

Exercices Cours 10

Bloc et chaîne
(exercice Moodle)

Un verre de cola
(ancien examen)

Ski nautique
(ancien examen)

Sonde Phoenix
(ancien examen)

Équation de la semaine

Système à masse variable

$$\underbrace{\sum \vec{F}}_{\text{Forces habituelles}} + \underbrace{\frac{dm}{dt} (\vec{v}_p - \vec{v})}_{\text{Force exercée par les particules}} = m(t) \vec{a}$$

Forces habituelles
(poids, ressort,
appuis, etc.)

Force exercée
par les particules

Système étudié
(celui dont on fait le DCL-DCE)

Attention au signe de $\frac{dm}{dt}$!

Gain de masse : $\frac{dm}{dt} > 0$

Perte de masse : $\frac{dm}{dt} < 0$

Équation de la semaine

Courant de particules sur un objet

$$\sum \vec{F} + \underbrace{\sum \mu_e \vec{v}_e}_{\text{Une force } \vec{F}_e \text{ par courant qui entre dans le système}} + \underbrace{\sum -\mu_s \vec{v}_s}_{\text{Une force } \vec{F}_s \text{ par courant qui sort du système}} = m \vec{a} \quad \mu = \left| \frac{dm}{dt} \right|$$

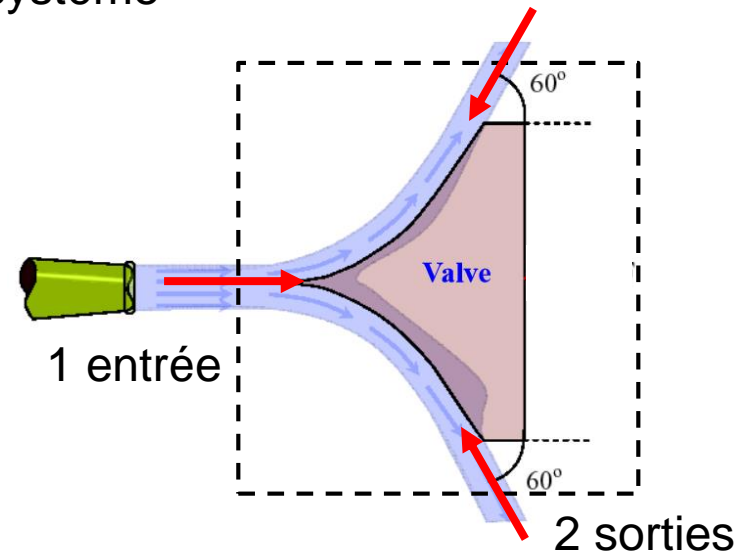
Une force \vec{F}_e par courant
qui entre dans le système

Une force \vec{F}_s par courant
qui sort du système

Entrée : $\vec{F}_e = \mu_e v_e \vec{i}$

Sortie haut : $\vec{F}_{s1} = -\frac{\mu_e}{2} v_s (\cos 60^\circ \vec{i} + \sin 60^\circ \vec{j})$

Sortie bas : $\vec{F}_{s2} = -\frac{\mu_e}{2} v_s (\cos 60^\circ \vec{i} - \sin 60^\circ \vec{j})$



Débits volumique et massique

pour un fluide dans une conduite

Débit volumique
(m³/s)

$$\frac{dV}{dt}$$

Débit massique
(kg/s)

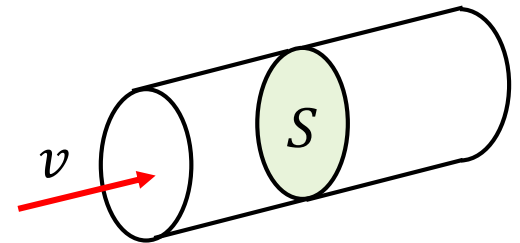
$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt}$$

