у2020-1-3. Динамическое программирование

А. Кузнечик собирает монеты

2 секунды, 256 мегабайт

Кузнечик прыгает по столбикам, расположенным на одной линии на равных расстояниях друг от друга. Столбики имеют порядковые номера от 1 до N. В начале Кузнечик сидит на столбике с номером 1 и хочет добраться до столбика с номером N. Он может прыгнуть вперед на расстояние от 1 до K столбиков, считая от текущего.

На каждом столбике Кузнечик может получить или потерять несколько золотых монет (для каждого столбика это число известно). Определите, как нужно прыгать Кузнечику, чтобы собрать наибольшее количество золотых монет. Учитывайте, что Кузнечик не может прыгать назад.

Входные данные

В первой строке вводятся два натуральных числа: N и K ($2 \le N$, $K \le 10000$), разделённые пробелом. Во второй строке записаны через пробел N - 2 целых числа — количество монет, которое Кузнечик получает на каждом столбике, от 2-го до N - 1-го. Если это число отрицательное, Кузнечик теряет монеты. Гарантируется, что все числа по модулю не превосходят $10\,000$.

Выходные данные

В первой строке программа должна вывести наибольшее количество монет, которое может собрать Кузнечик. Во второй строке выводится число прыжков Кузнечика, а в третьей строке – номера всех столбиков, которые посетил Кузнечик (через пробел в порядке возрастания).

Если правильных ответов несколько, выведите любой из них.

```
    входные данные

    5 3

    2 -3 5

    выходные данные

    7

    3

    1 2 4 5
```

В. Черепаха и монеты

2 секунды, 256 мегабайт

Черепаха хочет переползти из левого верхнего угла поля размером N на M клеток ($2 \le N, M \le 1000$) в правый нижний. За один шаг она может переместиться на соседнюю клетку вправо или на соседнюю клетку вниз. Кроме того, проходя через каждую клетку, Черепаха получает (или теряет) несколько золотых монет (это число известно для каждой клетки).

Определите, какое максимальное количество монет может собрать Черепаха по пути и как ей нужно идти для этого.

Входные данные

В первой строке вводятся два натуральных числа: N и M ($2 \le N$, $M \le 1000$), разделённые пробелом. В каждой из следующих N строк записаны через пробел по M чисел $a_{ij}(|a_{ij}| \le 10)$, которые обозначают количество монет, получаемых Черепашкой при проходе через каждую клетку. Если это число отрицательное, Черепашка теряет монеты.

Выходные данные

В первой строке программа должна вывести наибольшее количество монет, которое может собрать Черепаха. Во второй строке без пробелов выводятся команды, которые нужно выполнить Черепахе: буква 'R' (от слова right) обозначает шаг вправо, а буква 'D' (от слова down) – шаг вниз.

Входные данные 3 3 0 2 -3 2 -5 7 1 2 0 Выходные данные 6 RRDD

С. Наибольшая возрастающая подпоследовательность

2 секунды, 256 мегабайт

Пусть $a_1, a_2, ..., a_n$ — числовая последовательность. Длина последовательности — это количество элементов этой последовательности. Последовательность $a_{i_1}, a_{i_2}, ..., a_{i_k}$ называется подпоследовательностью последовательности a, если $1 \le i_1 \le i_2 \le ... \le i_k \le n$. Последовательность a называется возрастающей, если $a_1 \le a_2 \le ... \le a_n$.

Вам дана последовательность, содержащая n целых чисел. Найдите ее самую длинную возрастающую подпоследовательность.

Входные данные

В первой строке задано одно число n ($1 \le n \le 2000$) — длина подпоследовательности. В следующей строке задано n целых чисел a_i ($-10^9 \le a_i \le 10^9$) — элементы последовательности.

