Cahier-réponses

Examen final

PHS1101

Sigle du cours

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Identification de l'étudiant(e)		
Nom :	**Prénom :**	
Signature :	**Matricule :**	**Groupe :**

Réservé
Q1 : /40
Q2 : /65
Q3 : /50
Q4 : /45
Total : **200**

Sigle et titre du cours	*Groupe*	*Trimestre*
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs	**Tous**	**Été 2020**

Chargé de cours	*Courriel*
Djamel Seddaoui	**djamel.seddaoui@polymtl.ca**

Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Mardi	**23 juin 2020**	**2h30 + 30 minutes pour la remise sur Moodle**	**9h40 à 12h40**

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement**.
- Toute documentation est permise (examen à livre ouvert). Un aide-mémoire pour les centres de masse et les moments d'inertie se trouve à la dernière page de ce cahier.
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, vous pouvez écrire au chargé de cours à l'adresse courriel ci-dessus.

Important

Cet examen contient **4** questions sur un total de **16** pages **(excluant cette page)**.

La pondération de cet examen est de **40 %**.

Rédigez vos réponses lisiblement, à la main, soit en utilisant un outil électronique (écran tactile, tablette) pour répondre directement sur ce cahier-réponses, soit en répondant sur ce cahier-réponses imprimé ou sur des feuilles de papier vierge et en numérisant/photographiant les feuilles ensuite.

Remettez vos réponses sous forme d'un **seul fichier PDF lisible, de taille inférieure à 10 Mo, dans le dépôt Moodle « Examen final – Été 2020 » avant l'heure de fin.** Vous devez nommer ce fichier en respectant le format suivant :

Matricule_NomPrénom.pdf

Tout fichier qui ne sera pas rédigé à la main ne sera pas corrigé. Une pénalité de 5 % (10/200) sera appliquée si le nom du fichier ne respecte pas le format demandé.

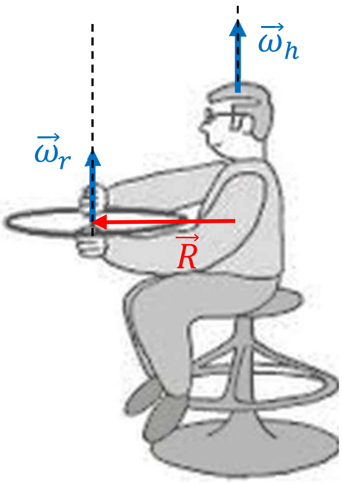
L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

Question 1 (40 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes

Répondez aux sous-questions suivantes en **expliquant votre raisonnement**. **Une réponse sans justification ne vaut aucun point.**

Les sous-questions A et B sont indépendantes l'une de l'autre.

A. On considère l'expérience de l'homme assis sur une chaise tournante qui tient une roue en rotation autour de son axe.



i. Dans, donner l'expression du vecteur moment cinétique $\vec{H}$ du système homme+roue par rapport à l'axe de la chaise en fonction de I_h, I_r, $\vec{\omega}_h$, $\vec{\omega}_r$, m_r et $\vec{R}$. On néglige le moment cinétique de la chaise. (10 points)

- I_h et I_r sont les moments d'inertie de l'homme et de la roue respectivement.
- m_r est la masse de la roue.
- $\vec{\omega}_h$ et $\vec{\omega}_r$ sont les vitesses angulaires de l'homme et de la roue respectivement.
- $\vec{R}$ est le vecteur position de l'axe de la roue par rapport à l'axe de rotation de la chaise.

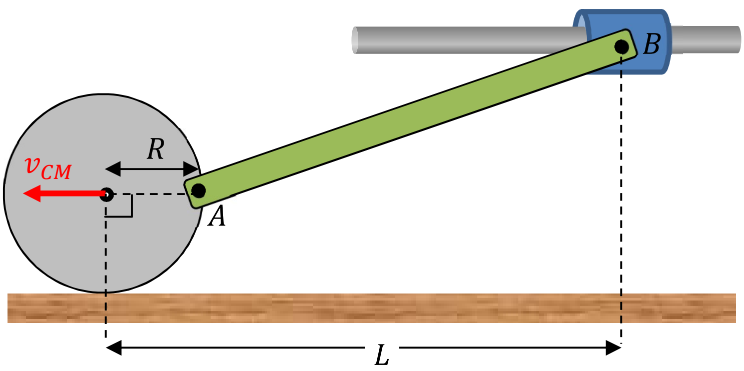
ii. Si l'homme tend ses bras pour augmenter $\vec{R}$ pendant la rotation, quel effet cela aurait-il sur $\vec{\omega}_h$ et sur $\vec{\omega}_r$? Justifiez. (10 points)

B. Dans la figure ci-dessous, le disque de rayon R roule sans glisser sur une surface horizontale avec une vitesse constante v_{CM} vers la gauche. Le pivot A est situé sur la circonférence du disque. Le pivot B relie l'extrémité de la tige AB au manchon susceptible de glisser horizontalement sur son guide.

