# Économique de l'ingénieur

#### **Cours 8**

#### Contenu

- Analyse de l'annuité équivalente AÉ
- Coûts annuels équivalents CAÉ
- Recouvrement du capital RC
- Remplacement d'un actif (durée économique d'un actif DÉ)

## Objectifs généraux

- Calculez et comprendre :
  - L'annuité équivalente AÉ
  - Coûts annuels équivalents CAÉ
  - Recouvrement du capital RC
- Déterminez la durée économique d'un actif (DÉ) et d'en comprendre le sens dans le cadre d'analyse de projet.

## Analyse de l'annuité équivalente (AÉ) Coûts annuels équivalents (CAÉ) Recouvrement du capital (RC)

Module préalable : La valeur de l'argent dans le temps Et les coûts

# Analyse de l'annuité équivalente AÉ

#### La suite vous permettra de répondre aux questions suivantes

 Comment puis-je comparer plusieurs projets de durée de vie différentes lorsque je ne peux utiliser la technique du PPCM (Plus Petit Commun Multiple)?

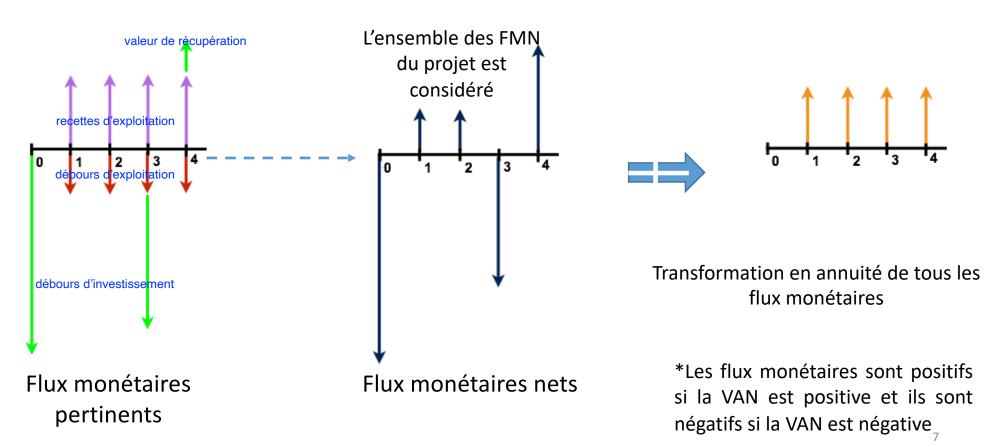
permet la comparaison de plusieurs projets avec durées de vies différentes permet de transformer en annuité moyenne annuel en considérant l'argent dans le temps permet la comparaison de plusieurs projets ensemble

PPCM: utilise le plus petit commun multiple entre 2 projets de durée de vie différentes on les met sur la même durée de vie

L'annuité équivalente : avantages et applications

- Facile à comprendre : les résultats sont exprimés en \$ par période de temps, normalement en \$ par année.
- Évite le recours au PPCM, utilisé dans la méthode de la valeur actualisée.
- Il suffit d'évaluer un seul cycle de vie.

## Flux monétaire d'annuité équivalente (AÉ)



**Moulay Vincent Huard ©** 

Calcul de la valeur de l'AÉ à partir des flux monétaires

- La valeur de l'AÉ est calculée directement à partir des flux monétaires pour un seul cycle de vie.
- Il n'est pas nécessaire de calculer le PPCM des durées, comme dans l'analyse de la VA ou de la VC.
- L'analyse de l'annuité équivalente permet de convertir tous les flux monétaires en leurs montants équivalents en fin de période.

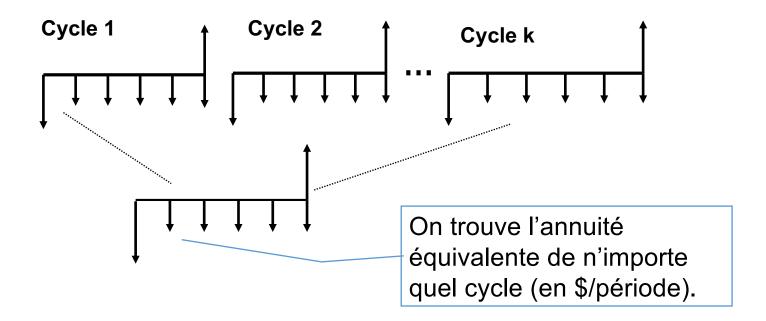
#### Trois hypothèses:

En présence de solutions de durées différentes, on vérifie les hypothèses suivantes :

- 1. Les services fournis sont requis à perpétuité.
- 2. Le premier cycle de flux monétaires est répété de la même manière pour tous les cycles subséquents.
- 3. Tous les flux monétaires auront exactement les mêmes valeurs estimées dans chaque cycle de vie.

