**Algorithmische Methoden in der Numerik, SS 2022**
**Übungen für 30.6.2022**

Die Beispiele sind gruppenweise (eine Gruppe hat höchstens 6 Mitglieder) zu lösen und bis zum 30.6.2022, 24:00 Uhr über Moodle abzugeben (1 Exemplar pro Gruppe).

Für die Lösung der Beispiele wird die Software `MATLAB` benötigt. Falls Sie diese Software nicht besitzen, kontaktieren Sie bitte für einen Zugang zu unseren Institutsrechnern unseren Systemadministrator Oliver Koch (SP II, Zi 349 , `koch@numa.uni-linz.ac.at`).

Die Übungen müssen bis zur angegebenen Deadline in Moodle in Form **einer einzigen Datei** im **zip (.zip)** Format gesendet werden. Diese Datei **muss** beinhalten:

- Eine PDF Datei welche aus folgenden Teilen besteht:
  1.) Deckblatt mit Namen der LVA und der Autoren (maximal 6 Studenten, Name, Matrikelnummer und email Adresse
  2.) Für jedes theoretische Beispiel ein PDF-File (kann auch eingescannt sein)
  3.) Für jeden Source File (d.h., m-file), ein Listing im PDF Format
  4.) Eine Beschreibung von allen durchgeführten Tests und Resultaten (Programminputs und –outputs), Antworten auf die gestellten Fragen usw.
  5.) Zusätzliche Erklärungen die Sie geben möchten.
- Jede Source Datei, damit Tests nachvollzogen werden können.

Der Name dieser Datei **muss** sein

Ueb1_AA_BB_CC_DD_EE_FF.zip

wobei AA, BB, ..., FF die Familiennamen der Studenten in alphabetischer Reihenfolge sind.
Jede Gruppe bestimmt eine/einen "Administratorin/Administrator", die/der diese Datei stellvertretend fr alle Gruppenmitglieder in Moodle abgibt. Diese Person ist auch fr die Weitergabe der korrigierten bungen an die anderen Gruppenmitglieder verantworlich

4) Wir wollen nun das Randwertproblem aus Kapitel 3.1 für das Einheitsquadrat $\Omega = (0,1) \times (0,1)$ lösen

   (a) Erstellen Sie 2 Funktionen
   ```
   function [K_h] = Stiff1(N)
   ```
   bzw.
   ```
   function [K_h] = Stiff2(N)
   ```
   wobei `Stiff1` die Matrix $K_h$ mit dem Befehl `K_h = sparse(i,j,s,m,n)` und `Stiff2` die Matrix $K_h$ über den Befehl `K_h = spdiags(B,d,m,n)` erzeugt.

   (b) Erstellen Sie eine Funktion
   ```
   function [f_h] = RHS(f,N)
   ```
   die für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ den Vektor $f_h$ generiert.

   (c) Lösen Sie das Gleichungssystem $K_h u_h = f_h$ sowohl direkt, d.h. `u_h=K_h\f_h`, als auch iterativ mit dem `pcg` Befehl für $N = 10, 100, 1000$, wobei die Funktion $f$ so zu bestimmen ist, dass die exakte Lösung des Randwertproblems (3.1),(3.2) durch $\bar{u}(x,y) = x(1-x)y(1-y)^2 + \sin(15\pi x)\sin(\pi y)$ gegeben ist und bestimmen Sie jeweils die maximale Abweichung der numerischen Lösung von der exakten Lösung.

5) Erstellen Sie eine `MATLAB` Funktion
   ```
   function [ x, exitflag ] = Jacobi( A, b, x0, itmax, myeps )
   ```
   die für eine $n \times n$ sparse Matrix $A$ das Gleichungssystem $Ax = b$ mittels Jacobiverfahren und Starvektor `x0` löst. Das Verfahren soll nach der $k-$ten Iteration abbrechen, wenn entweder $\|r^{(k)}\|_2 \leq myeps\|r^{(0)}\|_2$ (erfolgreich, `exitflag =1` ) oder `k >itmax` (nicht erfolgreich, `exitflag =0`). Die Funktion soll auch mit 2,3 oder 4 Argumenten aufrufbar sein, in diesem Fall sollen die Defaultwerte `x0=0`, `itmax=n*n` und `myeps=1.e-8` verwendet werden.

   Testen Sie Ihre Methode für das Randwertproblem aus Kapitel 3.1 für das Einheitsquadrat $\Omega = (0,1) \times (0,1)$ mit den in Bsp 4) erzeugten Matrizen $K_h$ und $f_h$ für $N = 10, 100, 1000$ (Letzteres dauert eventuell zu lange)