

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs  
Contrôle périodique 1  
Automne 2018

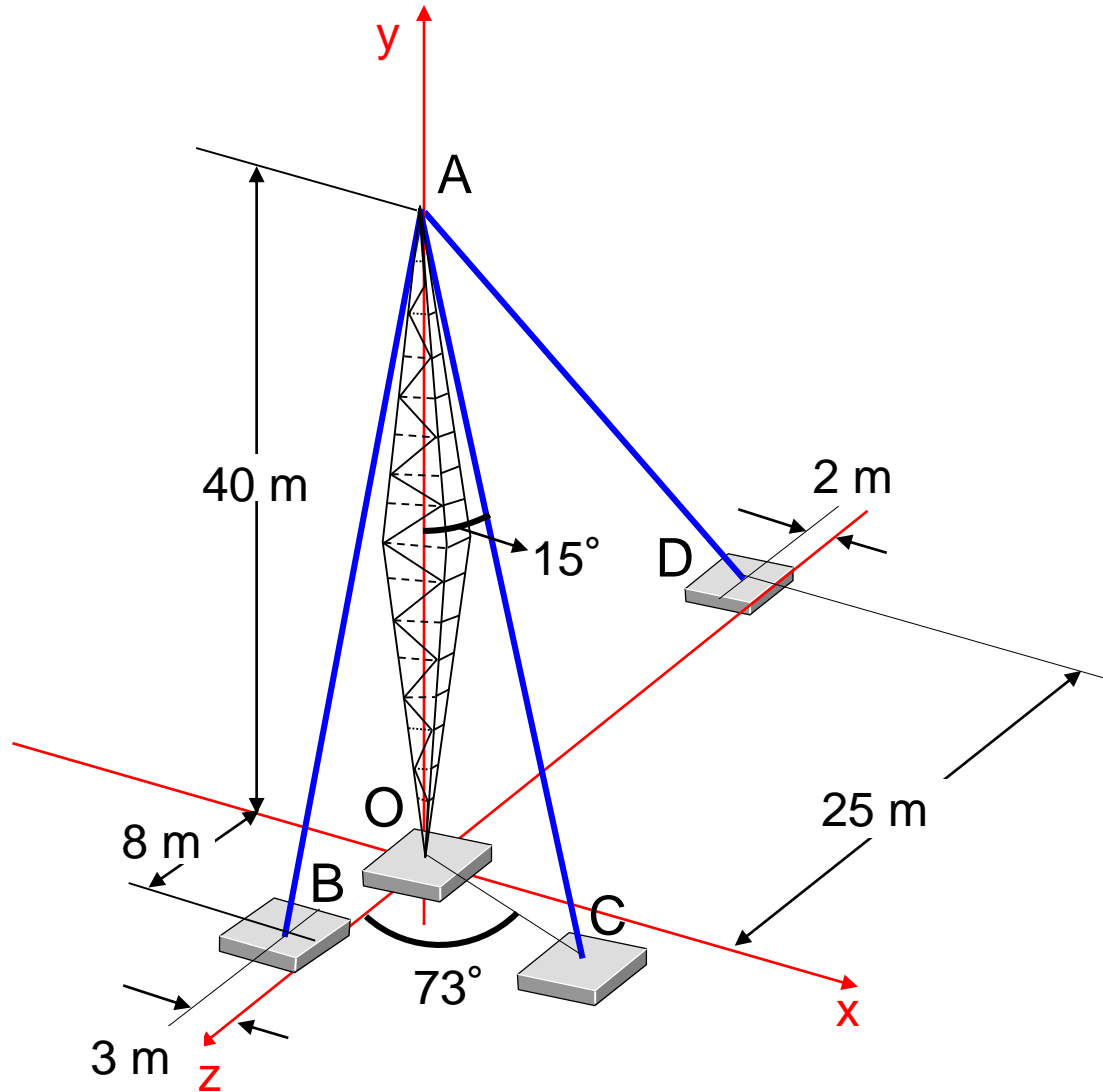
# Question 1 – Concepts et réponses courtes (50 points)

Répondez aux questions suivantes en **expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes**. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Vous êtes invités à inclure des schémas dans vos explications si vous le jugez pertinent.

