DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

MTH2302D - PROBABILITÉS ET STATISTIQUE

TD n° 3

Exercice 1 : 2.36 page 76. *[3.11 dans la 2ème édition]*

Exercice 2

Une molécule dans un gaz a une vitesse aléatoire V de densité

$$f_V(x) = \begin{cases} cxe^{-x^2} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

a) Déterminez la constante c.

b) Déterminez la fonction de répartition de V.

c) L'énergie cinétique d'une molécule de masse m est définie par $E = mV^2/2$. Calculez la probabilité que cette énergie soit inférieure à huit fois la masse.

Exercice 3

On dispose d'une ficelle de 1m de longueur qu'on coupe en un point déterminé au hasard. On peut montrer que la longueur de chaque morceau obtenu est une variable aléatoire X dont la fonction de densité est

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les deux morceaux sont utilisés pour construire un carré et un cercle. Calculer :

a) La moyenne du côté du carré.

b) La moyenne de l'aire du carré.

c) La moyenne du périmètre du cercle.

d) La moyenne de l'aire du cercle.

e) La variance de l'aire du cercle.

Exercice 4

Un guichet automatique permet de retirer avec une carte magnétique un seul billet de 20$ ou de 100$. Il se peut aussi que le client ne puisse pas retirer de l'argent si le compte n'est pas approvisionné ou si le guichet est défectueux. Le nombre X de clients qui utilisent le guichet dans un intervalle de cinq minutes est une variable aléatoire dont la fonction de masse p_X est donnée par

x_i	0	1	2
$p_X(x_i)$	0,3	0,5	0,2

.

Le montant total Y retiré du guichet en cinq minutes est une variable aléatoire dont la fonction de masse conditionnelle pour $X = 1$ client est

y_i	0	20	100
$p_{Y\|X=1}(y_i)$	0,1	0,7	0,2

.

a) Complétez le tableau suivant des probabilités conditionnelles de Y pour $X = 2$ clients :

y_i	0	20	40	100	120	200
$p_{Y\|X=2}(y_i)$	0,01					0,04

.

b) Déterminez la fonction de masse de Y.

c) Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?

d) Calculez le coefficient de corrélation.

Exercice 5

Soient X, Y et Z trois variables aléatoires indépendantes deux à deux. Leurs moyennes et variances sont données par :

	X	Y	Z
μ	0	1	3
σ^2	1	2	4

.

Soient les variables aléatoires $V = X + Y$ et $W = 2X - 3Z$.

a) Calculez la moyenne et l'écart type de V.

b) Calculez la moyenne et l'écart type de W.

c) Calculez le coefficient de corrélation entre V et W.