

2. úkol z předmětu Složitost

Petr Zemek

xzemek02@stud.fit.vutbr.cz

Fakulta Informačních Technologií, Brno

Příklad 1

Nechť n značí počet uzlů v grafu. Složitost tohoto algoritmu je závislá nejen na vstupu, ale také na implementaci prioritní fronty, Q . V zadání je uvedeno, že odhady máme uvést vzhledem k počtu uzlů v grafu, tak budu předpokládat, že tato fronta je implementována pomocí pole o velikosti $n + 1$, kde první prvek určuje počet prvků ve frontě (využívá se ho pro testování neprázdnosti fronty na řádku 7; na řádku 6 se jeho hodnota nastavuje na n a na řádku 11 dochází k jeho snížení o 1).

Analýza časové složitosti

Řádky 3–5, 9–10, a 13–17 mají konstantní časovou složitost $O(1)$. Řádek 6 má lineární časovou složitost $O(n)$ (inicializace pole o $n + 1$ prvcích). Řádky 7 a 11 mají pro danou implementaci konstantní časovou složitost $O(1)$ (testování hodnoty či snížení hodnoty jednoho čísla). Řádek 8 má pro danou implementaci lineární časovou složitost $O(n)$ (prochází se polem Q a hledá se uzel u s nejmenší hodnotou $dist[u]$).

Cykly na řádcích 2–4 a 7–16 se provedou oba $O(n)$ -krát (pro každý uzel jedna iterace). Cyklus na řádcích 12–16 se provede také $O(n)$ -krát (v nejhorším případě je graf úplný, tj. každý uzel je spojen s každým uzlem).

Celková časová složitost je tedy $O(n)$ (řádky 2–5) + $O(n)$ (řádek 6) + $O(n^2)$ (řádky 7–17), což je $O(n) + (n) + O(n^2) = O(n^2)$.

Analýza prostorové složitosti

V algoritmu se používají dvě pole o velikosti n ($dist$ a $previous$), jedno pole o velikosti $n + 1$ (fronta Q) a konstantní počet pomocných proměnných (u, v, alt). Jelikož do prostorové složitosti nemáme počítat velikost vstupu, tak je celková prostorová složitost algoritmu $O(n)$.

Příklad 2

Symbol '+' znamená, že daná příslušnost platí; symbol '-' naopak značí, že daná příslušnost neplatí.

	$f(n) \in O(g(n))$	$f(n) \in \Omega(g(n))$	$f(n) \in \Theta(g(n))$
(a)	+	+	+
(b)	+	–	–
(c)	–	+	–
(d)	+	–	–

Příklad 3

Věta. $P = NP \implies NP = co-NP$

Důkaz. Triviálně vyplývá z faktu, že třída \mathbf{P} je uzavřena vůči doplňku.

□