

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

MTH2302D - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

TD nº 1

Exercice 1: 1.26 page 38. [1.25 dans la 2ème édition]

Exercice 2: 1.40 page 40. [1.39 dans la 2ème édition]

Exercice 3

Les trois options les plus populaires d'un certain type de voiture sont :

- A Boîte automatique.
- B Direction assistée
- C Radio.

Une analyse des ventes a montré que les acheteurs choisissent les options dans les proportions suivantes :

- Option A:70%.
- Option B:75%.
- Option *C* : 80%.
- Option *A* ou *B* : 80%.
- Option *A* ou *C* : 85%.
- Option *B* ou *C* : 90%.
- Option *A* ou *B* ou *C* : 95%.

Calculez les probabilités des événements suivants :

- D L'acheteur choisit une des trois options.
- *E* L'acheteur choisit la radio seulement.
- F L'acheteur ne choisit aucune des options.
- *G* L'acheteur choisit exactement une des trois options.

Exercice 4

Une étude de marché sur les préférences des consommateurs de trois marques de voitures A, B, et C en fonction du niveau de leur revenu (F : Faible, M : Moyen, E : Élevé) a donné lieu au tableau suivant :

| revenu marque | F | M | E |
|------------------|------|------|------|
| A | 0,10 | 0,13 | 0,02 |
| В | 0,20 | 0,12 | 0,08 |
| С | 0,10 | 0,15 | 0,10 |

On peut y voir par exemple que la probabilité qu'un consommateur à faible revenu préfère la marque A est de 10%, c'est-à-dire $P(F \cap A) = 0,1$.

Calculez les probabilités P(B|E), P(M|C), P(A|M), P(M|A), $P(M \cap B|C)$, et $P(F \cup M|C)$.

Exercice 5

Une centrale hydroélectrique possède deux génératrices. À cause de l'entretien ou d'une panne occasionnelle, les génératrices peuvent être hors d'usage.

On définit les événements :

- A La première génératrice est hors d'usage.
- B La deuxième génératrice est hors d'usage.

Par expérience, on estime les probabilités de ces événements à P(A) = 0.01 et P(B) = 0.02.

Une température supérieure à 30° C correspond à l'événement T de probabilité P(T) = 0,30. Dans ces conditions, on observe une demande accrue de courant pour la climatisation. La capacité de la centrale à faire face à cette demande est :

- S (satisfaisante) : si les deux génératrices fonctionnent et la température est inférieure à 30°C.
- F (faible): si une des deux génératrices est hors d'usage et la température est supérieure à 30°C.
- M (marginale): dans les autres cas.

On considère que les événements A, B et T sont indépendants.

- **5.1.** Décrivez l'espace échantillon Ω avec A, B et T.
- **5.2.** Exprimez les événements S, F, M en fonction de A, B et T.
- **5.3.** Calculez la probabilité qu'il y ait exactement une génératrice hors d'usage.
- **5.4.** Calculez P(S), P(F) et P(M).

Exercice 6

La quantité d'eau emmagasinée dans un réservoir peut être représentée par trois états :

- R Rempli.
- *M* À moitié rempli.
- V Vide.

À cause du caractère aléatoire du débit d'eau entrant dans le réservoir ainsi que du débit sortant pour satisfaire la demande, la quantité d'eau emmagasinée peut changer d'un état à l'autre durant la saison. Les probabilités de transition (conditionnelles) d'un état à l'autre entre le début et la fin de la saison sont :

| fin début | V_f | M_f | R_f |
|--------------|-------|-------|-------|
| V_d | 0,4 | 0,5 | 0,1 |
| M_d | 0,3 | 0,3 | 0,4 |
| R_d | 0,1 | 0,7 | 0,2 |

Par exemple, $P(M_f|V_d) = 0.5$.

Supposons qu'au début de la première saison, $P(V_d) = 0.1$, $P(M_d) = 0.7$ et $P(R_d) = 0.2$.

Calculez les probabilités que le réservoir

- **6.1.** Soit rempli à la fin de la première saison.
- **6.2.** Ne soit pas vide à la fin de la première saison.
- **6.3.** Soit rempli à la fin de la deuxième saison.
- **6.4.** Ne soit pas vide à la fin de la deuxième saison.

Et enfin

6.5. Déterminez les probabilités de chaque état après trois saisons.