POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Cahier-réponses

Contrôle périodique 1

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom : Kim	**Prénom :** Victor	
Signature : Victor Kim	**Matricule :** 1954607	**Groupe :** 3

Réservé
Q1 : 40 /50
Q2 : 19 /50
Q3 : 34 /50
Q4 : 8.5 /50
Total : 101,5 / **200**

Sigle et titre du cours		*Groupe*	*Trimestre*
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs		**Tous**	**Hiver 2021**
Chargé de cours		*Courriel*	
Djamel Seddaoui		**djamel.seddaoui@polymtl.ca**	
Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Samedi	**20 février 2021**	**2h00**	**9h30 à 11h30**

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement**.
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient 4 questions sur un total de 17 pages **(excluant cette page)**.

La pondération de cet examen est de 25 %.

Aucune documentation n'est permise.

Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.

Les calculatrices non programmables sont permises.

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite

Question 1 (50 points) – Questions à court développement

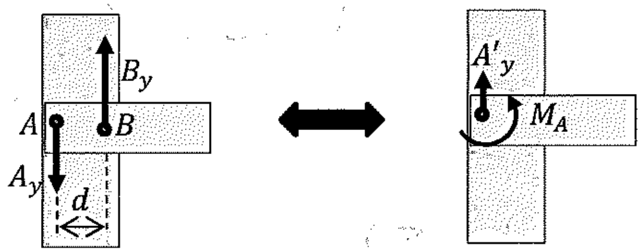
Répondez aux sous-questions suivantes en **expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.**

A. Vrai ou faux : Si l'objet A exerce un couple sur l'objet B, alors l'objet B exerce un couple égal et opposé sur A. Justifiez votre réponse (5 points)

B. Vrai ou faux : Si la résultante des forces externes exercées sur un objet est nulle, alors tous les points de cet objet gardent une vitesse constante. (5 points)

C. Nous avons vu en TD que le fait de mettre deux pivots A et B côte à côte, distants de d et reliant les mêmes pièces équivaut à un encastrement au point A.

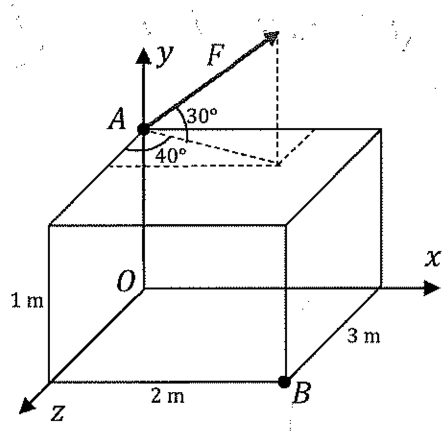
Écrire A'_y et M_A en fonction de A_y et B_y. Ici, les forces horizontales sont nulles (20 points)



D. Sur la figure ci-dessous, la force $\vec{F}$ appliquée au point A est de $150\ \mathrm{N}$ et son orientation est indiquée sur la figure ci-dessous.

i. Déterminer le vecteur force $\vec{F}$. (10 points)

ii. Déterminer les composantes parallèle $\vec{F}_{\parallel}$ et perpendiculaire $\vec{F}_{\perp}$ de la force $\vec{F}$ à la droite AB. (10 points)



A. Vrai car selon le principe d'action-réaction si un objet exerce une force sur un autre objet, il va également subir une force de même norme, orientation et de sens opposé et pour les couples? −2

B. Vrai selon la 2ieme loi de Newton $\Sigma F = ma$ et si $\Sigma F = 0$ alors la vitesse du centre de masse de l'objet est constante −1

C. Système force-couple équivalent au point A

$$\Sigma F_y = B_y - A_y = A'_y$$

$$\Sigma M_A = Fd$$ (moment créer par un couple) point de référence pas important peut le déplacer

$$M_A = B_y d$$

$$\boxed{A'_y = B_y - A_y} \quad \boxed{M_A = B_y d}$$

D. i. trouver vecteur unitaire $\hat{u}_{\vec{F}}$ avec les projections

$\hat{u}_{\vec{F}xz} = 1\cos(30°) = 0.866$ $\quad \hat{u}_{\vec{F}z} = 0.866\cos(40°) = 0.663$