Выходные данные

В первой строке выведите число k — длину наибольшей возрастающей подпоследовательности. В следующей строке выведите k чисел — саму подпоследовательность.

```
    входные данные

    8

    1 4 1 5 3 3 4 2

    выходные данные

    3

    1 4 5
```

```
    входные данные

    3

    1 2 3

    выходные данные

    3

    1 2 3
```

D. Ход конем

1 секунда, 256 мегабайт

Шахматная ассоциация решила оснастить всех своих сотрудников такими телефонными номерами, которые бы набирались на кнопочном телефоне ходом коня. Например, ходом коня набирается телефон 340-49-27. При этом телефонный номер не может начинаться ни с цифры 0, ни с цифры 8.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

Напишите программу, определяющую количество телефонных номеров длины n, набираемых ходом коня. Поскольку таких номеров может быть очень много, выведите ответ по модулю 10^9 .

Входные данные

Во входном файле записано целое число n ($1 \le n \le 100$).

Выходные данные

16

Выведите в выходной файл искомое количество телефонных номеров по модулю $10^9\,$.

входные данные	
1	
выходные данные	
8	
входные данные	
2	
выходные данные	

Е. Расстояние по Левенштейну

2 секунды, 256 мегабайт

Дана текстовая строка. С ней можно выполнять следующие операции:

- 1. Заменить один символ строки на другой символ.
- 2. Удалить один произвольный символ.
- 3. Вставить произвольный символ в произвольное место строки.

Например, при помощи первой операции из строки «СОК» можно получить строку «СУК», при помощи второй операции — строку «ОК», при помощи третьей операции — строку «СТОК».

Минимальное количество таких операций, при помощи которых можно из одной строки получить другую, называется стоимостью редактирования или расстоянием Левенштейна.

Определите расстояние Левенштейна для двух данных строк.

Входные данные

Программа получает на вход две строки, длина каждой из которых не превосходит 1000 символов, строки состоят только из заглавных латинских букв.

Выходные данные

Требуется вывести одно число — расстояние Левенштейна для данных строк.

входные	данные
ABCDEFGH ACDEXGIH	
выходные	е данные
3	

F. Кафе

2 секунды, 64 мегабайта

Около Петиного университета недавно открылось новое кафе, в котором действует следующая система скидок: при каждой покупке более чем на 100 рублей покупатель получает купон, дающий право на один бесплатный обед (при покупке на сумму 100 рублей и меньше такой купон покупатель не получает).

Однажды Пете на глаза попался прейскурант на ближайшие n дней. Внимательно его изучив, он решил, что будет обедать в этом кафе все n дней, причем каждый день он будет покупать в кафе ровно один обед. Однако стипендия у Пети небольшая, и поэтому он хочет по максимуму использовать предоставляемую систему скидок так, чтобы его суммарные затраты были минимальны. Требуется найти минимально возможную суммарную стоимость обедов и номера дней, в которые Пете следует воспользоваться купонами.

Входные данные

В первой строке входного файла записано целое число n ($0 \le n \le 100$). В каждой из последующих n строк записано одно целое число, обозначающее стоимость обеда в рублях на соответствующий день. Стоимость — неотрицательное целое число, не превосходящее 300.

Выходные данные

В первой строке выдайте минимальную возможную суммарную стоимость обедов. Во второй строке выдайте два числа k_1 и k_2 — количество купонов, которые останутся неиспользованными у Пети после этих n дней и количество использованных им купонов соответственно.

В последующих k_2 строках выдайте в возрастающем порядке номера дней, когда Пете следует воспользоваться купонами. Если существует несколько решений с минимальной суммарной стоимостью, то выдайте то из них, в котором значение k_1 максимально (на случай, если Петя когда-нибудь ещё решит заглянуть в это кафе). Если таких решений несколько, выведите любое из них.

входные	данные
5 110	
40 120	
110	
60	
выходные	э данные
260	
0 2	
3	
5	

Входные данные 3 110 110 110 110 Выходные данные 220 1 1 2

G. Удаление скобок 2.0

2 секунды, 256 мегабайт

Дана строка, составленная из круглых, квадратных и фигурных скобок. Определите, какое наименьшее количество символов необходимо удалить из этой строки, чтобы оставшиеся символы образовывали правильную скобочную последовательность.

Входные данные

Во входном файле записана строка из круглых, квадратных и фигурных скобок. Длина строки не превосходит $\{100\}$ символов.

Выходные данные

Выведите строку максимальной длины, являющейся правильной скобочной последовательностью, которую можно получить из исходной строки удалением некоторых символов.