À l'instant représenté sur la figure ci-dessous, où A est à la même hauteur que l'axe du disque, déterminer :

i. L'expression du module de la vitesse v_A du point A en fonction de v_{CM}. (10 points)

ii. L'expression du module de la vitesse angulaire ω_{AB} de la tige AB en fonction de v_{CM}, R et L. (10 points)



Question 2 (65 points)

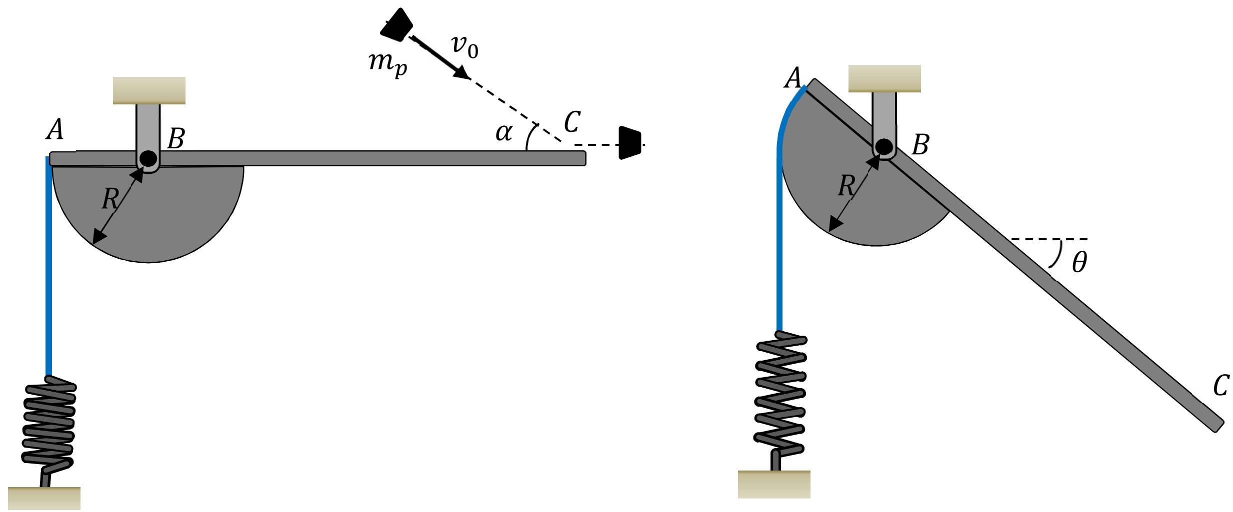
Une tige ABC de masse $m_t = 6\ \mathrm{kg}$ et de longueur $L = 2\ \mathrm{m}$ est soudée à un demi-disque plein de masse $m_d = 10\ \mathrm{kg}$ de rayon $R = 30\ \mathrm{cm}$ et d'épaisseur négligeable. Le système est susceptible de pivoter sans frottement autour de l'axe du pivot B qui correspond à l'axe du demi-disque. Le point A est relié à un ressort attaché au sol grâce à une corde tendue qui peut s'enrouler autour du demi-disque tel que représenté sur la figure ci-dessous. La largeur et l'épaisseur de la tige ABC sont négligeables. La constante du ressort est $K = 981\ \mathrm{N/m}$.

Initialement, le système est immobile à sa position d'équilibre qui correspond à la position horizontale de la tige ABC ($\theta = 0$). La gravité agit vers le bas de la page.

A. Calculer le moment d'inertie du corps composé de la tige ABC et du demi-disque par rapport à l'axe du pivot B. (15 points)
B. Déterminer l'allongement Δl_0 du ressort lorsque le système est à sa position d'équilibre. (15 points)

Un projectile de masse $m_p = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ voyageant à une vitesse $v_0 = 100\ \mathrm{m}/s$ orientée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale percute le dispositif au point C puis ricoche dans la direction horizontale.