$\hat{u}_{\vec{F}x} = 0.866\sin(40°) = 0.557$ $\quad \hat{u}_{\vec{F}y} = 1\sin(30°) = 0.5$

voir verso

$$\hat{u}_{\vec{F}} = (0{,}557\vec{i} + 0{,}5\vec{j} + 0.663\vec{k})$$

$$\vec{F} = F \cdot \hat{u}_{\vec{F}} = 150(0.557\vec{i} + 0{,}5\vec{j} + 0{,}663\vec{k})$$

$$\boxed{\vec{F} = (83{,}55\vec{i} + 75\vec{j} + 99{,}45\vec{k})\,N}$$

ii. Projection sur le vecteur unitaire $\hat{u}_{\vec{AB}}$

$$A = (\vec{j}) \qquad B = (2\vec{i} + 3\vec{k})$$

$$\vec{AB} = (2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k})$$

$$\hat{u}_{\vec{AB}} = \frac{(2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k})}{\sqrt{14}} \qquad \hat{u}_{\vec{AB}} = (0{,}535\vec{i} - 0{,}267\vec{j} + 0{,}8\vec{k})$$

$$F_{\parallel} = (\vec{F} \cdot \hat{u}_{\vec{AB}}) \cdot \hat{u}_{\vec{AB}} = 104{,}23(0{,}535\vec{i} - 0.267\vec{j} + 0.8\vec{k})\,N$$

$$\boxed{\vec{F}_{\parallel} = (55{,}76\vec{i} - 27{,}83\vec{j} + 83{,}38\vec{k})\,N}$$

$$F_{\perp} = \vec{F}' \times \hat{u}_{\vec{AB}} = 0 \qquad \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0{,}535 & -0.267 & 0.8 \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

je pense lol

. . .

−3

Question 2 (50 points)

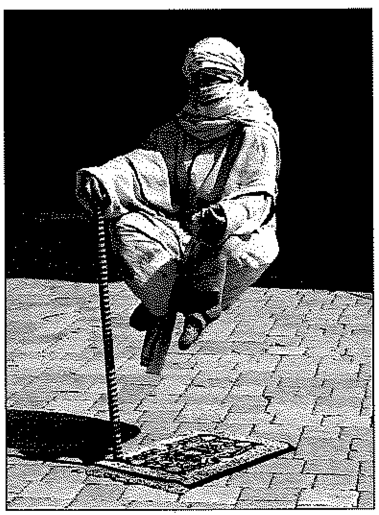
Un fakir utilise la structure rigide représentée sur le schéma ci-dessous pour simuler une lévitation. Les dimensions affichées sur la figure sont en mètres. Les points A, B et C sont dans le plan Oyz. Lorsque le fakir s'installe sur la structure, il exerce son poids $W = 700$ N sur le point D. Le poids de la structure est négligeable.

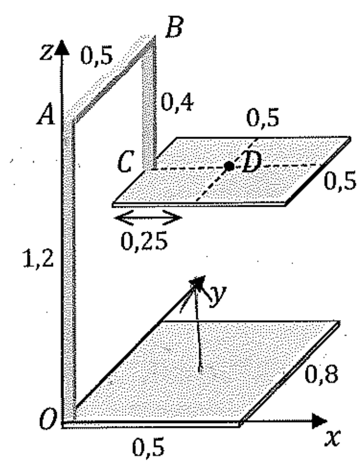
A. Déterminer le système force-couple équivalent du poids du fakir au point O. (15 points)

Un passant vient exercer une force $\vec{F} = 100(-\hat{\imath} + \hat{k})$ (N) sur le point B.