Remarque : La troisième hypothèse peut être irréaliste dans plusieurs situations à évaluer dans l'industrie.

L'annuité équivalente (AÉ) sur un ou plusieurs cycles L'analyse de **l'AÉ repose sur la répétitivité** des flux monétaires



#### L'analyse de l'AÉ en œuvre

 S'il est possible de projeter sur les cycles futurs les mêmes flux monétaires pour les projets de 6 et de 9 ans, on peut utiliser la méthode de l'annuité équivalente (AÉ).

Projet A : 6 ans

On trouve l'AÉ pour tout cycle de 6 ans.

Projet B : 9 ans

On trouve l'AÉ pour tout cycle de 9 ans.

Trouver VAN de A et VAN de B et convertir en annuité prendre celui avec l'annuité la plus élevé de 9 ans.

Pour choisir la meilleure solution, on compare l'AÉ<sub>A</sub> pour 6 ans à l'AÉ<sub>B</sub> pour 9 ans.

#### La suite vous permettra de répondre aux questions suivantes

 Comment puis-je comparer plusieurs projets de durée de vie différentes lorsque je ne peux utiliser la technique du PPCM (Plus Petit Commun Multiple) pour les coûts seulement?

enlever les recettes d'exploitations et transforme les flux monétaires en annuité

prendre tout flux monétaire négatifs de projet à l'exception de la valeur de récupération le seul flux qui n'est pas négatif valeur de récupération dans coût annuel équivalent intimement relié à son débours d'investissement

#### DÉFINITION

Le CAÉ est un montant qui provient de la conversion, en annuité équivalente pour toute la durée d'utilité, des éléments suivants:

Débours d'investissements : - P

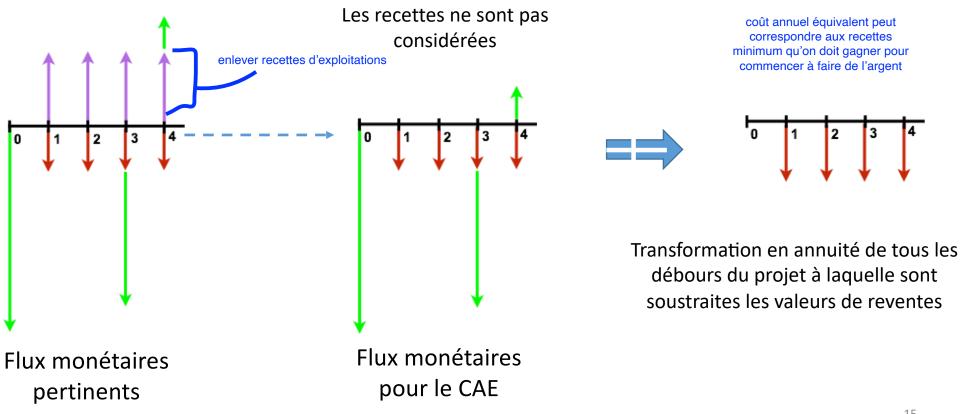
Valeur de récupération :

Charges d'exploitation annuelles (débours) : - CEA

Durée de vie ou durée d'utilité économique : n

Taux de rendement exigé i%, normalement le TRAM

## Flux monétaire des coûts annuels équivalents (CAÉ)



# Cas de charges d'exploitation annuelles (CEA) non constantes

Coût de possession Recouvrement du capital (RC)

$$CA\acute{E} = \begin{bmatrix} -VA(P) + R \times (P/F,i,n) \end{bmatrix} \times (A/P,i,n)$$

$$- \left[ \sum_{t=1}^{n} (CEA_t) \times (P/F,i,t) \right] \times (A/P,i,n)$$

Cas de CEA constants:

$$CA\acute{E} = -[VA(P) \times (A/P, i, n) - R \times (A/F, i, n)] - CEA$$

Ou bien:

$$CA\acute{E} = -\{[VA(P) - R] \times (A/P, i, n) + R \times i \} - CEA$$

Recouvrement du capital = coût de possession x (A/P, i, n)