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

- A. Vrai ou faux. Un satellite qui se déplace à vitesse constante en orbite circulaire autour de la Terre est un système pseudo-isolé. Justifiez. (10 points)
- B. Une voiture est stationnée dans une rue en pente. Existe-t-il une relation entre la force normale et la force de frottement exercées par le sol sur les pneus? Si oui, laquelle? Justifiez. (10 points)
- C. Une sphère creuse de rayon  $R = 50$  cm est formée en joignant deux pièces creuses en forme de demi-sphère. On fait ensuite le vide à l'intérieur de la sphère. Quelle est le module de la force exercée sur une demi-sphère due à la pression? Supposez que le milieu à l'extérieur de la sphère est à la pression uniforme  $p_0 = 101,3$  kPa. (15 points)
- D. Sur la figure ci-dessous, la tension dans le câble AC est de 5,60 kN. Exprimez, en coordonnées cartésiennes, le vecteur tension qui s'applique au point A due à ce câble. (15 points)

## Question 1 – Concepts et réponses courtes (50 points)



# Question 1 – Concepts et réponses courtes (50 points)

Répondez aux questions suivantes en **expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes**. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Vous êtes invités à inclure des schémas dans vos explications si vous le jugez pertinent.

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

- A.** FAUX. Le vecteur vitesse du satellite change d'orientation (même si son module demeure constant) lorsqu'il parcourt une trajectoire circulaire, ce qui implique que la somme des forces sur le satellite est non nulle et donc que le système n'est pas pseudo-isolé. Ici, c'est le poids du satellite dirigé vers la Terre qui le fait changer de direction.

10 points de compréhension

- B.** Puisque la voiture est immobile (stationnée), il s'agit de frottement statique. En général, il n'existe pas de lien entre le frottement statique  $f_s$  et la normale  $N$ . Tout ce qu'on peut affirmer (sans poser les équations de l'équilibre statique), c'est que  $0 \leq f_s \leq \mu_s N$ .

10 points de compréhension

# Question 1 – Concepts et réponses courtes (50 points)

Répondez aux questions suivantes en **expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes**. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Vous êtes invités à inclure des schémas dans vos explications si vous le jugez pertinent.

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

- C. Le vide à l'intérieur de la demi-sphère n'exerce aucune force (pas de matière, donc pas de pression sur la paroi interne). Par contre, l'air ambiant exerce une force sur la demi-sphère. Parce qu'on suppose que la pression ambiante est uniforme, cette force est égale à la pression multipliée par la section de la demi-sphère, i.e. un disque de rayon R. On a donc :

