

LOG 2810 – Éléments de structures discrètes

Mini-contrôle 2

Prof. John Mullins

Hiver 2020

Directives

Notez que :

- Toute documentation est permise.
- La durée de l'épreuve est de **2h30 minutes**.
- Vous devez scanner vos réponses ainsi que l'engagement sur l'honneur et déposer sur le site Moodle.
- Prévoyez au moins **30 minutes** pour compléter la procédure de dépôt.
- Le site de dépôt ferme à 11h00
- Assurez-vous de la lisibilité de votre copie numérisée.
- Ce contrôle est calculé sur 20 points.

Engagement sur l'honneur à remettre

Sur mon honneur, j'affirme avoir complété cet examen par moi-même, sans communication avec personne, et selon les directives identifiées sur la première page de l'énoncé.

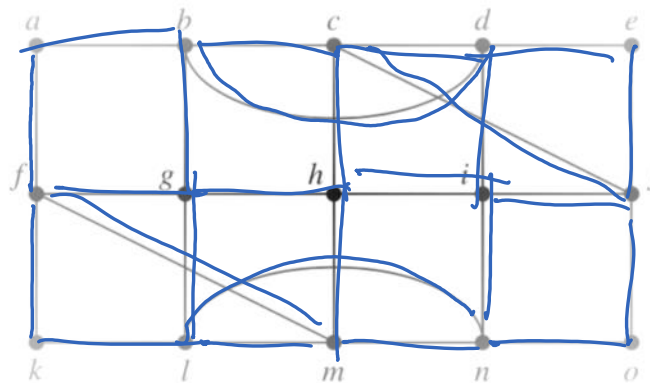
Signature :



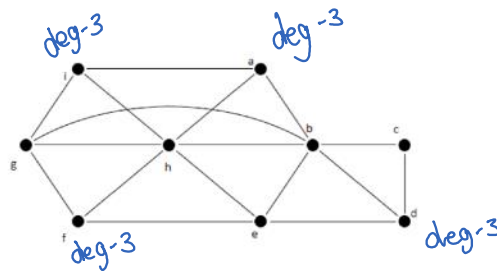
Question 1 (2 points)

Pour chacun des graphes G suivant, si G a un cycle eulérien construisez ce cycle sinon, si G a une chaîne eulérienne construisez cette chaîne. Justifiez votre réponse.

a. (1 point)



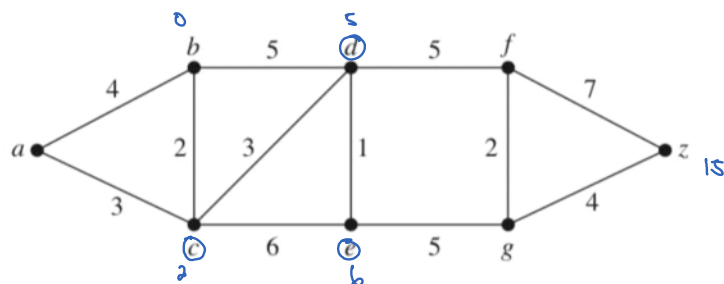
b. (1 point)



- a) a-f-k-l-m-n-o-j-e-d-c-b-d-i-j-c-h-i-n-l-g-h-m-f-g-b-a. Il s'agit d'un cycle, car on passe par tous les arcs une et une seule fois, tout en revenant au point de départ
- b) Le graphe contient plus de 2 sommets de degré impair. Donc, il n'existe aucun cycle, ni chaîne eulérienne

Question 2 (3 points)

Considérez le graphe simple valué G suivant :



- a. (2 points) Appliquez l'algorithme de Dijkstra pour trouver la longueur du chemin minimal du sommet b au sommet z .

Pour cela, vous remplirez le tableau ci-dessous. Le tableau indique, à chaque itération de l'algorithme, le sommet choisi et la valeur des marques associées à chacun des sommets.

Sommet choisi	b	c	d	e	f	g	z
b	0	2	5	∞	∞	∞	∞
c	0	2	5	8	∞	∞	∞
d	0	2	5	6	10	∞	∞
e	0	2	5	6	10	11	∞
f	0	2	5	6	10	11	17
g	0	2	5	6	10	11	15

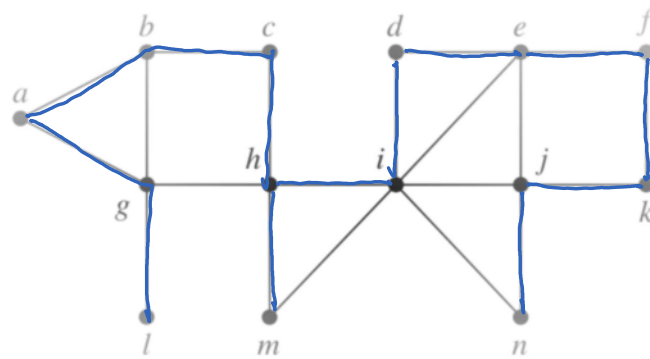
- b. (1 point) Trouvez le chemin minimal entre b et z .