Pour trouver RC avec Excel = VPM(i%;n;P;-R)

#### **EXEMPLE:**

Achat d'un nouvel équipement pour un montant de 15 000 \$. Sa valeur de récupération est estimée à 500 \$ après 5 ans et les coûts d'exploitation seront 2 500 \$ à la fin de la première période, augmentant ensuite de 2 000 \$/année. Utilisez le TRAM de 25% pour déterminer le CAÉ de l'équipement pour une durée de 5 ans.

annuité de 2500 et gradient de 2000

pas de recettes d'exploitation donc tout les coûts sont pertinents

#### **EXEMPLE:**

- Montant d'achat (P) = 15 000 \$.
- Valeur de revente (R) estimée à : 500 \$ après 5 ans.
- CEA seront de 2 500 \$ à la fin de la première période, augmentant ensuite de 2 000 \$/année.
- i =TRAM = 25%
- CAÉ de l'équipement pour une durée de 5 ans?

#### **SOLUTION #1: VA**

```
CAÉ = -\{CEA + P - R(P/F,i\%,n)\} \times (A/P,i\%,n)
= -[2500x2.6893 + 2000x4.2035] + 15000 - 500x0.3277] \times 0.3718
(P/A,25\%,5) \quad (P/G,25\%,5) \quad (P/F,25\%,5)(A/P,25\%,5)
= -\underbrace{11 \ 143 \ \$}
flux monétaires actualisé à 0 toujours une sortie d'argent
```

#### **EXEMPLE:**

- Montant d'achat (P) = 15 000 \$.
- Valeur de revente (R) estimée à : 500 \$ après 5 ans.
- CEA seront de 2 500 \$ à la fin de la première période, augmentant ensuite de 2 000 \$/année.
- i =TRAM = 25%
- CAÉ de l'équipement pour une durée de 5 ans?

```
SOLUTION #2: (Annuités)
CAÉ = -\left(CEA + P(A/P,i\%,n) - R(A/F,i\%,n)\right)
= - [2500 + 2000x1.5631 + 15000x0.3718 - 500x0.1218]
(A/G, 25\%, 5) \qquad (A/P, 25\%, 5) \quad (A/F, 25\%, 5)
= - 11143
```

#### **EXEMPLE:**

- Montant d'achat (P) = 15 000 \$.
- Valeur de revente (R) estimée à : 500 \$ après 5 ans.
- CEA seront de 2 500 \$ à la fin de la première période, augmentant ensuite de 2 000 \$/année.
- i =TRAM = 25%
- CAÉ de l'équipement pour une durée de 5 ans?

(A/F, i%, n) = (A/P, i%, n) - i

#### Solution #3: (Annuités)

CAÉ = - 
$$(CEA + (P-R)x(A/P, i\%, n) + R.i)$$
  
=-  $(2500+2000x1.5631) + (15000-500)x0.3718 + 500x25\%)$   
(A/G, 25%, 5) (A/P, 25%, 5) i  
= -11 143 \$

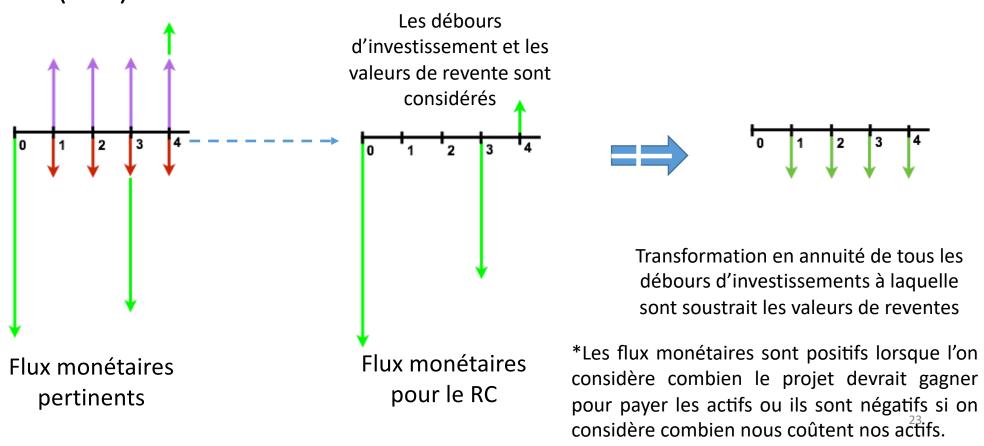
# Recouvrement du capital RC

#### La suite vous permettra de répondre aux questions suivantes

• Quel est le montant annuelle minimum que doit rapporter un projet pour que les coûts d'investissements soient couvert?