$$F = p_0 A_{\perp} = p_0 \pi R^2 = 79,6 \text{ kN}$$

15 points de compréhension et de calculs simples

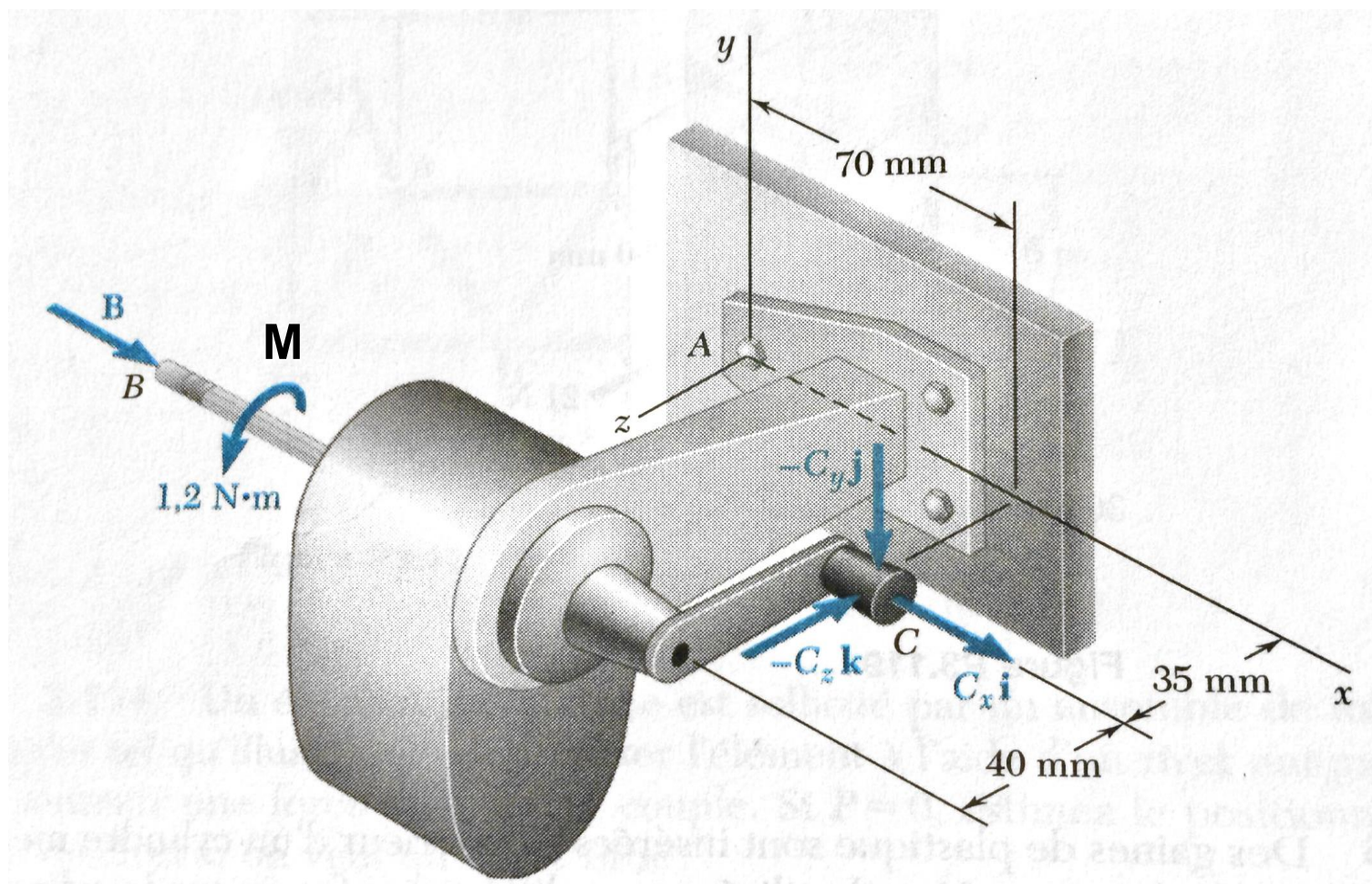
- D. On utilise les angles de 15 et 73 degrés pour projeter le vecteur tension dirigé de A vers C.

$$T_x = T \sin 15^\circ \sin 73^\circ = 1,39 \text{ kN}$$

$$T_y = -T \cos 15^\circ = -5,41 \text{ kN}$$

$$T_z = T \sin 15^\circ \cos 73^\circ = 0,424 \text{ kN}$$

15 points de calculs simples



## Question 2 (50 points)

La figure ci-dessous représente un taille-crayon. La personne qui utilise le taille-crayon exerce une force  $\vec{B}$  de 25,0 N et un couple  $\vec{M}$  de 1,20 N·m sur le crayon au point B avec sa main gauche, ainsi qu'une force  $\vec{C} = 10,0\vec{i} - 12,0\vec{j} - 16,0\vec{k}$  N au point C sur la poignée avec sa main droite.

- A.** Calculez le système force-couple équivalent des deux forces et du couple au point A. Donnez votre réponse sous forme vectorielle. (30 points)
- B.** Les forces et le couple appliqués sur le taille-crayon ont-ils tendance à le faire tourner en sens antihoraire ou en sens horaire autour de l'axe y ? Justifiez brièvement. (5 points)
- C.** Calculez le vecteur moment du couple équivalent de la sous-question **A.** par rapport à l'axe AC. (15 points)

# Q2 – Solution (1/2)

A. Force équivalente = résultante des deux forces :

$$\vec{R} = \vec{B} + \vec{C} = ([B + C_x]\vec{i} - C_y\vec{j} - C_z\vec{k}) \text{ N} = (35,0\vec{i} - 12,0\vec{j} - 16,0\vec{k}) \text{ N}$$