B. Déterminer le moment total qu'exercent ces deux forces (W et F) par rapport à l'axe Oy. (15 points)

C. Déterminer la grandeur et la position du point d'application de la normale qu'exerce le sol sur la plaque inférieure de la structure. (20 points)





A. $W = 700N \downarrow \quad (-700\vec{k})N$

$\vec{R}_o = \sum F = (-100\vec{i} - \cancel{600}\vec{k})N$

P.S : pas sûr si il faut inclure la normale dans cette question

↓

je suppose que non

$M_o = \sum M_o = \vec{OD} \times \vec{W} + \vec{OB} \times \vec{F}$

$\vec{OD} = (0.25\vec{i} + 0.5\vec{j} + 0.8\vec{k})$

$$\vec{OD} \times \vec{W} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0.25 & 0.5 & 0.8 \\ 0 & 0 & -700 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 0.5 & 0.8 \\ 0 & -700 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 0.25 & 0.8 \\ 0 & -700 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 0.25 & 0.5 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-350\vec{i} \cancel{+} 175\vec{j})\ N/m$$

4

$\vec{OB} = (0.5\vec{j} + 1.2\vec{k})$

$$\vec{OB} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0.5 & 1.2 \\ -100 & 0 & 100 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 0.5 & 1.2 \\ 0 & 100 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 0 & 1.2 \\ -100 & 100 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 0 & 0.5 \\ -100 & 0 \end{vmatrix}$$

on demande de determiner le system du poids seulement

$$= (50\vec{i} - 120\vec{j} + 50\vec{k})\ N/m$$

$$\boxed{\begin{aligned} M_o &= (-300\vec{i} - 295\vec{j} + 50\vec{k})\ N/m \\ R_o &= \cancel{(-100\vec{i} - 600\vec{k})}\ N \end{aligned}}$$

système force-couple equivalent au point O

B. Projeter le moment total sur l'axe Oy

$$\hat{u}_{\vec{Oy}} = \vec{j}$$

$$\left(\vec{M}_0 \cdot \hat{u}_{\vec{Oy}}\right) \cdot \hat{u}_{\vec{Oy}} = -295(\vec{j}) \text{ N/m}$$

$$= \boxed{\cancel{-295}\vec{j} \text{ N/m}}$$

55

1.2

C. $\sum F_x = 0$

$$0 = -100 + N_x \Rightarrow N_x = 100 \text{ N}$$

$\sum F_y = 0$

$$N_y = 0$$

$\sum F_z = 0$

$$0 = 100 - 700 + N_z$$

$$N_z = 600 \text{ N}$$

3

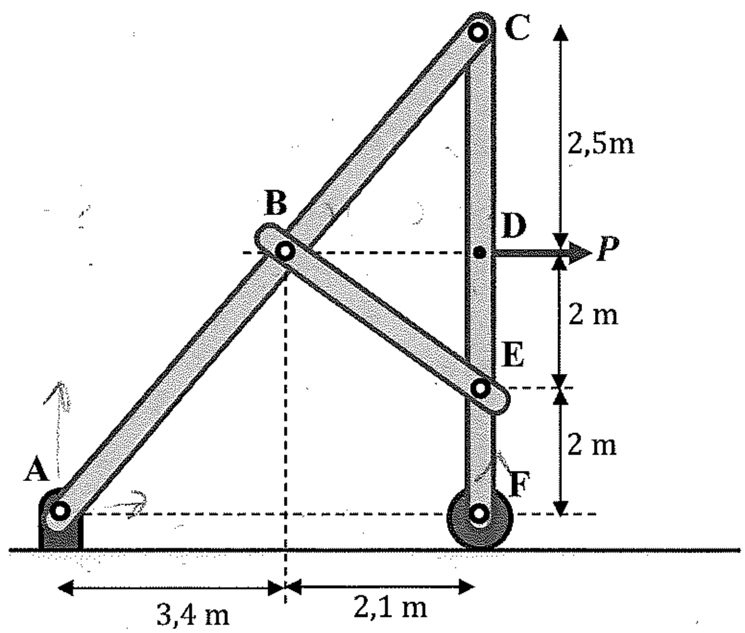
$$\boxed{\vec{N} = (\cancel{100}\,\vec{i} + 600\vec{k}) \text{ N}}$$

la normale agit seulement selon l'axe oz

Question 3 (50 points)

Soit la structure de membrures illustrée sur la figure ci-dessous. On applique une force externe $\boldsymbol{P} = 50\ \mathrm{N}$ horizontale au point D.

