у2020-4-4. Математика, криптография

А. Разложение на множители

2 секунды, 256 мегабайт

Дано число. Требуется разложить его на простые множители.

Входные данные

Вводится число $n \ (2 \le n \le 10^9)$.

Выходные данные

выходные данные

2 2 3 5

Выведите через пробел разложение на простые множители в порядке неубывания множителей.

| входные данн | sie |
|--------------|-----|
| 17 | |
| выходные дан | ные |
| 17 | |
| входные данн | ole |
| 60 | |

В. Большая проверка на простоту больших чисел

2 секунды, 64 мегабайта

Дано n натуральных чисел a_i . Определите для каждого числа, является ли оно простым.

Входные данные

Программа получает на вход число n, $1 \leq n \leq 5000$ и далее n чисел a_i , $1 \leq a_i \leq 10^{18}$.

Выходные данные

Если число a_i простое, программа должна вывести YES, для составного числа программа должна вывести NO.

| входные | данные |
|------------------|----------|
| 4 | |
| 1 | |
| 5 | |
| 10 | |
| 239 | |
| выходны | е данные |
| NO | |
| | |
| YES | |
| YES NO YES | |

С. Китайская теорема

2 секунды, 64 мегабайта

Решите в целых числах систему уравнений

$$\begin{cases} x \equiv a \pmod{n} \\ x \equiv b \pmod{m} \end{cases}$$

Гарантируется, что n и m взаимно просты. Среди решений следует выбрать наименьшее неотрицательное число.

Входные данные

Входной файл содержит четыре целых числа a,b,n и m ($1 \le n,m \le 10^6,0 \le a < n,0 \le b < m$).

Выходные данные

В выходной файл выведите искомое наименьшее неотрицательное число x.

| входные данные | | |
|-----------------|--|--|
| 1 0 2 3 | | |
| выходные данные | | |
| 3 | | |

входные данные

3 2 5 9

выходные данные

38

D. Взлом RSA

2 секунды, 64 мегабайта

В 1977 году Ronald Linn Rivest, Adi Shamir и Leonard Adleman предложили новую криптографическую схему RSA, используемую до сих пор. RSA является криптосистемой с открытым ключом: зашифровать сообщение может кто угодно, знающий общеизвестный открытый ключ, а расшифровать сообщение — только тот, кто знает специальный секретный ключ.

Желающий использовать систему RSA для получения сообщений должен сгенерировать два простых числа p и q, вычислить n=pq и сгенерировать два числа e и d такие, что $ed \mod (p-1)(q-1)=1$ (заметим, что $(p-1)(q-1)=\varphi(n)$). Числа n и e составляют открытый ключ и являются общеизвестными. Число d является секретным ключом, также необходимо хранить в тайне и разложение числа n на простые множители, так как это позволяет вычислить секретный ключ d.

Сообщениями в системе RSA являются числа из \mathbb{Z}_n . Пусть M — исходное сообщение. Для его шифрования вычисляется значение $C=M^e \mod n$ (для этого необходимо только знание открытого ключа). Полученное зашифрованное сообщение C передается по каналу связи. Для его расшифровки необходимо вычислить значение $M=C^d \mod n$, а для этого необходимо знание секретного ключа.

Вы перехватили зашифрованное сообщение C и знаете только открытый ключ: числа n и e. "Взломайте" RSA — расшифруйте сообщение на основе только этих данных.

Входные данные

Программа получает на вход три натуральных числа: $n, e, C, n \leqslant 10^9$, $e \leqslant 10^9$, C < n. Числа n и e являются частью какой-то реальной схемы RSA, т.е. n является произведением двух простых и e взаимно просто с $\varphi(n)$. Число C является результатом шифрования некоторого сообщения M.

Выходные данные

Выведите одно число M ($0 \le M < n$), которое было зашифровано такой криптосхемой.

| входные д | цанные |
|-----------------|--------|
| 143 113 | |
| 41 | |
| выходные данные | |
| 123 | |

входные данные 9173503 3 4051753 выходные данные 111111

Е. Перемножение полиномов

1 секунда, 256 мегабайт

Даны два полинома $A(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n$ и $B(x)=b_0+b_1x+b_2x^2+\ldots+b_nx^n$. Найдите их произведение в виде $C(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+\ldots+c_{2n}x^{2n}$.

Входные данные

Первая строка содержит число n ($1 \leq n \leq 10^5$). Вторая строка содержит n+1 число — a_0,a_1,\ldots,a_n , третья строка содержит n+1 целое число — b_0,b_1,\ldots,b_n ($0 \leq a_i,b_i \leq 100$).

Выходные данные

Выведите 2n+1 число — c_0, c_1, \ldots, c_{2n} .

входные данные

2

1 4 2 2 5 6

выходные данные

2 13 30 34 12

F. Дуэль

2 секунды, 256 мегабайт

Двое дуэлянтов решили выбрать в качестве места проведения поединка тёмную аллею. Вдоль этой аллеи растёт n деревьев и кустов. Расстояние между соседними объектами равно одному метру. Дуэль решили проводить по следующим правилам. Некоторое дерево выбирается в качестве стартовой точки. Затем два дерева, находящихся на одинаковом расстоянии от исходного, отмечаются как места для стрельбы. Дуэлянты начинают движение от стартовой точки в противоположных направлениях. Когда соперники достигают отмеченных деревьев, они разворачиваются и начинают стрелять друг в друга.

Дана схема расположения деревьев вдоль аллеи. Требуется определить количество способов выбрать стартовую точку и места для стрельбы согласно правилам дуэли.

Входные данные

Во входном файле содержится одна строка, состоящая из символов '0' и '1' — схема аллеи. Деревья обозначаются символом '1', кусты — символом '0'. Длина строки не превосходит 100000 символов.

Выходные данные

Выведите количество способов выбрать стартовую точку и места для стрельбы согласно правилам дуэли.

| входные данные | | |
|-----------------|--|--|
| 1010101 | | |
| выходные данные | | |
| 4 | | |
| | | |
| входные данные | | |
| 101001 | | |
| выходные данные | | |
| 0 | | |

В первом примере возможны следующие конфигурации дуэли (стартовое дерево и деревья для стрельбы выделены жирным шрифтом): **101010101**, 10**1010101**, 1010**1010101** и **1**010**10101**.