permet de connaitre les flux monétaires d'exploitation recette-débours minimum annuellement pour couvrir mes investissements

# Flux monétaire du recouvrement du capital (RC)



# Valeur de recouvrement du capital (RC)

Qu'est-ce que la valeur du RC?

Le RC (valeur de recouvrement du capital) correspond au coût annuel lié à la possession d'un actif productif pendant n périodes de temps à un taux d'intérêt i % (TRAM) par période.

On peut dire que le RC est la somme minimale qu'un investissement doit rapporter à tous les cycles de *n* années pour permettre de recouvrer l'investissement initial à un taux de rendement de *i* % (TRAM).

<sup>\*</sup>L'achat d'actifs en vue d'exploiter une entreprise exige un investissement de la part du propriétaire de cette entreprise. Cet investissement est calculé sur n périodes de temps. Le propriétaire s'attend à rentabiliser son investissement.

# Évaluation de solutions possibles par l'analyse de l'AÉ

annuité équivalente coût annuel équivalente

 Pour les solutions mutuellement exclusives, on choisit celle dont la valeur du CAÉ pour ce qui est des coûts (services) est la plus basse ou celle dont la valeur de l'AÉ pour ce qui est des revenus nets est la plus élevée.

recouvrement capital le plus faible

 Si l'AÉ < 0 au TRAM, la solution des revenus n'est pas justifiable sur le plan économique, puisque l'investissement initial P n'est pas récupéré sur n années au taux établi du TRAM de i % par année. Exemples sur l'analyse de l'annuité équivalente (AÉ) et sur le recouvrement du capital (RC)

#### Exemple CAE

#### **EXEMPLE 6.2**

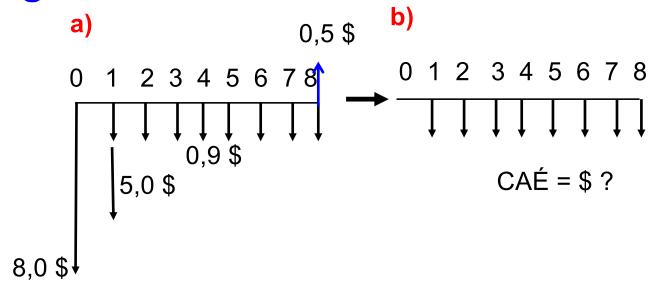
Le satellite de communication Anik-1 de Télésat diffuse en direct la Soirée du hockey aux communautés du Grand Nord canadien. Télésat s'intéresse à un système terrestre destiné au repérage des satellites. Ce système exigera un investissement de 13 millions \$.8 millions seront versés maintenant et les 5 millions \$ qui restent seront versés à la fin de la première année du projet.

On estime que les charges d'exploitation annuelles du système commenceront la première année et se poursuivront au rythme de **0,9 million \$ par année**. La durée utile du système est de **8 ans** et sa **valeur de récupération est de 0,5 million \$.** Calculez le coût annuel équivalent (**CAÉ**) pour le système si le TRAM est fixé à **12 % par année**.

#### Exemple CAE

#### **EXEMPLE 6.2**

#### Diagramme des flux monétaires



Tous les montants sont exprimés en unités de 1 million \$.

#### Exemple CAE

recouvrement du capital

#### **EXEMPLE 6.2 - Solution**

$$RC = -\{[8,0 + 5,0(P/F;12\%;1)](A/P;12\%;8) - 0,5(A/F;12\%;8))\}$$

$$= -\{[12,46](0,2013) - 0,040\}$$

$$= -2,47$$
flux monétaires annuel nécessaire recette-débours

Ainsi, chaque année pendant 8 ans, les revenus doivent être d'au moins 2 470 000 \$ pour couvrir l'investissement initial et le taux de rendement exigé de 12 % par année. Cela n'inclut pas les CEA de 0,9 million \$/année. Le montant du RC = 2,47 millions \$ et représente une partie du coût annuel équivalent.

