Федер Евгений, Домашнее задание №10

Задание 1.

Формулировка: *Пусть a и b - потоки в G и (a - b)(u, v) = a(u, v) - b(u, v). Тогда a - b является потоком в* G_b *и* $|a - b| = |a| - |b|$

Что нам надо доказать?

1) Антисимметричность: $(a-b)(u,v) = (-a(v,u)) - (-b(v,u)) = (b-a)(v,u)$
2) Огранниченность: $(a-b)(u,v) \leqslant c(u,v) - b(u,v) = c_b(u,v)$
3) Закон сохранения поток: $\sum_{v \in V}(a-v)(u,v) = \sum_{v \in V} a(u,v) - \sum_{v \in V} b(u,v) = 0 - 0 = 0$
4) вторую часть про модули $|a-b| = \sum_{v \in V}(a(s,v) - b(s,v)) = \sum_{v \in V} a(s,v) - \sum_{v \in V} b(s,v) = |a| - |b|$

Задание 2.

Давайте докажем, что $c^+(v) = c_f^+(v)$ и также для минуса.

В остаточной сети сумма для выходящих ребер уменьшается на значение потока, но у нас появляются обратные к входящим ребрам, где сумма равна потоку(из закона сохранения потока). Поэтому $c^+(v)$ не изменилось.

Для входящих ребер в обычный сети значение уменьшится на значение потока, но обратные ребра к выходящим скомпенсируют потерю. Поэтому $c^-(v)$ не изменилось(опять же по ЗСП)

Поэтому $C(G) = C(G_f)$