ходные данные
[)]
ыходные данные

Н. Продавец аквариумов

1 секунда, 256 мегабайт

Продавец аквариумов для кошек хочет объехать n городов, посетив каждый из них ровно один раз. Помогите ему найти кратчайший путь.



Входные данные

Первая строка входного файла содержит натуральное число n ($1 \leqslant n \leqslant 13$) — количество городов. Следующие n строк содержат по n чисел — длины путей между городами.

В i-й строке j-е число — $a_{i,j}$ — это расстояние между городами i и j ($0\leqslant a_{i,j}\leqslant 10^6$; $a_{i,j}=a_{j,i}$; $a_{i,i}=0$).

Выходные данные

В первой строке выходного файла выведите длину кратчайшего пути. Во второй строке выведите n чисел — порядок, в котором нужно посетить города.

```
    ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

    5

    0 183 163 173 181

    183 0 165 172 171

    163 165 0 189 302

    173 172 189 0 167

    181 171 302 167 0

    ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

    666

    4 5 2 3 1
```

Замощение доминошками

1 секунда, 256 мегабайт

Вам дана прямоугольная сетка из квадратных ячеек. Символ 'X' представляет собой уже покрытую ячейку, символ '.' - это ячейка, которую еще нужно покрыть.

Вы хотите покрыть все ячейки '.', непересекающимися доминошками 2 imes 1. Найдите количество способов сделать это. Два способа считаются различными, если две ячейки покрыты одним и тем же домино в одном замощении и двумя разными домино в другом замощении.

Входные данные

Первая строка содержит числа n и m ($1 \le n, m \le 12$). Следующие n строк содержат по m символов — описание доски.

Выходные данные

Выведите число замощений доминошками.

входные данные
2 2
••
выходные данные
2
входные данные
3 3
 .x.
DIVING TANKING
выходные данные
2
входные данные
3 3
x
выходные данные

J. Симпатичные узоры

2 секунды, 256 мегабайт

Компания <u>BrokenTiles</u> планирует заняться выкладыванием во дворах у состоятельных клиентов узор из черных и белых плиток, каждая из которых имеет размер 1×1 метр. Известно, что дворы всех состоятельных людей имеют наиболее модную на сегодня форму прямоугольника $n \times m$ метров.

Однако при составлении финансового плана у директора этой организации появилось целых две серьезных проблемы: во первых, каждый новый клиент очевидно захочет, чтобы узор, выложенный у него во дворе, отличался от узоров всех остальных клиентов этой фирмы, а во вторых, этот узор должен быть симпатичным.

Как показало исследование, узор является симпатичным, если в нем нигде не встречается квадрата 2×2 метра, полностью покрытого плитками одного цвета.

Для составления финансового плана директору необходимо узнать, сколько клиентов он сможет обслужить, прежде чем симпатичные узоры данного размера закончатся. Помогите emy!

Входные данные

На первой строке входного файла находятся два натуральных числа n и m. $1 \le n \cdot m \le 30$.

Выходные данные

Выведите в выходной файл единственное число — количество различных симпатичных узоров, которые можно выложить во дворе размера $n \times m$. Узоры, получающиеся друг из друга сдвигом, поворотом или отражением считаются различными.

входные данные	
1 1	
выходные данные	
2	
входные данные	
1 2	
выходные данные	

К. Мультирюкзак

1 секунда, 256 мегабайт

Один рюкзак может вместить предметы с суммарным весом не более s ($1 \le s \le 10^8$). Есть n предметов, с весами w_i ($1 \le w_i \le s$).

Найдите способ разместить предметы в минимальное число рюкзаков.

Входные данные

Первая строка содержит два целых числа n и s ($1 \le n \le 18$; $1 \le s \le 10^8$).

Следующие n строк содержат веса предметов w_i ($1 \le w_i \le s$).

Выходные данные

Первая строка должна содержать число k — минимально число рюкзаков.

Каждая из следующих k строк описывает один рюкзак, которые нужно положить в рюкзак. Строка начинается с количества предметов, далее содержатся номера коров.

входные данные		
4 10		
5		
6		
3		
7		
выходные данные		
3		
2 1 3		
1 2		