CAÉ total = 
$$-2,47 - 0,9 = -3,37$$
 millions \$ par année

coût annuel équivalent

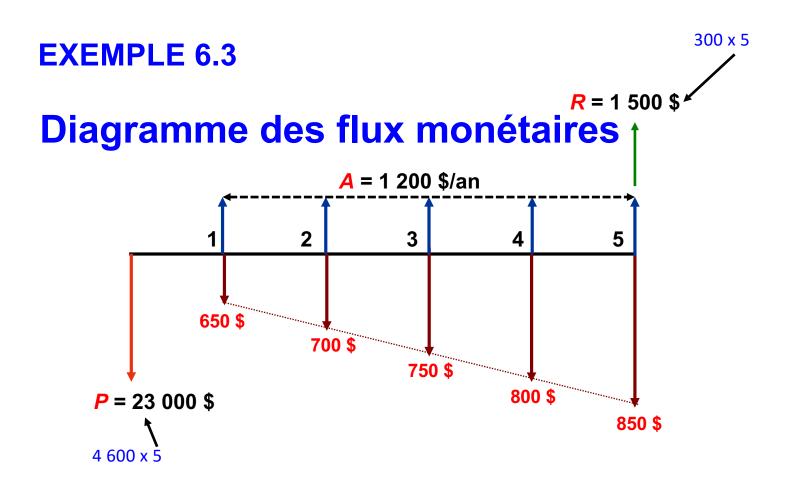
Cela correspond au CAÉ pour tous les cycles futurs de huit ans.

#### **EXEMPLE 6.3**

Une pizzéria de Toronto offre un service de commande et de livraison en ligne. L'entreprise peut **réduire le temps de livraison** en équipant **cinq de ses voitures** d'un **système de répartition des commandes à la voiture** la plus proche et ainsi effectuer les livraisons plus rapidement. Elle envisage l'installation du système On-Star dans tous ses véhicules. Ce système informera également le chauffeur de tous les trajets qu'il peut emprunter dans la ville.

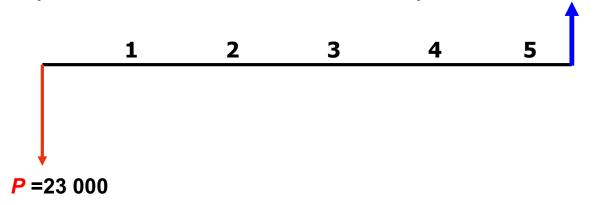
Chaque système coûte 4 600 \$, a une durée de vie de 5 ans et une valeur de récupération de 300 \$. Les charges d'exploitation totales sont de 650 \$ la première année, puis augmentent de 50 \$/année par la suite. Le TRAM est défini à 10 %. On estime l'augmentation des revenus à 1 200 \$/année pour l'ensemble des 5 systèmes.

Quelles sont les valeurs du RC et de l'AÉ nécessaires pour recouvrer ces coûts?



#### **EXEMPLE 6.3**

La composante recouvrement du capital : R = 1 500 \$



$$RC(10\%) = -23\ 000(A/P;10\%;5) + 1\ 500(A/F;10\%;5) = -5\ 822\$$

Ou:

$$RC(10\%) = -((23\ 000 - 1\ 500)(A/P;10\%;5) + 1\ 500 \times 10\%) = -5\ 822\$$

recouvrement du capital

#### **EXEMPLE 6.3**

La composante recouvrement du capital (RC):

$$RC(10\%) = - (23\ 000 - 1\ 500\ (A/P;10\%;5) + 1\ 500\ x\ 10\%)$$
  
= -5 822 \$

La composante coût/revenu est égale à :

```
= +1\ 200 - 650 - 50(A/G;10\%;5)
= 550 - 90,50 = 459,50 \$
AÉ(10 \%) = -5\ 822 \$ + 459,50 \$ = -5\ 362,50 \$
montant supplémentaire a avoir par année pour que le projet soit intéressant
```

C'est le montant nécessaire pour recouvrer l'investissement initial et les coûts d'exploitation à un taux de 10 % par année.