Si le débit est constant
(ne varie pas dans le temps)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \text{ et } \frac{dm}{dt} = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Vitesse, débit volumique et section S :

$$\left| \frac{dV}{dt} \right| = vS$$

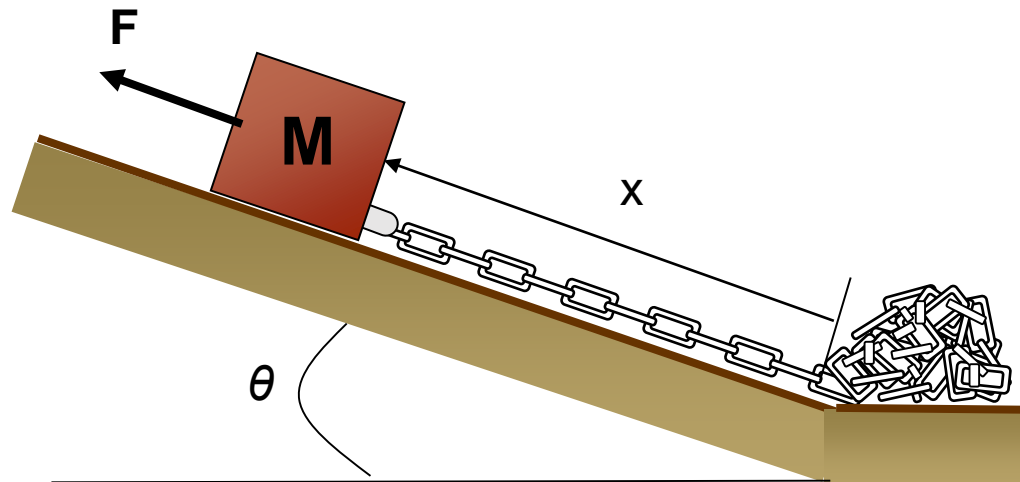


Si le changement de masse n'est pas dû à un fluide qui entre ou qui sort par une conduite de section connue, vous devez **exprimer la masse du système en fonction des variables du problème, puis la dériver par rapport au temps !**

Bloc et chaîne (exercice Moodle)

Un bloc de masse M remonte un plan incliné, tiré par une force F . Il est retenu par une chaîne de densité linéique ρ . On néglige le frottement entre le bloc, la chaîne et le plan. Déterminez $F(M, x, v, \rho, \theta)$ pour que le bloc monte à une vitesse constante v .

Application numérique : $M=30$ kg; $\rho=5$ kg/m; $x=2$ m; $v=1$ m/s; $\theta=30^\circ$.

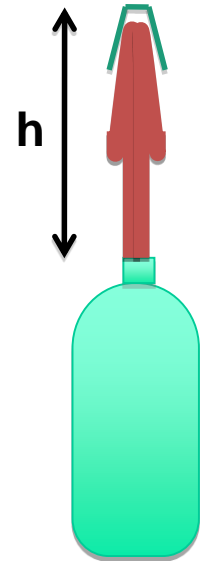


Un verre de cola (ancien examen)

On introduit des friandises sous forme de pastilles poreuses dans une bouteille de 1,5 L de boisson gazeuse pour produire un « effet geyser ». On estime que 90% du volume de la bouteille pleine est expulsé en environ 1,5 s. On suppose que le débit est constant.

Diamètre du goulot cylindrique : $d = 2,5$ cm.

Masse volumique de la boisson : $\rho = 1000$ kg/m³.