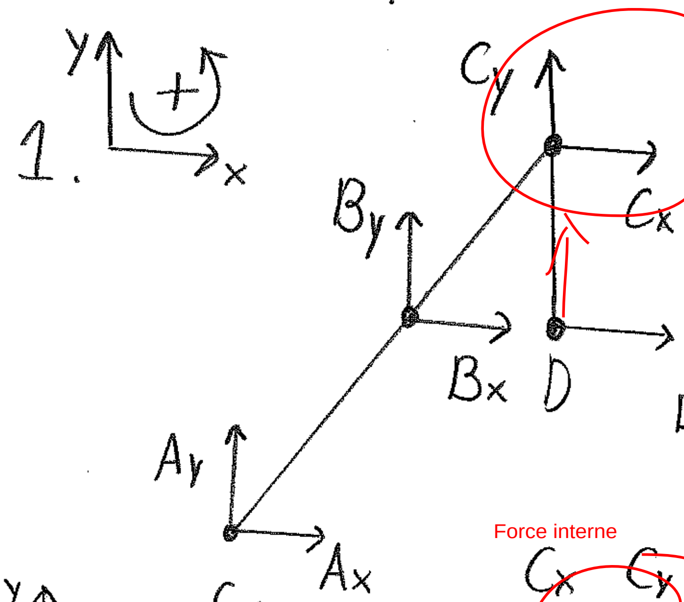
A. Faire les DCL de la structure entière et des membrures ABCD, DEFG et CF. (20 points)
B. Déterminer le module et l'orientation de la réaction du pivot A. (15 points)
C. Déterminer le module de la réaction du pivot C. (15 points)