## Remplacement d'un actif

Module préalable : AÉ, CAÉ, DR

#### La suite vous permettra de répondre aux questions suivantes

- Combien de temps est-il économique de garder mon actif ?
- Est-il plus rentable de remplacer mon actif par un nouveau ou de le garder?

faire plusieurs simulations sur cmb de temps je garde un actif et le comparer avec un actif que je possède déjà

## Terminologie pour le remplacement d'un actif

- Solution actuelle (SA)
  - Actif déjà en place
- Solution de remplacement (SR)
  - Actif susceptible de se substituer à l'actif en place ou de le remettre en question
  - Solution envisagée pour remplacer la solution actuelle
- Durée économique d'un actif (DÉ)
  - Nombre d'années pendant lesquelles le coût annuel équivalent d'une solution se trouve à son plus bas

Éléments à considérer dans une étude de remplacement d'actif

Dans une analyse de remplacement, deux coûts revêtent une importance capitale, soit :

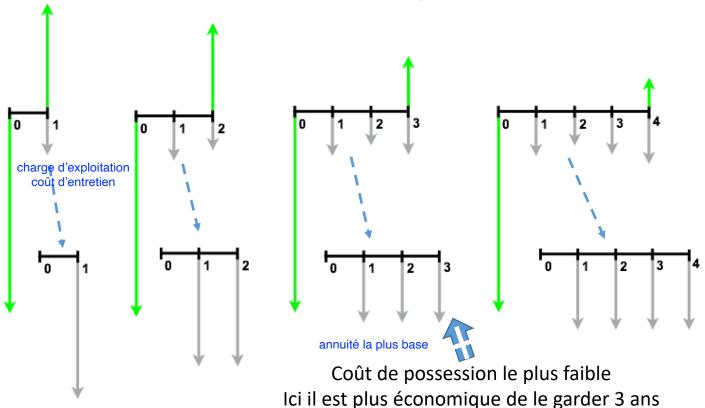
- 1. le montant nécessaire pour <u>conserver la solution actuelle (SA) déjà</u> <u>en place (juste valeur de marché)</u>
- 2. le montant nécessaire pour adopter la solution de remplacement (SR) en considérant la valeur marchande de la solution actuelle SA.

# Durée économique d'un actif (DÉ)

rechercher l'annuité la plus base

- Définition de la durée d'utilité économique
  - Nombre d'années n pendant lesquelles le coût annuel équivalent se trouve à son plus bas, compte tenu des coûts estimatifs actuels les plus récents sur l'ensemble des années où l'actif devrait pouvoir offrir un service nécessaire
- Détermination du coût annuel équivalent charge d'exploitation selon le nb d'années
   CAÉ = -RC AÉ des CEA
- Recherche de la période durant laquelle le <u>coût annuel équivalent</u> des durées de vie considérées se trouve à son plus bas

# Logique des flux monétaires reliés au calcul de la durée économique d'un actif (DÉ)



Transformation en annuité des flux monétaires des <u>coûts d'entretiens</u>, des débours d'investissement et de la valeur de la revente en fonction de différentes hypothèses de durée d'utilisation (1 an, 2 ans, 3 ans, 4 ans, etc.).

Moulay Vincent Huard ©

# Comparaison de projets ayant des actifs de durées de vie différentes

- Il faut travailler avec l'hypothèse de projets répétés.
- Les conditions initiales sont susceptibles de se reproduire au cours de la durée d'étude choisie.
- Le <u>remplacement</u> se fera donc dans les <u>mêmes conditions que</u>
   <u>l'équipement d'origine</u> (même coût d'achat et d'installation, même coût d'exploitation, même durée, même valeur récupération, même utilisation, etc.).

## Choix et remplacement d'équipements

### **Définition:**

Une étude économique de remplacement consiste à déterminer si oui ou non et quand cet actif déjà en service, devrait être remplacé par un autre qui produirait une meilleure rentabilité.

- « Solution actuelle (SA) » : Actifs déjà en place
- « Solution de remplacement (SR) » : Actifs potentiels pour le remplacement.

Dans une étude de remplacement il est généralement recommandé de comparer les coûts annuels équivalents (CAÉ) des différents projets.

### Raisons du remplacement

#### **Détérioration Physique**

Peut être due à une usure normale ou à un accident.