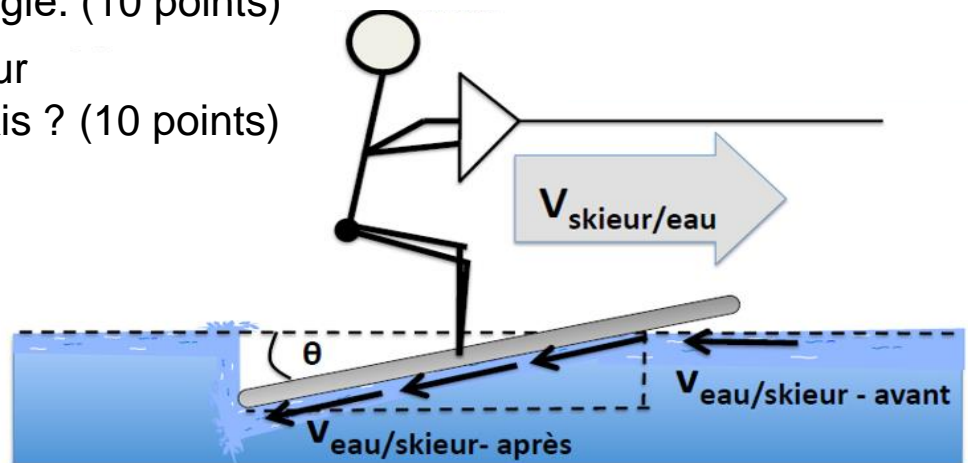
- A) Calculez le débit volumique et le débit massique sortant du tube ;
- B) Quelle est la vitesse d'éjection du fluide par rapport à la bouteille et la force exercée par le fluide sur la bouteille ?
- C) Au bout de combien de temps la réaction du sol sur la bouteille est-elle la moitié de la réaction initiale ?
- D) Juste après avoir introduit les pastilles, on place un verre de plastique de 10 g à l'envers sur le haut de la bouteille. À quelle hauteur h le verre demeure immobile ?

N.B. Considérez que tout le liquide entre dans le verre et que le liquide ressortant du verre n'exerce aucune force sur celui-ci.

Ski nautique (ancien examen)

Un skieur ($m = 80 \text{ kg}$) se déplace à une vitesse horizontale constante $v = 10 \text{ m/s}$ par rapport à l'eau. Ses skis sont parallèles et font un angle θ avec l'horizontale. La surface totale des deux skis en contact avec l'eau est estimée à $S = 0,1 \text{ m}^2$. On suppose que la masse des skis est négligeable par rapport à celle du skieur. La masse volumique de l'eau vaut 1000 kg/m^3 . La grandeur de la vitesse relative de l'eau par rapport au skieur est la même avant et après que l'eau ait été déviée par les skis.

- A) Faites le DCL du skieur avec ses skis. (10 points)
- B) Déterminez, en fonction de l'angle θ , la masse d'eau déplacée par le ski à chaque seconde. Il s'agit du débit massique du courant d'eau qui frappe les skis.
- C) Déterminez les expressions des composantes horizontale et verticale de la force engendrée par l'eau sur les skis en fonction de l'angle. (10 points)
- D) Quelle est la valeur de l'angle si le skieur parvient à rester en équilibre sur ses skis ? (10 points)
- E) Calculez la tension dans la corde pour l'angle trouvé en D. (10 points)



Sonde Phoenix (ancien examen)

On étudie l'atterrissage de la sonde Phoenix (600 kg) sur la planète Mars.

À 16h00m00s, la sonde entre dans l'atmosphère de la planète à une vitesse de 20 000 km/h. Elle est alors à 125 km au-dessus de la surface de la planète. Pour se ralentir elle utilise d'abord le frottement de l'atmosphère et un parachute supersonique.

À 16h06m00s, la sonde se trouve à 0,88 km d'altitude et sa vitesse est de 55 m/s. Elle largue son bouclier thermique et son parachute d'un poids total de 100 kg. Elle allume ensuite ses propulseurs à l'hydrazine (un explosif puissant à base d'azote). Ceux-ci, pointés vers la surface de la planète, ont pour effet de décélérer la sonde jusqu'à sa vitesse d'atterrissage, soit 2 m/s. La vitesse des gaz éjectés, relative à la fusée, est de 2 km/s. Pour cette phase, négligez le frottement de l'atmosphère.

L'accélération gravitationnelle sur Mars vaut $g_M = 3,4 \text{ m/s}^2$. On suppose qu'elle ne varie pas avec l'altitude.



- A) En supposant une décélération constante de la sonde, calculez la **force les propulseurs** à l'hydrazine nécessaire pour ralentir la sonde.
- B) Quel est le **débit massique** nécessaire pour obtenir cette force ?
- C) À quelle **heure précise** (à la seconde près) la sonde touche-t-elle le sol de Mars ?
- D) Quelle **quantité d'hydrazine** doit être prévue pour réaliser cet exploit ?

NOTE

Supposez que la variation de masse provoquée par la perte d'hydrazine est négligeable par rapport au poids de la sonde. Il s'agit d'une approximation pour simplifier les calculs.