# у2020-4-1. Паросочетания

# А. Паросочетание

2 секунды, 256 мегабайт

<u>Двудольным графом</u> называется неориентированный граф (V,E),  $E\subseteq V\times V$  такой, что его множество вершин V можно разбить на два множества A и B, для которых  $\forall (e_1,e_2)\in E$   $e_1\in A$ ,  $e_2\in B$  и  $A\cup B=V$ ,  $A\cap B=\varnothing$ .

<u>Паросочетанием</u> в двудольном графе называется любой набор его несмежных рёбер, то есть такой набор  $S\subseteq E$ , что для любых двух рёбер  $e_1=(u_1,v_1)$ ,  $e_2=(u_2,v_2)$  из S  $u_1\neq u_2$  и  $v_1\neq v_2$ .

Ваша задача — найти максимальное паросочетание в двудольном графе, то есть паросочетание с максимально возможным числом рёбер.

### Входные данные

В первой строке записаны два целых числа n и m ( $1\leqslant n,m\leqslant 250$ ), где n — число вершин в множестве A, а m — число вершин в B.

Далее следуют n строк с описаниями рёбер — i-я вершина из A описана в (i+1)-й строке файла. Каждая из этих строк содержит номера вершин из B, соединённых с i-й вершиной A. Гарантируется, что в графе нет кратных ребер. Вершины в A и B нумеруются независимо (с единицы). Список завершается числом 0.

### Выходные данные

Первая строка выходного файла должна содержать одно целое число l — количество рёбер в максимальном паросочетании. Далее следуют l строк, в каждой из которых должны быть два целых числа  $u_i$  и  $v_i$  — концы рёбер паросочетания в A и B соотвественно.

# входные данные

- 2 2
- 1 2 0
- 2 0

## выходные данные

- 2
- 1 1
- 2 2

# В. Максимальное паросочетание

3.5 секунд, 256 мегабайт

Дан двудольный граф. У каждой вершины графа есть вес. Вес ребра — сумма весов его концов. Вес паросочетания — сумма весов рёбер, входящих в паросочетание. Нужно найти паросочетание максимального веса. Заметим, это паросочетание может содержать сколько угодно рёбер, единственное условие — вес паросочетания должен быть максимальным.

Напомним, что паросочетанием в двудольном графе называется набор рёбер этого графа такой, что никакие два ребра набора не имеют общих вершин.

#### Входные данные

В первой строке заданы размеры долей n и m ( $1 \le n, m \le 5\,000$ ) и количество рёбер e ( $0 \le e \le 10\,000$ ). Вторая строка содержит n целых чисел от 0 до  $10\,000$  — веса вершин первой доли. Третья строка содержит m целых чисел от 0 до  $10\,000$  — веса вершин второй доли. Следующие e строк содержат рёбра графа. Каждое ребро описывается парой целых чисел  $a_i\,b_i$ , где  $1 \le a_i \le n$  — номер вершины первой доли и  $1 \le b_i \le m$  — номер вершины второй доли.

## Выходные данные

В первой строке выведите w — максимальный вес паросочетания. Во второй строке выведите k — количество рёбер в паросочетании максимального веса. В следующей строке выведите k различных чисел от 1 до e — номера рёбер в паросочетании. Если максимальных по весу паросочетаний несколько, разрешается вывести одно любое.

```
Входные данные

4 3 3
2 0 9 9
1 0 9
1 2
2 1
1 1
1 1

Выходные данные

3
2
1 2
```

```
      входные данные

      3 2 4

      1 2 3

      1 2

      1 1

      2 1

      2 2 3 2

      3 2

      Выходные данные

      8

      2

      2 4
```

# С. День рождения

2 секунды, 256 мегабайт

Митя знаком с m юношами и n девушками и хочет пригласить часть из них на свой день рождения. Ему известно, с какими девушками знаком каждый юноша, и с какими юношами знакома каждая девушка. Он хочет добиться того, чтобы каждый приглашённый был знаком со всеми приглашёнными противоположного пола, пригласив при этом максимально возможное число своих знакомых. Помогите ему это сделать!

#### Входные данные

Входной файл состоит из одного или нескольких наборов входных данных. В первой строке входного файла записано число наборов k ( $1 \le k \le 20$ ). В последующих строках записаны сами наборы входных данных.

В первой строке каждого набора задаются числа  $0 \le m \le 150$  и  $0 \le n \le 150$ . Далее следуют m строк, в каждой из которых записано одно или несколько чисел — номера девушек, с которыми знаком i-й юноша (каждый номер встречается не более одного раза). Строка завершается числом 0.

#### Выходные данные

Для каждого набора выведите четыре строки. В первой из них выведите максимальное число знакомых, которых сможет пригласить Митя. В следующей строке выведите количество юношей и количество девушек в максимальном наборе знакомых, разделённые одним пробелом. Следующие две строки должны содержать номера приглашённых юношей и приглашённых девушек соответственно. Числа в каждой из этих двух строк разделяются ровно одним пробелом и выводятся в порядке возрастания. Если максимальных наборов несколько, то выведите любой из них.

Разделяйте вывод для разных наборов входных данных одной пустой строкой.

входные	данные
2 2 2 1 2 0	
2 2	
1 2 0	
1 2 0	
3 2	
1 2 0	
2 0	
1 2 0	
выходны	е данные
4 2 2	
2 2	
1 2	
1 2	
4	
2 2	
1 3	
1 2	

### D. НЛО

#### 2 секунды, 256 мегабайт

В маленьком городке М начала действовать служба контроля за незаконными полетами НЛО. Первая задача службы — выяснить, сколько НЛО действует в окрестности города. Агенты службы опросили множество свидетелей и составили список случаев встречи с НЛО, произошедших за одни сутки, с указанием места и времени наблюдения. Теперь аналитики хотят понять, сколько же на самом деле было НЛО. Из данных разведки известна максимальная скорость, с которой может лететь НЛО. Аналитики просят вас узнать, какое минимальное количество НЛО могли наблюдать свидетели.