### Désuétude (obsolescence)

- Fonctionnelle: demande nulle.
- Économique : nouveau modèle mieux adapté.

Le défenseur peut devenir désuet avant d'atteindre la fin de sa durée de vie (toujours utiliser la valeur marchande au lieu de sa valeur au livre).

#### Insuffisance de capacité

En cas de capacité insuffisante pour répondre à une nouvelle demande, un industriel peut acheter un actif similaire pour augmenter la capacité et répondre ainsi aux nouveaux besoins.

Diminution de la fiabilité

Diminution de la productivité

### Comparaison des coûts de deux options SA et SR

### Principaux coûts:

SR

Le CAÉ de la solution de remplacement (SR) sera estimé pour une série croissante d'années d'utilisation (1 an, 2 ans, 3 ans, etc.)

La durée de vie économique correspond à la période de temps pendant laquelle le CAÉ est minimum. coût annuel équivalent

- Coûts d'entretien et d'exploitation pour une année supplémentaire
- SA
- Coûts résultant de la perte de valeur de l'équipement suite à son utilisation pendant une autre année
- Coûts du capital investi dans la solution actuel (SA) pour une année additionnelle (en fonction de la valeur de l'équipement au début de l'année additionnelle)

Le remplacement de la SA se fera lorsque les CAÉ minimaux de la SR sont inférieurs aux coûts totaux d'utilisation de la SA pour une année additionnelle.

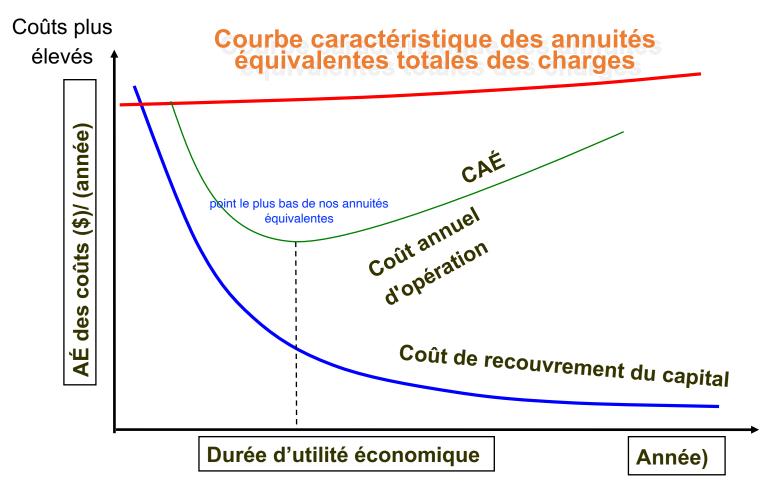
## Durée de vie d'un équipement

<u>Durée de vie matérielle</u> : dépend du temps et de l'usure physique.

<u>Durée de vie technologique</u> : période avant l'apparition d'un nouvel équipement plus efficace.

<u>Durée de vie économique</u>: période pendant laquelle l'équipement peut accomplir une fonction donnée aux coûts minimaux. C'est l'année où les coûts CAÉ atteignent un niveau minimal.

# Courbe caractéristique des CAÉ



# CAÉ et durée économique d'un actif (DÉ)

### **Exemple:**

Véhicule dont débours d'investissement = 45 000 \$

#### **Autres données:**

	An 1	An 2	An 3	An 4	An 5	An 6
Coûts ent.	5 000 \$	8 000 \$	14 000 \$	16 000 \$	20 000 \$	27 000 \$
Val. récup.	22 000 \$	15 000 \$	9 000 \$	7 000 \$	3 000 \$	0\$

TRAM= 10%. Durée économique du véhicule?