Couple équivalent au point A :

$$\vec{M}_A^R = \vec{M} + \vec{r}_{AB} \times \vec{B} + \vec{r}_{AC} \times \vec{C}$$

$$\vec{M} = M\vec{i} = 1,2\vec{i} \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\vec{r}_{AB} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0,070 & 0 & 0,075 \\ B & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0,075B\vec{j}) \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\vec{r}_{AC} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0,070 & 0 & 0,035 \\ C_x & -C_y & -C_z \end{vmatrix} = (0,035C_y\vec{i} + [0,035C_x + 0,070C_z]\vec{j} - 0,070C_y\vec{k}) \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_A^R &= ([M + 0,035C_y]\vec{i} + [0,075B + 0,035C_x + 0,070C_z]\vec{j} - 0,070C_y\vec{k}) \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= (1,62\vec{i} + 3,35\vec{j} - 0,840\vec{k}) \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

30 points de calculs simples



## Q2 – Solution (2/2)

**B.** Puisque la **composante en y du couple équivalent est positive**, alors le taille-crayon a tendance à tourner en **sens antihoraire** autour de cet axe.

5 points de compréhension

**C.** Il faut projeter le couple équivalent sur l'axe AC à l'aide du vecteur unitaire.

$$\vec{M}_{AC}^R = (\vec{M}_A^R \cdot \hat{u}_{AC}) \hat{u}_{AC} \quad \vec{M}_A^R = (1,62\vec{i} + 3,35\vec{j} - 0,840\vec{k}) \text{ N} \cdot \text{m}$$

Vecteur unitaire de A à C :

$$\hat{u}_{AC} = \frac{0,070\vec{i} + 0,035\vec{k}}{\sqrt{0,070^2 + 0,035^2}} = 0,8944\vec{i} + 0,4472\vec{k}$$

Projection :

$$\vec{M}_A^R \cdot \hat{u}_{AC} = 0,8944 \cdot 1,62 - 0,4472 \cdot 0,840 = 1,073 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Vecteur moment du couple par rapport à l'axe AC :

$$\vec{M}_{AC}^R = (\vec{M}_A^R \cdot \hat{u}_{AC}) \hat{u}_{AC} = 1,073 (0,8944\vec{i} + 0,4472\vec{k})$$

$$\vec{M}_{AC}^R = (0,960\vec{i} + 0,480\vec{k}) \text{ N} \cdot \text{m}$$

15 points de calculs simples

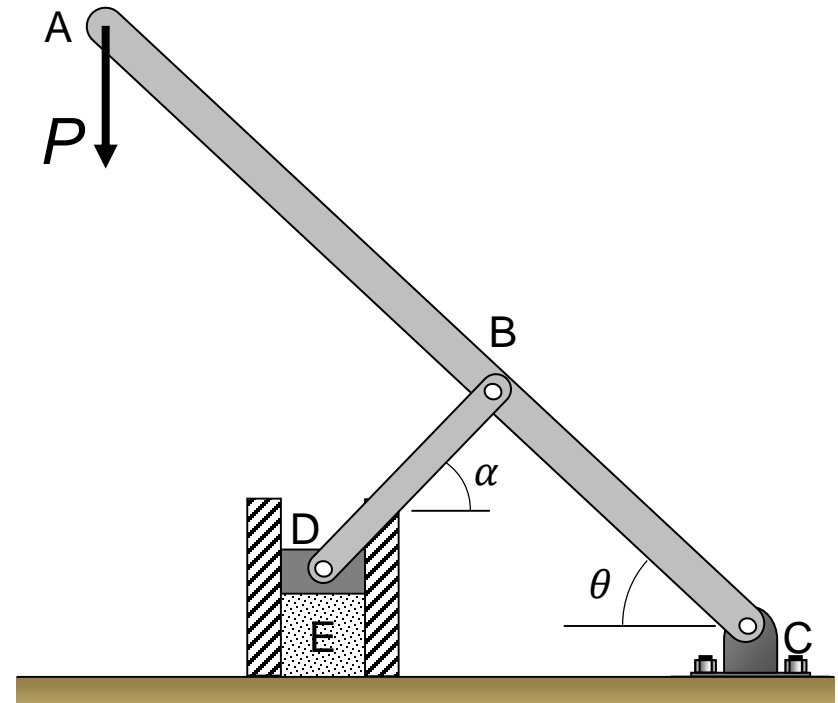
# Question 3 (50 points)

L'outil sur la figure est une presse qui permet d'exercer une force élevée sur un corps afin de le comprimer. Pour ce faire, on exerce une force verticale  $P$  au point A du levier de la presse afin que le bloc D puisse comprimer le corps E situé juste au-dessous. Sur la figure, le corps E est comprimé de façon maximale, de sorte que la presse est immobile..

