

**Universidad de Buenos Aires**  
**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
**Departamento de Computación**

# **Teoría de las Comunicaciones**

## **Práctica 1**

### **Teoría de la Información y la Codificación**



*Última revisión: 28 de Agosto de 2008*

## EXPLICAR Y JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS

### **Ejercicio 1**

Para cada una de las siguientes cadenas de caracteres:

- |                 |                  |                |
|-----------------|------------------|----------------|
| i) AAAAAAAAAA   | ii) AAABBBCCDDDD | iii) AAAAAA    |
| iv) AAAAAAABB   | v) AAAAAABBCC    | vi) AAABBBCCDD |
| vii) AAAAABBBBB | viii) AAAAAAABC  |                |

Calcular la frecuencia de cada símbolo y calcular su entropía.  
Ordenar las secuencias de menor a mayor entropía. ¿Qué observa?

$$\text{Entropía : } H = \sum_i p(s_i) \cdot \log_2 \left( \frac{1}{p(s_i)} \right)$$

La entropía indica la cantidad de información en promedio que una fuente emite medida en bits por símbolo: ¿Está de acuerdo a la luz de los resultados obtenidos? ¿Qué es más compresible: una secuencia con baja o con alta entropía? ¿Por qué? Sacar conclusiones.

### **Ejercicio 2**

Sea una secuencia de números enteros grandes que cumplen la propiedad que dos números consecutivos están a lo sumo una distancia  $d$  uno del otro ( $d$  pequeño). Piense una forma de disminuir la cantidad de bits necesaria para representar la secuencia. Implemente para la secuencia: 81324, 81326, 81325, 81323, 81323, 81324 y saque conclusiones.

- ¿Cómo reconstruiría la secuencia original?
- ¿Como es la entropía de la secuencia representada con respecto a la entropía de la secuencia original? ¿Por qué?

### **Ejercicio 3**

En una transmisión de fax se necesitan  $2.25 \cdot 10^6$  elementos cuadrados de imagen para obtener la resolución adecuada ( $1500 \cdot 1500$  puntos).

¿Cuál es el máximo contenido de información que puede llegar a transmitirse si se necesitan 12 niveles de luminosidad para una buena reproducción?

### **Ejercicio 4**

Un alfabeto consta de los símbolos A, B, C y D. Para transmitir cada letra se la codifica en una secuencia de dos pulsos binarios; cada pulso dura 5 milisegundos. Se pide:

- Calcular la velocidad promedio de transmisión de información si las letras son equiprobables.
- ¿Cuál sería dicha velocidad si las probabilidades de ocurrencia de cada letra (símbolo) son  $P_a=1/5$ ,  $P_b=P_c=1/4$  y  $P_d=3/10$ , sin recodificar?

### **Ejercicio 5**

Suponer una sucesión de un millón de dígitos binarios de los cuales 700.000 son ceros. Calcular la información promedio de cada dígito. ¿Cuál es la relación que se debe cumplir para lograr la entropía máxima en el mensaje transmitido?

### **Ejercicio 6**

Dados los siguientes símbolos emitidos por una fuente de información, codificados de la siguiente manera:

- S1 = 0
- S2 = 10
- S3 = 110
- S4 = 1110
- S5 = 1111

El código: ¿Es unívocamente decodificable? ¿Es instantáneo?

### **Ejercicio 7**

¿Es posible codificar los símbolos en el caso del ejercicio 4 a) mediante un código binario unívoco de longitud media inferior a dos binitos por símbolo? Y para el caso del ejercicio 4 b)?

### **Ejercicio 8**

Decidir la veracidad de la siguiente frase: "Dado cualquier alfabeto de 4 símbolos, se pueden armar 4 codificaciones optimas".

### **Ejercicio 9**

Un alfabeto consta de los símbolos A, B, C y D. Para transmitir cada letra se la codifica en una secuencia de pulsos binarios; cada pulso dura 10 milisegundos. Se pide:

- Definir un código unívocamente decodificable e instantáneo teniendo en cuenta que las probabilidades de ocurrencia de cada letra (símbolo) son  $P_a=1/5$ ,  $P_b=P_c=1/4$  y  $P_d=3/10$ .
- ¿Cuál es la velocidad de transmisión promedio?

### **Ejercicio 10**

Sea un archivo de texto codificado en ASCII. ¿Qué mecanismo de compresión aplicaría? Explicar.

### **Ejercicio 11**

Se tiene un microscopio electrónico conectado a una red de computadoras. El microscopio es capaz de tomar 16 imágenes por segundo a una resolución de 300x200 puntos en 8 colores. Se desea transmitir esas imágenes a través de la red. Se sabe que las imágenes tienen las siguientes proporciones de colores en promedio: Negro 30%, Blanco 21%, Rojo 16%, Amarillo 10%, Azul 8%, Verde 6%, Violeta 5%, Naranja 4%.

¿Cómo las codificaría para aprovechar mejor el ancho de banda? ¿Qué ancho de banda se necesita para transmitir dichas imágenes con la codificación utilizada? ¿Y sin comprimir?

### **Ejercicio 12**

Se tiene una señal de voz de 20 Khz. digitalizada usando muestras de 16 bits. Se la quiere comprimir tomando en cuenta que la voz humana no varía mucho dentro de un rango pequeño de frecuencias. ¿Cómo implementaría una compresión que permita enviar esa señal usando menos bits en el medio físico?

### **Ejercicio 13**

Se tienen los siguientes códigos para un mismo alfabeto de símbolos:

- $S_1=0$  ;  $S_2=10$  ;  $S_3=01$  ;  $S_4=11$
- $S_1=00$  ;  $S_2=01$  ;  $S_3=10$  ;  $S_4=11$

Indicar cuál de los dos puede ser óptimo.