# CAÉ et durée économique d'un actif (DÉ)

### **Exemple:**

Avec actualisation (TRAM = 10%)

#### Coûts d'entretien du véhicule proposé:

Année	Coûts d'entretien(\$)	(P/F, 10%, t)	VA coûts d'entretien par année (\$)	VA (coûts d'entretien cumulés) (\$) (a)
1 2 3 4 5	5 000 8 000 14 000 16 000 20 000 27 000	0.9091 0.8264 0.7513 0.6830 0.6209 0.5645	4546 6611 10518 10928 12418 15242	4 546 11 157 21 675 32 603 45 021 60 263

Coûts de possession du véhicule proposé:

	edute de pededecien da vernedie propeed.						
t	VA (déb. d'inv.) (\$) (1)	R (2)	( <b>P/F,10%,t)</b> (3)	VA (R.) (\$) (4)=(2)x(3)	VA (déb. d'invest.) - VA(R) (\$) (b) (1)-(4)		
0 1 2 3 4 5 6	45 000	22 000 15000 9000 7000 3000 0	0.9091 0.8264 0.7513 0.6830 0.6209 0.5645	20 000 12 396 6 762 4 781 1 863 0	25 000 32 604 38 238 40 219 43 137 45 000		

# CAÉ et durée économique d'un actif (DÉ)

### **Exemple:**

oûts d'entretien du véhicule proposé:								
Année t	Coûts d'entretien (\$)	(P/F, 10%,t)	VA coûts d'entretien par année (\$)	VA (coûts d'entretien cumulés) (a) (\$)				
1 2 3 4 5	5000 8000 14000 16000 20000	0.9091 0.8264 0.7513 0.6830 0.6209	4546 6611 10518 10928 12418	4 546 11 157 21 675 32 603 45 021				
6	27000	0.5645	15242	60 263				

VA (déb. d'inv.) (\$) (1) VA (R) (\$) VA (déb. d'invest.) - VA(R) (\$) (b) (5)-(4) (P/F,10%,t) 25 000 45000 22000 0.9091 20 000 12 396 15000 0.8264 32 604 6 762 4 781 9000 0.7513 38 238 7000 3000 0 0.6830 40 219 0.6209 43 137 45 000

Coûts annuel équivalent du véhicule proposé (CAE)

	t	VA totale (a) + (b) en (\$)	(A/P;10%;t)	CAÉ (\$)	
Durée de vie- éco.	1 2 3 4 5 6	29 546 \$ 43 761 \$ 59 913 \$ 72 822 \$ 88 158 \$ 105 263 \$	1.1000 0.5760 0.4021 0.3155 0.2638 0.2296	32 501 \$ 25 206 \$ 24 091 \$ 22 975 \$ 23 256 \$ 24 168 \$	Min

# Réalisation d'une nouvelle étude de remplacement

#### Procédure:

- Comparer le CAÉ<sub>SA</sub> au CAÉ<sub>SR</sub>
- Choisir la meilleure solution (CAÉ min):
  - Conserver la solution actuelle pendant  $n_{SA}$  années

ou

Adopter la solution de remplacement pendant n<sub>SR</sub> années

## Réalisation d'une analyse un an plus tard

On vérifie toutes les charges et les valeurs de marché estimatives.

CAE(SA) < CAE(SR) => conserver actuel pour 1 année supplémentaire

- Si les estimations sont encore actuelles, on vérifie si CAE<sub>SA</sub> est > CAE<sub>SR</sub>:
  - Si OUI, on remplace la SA par la SR.
  - Si NON, on conserve la SA une autre année, puis on effectue une nouvelle évaluation à la fin de cette période.
- Si les estimations ont changé :
  - 1. On met toutes les estimations à jour
  - 2. On calcule le  $CAÉ_{SR}$  et le  $CAÉ_{SA}$
  - 3. On effectue une nouvelle étude de remplacement

## Réalisation d'une analyse un an plus tard

### PROCÉDURE À SUIVRE :

- 1. Calculer la durée de vie économique et le coût annuel équivalent correspondant du **VA** et du **VR** c'est-à-dire CAE<sub>SA</sub> et CAE<sub>SR</sub>
- 2. Comparer  $CAE_{SA}$  et  $CAE_{SR}$ 
  - Si CAE<sub>SA</sub> > CAE<sub>SR</sub> alors, remplacer le VA maintenant par le VR
  - Si CAE<sub>SA</sub> < CAE<sub>SR</sub> alors, garder le VA
- 3. Quand faut-il remplacer?

Garder VA jusqu'à ce que sa durée de vie économique prenne fin. puis calculer le coût de fonctionnement du VA pendant une autre année après sa durée de vie économique. Si ce CAE<sub>SA</sub> est > CAE<sub>SR</sub>, alors remplacer, sinon on calcule le coût pour une deuxième année suivant la fin de sa vie économique et ainsi de suite jusqu'à obtention du moment de remplacement optimal.