Algorithmische Methoden in der Numerik, SS 2022
Übungen für 30.6.2022

Die Beispiele sind gruppenweise (eine Gruppe hat höchstens 6 Mitglieder) zu lösen und bis zum 30.6.2022, 24:00 Uhr über Moodle abzugeben (1 Exemplar pro Gruppe).

Für die Lösung der Beispiele wird die Software `MATLAB` benötigt. Falls Sie diese Software nicht besitzen, kontaktieren Sie bitte für einen Zugang zu unseren Institutsrechnern unseren Systemadministrator Oliver Koch (SP II, Zi 349 , `koch@numa.uni-linz.ac.at`).

Die Übungen müssen bis zur angegebenen Deadline in Moodle in Form **einer einzigen Datei** im **zip (.zip)** Format gesendet werden. Diese Datei **muss** beinhalten:

- Eine PDF Datei welche aus folgenden Teilen besteht:
  1.) Deckblatt mit Namen der LVA und der Autoren (maximal 6 Studenten, Name, Matrikelnummer und email Adresse
  2.) Für jedes theoretische Beispiel ein PDF-File (kann auch eingescannt sein)
  3.) Für jeden Source File (d.h., m-file), ein Listing im PDF Format
  4.) Eine Beschreibung von allen durchgeführten Tests und Resultaten (Programminputs und –outputs), Antworten auf die gestellten Fragen usw.
  5.) Zusätzliche Erklärungen die Sie geben möchten.
- Jede Source Datei, damit Tests nachvollzogen werden können.

Der Name dieser Datei **muss** sein

Ueb1_AA_BB_CC_DD_EE_FF.zip

wobei AA, BB, . . . , FF die Familiennamen der Studenten in alphabetischer Reihenfolge sind.
Jede Gruppe bestimmt eine/einen "Administratorin/Administrator", die/der diese Datei stellvertretend fr alle Gruppenmitglieder in Moodle abgibt. Diese Person ist auch fr die Weitergabe der korrigierten bungen an die anderen Gruppenmitglieder verantwortlich

4) Wir wollen nun das Randwertproblem aus Kapitel 3.1 für das Einheitsquadrat $\Omega = (0,1) \times (0,1)$ lösen

   (a) Erstellen Sie 2 Funktionen
   ```
   function [K_h] = Stiff1(N)
   ```
   bzw.
   ```
   function [K_h] = Stiff2(N)
   ```
   wobei Stiff1 die Matrix K_h mit dem Befehl K_h = **sparse**(i,j,s,m,n) und Stiff2 die Matrix K_h über den Befehl K_h = **spdiags**(B,d,m,n) erzeugt.

   (b) Erstellen Sie eine Funktion
   ```
   function [f_h] = RHS(f,N)
   ```
   die für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ den Vektor f_h generiert.

   (c) Lösen Sie das Gleichungssystem $K_h u_h = f_h$ sowohl direkt, d.h. u_h=K_h\f_h, als auch iterativ mit dem pcg Befehl für $N = 10, 100, 1000$, wobei die Funktion f so zu bestimmen ist, dass die exakte Lösung des Randwertproblems (3.1),(3.2) durch $\bar{u}(x,y) = x(1-x)y(1-y)^2 + \sin(15\pi x)\sin(\pi y)$ gegeben ist und bestimmen Sie jeweils die maximale Abweichung der numerischen Lösung von der exakten Lösung.

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion
   ```
   function [ x, exitflag ] = Jacobi( A, b, x0, itmax, myeps )
   ```
   die für eine $n \times n$ sparse Matrix A das Gleichungssystem $Ax = b$ mittels Jacobiverfahren und Starvektor x0 löst. Das Verfahren soll nach der $k-$ten Iteration abbrechen, wenn entweder $\|r^{(k)}\|_2 \leq myeps\|r^{(0)}\|_2$ (erfolgreich, exitflag =1) oder k >itmax (nicht erfolgreich, exitflag =0). Die Funktion soll auch mit 2,3 oder 4 Argumenten aufrufbar sein, in diesem Fall sollen die Defaultwerte x0=0, itmax=n*n und myeps=1.e−8 verwendet werden.

   Testen Sie Ihre Methode für das Randwertproblem aus Kapitel 3.1 für das Einheitsquadrat $\Omega = (0,1) \times (0,1)$ mit den in Bsp 4) erzeugten Matrizen K_h und f_h für $N = 10, 100, 1000$ (Letzteres dauert eventuell zu lange)