#### Входные данные

На первой строке входного файла содержатся целые числа n и v — количество случаев наблюдения и максимальная скорость НЛО ( $1 \le n \le 100$ ,  $1 \le v \le 10\,000$ ). Следующие n строк содержат описания случаев встречи с НЛО в формате «ЧЧ:ММ x у», где ЧЧ:ММ — время встречи, x и y — координаты места, в котором наблюдался НЛО (для простоты будем считать, что все встречи происходили на плоскости). Координаты по модулю не превышают 1000. Скорость выражена в км/ч, координаты — в км.

#### Выходные данные

Выведите в выходной файл одно число — минимальное возможное количество НЛО.

```
Входные данные

4 1
12:00 0 0
13:10 0 1
14:00 1 0
15:00 1 1

Выходные данные

2
```

```
      входные данные

      1 1

      12:00 0 0

      выходные данные

      1
```

# Е. Замощение доминошками

2 секунды, 256 мегабайт

Дано игровое поле размера  $n \times m$ , некоторые клетки которого уже замощены. Замостить свободные соседние клетки поля доминошкой размера  $1 \times 2$  стоит a условных единиц, а замостить свободную клетку поля квадратиком размера  $1 \times 1 - b$  условных единиц.

Определите, какая минимальная сумма денег нужна, чтобы замостить всё поле.

#### Входные данные

Первая строка входного файла содержит 4 целых числа n, m, a, b ( $1 \le n, m \le 100, |a| \le 1\,000,$   $|b| \le 1\,000$ ). Каждая из последующих n строк содержит по m символов: символ '.' (точка) обозначает занятую клетку поля, а символ '\*' (звёздочка) — свободную.

#### Выходные данные

В выходной файл выведите одно число — минимальную сумму денег, имея которую, можно замостить свободные клетки поля (и только их).

входные данные	
2	
выходные данные	
5	

# **F.** Отрезки

### 1 секунда, 256 мегабайт

Даны n отрезков. Каждый отрезок параллельный горизонтальной или вертикальной оси. Никакие два вертикальных отрезка не имеют общих точек, и никакие два горизонтальных отрезка не имеют общих точек (включая концы).

Требуется выбрать максимальное число отрезков, чтобы никакие два не пересекались друг с другом (не имели общих точек, включая концы).

### Входные данные

Первая строка содержит целое число n ( $1 \le n \le 250$ ).

Следующие n строк состоят из четырех целых чисел, задающих координаты отрезков, i-я из этих строк:  $x_{1,i}$ ,  $y_{1,i}$ ,  $x_{2,i}$  и  $y_{2,i}$  ( $1 \le x_{j,i}, y_{j,i} \le 10^9$ ; ровно одно из следующих равенств выполняется  $x_{1,i} = x_{2,i}$  или  $y_{1,i} = y_{2,i}$ ).

## Выходные данные

Выведите максимальное число непересекающихся отрезков, которое можно выбрать.

```
      входные данные

      3

      4 5 10 5

      6 2 6 12

      8 3 8 5

      выходные данные

      2
```

```
Входные данные
4
1 1 2 1
2 1 2 6
1 1 1 3
1 3 4 3

Выходные данные
2
```

# G. Дракончики

1 секунда, 256 мегабайт

Петя занимается разведением дракончиков. У него есть m зеленых дракончиков и k желтых. У Пети есть n двухместных аквариумов для дракончиков и m+k-2n одноместных.

Петя, понаблюдав некоторое время за своими дракончиками, установил, что некоторые пары дракончиков не могут жить вместе (будучи помещенными в один аквариум они тут же начинают драться), а также некоторые дракончики совершенно не переносят одиночества и поэтому не могут жить в одноместном аквариуме.

Петя хочет с использованием своих знаний так разместить дракончиков по аквариумам, чтобы в каждом двухместном аквариуме обязательно был один зеленый дракончик и один желтый, и при этом драконы, не переносящие одиночества, обязательно были бы помещены в двухместный аквариум, и в двухместном аквариуме никогда не оказывалось бы двух драконов, которые не могут жить вместе.

### Входные данные

Вводятся числа m, k, n ( $m \ge 1, k \ge 1, n \ge 0, n \le m, n \le k, m+k \le 200$ ). Будем считать, что зеленые дракончики пронумерованы числами от 1 до m, а желтые — числами от m+1 до m+k.

Далее идет число t ( $0 \le t \le m \cdot k$ ) — количество пар дракончиков, про которых известно, что они не переносят друг друга. Далее идет t пар чисел, описывающих номера не переносящих друг друга дракончиков (первое число каждой пары описывает зеленого дракончика, второе — желтого). Далее идет число q ( $0 \le q \le m + k$ ) — количество дракончиков, не переносящих одиночества. Далее идет q чисел, задающих номера этих драконов.

### Выходные данные

В случае если разместить дракончиков по аквариумам требуемым образом нельзя, выведите единственное слово NO. В противном случае первая строка должна содержать YES. В следующие n строк выведите n пар чисел, задающих номера дракончиков, которых нужно поместить в двухместные аквариумы.

```
    входные данные

    2 1 1

    1 3 1

    1 8ыходные данные

    NO
```

```
    входные данные

    2 2 1

    1

    1 3

    1

    2

    выходные данные

    YES

    2 4
```