**N.B.** On néglige tout frottement dans ce problème. La presse est modélisée comme un système de membrures.

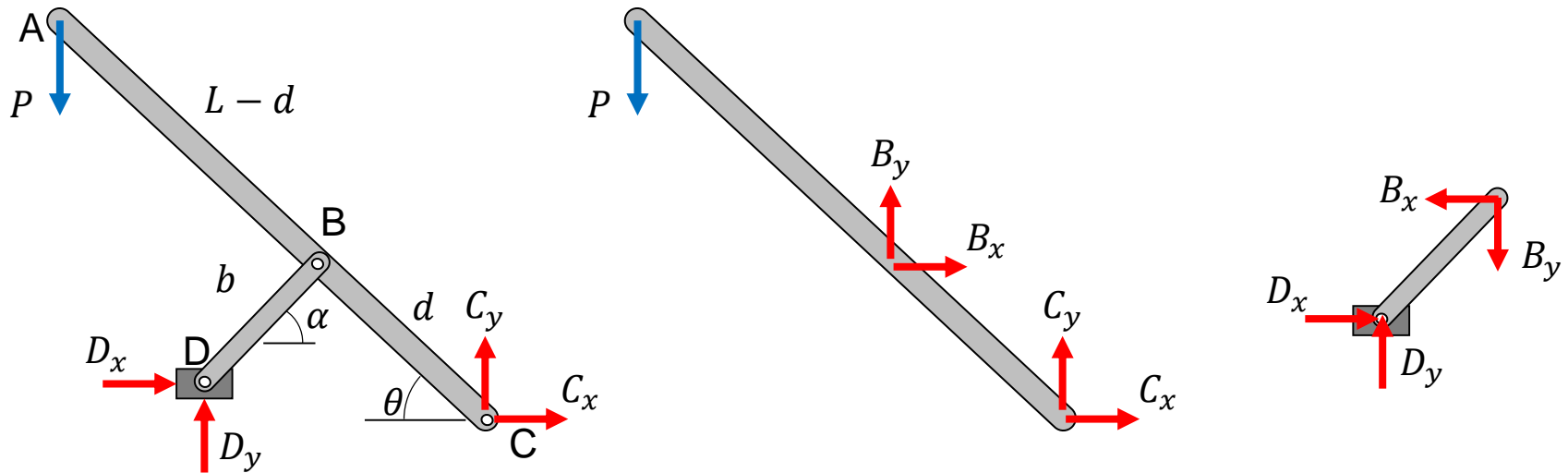
**Données :** Longueur du segment AC :  $L$   
Longueur du segment BC :  $d$   
Longueur du segment BD :  $b$

- A. Faites le DCL : (20 points)
- de la presse au complet, en incluant le bloc D ;
  - de la membrure ABC ;
  - de la membrure BD (en incluant le bloc D).
- B. Déterminez l'expression vectorielle des réactions aux point B et C qui s'exercent sur la membrure ABC. (20 points)
- C. Calculez le ratio entre le module de la force ressentie par le corps E qui est comprimé et le module de la force appliquée en A. Discutez de l'effet des distances  $b$ ,  $d$  et  $L$  sur ce ratio. (10 points)



# Q3 – Solution (1/3)

A. DCL de la structure et des sous-structures.



## Éléments importants

- Point C : un pivot donc deux forces perpendiculaires.
- Point B : un pivot donc deux forces perpendiculaires. Le sens des réactions  $B_x$  et  $B_y$  est arbitraire, tant que le principe action-réaction est respecté entre les membrures ABC et BD.
- Point D :  $D_x$  est la normale due aux parois du guide.  $D_y$  est la normale que le corps E fait sur le bloc D.

15 points de compréhension

# Q3 – Solution (2/3)

**B.** Puisque la structure est immobile, la structure et toutes ses sous-structures sont à l'équilibre statique.

**Membrane BD :** c'est une membrure à deux forces (toutes les forces s'appliquent en deux point, B et D). On en déduit donc que les forces en B et en D sont de même module, de sens opposé, sont dirigées selon l'axe BD.

