MTH2302D - HIVER 2021

EXAMEN INTRA

DIMANCHE 14 MARS DE 10H00 À 12H00

Veuillez noter que vos réponses aux questions doivent être dans un document séparé de celui-ci que vous devez déposer dans la boîte de remise du site moodlequiz.

	Question					
	nº 1	nº 2	nº 3	nº 4	nº 5	nº 6
Valeur	2	3	4	4	3	4

Question n° 1 : (2 points)

On considère deux événements A et B d'un espace échantillon tels que

$$P(A) = 0{,}30 \;\; ; \;\; P\left(\overline{B} \mid A\right) = 0{,}10 \;\; ; \;\; P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0{,}20.$$

a) (1 point) Calculer la probabilité $P(A \mid B)$.

b) (1 point) Calculer la probabilité $P(A \cup B)$.

Question n° 2 : (3 points)

Une boîte (boîte 1) contient 5 composants parmi lesquels 2 sont défectueux. Une deuxième boîte (boîte 2) contient 4 composants parmi lesquels un seul est défectueux. Deux composants sont pris au hasard sans remise de la boîte 1 et placés dans la boîte 2. Deux composants sont ensuite choisis au hasard et sans remise de la boîte 2.

a) (1 point) Calculer la probabilité que les deux composants choisis de la boîte 2 soient défectueux.

b) (2 points) Si un seul des deux composants choisis de la boîte 2 est défectueux, quelle est alors la probabilité qu'au moins un composant défectueux ait été pris de la boîte 1 ?

Question n° 3 : (4 points)

On suppose que la fonction de densité d'une variable aléatoire X est donnée par

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{m}{3} & \text{si} \quad -6 < x \leq 0 \\ m\,x & \text{si} \quad 0 < x \leq 4 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

où m est une constante positive.

a) (2 points) Montrer que $m = \frac{1}{10}$ et calculer ensuite la moyenne de X, $E(X)$.

b) (2 points) On considère une deuxième variable Y définie par $Y = X^2 - 2\,X$.

Calculer $P(Y > 0)$ et $E(Y)$.

Question n° 4 (4 points)

La fonction de masse conjointe $p(x, y)$ d'un couple de variables aléatoires discrètes $[X,\ Y]$ est partiellement donnée dans le tableau suivant :

y \ x	-1	0	1	$p_Y(y)$
0	0,15	v_2	0,30	
1	0,10	v_3	v_1	
$p_X(x)$				

De plus, on a $E(X) = 0{,}25$ et $P(Y = 0) = \dfrac{3}{2}\, P(Y = 1)$.

a) (3 points) Déterminer les valeurs manquantes v_1, v_2 et v_3 du tableau et calculer la variance de la variable T définie par $T = 15 + 2\,Y - 3\,X$.

b) (1 point) Soit la variable U définie par $U = X^2$.
Les variables U et Y sont-elles indépendantes ? Justifier votre réponse.

Question n° 5 : (3 points)

On suppose que la durée fonctionnement d'un certain type de composant est une variable aléatoire distribuée selon une loi exponentielle. On sait que 40% des composants de ce type durent plus de 4 ans.

a) (1,5 point) Dans un échantillon de 10 composants de ce type, quelle est la probabilité d'observer plus de 2 composants qui durent moins de 2 ans ?

b) (1,5 point) Parmi les composants qui durent moins de 4 ans, quel est le pourcentage des composants qui durent plus de 30 mois ?

La question n° 6 est à la page suivante

Question n° 6 : (4 points)

Chaque matin une pharmacie reçoit 4 doses d'un vaccin rare qu'on peut administrer aux clients au fur et à mesure que ceux-ci se présentent à cette pharmacie.

On suppose qu'il se présente à cette pharmacie en moyenne 6 clients par jour à la recherche d'une dose du vaccin et ce, selon un processus de Poisson. De plus, toute dose du vaccin non administrée au cours d'une journée n'est plus utilisable et est simplement détruite. Les clients qui ne peuvent recevoir de dose à cette pharmacie sont dirigés vers l'hôpital régional.

a) **(1 point)** Quelle est la probabilité que la pharmacie ne dispose d'aucune dose du vaccin à la fin d'une journée donnée ?

b) **(1 point)** Soit T le nombre de jours parmi 5 au cours desquels au moins une dose est détruite à cette pharmacie. Calculer la probabilité $P(T = 2)$.

c) **(2 points)** Combien de clients en moyenne doivent être dirigés vers l'hôpital régional par cette pharmacie en une journée ?

Ne rien écrire ici, veuillez répondre dans votre document.