### **Ejercicio 14**

Se tienen dos códigos diferentes para un mismo conjunto de símbolos.

¿Pueden ser ambos óptimos? ¿Pueden ser ambos unívocamente decodificables? ¿Pueden ser ambos instantáneos?

### **Ejercicio 15**

Se desea comprimir un archivo de texto en castellano. El modelo de fuente de información que asume:

- a) ¿Afecta al diseño del algoritmo de compresión?
- b) ¿A la relación de compresión?

### **Ejercicio 16**

Se tienen una fuente que emite los siguientes símbolos con las probabilidades dadas:

$$S_1 = 1/4, S_2 = 1/4, S_3 = 1/4, S_4 = 3/16, S_5 = 1/16$$

Calcule la entropía de dicha fuente. Escriba un código para representar los símbolos dados, con una longitud promedio menor o igual a 2,5 bits/símbolo.

### **Ejercicio 17**

Decidir si la siguiente frase es verdadera o falsa: "Dado un código instantáneo, se puede obtener infinitos códigos unívocamente decodificables a partir de él"

### **Ejercicio 18**

Verdadero o falso:

- a) ¿Puede haber un código instantáneo que no sea unívocamente decodificable?
- b) ¿Puede haber un código unívocamente decodificable que no sea instantáneo?

### Ejercicio 19

Basado en bits, decidir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- Dado un conjunto de  $X$  símbolos, se pueden crear infinitos códigos instantáneos.
- Dado un conjunto de  $X$  símbolos, se pueden crear infinitos códigos óptimos.
- Dado un conjunto de  $X$  símbolos, se pueden armar infinitos códigos unívocamente decodificables.

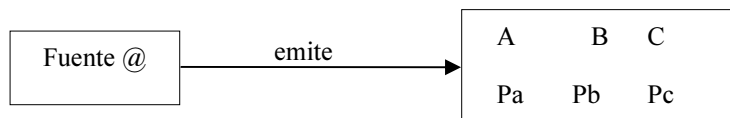
### Ejercicio 20

Se tiene un archivo de texto en idioma *Feudalio* el cual tiene un alfabeto que consta únicamente de cuatro símbolos:  $\nabla$  (strínguix),  $\otimes$  (pórsula),  $\Pi$  (sapicá) y el espacio en blanco  $\beta$ . Se desea codificarlo en un código binario con los símbolos (bits) 1 (uno) y 0 (cero).

- ¿Cómo codificaría modelando como una fuente de memoria nula, asumiendo que la entropía de la fuente es máxima?
- ¿Cómo codificaría luego de analizar el archivo de texto y hallar que la distribución de símbolos sobre 800.000, es de 100.000 para la  $\nabla$ , 100.000 para la  $\otimes$ , 200.000 para la  $\Pi$  y 400.000 para el espacio en blanco?
- Escriba en binario con cada una de las dos codificaciones anteriores el siguiente texto en Feudalio. ¿Qué codificación resultó más eficiente?  
 $\Pi\nabla\beta\nabla\Pi\beta\Pi\beta\Pi\beta\otimes\Pi\beta\nabla\beta\Pi\beta\Pi\otimes\beta\beta\nabla\Pi\Pi\beta\otimes\Pi$

### Ejercicio 21

Dada la siguiente fuente de información:



- Si la "modelamos" como una fuente de memoria nula, asumiendo que  $P_a = P_b = P_c$ . Determinar la entropía de la fuente.
- ¿Cómo codificaría con símbolos binarios la fuente del primer punto?

### Ejercicio 22

Decidir si la siguiente frase es verdadera o falsa: "Dado un código unívocamente decodificable, se pueden obtener infinitos códigos unívocamente decodificables a partir de él."

### Ejercicio 23

Un compresor es un programa que toma una entrada (que podemos considerar formada por un alfabeto de 256 símbolos, ASCII) y la codifica con el objetivo de lograr una salida de longitud promedio inferior a 8 bits/símbolo (reduciendo el tamaño de archivo en el proceso).

Buscando un algoritmo de compresión sin pérdida, un proveedor ofrece un algoritmo capaz de reducir en 20% el tamaño de cualquier archivo de entrada. ¿Es esto posible? Justifique su respuesta usando la teoría de la información.

### Ejercicio 24

¿El código ASCII es óptimo?

### Ejercicio 25

Se tiene una fuente que emite símbolos con las siguientes codificaciones y probabilidades:

$P(S_1 \rightarrow 111) = 1/2$ ;

$P(S_2 \rightarrow 110) = 1/4$ ;

$P(S_3 \rightarrow 0) = 1/16$ ;

$P(S_4 \rightarrow 10) = 3/16$ ;

Calcule la entropía de dicha fuente. El código ¿Es unívocamente decodificable? ¿Es instantáneo? Justifique.

### Ejercicio 26

Se tiene una fuente de memoria nula con las siguientes probabilidades:

$P(S_1) = 0,6$      $P(S_2) = 0,1$      $P(S_3) = 0,1$      $P(S_4) = 0,1$      $P(S_5) = 0,05$      $P(S_6) = 0,05$

Codifique la salida de la fuente usando un código de longitud media menor a 1,8 bits/símbolo.

**Ejercicio 27**

Decidir la veracidad de la siguiente frase: "Dado un código óptimo, se pueden armar otros dos códigos óptimos para la misma cantidad de símbolos y longitud media".

**Ejercicio 28**

Se tiene una fuente de información "S" de memoria nula que produce n símbolos cada uno con probabilidad asociada  $P_i$ , la entropía de dicha fuente es:

$$H(S) = \sum_{i=1}^n -P_i \log_2 P_i$$

¿Qué define la entropía, cuando la entropía es máxima? Dé un ejemplo de una fuente de H máxima = 1 bits/símbolo .