**DCL de ABC :**

$$\sum M_C = PL \cos \theta - Bd \sin(\alpha + \theta) = 0$$

$$\Rightarrow B = \frac{PL \cos \theta}{d \sin(\alpha + \theta)}$$

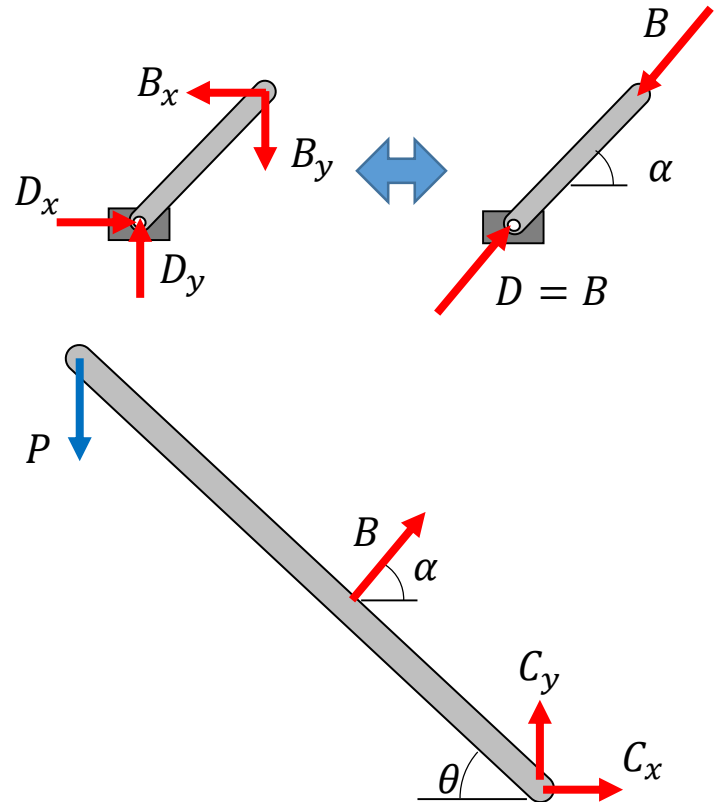
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{PL \cos \theta}{d \sin(\alpha + \theta)} [\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}]$$

$$\sum F_x = B \cos \alpha + C_x = 0$$

$$\sum F_y = B \sin \alpha + C_y - P = 0$$



$$\vec{C} = P \left[ -\frac{L \cos \theta \cos \alpha}{d \sin(\alpha + \theta)} \vec{i} + \left( 1 - \frac{L \cos \theta \sin \alpha}{d \sin(\alpha + \theta)} \right) \vec{j} \right]$$



20 points de résolution de problème

# Q3 – Solution (3/3)

C. La force  $F_E$  ressentie par le corps E est la composante verticale de la force D (à un signe près). On a donc :

$$F_E = |D_y| = |-B \sin \alpha| = \frac{PL \cos \theta \sin \alpha}{d \sin(\alpha + \theta)}$$