Suggestion : Inspirez-vous de l'exemple présenté au cours (pp. 113-120).

b) b-d-e-g-z

Question 3 (2 points)

Effectuez une recherche en profondeur pour produire un arbre de recouvrement du graphe simple donné à la figure ci-dessous. Choisissez a comme racine de cet arbre de recouvrement et supposez que les sommets sont ordonnés en ordre alphabétique.



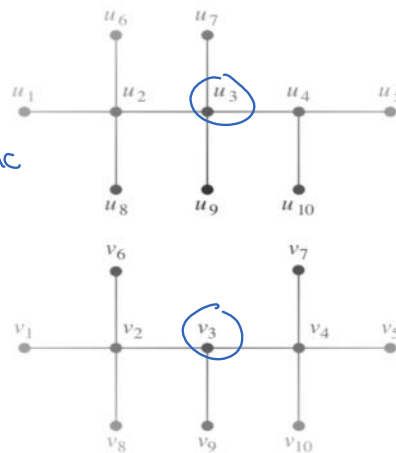
Tracez sur le graphe ci-dessus l'arbre de recouvrement obtenu.

Question 5 (4 points)

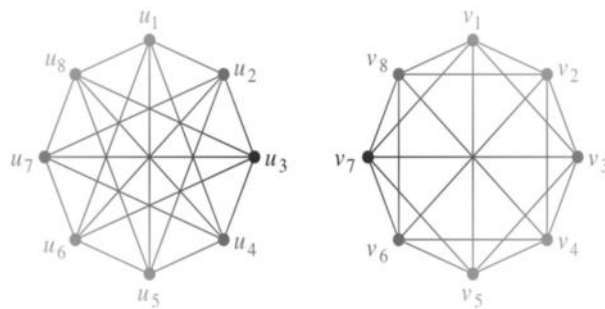
Pour chacune des paires de graphes données ci-dessous, déterminez si elle est isomorphe. Dans l'affirmative spécifiez et prouvez l'isomorphisme de graphe et dans la négative prouvez qu'il n'existe pas.

a. (2 points)

a) u_3 est de degré 4
tandis que v_3 est de
degré 3, Ils ne sont donc
pas isomorphiques



b. (2 points)



b) $f(u_1) = v_1$; $f(u_2) = v_2$; $f(u_3) = v_3$; $f(u_4) = v_4$; $f(u_5) = v_5$; $f(u_6) = v_6$;

page 5 de 6

$f(u_7) = v_7$; $f(u_8) = v_8$ \Rightarrow

les deux graphes possèdent les mêmes propriétés (arcs, sommets)
ils sont donc isomorphiques

Question 6 (3 points)

Treize personnes d'une équipe de balle molle se présentent à une partie.

- (1 point)** De combien de façons pouvez-vous sélectionner 10 joueurs qui iront sur le terrain ?
- (1 point)** De combien de façons pouvez-vous attribuer 10 positions en sélectionnant les joueurs parmi les 13 personnes qui se présentent ?
- (1 point)** Parmi les 13 personnes qui se présentent, 3 sont des femmes. de combien de façons pouvez-vous choisir 10 joueurs sur le terrain si au moins l'un de ces joueurs doit être une femme ?

Question 7 (2 points)

Combien de chaînes binaires longueur 10 ont un nombre pair de "1" ?

Question 8 (2 points)

Calculez le coefficient de $x^2y^3z^5$ dans le développement de $(2x - y + z)^{10}$.

$$\boxed{6} \quad a) \quad C_{10}^{13} = 286 \qquad b) \quad P_{10}^{13} = 1\,037\,836\,800$$

$$c) \quad C_7^{10} C_3^3 + C_8^{10} C_2^3 + C_9^{10} C_1^3 = 285$$

$$\boxed{7} \quad C_0^{10} + C_2^{10} + C_4^{10} + C_6^{10} + C_8^{10} + C_{10}^{10} = 512$$

$$\boxed{8} \quad 2^2 \cdot C_2^{10} \cdot (-1)^3 C_3^8 = -10\,080$$