C. Quelle est la vitesse angulaire ω_0 du dispositif immédiatement après le choc? (15 points)
D. Déterminer la vitesse angulaire ω du dispositif lorsque la tige atteint sa position verticale $\theta = 90°$. (20 points)



Question 3 (50 points)

Afin de profiter des vacances, vous ressortez votre Nintendo GameCube pour jouer à *Super Mario Sunshine*. Pour vous rendre au prochain niveau, vous devez réussir à atteindre une plateforme située plus haut.

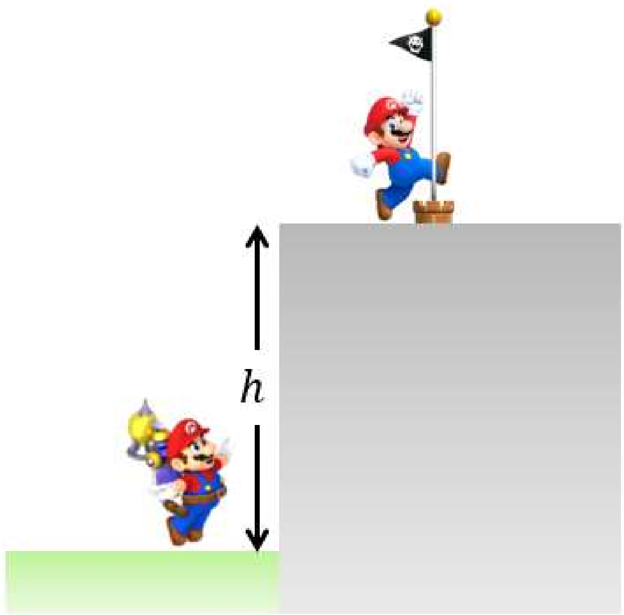
Pour se propulser, Mario utilise son *Rocket Nuzzle* (le nom donné au *jetpack* qu'il porte sur son dos). Le réservoir du *Rocket Nuzzle*, qui contient 60 L d'eau, se vide en 0,3 seconde à un taux constant. L'ouverture du réservoir par lequel l'eau s'échappe a une surface de 100 cm^2 et on suppose que l'eau est toujours éjectée en direction du sol.

La masse de Mario seul est $M = 60$ kg. La plateforme est à une hauteur $h = 6$ m au-dessus du sol. La masse volumique de l'eau est $\rho =$ 1000 kg/m^3. Considérez que 1 m^3 d'eau équivaut à 1000 L d'eau.

- **A.** Faites le DCL-DCE de Mario durant la phase de poussée. (10 points)
- **B.** Quelle est la grandeur de la force de poussée exercée par le *Rocket Nuzzle* ? (10 points)
- **C.** Quelle est la vitesse de Mario à la fin de la poussée ? (20 points).
- **D.** À la fin de la phase de poussée, Mario est à une hauteur de 1,40 m au-dessus du sol. Parviendra-t-il à atteindre la plateforme ? Justifiez par les calculs appropriés. (10 points)

Note : L'intégrale suivante pourrait vous être utile.

$$\int \frac{1}{a - bx} dx = -\frac{1}{b} \ln(a - bx)$$

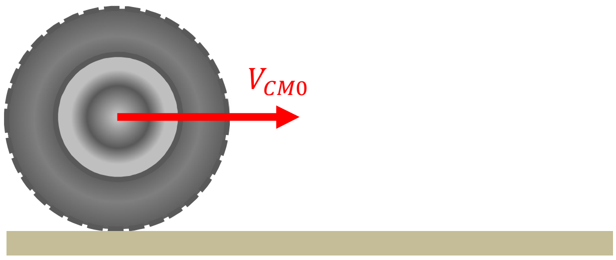


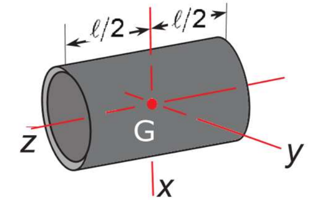
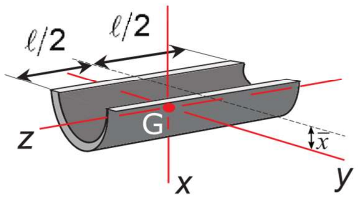
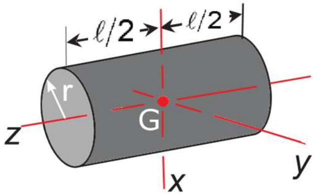
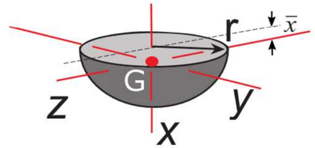
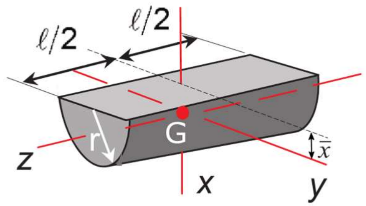
Question 4 (45 points)