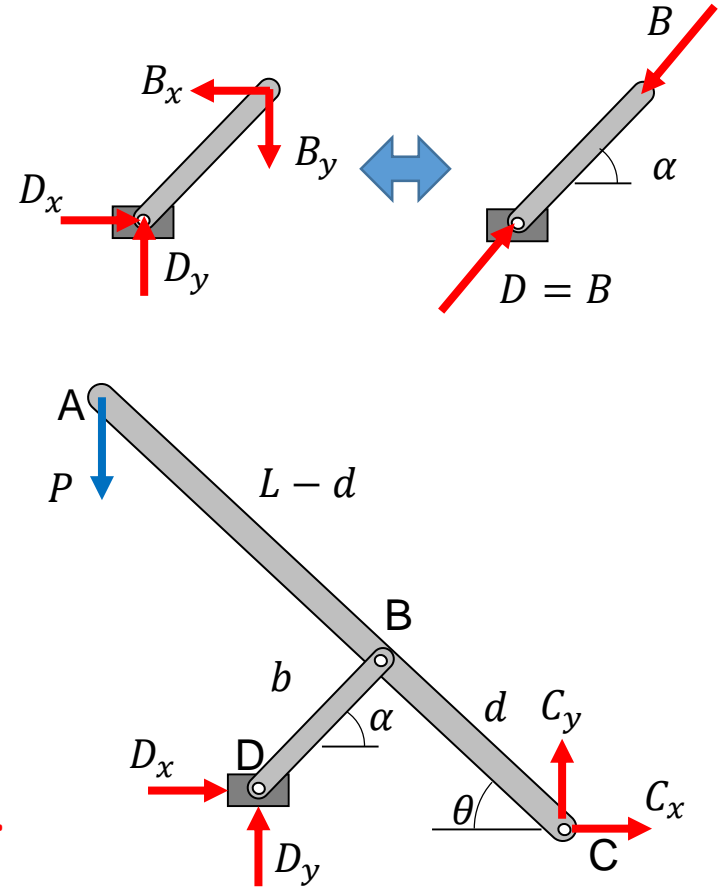
Ratio entre  $F_E$  et  $P$

$$\frac{F_E}{P} = \frac{L \cos \theta \sin \alpha}{d \sin(\alpha + \theta)} \propto \frac{L}{d}$$

Pour maximiser ce ratio, il faut avoir :

- $L$  le plus grand possible ;
- $d$  le plus petit possible.

La longueur  $b$  de la membrure BD n'a pas d'effet sur le ratio.

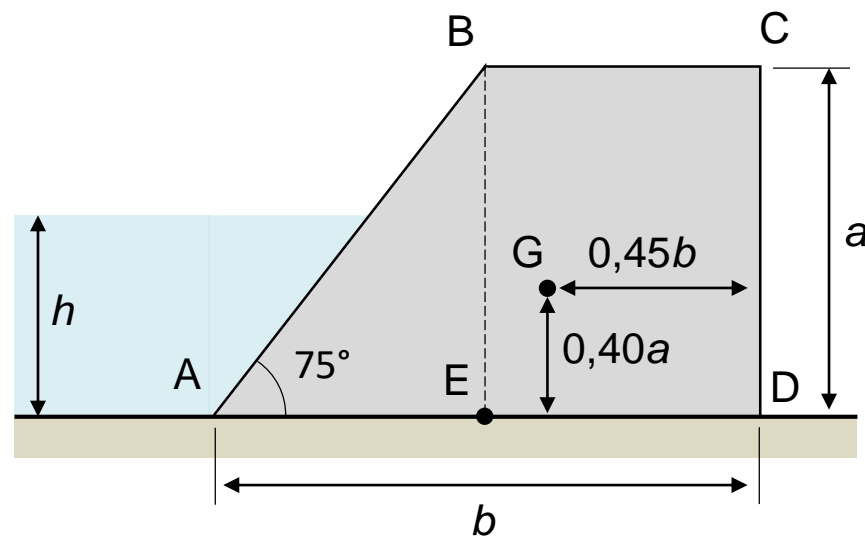


10 points de calculs simples et de compréhension

# Question 4 (50 points)

Un barrage en béton ( $\rho_b = 2\,200\text{ kg/m}^3$ ) de hauteur  $a = 25\text{ m}$ , de largeur  $b = 30\text{ m}$  et d'épaisseur constante  $c = 100\text{ m}$  retient un réservoir d'eau ( $\rho_e = 1\,000\text{ kg/m}^3$ ) d'une profondeur  $h = 18\text{ m}$ . Le barrage est bien ancré au sol, ce que l'on modélisera ici par un encastrement au point E. Ici, G est le centre de masse du barrage. Le milieu environnant est de l'air à température et pression normales ( $p_0 = 101,3\text{ kPa}$  et  $\rho_a = 1,20\text{ kg/m}^3$ ).

