_{zz} = \frac{83}{320}mr^2$
	$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2$

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = \frac{1}{12}m(a^2 + \ell^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12}m(b^2 + \ell^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

CORPS MINCES

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{yy} = \frac{1}{12}m\ell^2$
	$\bar{x} = \bar{y} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$ $*\bar{I}_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$ $*\bar{I}_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2}{3}b$ $\bar{y} = \frac{1}{3}a$	$I_{xx} = \frac{1}{6}ma^2$ $I_{yy} = \frac{1}{2}mb^2$ Triangle rectangle mince

*Demi-cercle : les moments d'inertie avec une barre sont calculés par rapport à un axe qui passe par le centre de masse de l'objet.