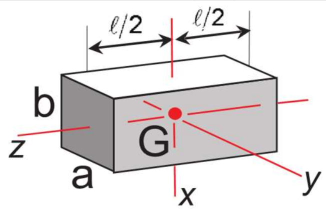
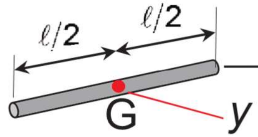
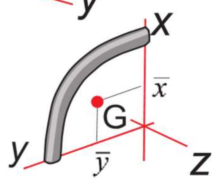
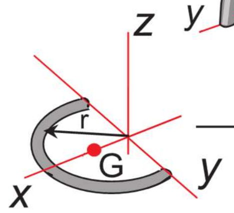
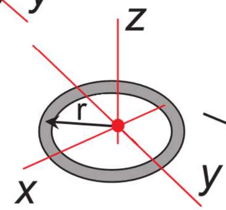
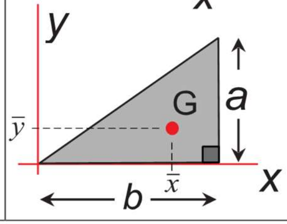
À l'instant $t = 0$, on fait glisser une roue de masse m sur un sol horizontal avec une vitesse initiale $V_{CM0} = 10\ \mathrm{m/s}$ et une vitesse angulaire nulle. À cause de la rugosité du sol, la roue se met alors à rouler et à glisser simultanément jusqu'à ce que la condition de roulement sans glissement soit satisfaite. Dès que cette condition est remplie, elle commence alors à rouler sans glisser.

Le rayon de la roue est $R = 20\ \mathrm{cm}$ et son rayon de giration par rapport à son axe est $\kappa = 15\ \mathrm{cm}$. Les coefficients de frottement statique et cinétique entre la roue et le plan valent $\mu_s = 1{,}2$ et $\mu_k = 0{,}5$.

- **A.** Faire le DCL-DCE de la roue pendant son mouvement de roulement avec glissement. (15 points)
- **B.** Déterminer l'accélération a_{CM} du centre de masse de la roue et l'accélération angulaire α. (10 points)
- **C.** Quel est le temps Δt nécessaire pour que la roue commence à rouler sans glisser ? (10 points)
- **D.** Quelle est la puissance instantanée dissipée par la force de frottement à $t = 0{,}5\ \mathrm{s}$ sachant que la masse de la roue est $m = 4\ \mathrm{kg}$? (10 points)



Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}m\mathrm{r}^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = m\mathrm{r}^2$
	$\bar{x} = \frac{2\mathrm{r}}{\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{2}m\mathrm{r}^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)m\mathrm{r}^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)m\mathrm{r}^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}m\mathrm{r}^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}m\mathrm{r}^2$
	$\bar{x} = \frac{3\mathrm{r}}{8}$	$I_{xx} = \frac{2}{5}m\mathrm{r}^2$ $I_{yy} = I_{zz} = \frac{83}{320}m\mathrm{r}^2$
	$\bar{x} = \frac{4\mathrm{r}}{3\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{4}m\mathrm{r}^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)m\mathrm{r}^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)m\mathrm{r}^2$

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = \frac{1}{12}m(\mathrm{a}^2 + \ell^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12}m(\mathrm{b}^2 + \ell^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(\mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2)$
CORPS MINCES		
		$I_{yy} = \frac{1}{12}m\ell^2$
	$\bar{x} = \bar{y} = \frac{2\mathrm{r}}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}m\mathrm{r}^2$ $I_{zz} = m\mathrm{r}^2$
	$\bar{x} = \frac{2\mathrm{r}}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}m\mathrm{r}^2$ $I_{zz} = m\mathrm{r}^2$ $* \bar{I}_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)m\mathrm{r}^2$ $* \bar{I}_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)m\mathrm{r}^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}m\mathrm{r}^2$ $I_{zz} = m\mathrm{r}^2$
	$\bar{x} = \frac{2}{3}b$ $\bar{y} = \frac{1}{3}a$	$I_{xx} = \frac{1}{6}ma^2$ $I_{yy} = \frac{1}{2}mb^2$ Triangle rectangle mince

*Demi-cercle : les moments d'inertie avec une barre sont calculés par rapport à un axe qui passe par le centre de masse de l'objet.