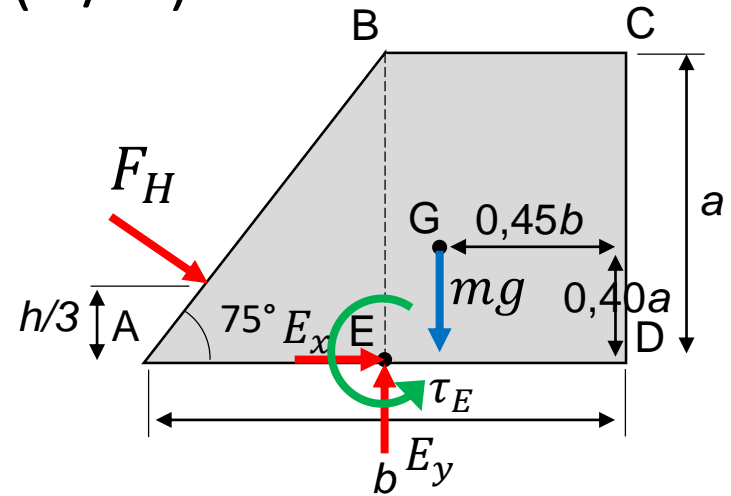
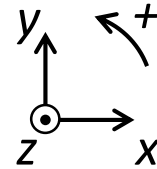
- a) Faites le DCL du barrage (10 points) ;
- b) Déterminez les réactions exercées par l'encastrement au point E sur le barrage. (30 points) ;
- c) Calculez la poussée d'Archimède subie par le barrage due au volume d'air déplacé par le barrage. Discutez de l'ordre de grandeur de cette force par rapport aux réactions calculées en b). (10 points)



# Q4 – Solution (1/2)

a) DCL du barrage

- Poids au CM G ;
- Force hydrostatique perpendiculaire à AB et au tiers de la hauteur ;
- Encastrement : deux forces et un couple.



10 points de compréhension

b) Réactions dues à l'encastrement

Masse du barrage : 
$$m = \rho_b V = \rho_b \frac{(b + b - a/\tan 75^\circ)}{2} ac = 146,58 \times 10^6 \text{ kg}$$

Force hydrostatique :

$$F_H = \rho_e g \frac{h}{2} A = \rho_e g \frac{h}{2} \frac{hc}{\sin 75^\circ} = 164,53 \text{ MN}$$

# Q4 – Solution (2/2)

b) Équilibre statique

$$\sum F_x = E_x + F_H \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow E_x = -F_H \sin \theta = -159 \text{ MN}$$

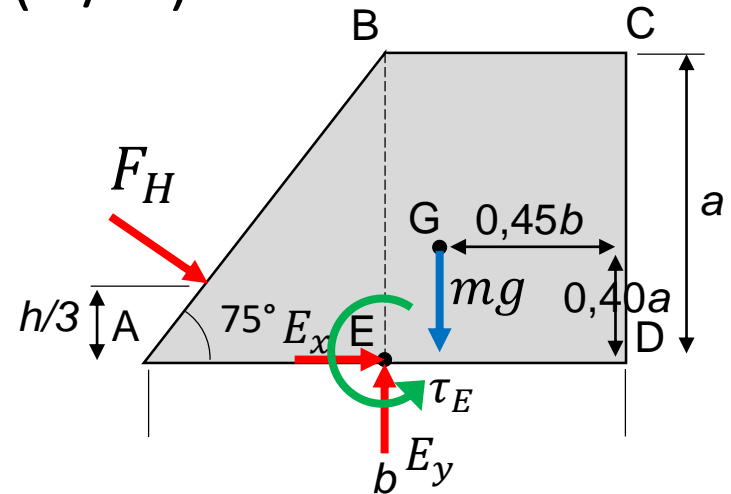
$$\sum F_y = E_y - F_H \cos \theta - mg = 0$$

$$\Rightarrow E_y = F_H \cos \theta + mg = 1481 \text{ MN}$$

$$\sum M_E = \tau_E + F_H \frac{a-h/3}{\tan 75^\circ} \cos 75^\circ - F_H \frac{h}{3} \sin 75^\circ - mg \left( b - \frac{a}{\tan 75^\circ} - 0,45b \right) = 0$$

$$\Rightarrow \tau_E = 14,8 \text{ GN} \cdot \text{m} = 1,48 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}$$

30 points de résolution de problème



c) Poussée d'Archimède due à l'air sur le barrage

$$P_A = \rho_a g V = \rho_a g \frac{(b + b - a/\tan 75^\circ)}{2} ac = 784 \text{ kN}$$

10 points de calculs simples et de compréhension

Cette force est tout à fait négligeable par rapport aux réactions calculées en B (kN vs MN). Il était donc raisonnable de ne pas l'inclure dans le DCL du barrage.