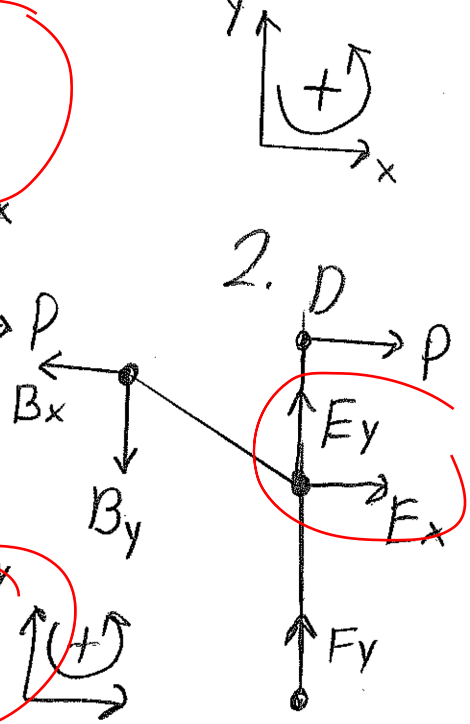


A. $P = 50\,N$ point D

Force interne

−1

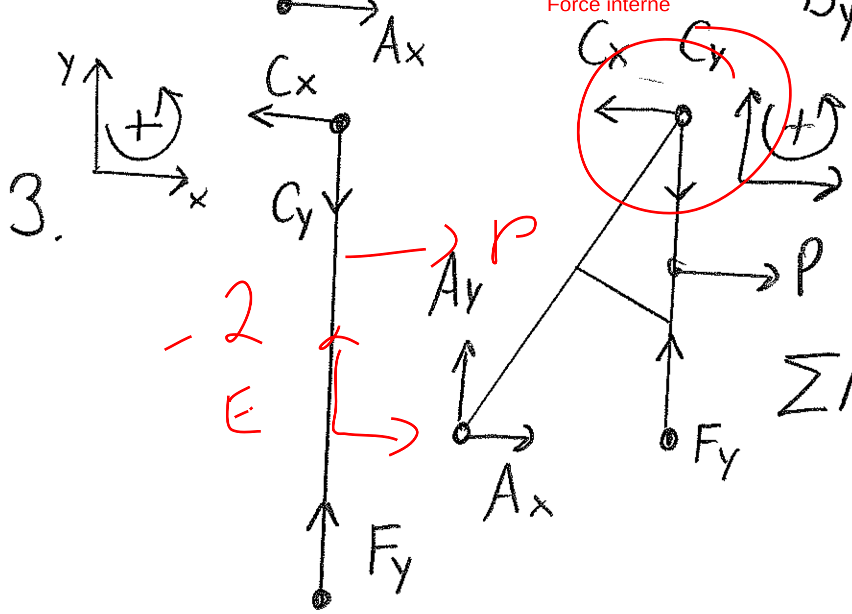




point G ? dans question

Force interne

−1



16/20

$\sum M_F = 0$ DCL 3

$0 = 6{,}5 C_x$

$C_x = 0$

B. $\sum M_C = 0$ DCL 1

$$0 = 2{,}5P + 2{,}5B_x - 2{,}1B_y + 6{,}5A_x - 5{,}5A_y$$

$\sum M_F = 0$ DCL 2

$$0 = -2E_y - 4P + 2{,}1B_y + 4B_x$$

$$B_y = \frac{5{,}5A_y - 6{,}5A_x - 2{,}5P - 2{,}5B_x}{-2{,}1}$$

$\sum F_x = 0 \quad 0 = A_x + B_x + C_x + P$ DCL 1

$A_x + B_x + C_x = -50$

En utilisant DCL entière $C_x = 0$

$\sum F_x = 0 \quad 0 = P + A_x - C_x \quad \boxed{A_x = -50\,N}$ ✓

$\sum F_y = 0 \quad C_x = 50 + A_x$

$\sum M_c = 0 \quad 0 = 2{,}5P + 6{,}5A_x - 5{,}5A_y$

$0 = 2{,}5P + 6{,}5(-50) - 5{,}5A_y$

$\boxed{A_y = -36.36\,N}$ ✓

Module et orientation?

15/15

C. $\sum M_F = 0$ DCL 3

$0 = 6{,}5C_x$

$\boxed{C_x = 0}$

$\sum F_y = 0$

$0 = A_y + B_y + C_y$

$C_y = -36.36 + B_y$

3/15

DCL 2

$$\sum M_F = 4B_x + 2.1B_y - 2E_x - 4P = 0$$

$$\sum F_x = 0 = E_x + P - B_x$$

Question 4 (50 points)

Un réservoir est alimenté en eau ($\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$) grâce à un robinet A contrôlé par un système de flotteur. Ce système est composé d'une tige métallique cylindrique AB (de masse $m = 2\ \mathrm{kg}$, de longueur $L = 1\ \mathrm{m}$ et de diamètre négligeable) et d'un bloc cylindrique en styromousse de masse négligeable, de hauteur $a = 30\ \mathrm{cm}$ et de rayon $r = 5\ \mathrm{cm}$. Ce bloc est relié à la tige AB par une corde de longueur $l = 10\ \mathrm{cm}$.

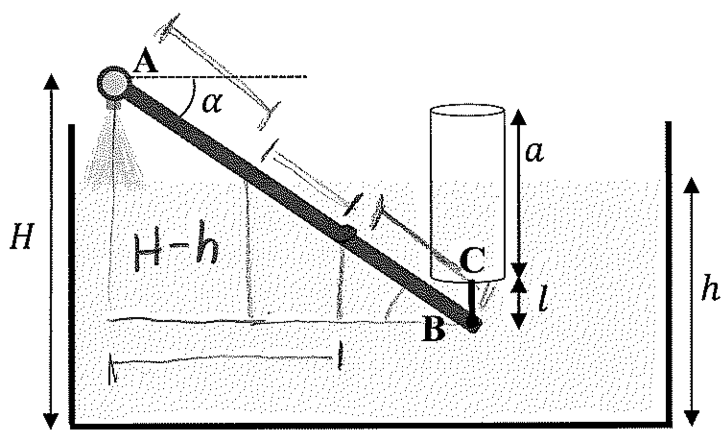
Le robinet est à la position fermée lorsque l'inclinaison de la tige AB par rapport à l'horizontale respecte la condition $\alpha \leq 30°$ et s'ouvre lorsque $\alpha > 30°$. Un couple de frottements statiques maximal $M_s = 2\ \mathrm{N \cdot m}$ s'exerce sur la tige AB au niveau du robinet A.

On donne $H = 0{,}8\ \mathrm{m}$.

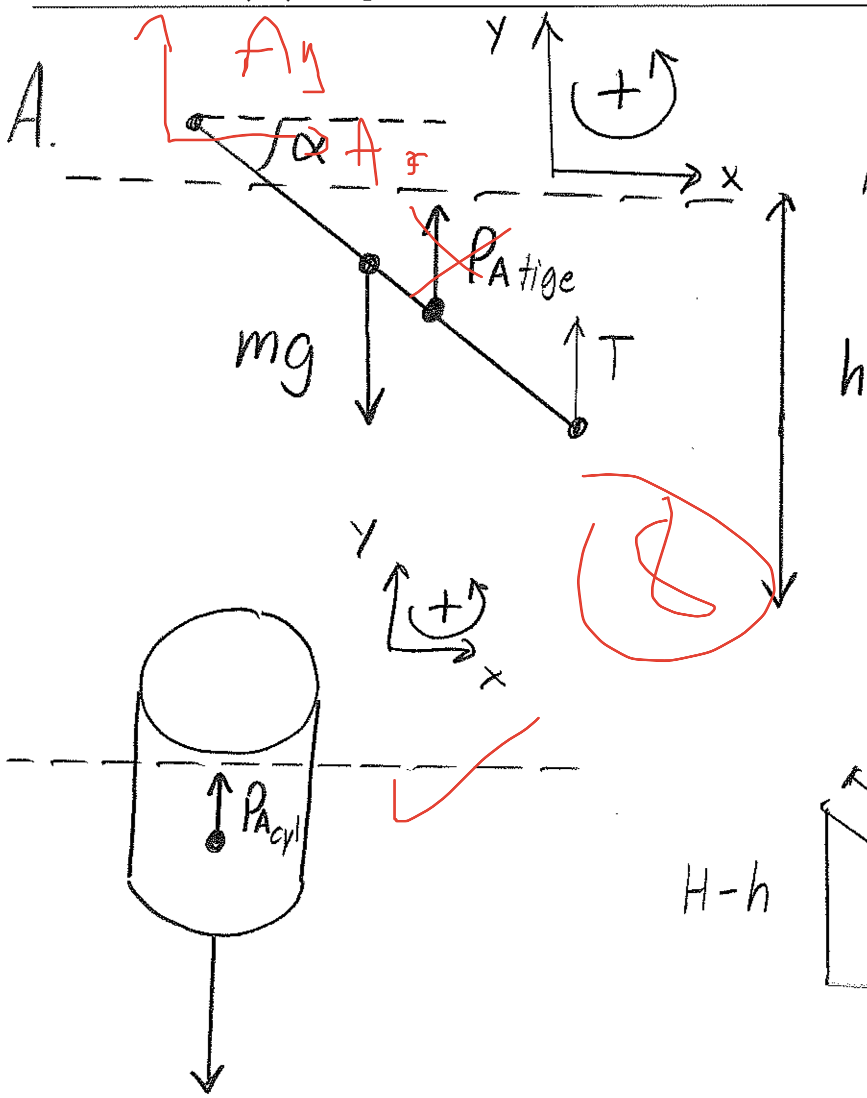
A. Faire le DCL de la tige AB et le DCL du bloc cylindrique C. (10 points)

B. Déterminer l'expression algébrique de la tension T de la corde BC en fonction de α et h. (20 points)

C. Si le robinet est initialement fermé, à partir de quelle hauteur h de l'eau il commencera à s'ouvre si on vide le réservoir lentement? (20 points)



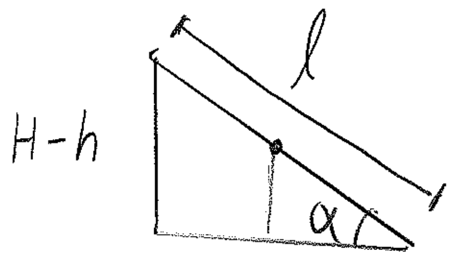
A.



PS. pas sûr de comprendre comment les frottements fonctionnent dans ce problème

ne va pas être considéré dans mes calculs, mais il faut

partie submergée



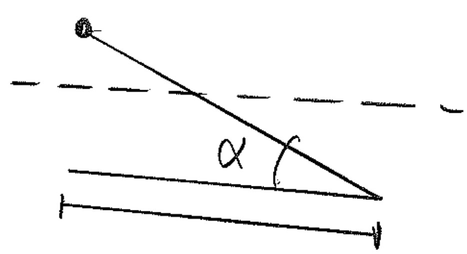
$$\ell \sin(\alpha) = H-h$$

$$\ell = \frac{H-h}{\sin(\alpha)}$$

B. $\sum M_A = 0 \quad 0 = -\frac{1}{2}\cos(\alpha)mg +$

$$(\sin(\alpha) - H-h)\cot an(\alpha) P_A + \cos(\alpha) T$$

Position $P_{A\,tige}$ par rapport à A



$$\frac{\ell}{2} = \frac{H-h}{2\sin(\alpha)} \qquad L-\ell = 1 - \frac{H-h}{2\sin(\alpha)}$$

$$(L-\ell)\cos(\alpha) = \left(\frac{\cancel{2}\sin(\alpha) - H-h}{\cancel{2}\sin(\alpha)}\cos(\alpha)\right)$$

$$(\sin(\alpha) - H-h)\,\mathrm{cotan}(\alpha)$$

$$P_A = \rho g V \quad 0,5$$

$$\frac{\sin\alpha \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha \qquad \frac{H-h}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$H \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81 \cdot \pi r^2 \left(\frac{H-h}{\sin(\alpha)}\right)$$

$$T = \frac{\frac{1}{2}\cos(\alpha)\, mg - \left(\sin(\alpha) - H - h\right)\cot an(\alpha) \cdot 30\,819\, r^2 \left(\frac{H-h}{\sin(\alpha)}\right)}{\cos(\alpha)}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{2}\cancel{mg - \left(1 + H\sec(\alpha) + h\sec(\alpha)\right) \cdot 30\,819 r^2} \left(\frac{H-h}{\sin\alpha \cos\alpha}\right)}$$

C.

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$
Moment d'un couple :	$M = Fd$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \qquad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$
Pression :	$p = F_n/A, \qquad \tilde{p} = p - p_0$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \dfrac{\rho g h A}{2}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}, \qquad \vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}, \qquad \alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$

Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$
	$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \dfrac{dv}{a(v)}$
	$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x)dx$
Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
	$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
	$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
	$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
	$\rho(x) = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
Énergie cinétique (particule) :	$T = \dfrac{1}{2}mv^2$
Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$V_{res} = \dfrac{1}{2}k(L - L_0)^2$
Énergie mécanique :	$E = T + V$
Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \qquad \sum U_{nc} = \Delta E$
Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \qquad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$